

共通二次抵抗による巻線型誘導電動機の同期運転

松井茂彦* 園山裕**

Synchronized Drive of Wound Rotor Induction Motors with a Common Secondary Resistor

By Shigehiko Matsui and Yutaka Sonoyama
Kameido Works, Hitachi, Ltd.

Parallel running of induction motors with a common, adjustable resistance in the secondary circuit is a most simple form of the synchronized drive.

This paper deals with theoretical researches and experimental data of this method.

First, writers have given fundamental equations and properties of parallel running, and made clear the stability of running by inquiring into transient state. Further, it is ascertained that even in the case that secondary induced voltages of motors are not equal to each other, synchronized drives can be accomplished securely, if the difference in those voltages is not very large.

The above theoretical conclusions are proved by the experimental tests with two sets of 10 kW crane motors and with 10 kW and 7.5 kW crane motors.

[I] 緒 言

数台の電動機を同期的に運転する簡単な一方法として共通二次抵抗による方式がある。今迄にもこれに対する考察は色々とおこなわれており実施例も発表されているが、従来発表されている文献では不十分な点があるので、今回若干の検討を加えてみた次第である。即ち従来はいずれも特殊の場合の同期運転のみが取扱われており従て又安定度の問題もあまり述べられていない。特に二次誘起電圧の等しくない場合は全く同期運転が不可能であるとして、論ぜられなかつた。それ故ここでは先ず特性の全く異なる電動機の同期運転の理論式を一般的に取扱い、更に特殊の場合として特性の等しい場合を考えてそれぞれの場合を比較検討した。尙これ等にもとづいて同期運転に必要な諸特性についての考察をおこない且二三の実験によつてこれを実証した。

[II] 基 本 式

先ず、最も一般的な場合として、全く特性の異なる二つの電動機の同期運転の理論式を誘導する。一般に二次回路が並列に結ばれている場合にその電圧電流の関係を求めるには二次回路を基準にして考えねばならず、又二次回路と一次回路の電圧電流の関係を求めるには各電動機の磁束を基にして考えねばならぬ。この様に考えて、第一、第二電動機の一次の電圧電流及び回路定数は皆それぞれの二次側に換算されるものを取り各記号を下記の如く表わす。

- V_a', V_b' 各電動機の二次側よりみた電源電圧(V)
- E_{1a}, E_{1b} 一次一相の誘起電圧(V)
- E_{2a}, E_{2b} 二次一相の誘起電圧(V)
- Φ_a, Φ_b 磁束(Wb)
- θ_a, θ_b 時間 $t=0$ に於ける磁束の一次巻線に対する空間的位相角(rad)
- φ_a, φ_b $t=0$ に於ける二次巻線の一次巻線に対する位相角(rad)
- δ_a, δ_b 鉄損に相当する励磁インピーダンスの進相角(rad)

* ** 日立製作所亀戸工場

- n_{1a} 、 n_{1b} 一次一相の巻数
- n_{2a} 、 n_{2b} 二次一相の巻数
- R 共通二次抵抗 (Ω)
- r_{1a} 、 r_{1b} 一次一相抵抗 (Ω)
- r_{2a} 、 r_{2b} 二次一相抵抗 (Ω)
- x_{1a} 、 x_{1b} 一次一相リアクタンス (Ω)
- x_{2a} 、 x_{2b} 二次一相リアクタンス ($S=1$ に於ける)
(Ω)

$$Z_{1a} = r_{1a} + jx_{1a} \quad Z_{1b} = r_{1b} + jx_{1b}$$

$$Z_{2a} = \frac{r_{2a}}{S} + jx_{2a} \quad Z_{2b} = \frac{r_{2b}}{S} + jx_{2b}$$

$$Z_{0a}, Z_{0b} \text{ 励磁インピーダンス } (\Omega)$$

$$I_{1a}, I_{1b} \text{ 一次一相電流 (A)}$$

$$I_{2a}, I_{2b} \text{ 二次一相電流 (A)}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ 電源周波数}$$

$$S \text{ 滑}$$

$$t \text{ 時間 (sec).}$$

上記記号中 a 及び b はそれぞれ第一、第二電動機を示すものとする。

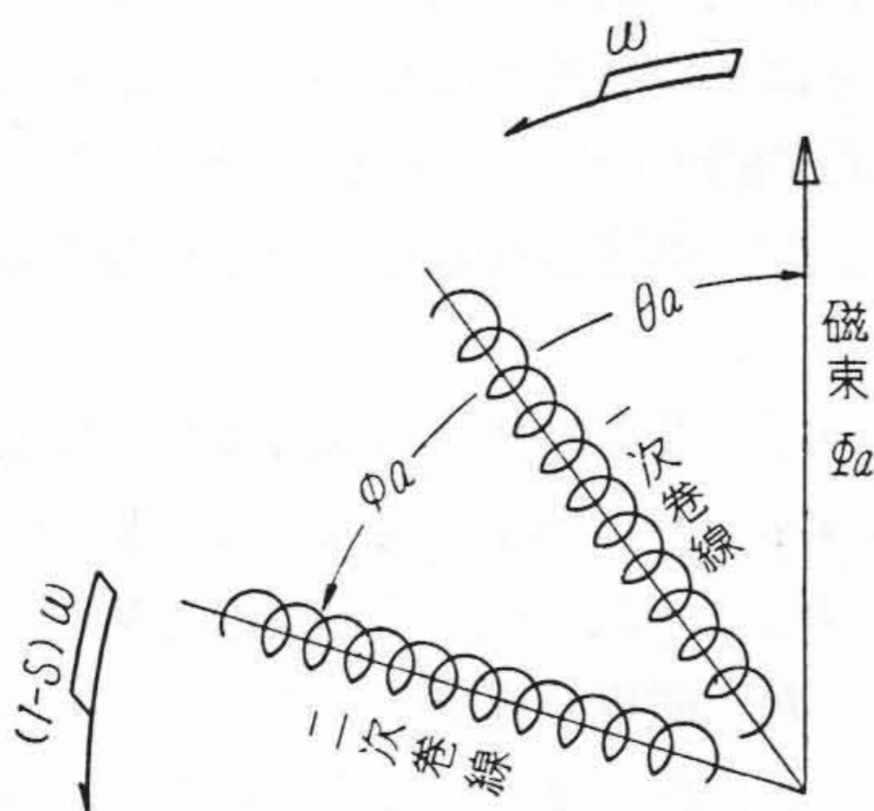
同期運転をなす場合の各電動機の極数は勿論任意のものでよいが、二次の相回転は一致させねばならぬ。

時間 $t=0$ に於ける磁束、一次巻線及び二次巻線の位相関係を第 1 図の如く仮定する。この場合の一次電流及び二次電流の関係を表わす等価回路は第 2 図の如くなる。従つて第一、第二電動機の一次及び二次回路に於て、それぞれ次式が成立する。

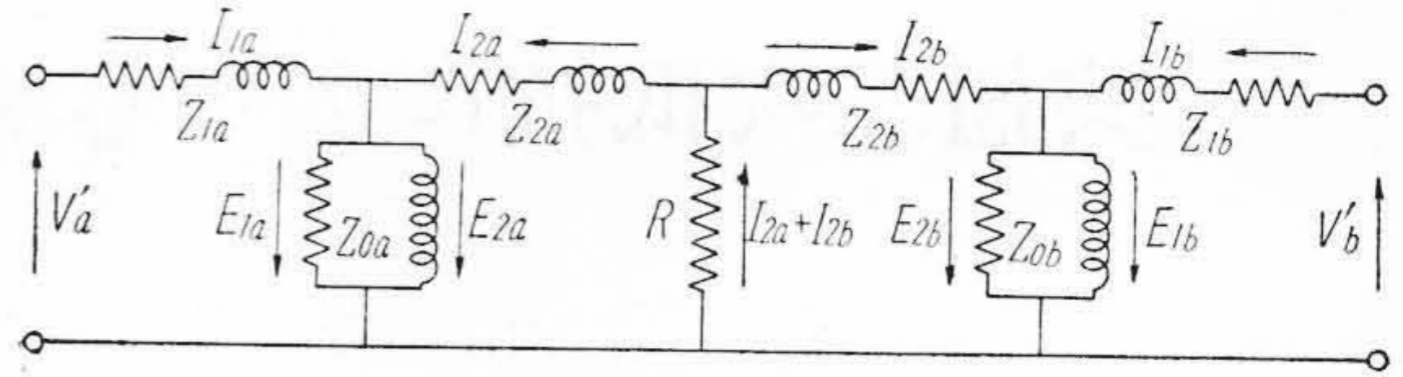
$$V_a' + E_{1a} - I_{1a}(r_{1a} + jx_{1a}) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$V_b' + E_{1b} - I_{1b}(r_{1b} + jx_{1b}) = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

又二次回路については



第 1 図 時間 $t=0$ に於ける磁束、一次巻線及び二次巻線の位相関係
Fig. 1. Phase-Relation between Flux and Primary Winding and Secondary Winding at $t=0$



第 2 図 等価回路 (I)
Fig. 2. Equivalent Circuit (I)

$$E_{2a} = I_{2a}(r_{2a} + jSx_{2a}) + (I_{2a} + I_{2b})R \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$E_{2b} = I_{2b}(r_{2b} + jSx_{2b}) + (I_{2b} + I_{2a})R \quad \dots\dots\dots(4)$$

が成立する。

一次及び二次の誘起電圧はその位相差を考慮して

$$E_{1a} = \omega n_{2a} \Phi_a \epsilon^{j(\omega t - \theta_a - \frac{\pi}{2})} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$E_{1b} = \omega n_{2b} \Phi_b \epsilon^{j(\omega t - \theta_b - \frac{\pi}{2})} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$E_{2a} = S\omega n_{2a} \Phi_a \epsilon^{j(S\omega t - \theta_a - \varphi_a - \frac{\pi}{2})} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$E_{2b} = S\omega n_{2b} \Phi_b \epsilon^{j(S\omega t - \theta_b - \varphi_b - \frac{\pi}{2})} \quad \dots\dots\dots(8)$$

又磁束は

$$\Phi_a \epsilon^{j(\omega t - \theta_a)} = n_{2a} k_a \epsilon^{-j\delta_a} (I_{1a} + I_{2a} \epsilon^{j\{(1-S)\omega t + \varphi_a\}}) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\Phi_b \epsilon^{j(\omega t - \theta_b)} = n_{2b} k_b \epsilon^{-j\delta_b} (I_{1b} + I_{2b} \epsilon^{j\{(1-S)\omega t + \varphi_b\}}) \quad \dots\dots\dots(10)$$

茲に k_a k_b は各電動機の定数で

$$n_{2a}^2 \omega k_a \epsilon^{j(\frac{\pi}{2} - \delta_a)} = Z_{0a} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$n_{2b}^2 \omega k_b \epsilon^{j(\frac{\pi}{2} - \delta_b)} = Z_{0b} \quad \dots\dots\dots(12)$$

にて表わされるものである。

これ等の基本式から一次電流 I_{1a} 、 I_{1b} を求むれば次の如くなる。

$$I_{1a} = D \frac{\begin{vmatrix} V_a', & Z_{0a} Z_{0b} \frac{R}{S} \epsilon^{j\varphi} \\ V_b', & A_b \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$I_{1b} = D \frac{\begin{vmatrix} V_b', & Z_{0b} Z_{0a} \frac{R}{S} \epsilon^{-j\varphi} \\ V_a', & A_a \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \dots\dots\dots(14)$$

茲に

$$\varphi = \varphi_a - \varphi_b$$

$$D = \left(Z_{0a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{0b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2$$

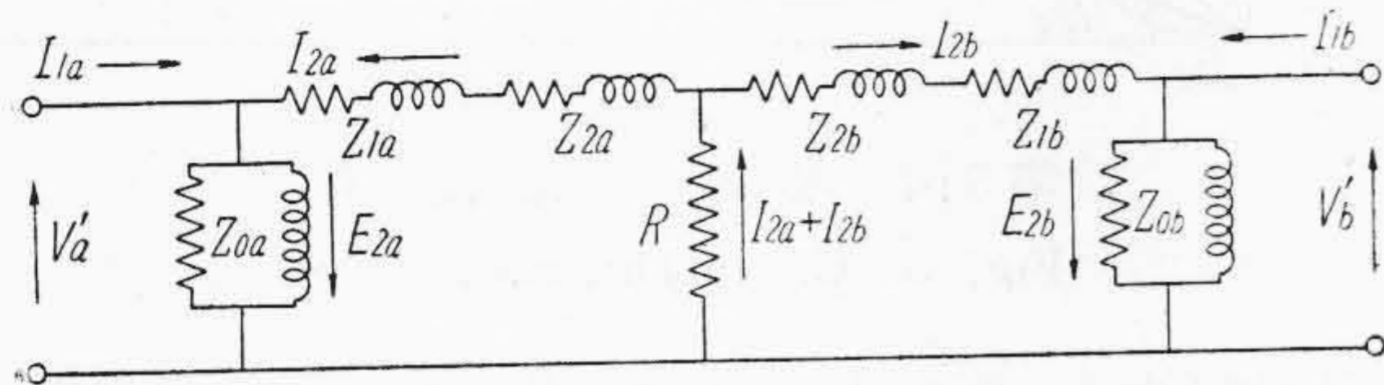
$$A_a = Z_{1a} \left\{ \left(Z_{0a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{0b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2 \right\} + Z_{0a} \left\{ \left(Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{0b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2 \right\}$$

$$A_b = Z_{1b} \left\{ \left(Z_{0a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{0b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2 \right\} \\ + Z_{0b} \left\{ \left(Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{0b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2 \right\} \\ \Delta = A_a A_b - \left(Z_{0a} Z_{0b} \frac{R}{S} \right)^2$$

である。

(13) 及 (14) 式が精密なる一次電流の算式である。

次に第2図の等価回路に於て、 Z_{0a} 、 Z_{0b} の位置を移し第3図の如く改めて電流の近似式を求めると



第3図 等価回路 (II)
Fig. 3. Equivalent Circuit (II)

$$I_{1a} = \frac{V_a'}{Z_{0a}} + \frac{\begin{vmatrix} V_a', & \frac{R}{S} \epsilon^{j\varphi} \\ V_b', & A_b \end{vmatrix}}{\Delta} \dots\dots\dots(15)$$

$$I_{1b} = \frac{V_b'}{Z_{0b}} + \frac{\begin{vmatrix} V_b', & \frac{R}{S} \epsilon^{-j\varphi} \\ V_a', & A_a \end{vmatrix}}{\Delta} \dots\dots\dots(16)$$

この場合の A_a 、 A_b 、 Δ はそれぞれ次の如くなる。

$$A_a = Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \\ A_b = Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \\ \Delta = A_a A_b - \frac{R^2}{S}$$

上式に於て $V_a' = V$ 、 $V_b' = kV$ と置いて一般の形に書き改めると、

$$I_{1a} = \left[\frac{1}{Z_{0a}} + \frac{\left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - k \left(\frac{R}{S} \right) \epsilon^{j\varphi}}{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} \right] V \dots\dots\dots(17)$$

$$I_{1b} = \left[\frac{1}{Z_{0b}} + \frac{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) - \frac{1}{k} \left(\frac{R}{S} \right) \epsilon^{-j\varphi}}{\left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} \right] kV \dots\dots\dots(18)$$

これ等の算式は全く特性の異なる二つの電動機について求めた一般式であり、この中 $k=1$ が従来論ぜられている二次誘起電圧の等しい場合に相当する。

以上求めてきた電流算式について更に少しく検討してみる。

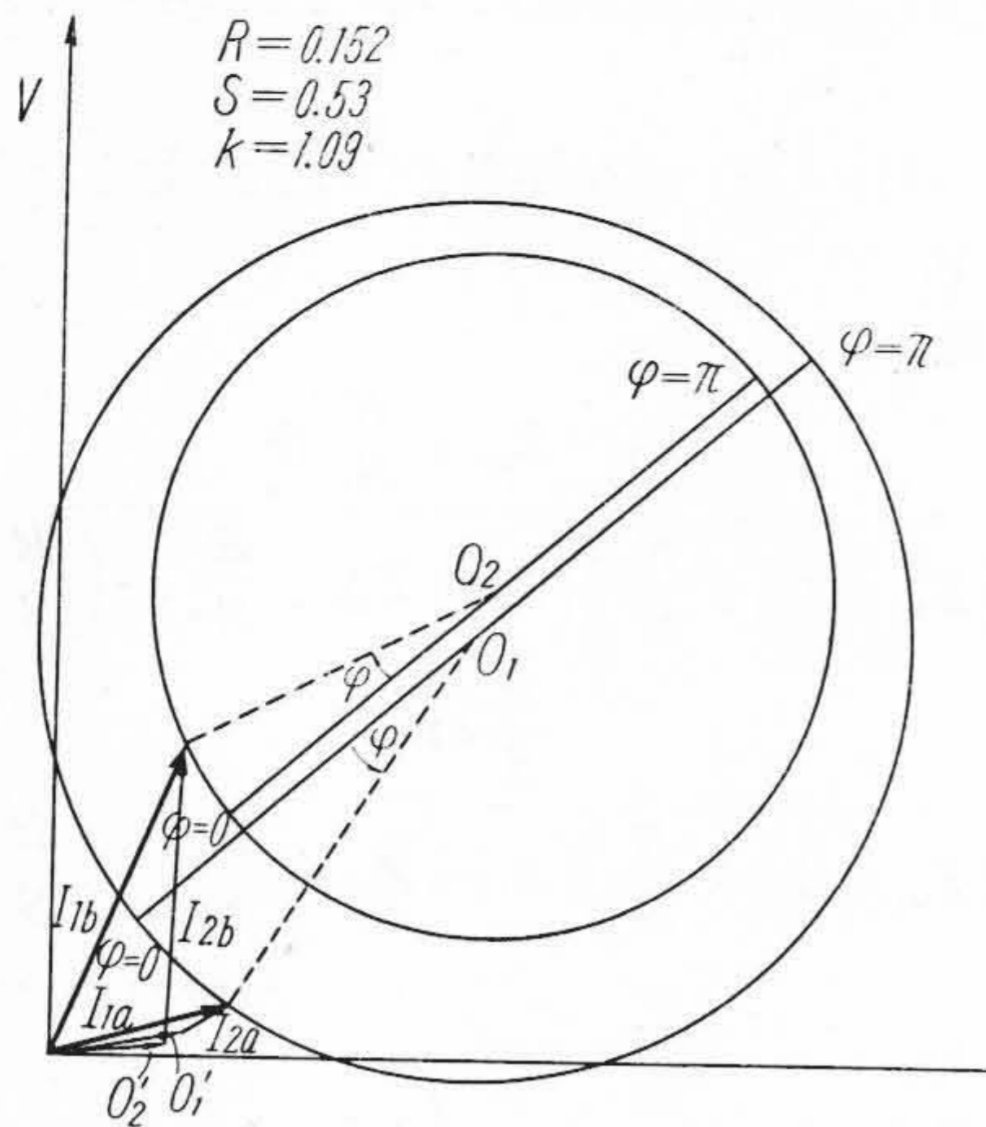
先ず (17)、(18) 式を変形すれば次の如くなる。

$$I_{1a} = \frac{V}{Z_{0a}} + \frac{\left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) V}{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} + \frac{\frac{R}{S} k \epsilon^{j\varphi} V}{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} \dots\dots\dots(19)$$

$$I_{1b} = \frac{kV}{Z_{0b}} + \frac{\left(Z_{1a} + Z_{2a} \right) kV}{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} - \frac{\frac{R}{S} \epsilon^{-j\varphi} V}{\left(Z_{1a} + Z_{2a} + \frac{R}{S} \right) \left(Z_{1b} + Z_{2b} + \frac{R}{S} \right) - \left(\frac{R}{S} \right)^2} \dots\dots\dots(20)$$

(19)、(20) 式の第一項は励磁電流を表わすもので第二、第三項の和が二次電流に相当するものである。又第一、第二項はそれぞれ一つのベクトルにて表わされ第三項は第一及び第二項の和を表わす点を中心とし、 $\varphi=0$ 、 $\varphi=\pi$ の二点を直径とする円で表わされる。今 I_{1a} について考えてみると、第三項の円の中心は k の値の如何にかかわらず同一の点で、その直径は k の値に比例して変化する。即ち各 k の値に対して同心円で表わされる。第二電動機は k が変化しても円の大きさは不変で、その中心の位置が変る。即ち第一電動機について考えれば、第二電動機によつて二次側より励磁され、 k の変化はその励磁の大小を表わすと考えられる。 k が非常に大きくなれば第一電動機は完全な同期機となり、自己の負荷の変動により速度の変化はなく一定の速度で回転することとなる。 k が1より小さい場合も、逆に考えれば全く同様である。第4図は或る k の値に対する I_{1a} 、 I_{1b} を表わす円線図である。尚第4図以下の計算例は、特性相等しき二つの電動機の同期運転の場合には、共に起重機用電動機 8 極 10 kW、特性の異なる二つの電動機の場合には、8 極 10 kW 及び 8 極 7.5 kW について行つたもので、その仕様及び回路定数は第1表に示す如くである。

以上は任意の k に対して同期運転が可能であると仮定した場合の k の変化に対する状態を明らかにしたが、一般の二次励磁の場合と同様、安定条件その他の問題を残している。前に述べた様に k が1よりはなれるに従い次第に性質が変つてくる。然し k が少しく1より異なる

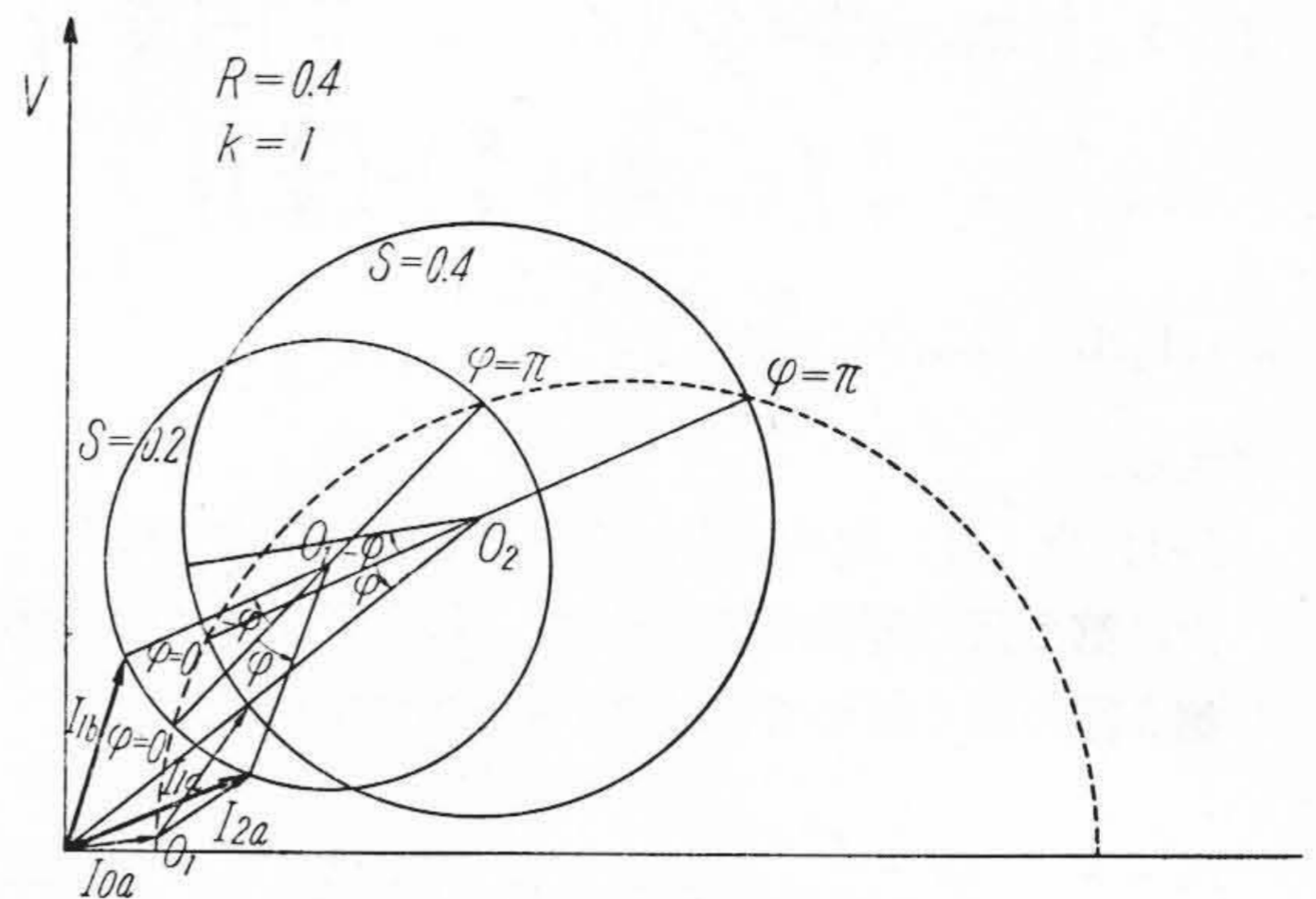


第 4 図 電流円線図 (I).
Fig. 4. Circle Diagram (I)

第 1 表 電動機の仕様及び回路定数
Table 1 Specifications and Characteristic Constants of Motors Used

	10 kW	7.5 kW
電 圧 (V)	200	200
周 波 数 (Hz)	50	50
極 数	8	8
一次抵抗 $r_1 \Omega$ (75°C)	0.0182	0.195
二次抵抗 $r_2 \Omega$ (75°C)	0.023	0.028
リアクタンス $x_1 + x_2 \Omega$	0.073	0.078
巻 線 比	2.68	3.1
最大トルク (kgm)	3.3	3.05
二次電圧 E_2 (V)	73.5	63.5

場合は後に述べる如く同期運転に差支えなく、 k が 1 より離れるに従つて安定度は小さくなり、遂には同期運転不可能となる。最も普通に考えられる特性の全く同じ二つの電動機の同期運転の場合は、(17), (18) 式に於て、 $Z_{1a} = Z_{1b} = Z_1$, $Z_{2a} = Z_{2b} = Z_2$. $k=1$ と置けば簡単な式として求まる。此の場合の円線図の一例を示せば第 5 図



第 5 図 電流円線図 (II).
Fig. 5. Circle Diagram (II)

の如くなる。即ち I_{1a} , I_{1b} を表わす二つの円は全く一致し I_{1a} , I_{1b} は $\phi=0$ 及び $\phi=\pi$ では相等しくなる。

[III] 同期運転時の諸特性

前章に於て一般理論式を誘導したが、更に同期運転時の諸特性について考察し、実際の計算を行つて検討を加えてみる。

(1) 回転力特性

P_{1a} , P_{1b} , τ_a , τ_b , W_{ia} , W_{ib} をそれぞれ第一、第二電動機の一次入力、回転力、入力及び鉄損を表わすものとすれば

$$P_{1a} = m L_a V_a' \cos \phi_{1a}$$

$$P_{1b} = m I_{1b} V_b' \cos \phi_{1b}$$

但し m は相数、 ϕ_{1a} , ϕ_{1b} はそれぞれ I_{1a} と V_a' , I_{1b} と V_b' の位相差を表わすものとする。

故に二次入力、即ち同期ワットで表わした回転力は、

$$\tau_a = m I_{1a} V_a' \cos \phi_{1a} - W_{ia} - I_{1a}^2 r_{1a} \dots \dots \dots (21)$$

$$\tau_b = m I_{1b} V_b' \cos \phi_{1b} - W_{ib} - I_{1b}^2 r_{1b} \dots \dots \dots (22)$$

となる。

先ず便宜上最も簡単な場合である特性の相等しい二つの電動機の同期運転の回転力特性を求めてみると、

$$\tau_a = m \left[\frac{\left(\frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right) \cos^2 \frac{\phi}{2}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2} + \frac{\frac{r_2}{S} \sin^2 \frac{\phi}{2}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2} - \frac{\frac{2R}{S} \frac{r_2}{S} + R}{S} (x_1 + x_2) \sin \phi}{\left\{\left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2\right\} \left\{\left(r_1 + \frac{r_2}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2\right\}} \right] V^2 \dots \dots \dots (23)$$

$$\tau_b = m \left[\frac{\left(\frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right) \cos^2 \frac{\phi}{2}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2} + \frac{\frac{r_2}{S} \sin^2 \frac{\phi}{2}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2} - \frac{\frac{2R}{S} \frac{r_2}{S} + R}{S} (x_1 + x_2) \sin \phi}{\left\{\left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2\right\} \left\{\left(r_1 + \frac{r_2}{S}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2\right\}} \right] V^2 \dots \dots \dots (23)$$

$$+ \left. \frac{\frac{2R}{S} \frac{r_2 + R}{S} (x_1 + x_2) \sin \varphi}{\left\{ \left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S} \right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right\} \left\{ \left(r_1 + \frac{r_2}{S} \right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right\}} \right] V^2 \dots\dots\dots(24)$$

となる。又これ等の式より

$$\tau_b - \tau_a = \frac{m \frac{4R}{S} \left(\frac{r_2 + R}{S} \right) (x_1 + x_2) \sin \varphi}{\left\{ \left(r_1 + \frac{r_2}{S} \right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right\} \left\{ \left(r_1 + \frac{r_2}{S} + \frac{2R}{S} \right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right\}} V^2 \dots\dots\dots(25)$$

(25)式は同期化力をあらわすものであるが、式より明かなる如く φ に対して正弦波に変化する。

今簡単に一次の銅損を無視して、一次入力が廻転力に等しいとして近似式を求めると

$$\tau_a = m I_{1a} V = m \left[\frac{A \left(r_1 + \frac{r_2 + R}{S} - \frac{R}{S} \cos \varphi \right) + B \left(x_1 + x_2 - \frac{R}{S} \sin \varphi \right)}{A^2 + B^2} \right] V^2 \dots\dots\dots(26)$$

$$\tau_b = m I_{1b} V = m \left[\frac{A \left(r_1 + \frac{r_2 + R}{S} - \frac{R}{S} \cos \varphi \right) + B \left(x_1 + x_2 - \frac{R}{S} \sin \varphi \right)}{A^2 + B^2} \right] V^2 \dots\dots\dots(27)$$

となる。但し

$$A = \left(r_1 + \frac{r_2 + R}{S} \right)^2 - (x_1 + x_2)^2 - \left(\frac{R}{S} \right)^2$$

$$B = 2 (x_1 + x_2) \left(r_1 + \frac{r_2 + R}{S} \right)$$

以上は特性の相等しい二つの電動機の同期運転時の回轉力特性であるが、これと同様に全く特性の異なる場合について求めると、前と同様に一次銅損を無視して

$$\tau_a = m \left[\frac{A' \left(r_{1a} + \frac{r_{2a} + R}{S} - k \frac{R}{S} \cos \varphi \right) + B' \left(x_{1a} + x_{2a} - k \frac{R}{S} \sin \varphi \right)}{A'^2 + B'^2} \right] V^2 \dots\dots\dots(28)$$

$$\tau_b = m \left[\frac{A' \left(r_{1a} + \frac{r_{2a} + R}{S} - \frac{1}{k} \frac{R}{S} \cos \varphi \right) + B' \left(x_{1a} + x_{2a} + \frac{1}{k} \frac{R}{S} \sin \varphi \right)}{A'^2 + B'^2} \right] k^2 V^2 \dots\dots\dots(29)$$

となる。但し

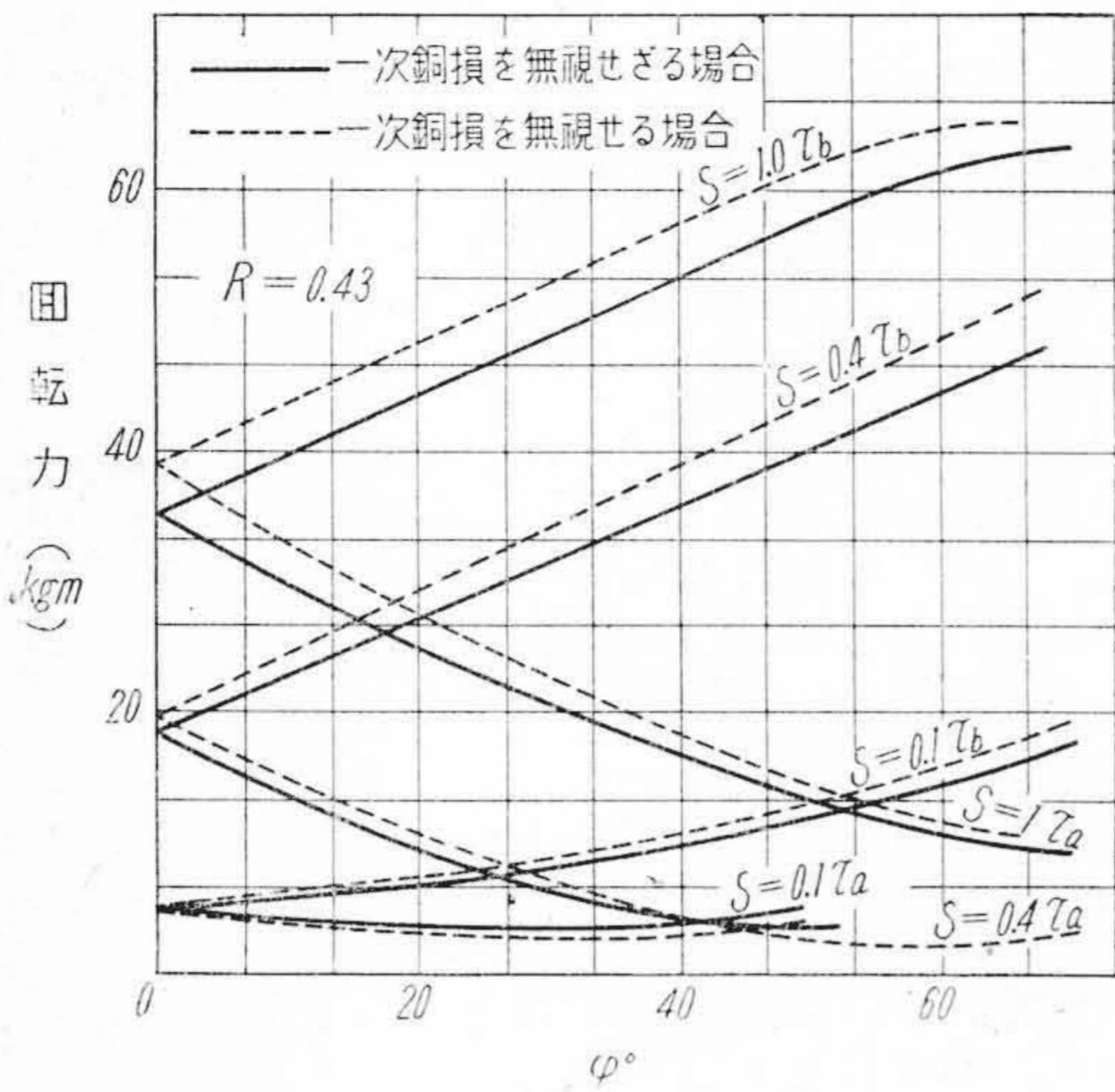
$$A' = \left(r_{1a} + \frac{r_{2a} + R}{S} \right) \left(r_{1b} + \frac{r_{2b} + R}{S} \right) - (x_{1a} + x_{2a}) (x_{1b} + x_{2b}) - \left(\frac{R}{S} \right)^2$$

$$B' = (x_{1a} + x_{2a}) \left(r_{1b} + \frac{r_{2b} + R}{S} \right) + (x_{1b} + x_{2b}) \left(r_{1a} + \frac{r_{2a} + R}{S} \right)$$

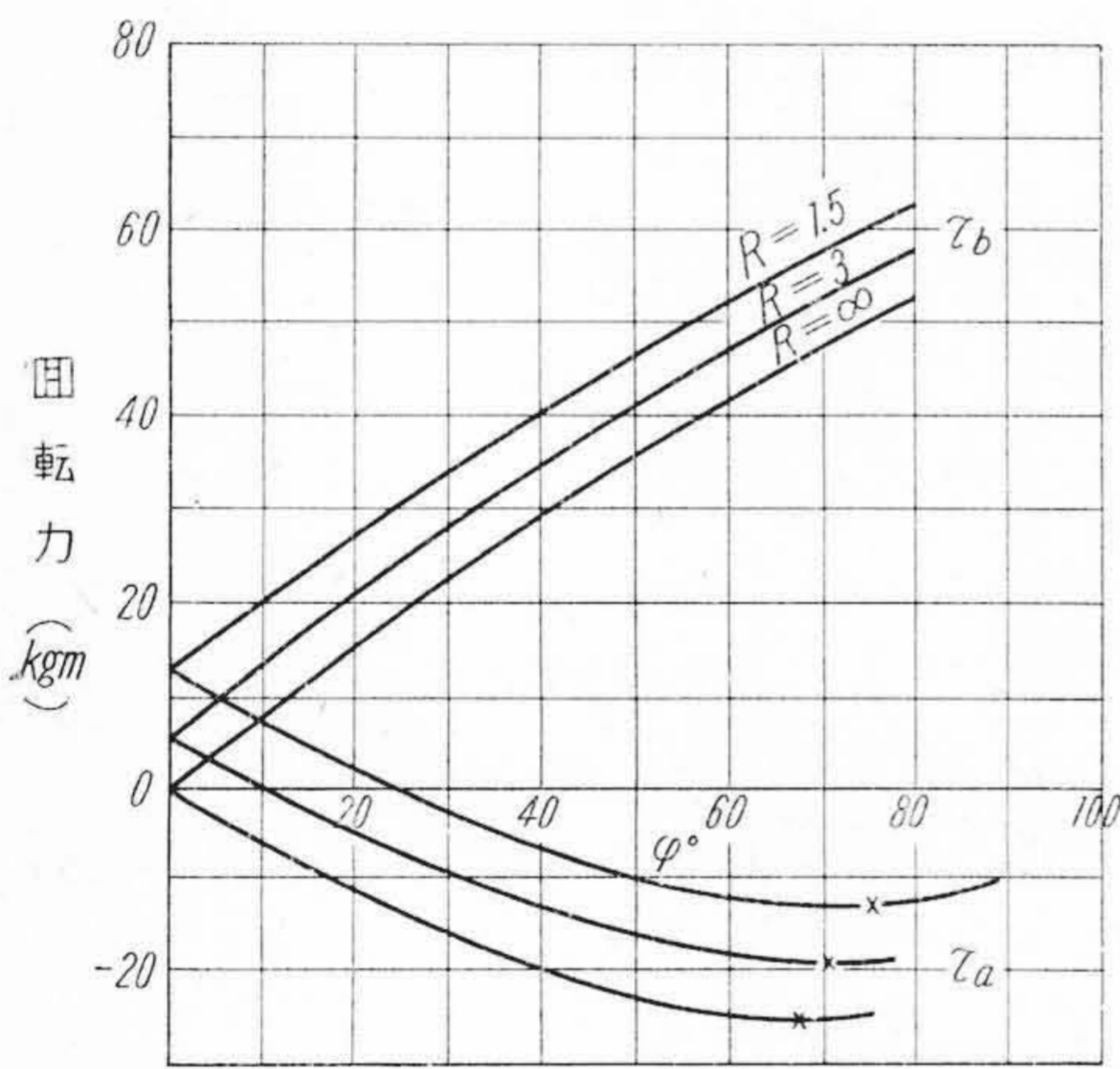
この様に一次の損失を全く無視すれば回轉力の式は著しく簡単となるが、実際にどの程度の誤差を生ずるかを参考迄に求めてみた。第6図は特性の等しい電動機の場合について、計算結果を比較したものである。即ち滑が大なる程又 R が小なる程、誤差大となり又安定限度にもズレを生ずる。然しながら実際に同期運転を行う範囲に於ては、大体 4~5% 程度故この近似式を用いても、略差支えないものと思われる。

第6図は R が一定で滑りが異なる場合の回轉力曲線を

表わしているが、第7図は(26)、(27)式より一定の滑で運転した場合の各 R に対する回轉力曲線を求めたものである。これ等の図からも明らかな様に同期化力は抵抗の大なる程又滑の大なる程大となる。勿論同期化力は $\varphi = 90^\circ$ に於て最大となるが、 τ_a には 90° に到達するまでに最小の点があられ、この点をこすと、もはやこの速度では同期運転不可能となる。即ちこの点が同期運転の静的限界点となる。又この点に於ける各電動機回轉力を τ_{am} 及 τ_{bm} とし、限界点の位相角を φ_m とすれば



第 6 図 回 転 力 特 性 曲 線 (I).
Fig. 6. Torque-Characteristic Curve (I)

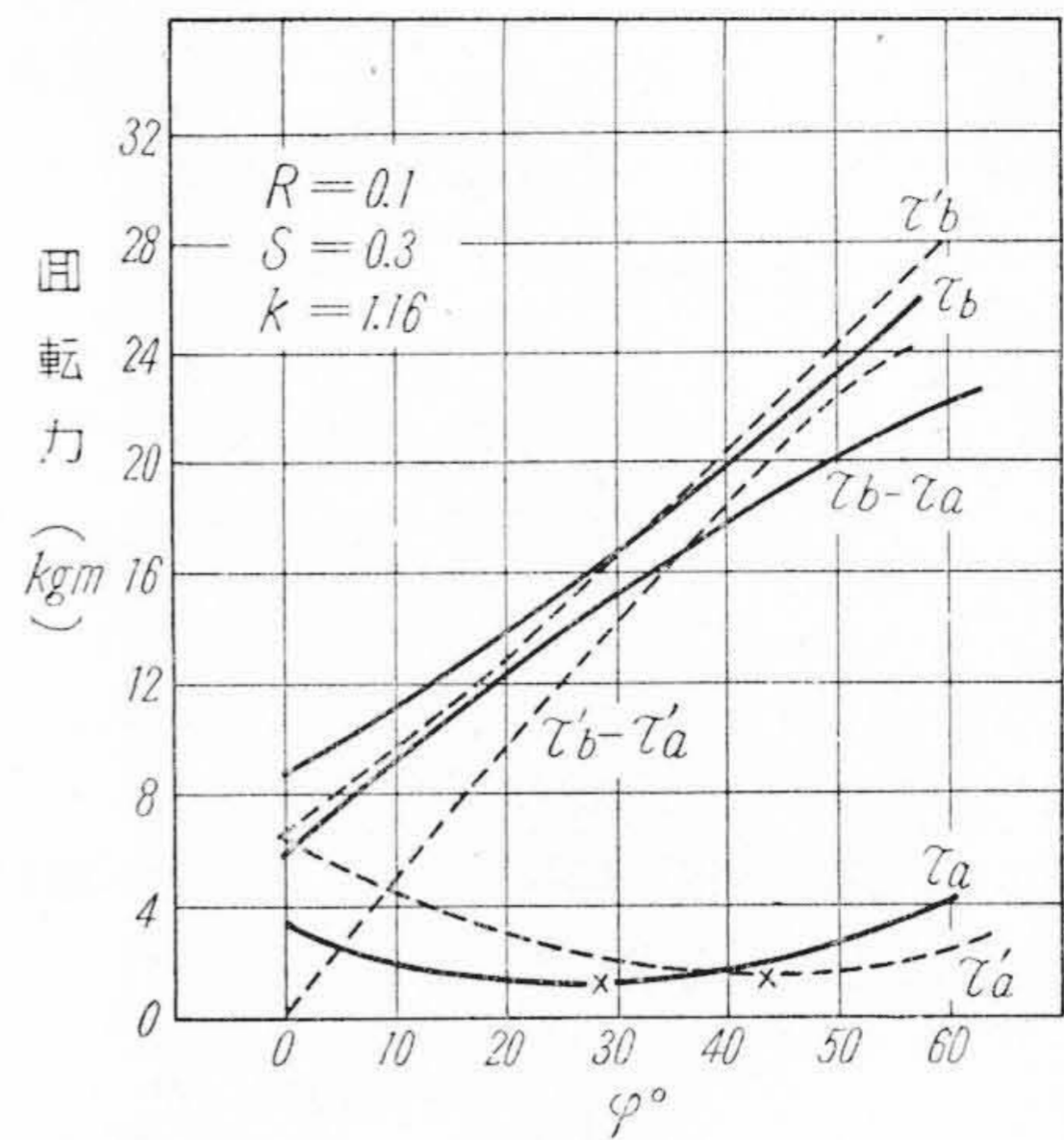


第 7 図 回 転 力 特 性 曲 線 (II).
Fig. 7. Torque-Characteristic Curve (II)

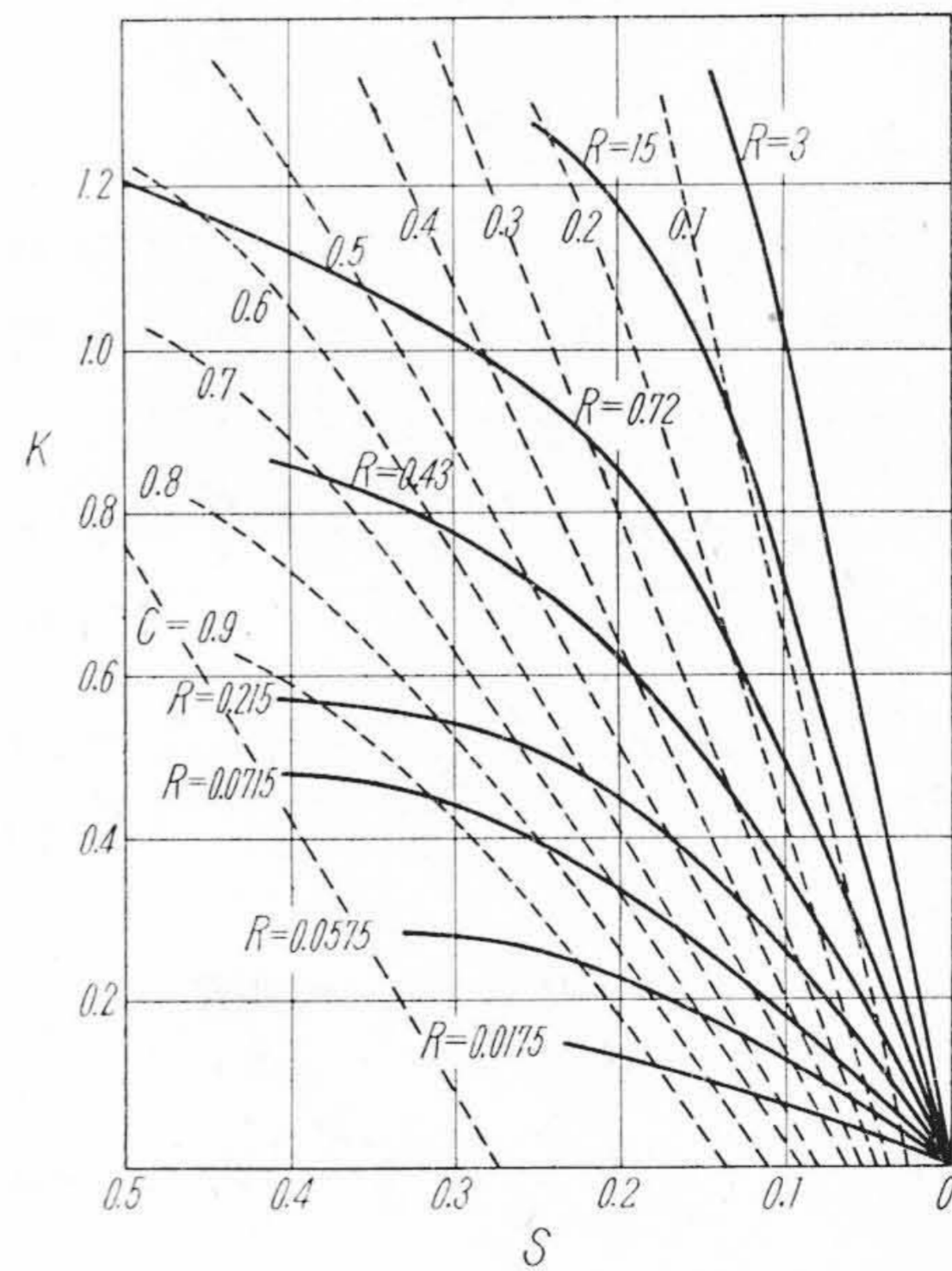
$$t_g \varphi_m = \frac{B'}{A'} \dots\dots\dots (30)$$

にてあらわされる。

次に特性の異なる二つの電動機の並列運転の場合について (28), (29) 式から求めてみると第 8 図の如くなる。図の点線は第二電動機が第一電動機に等しい場合、即ち各電動機が共に 10 kW の場合を示したものである。両方を比較してみると、明らかに限界点が異り、一般に二次誘起電圧の差が大きい程、安定の限界点は零の方へ移動する。それ故二次の誘起電圧の差が大なる程同期運転には不適當となる。又この場合の滑及び共通二次抵抗と安定限度の関係は全く特性の相等しい二つの電動機と同



第 8 図 回 転 力 特 性 曲 線 (III).
(二つの電動機の特性が異なる場合)
Fig. 8. Torque-Characteristic Curve (III)
(When the 2 motors have not the same characteristics)



第 9 図 最 大 不 均 等 率 曲 線
Fig. 9. Maximum Unbalance-Factor

期運転の場合と同様である。

(2) 安定度及び最大不均等率

一般に同期運転の特性を論ずる場合に、 $K = \frac{\tau_{bm} - \tau_{am}}{\tau_{bm} + \tau_{am}}$ 即ち静的限界点に於ける二つの電動機の同期化回転力と各の電動機で発生する回転力の和との比 K をとつて考え

るのが便利である。実際に問題となるのは、最大不均等率が1より小なる場合である故、この範囲に於て、最大不均等率が滑により如何に変るかを各抵抗 R について表わしたものが第9図である。図の破線は限界点に於ける負荷回転力の和の半分即ち平均負荷と最大回転力（単独の誘導電動機としての） τ_m との比 $c = \frac{\tau_{lm} + \tau_{am}}{2\tau_m}$ が一定なる曲線を示したものである。図の破線と実線との交点は、各抵抗 R に対して不均等率の達し得る最大値であり、 R が大なる程最大不均等率も又大なることを示すものである。これ等の曲線の意味を一層明らかにするために一例を示せば、 c が 0.3 であるとし、 k が 0.6 を要するものとせば、図からそれに適当なる抵抗がみつけれられ、その場合の滑 0.16 が得られる。即ち一定の c に於て負荷回転力の差が大なる程滑は大でなければならぬ。換言すれば、十分なる同期化力を得るためには、本質的にある程度の高い滑で運転させねばならぬ。以上の計算例は二つの電動機が相等しい場合であるが、二つの電動機の特徴が異なる場合についても同様に表わされる。

(3) 効率

前述せる如く、同期運転を確実にを行うには、常に運転中もある程度の共通二次抵抗を挿入したままで運転せねばならぬ。そのために二次銅損が増加し効率が低下することはまぬかれない。それ故ここに各一定の最大不均等率及回転力に於て、共通二次抵抗 R 及滑り S に対して、効率が如何に変るかについて検討してみた。第10図の実線は最大不均等率を一定として各滑に対する効率を表わしたものである。図から明らかな如く最大不均等率が大なる程同じ滑に対して効率は低下する。又一定の最大不均等率に対し効率は或る滑で最大となり、しかも

この滑は K の値により少しずつ移動する。この場合平均負荷は曲線上の各点により一般に異つた値を有する。それ故更に平均負荷 $\tau_a + \tau_b$ を一定とし、同期化力 $\tau_b - \tau_a$ のある値についての効率を求めたものが図の破線で示された曲線である。この破線にて表わされる曲線上の各点に於ける運転状態を考えてみると、滑が小さくなる程位相角は限界点に近くなる。例えば $\tau_b - \tau_a = 2 \text{kgm}$ なる場合をとつてみれば、滑が 0.125 附近に於てその限界点（二次誘起電圧位相差 25° ）に達してそれ以下の滑に於てはもはや同期運転は不可能となる。 $\tau_b - \tau_a = 4 \text{kgm}$, $\tau_b - \tau_a = 6 \text{kgm}$ の場合も同様であり、しかも $\tau_b - \tau_a$ が大なる程速かに限界点に達する。故に安定に同期運転出来る範囲に於ては $\tau_b - \tau_a$ が小なる程、又滑が小なる程効率が良い。然しながら滑が小なる程安定度は小となる。故に確實なる同期運転を行うには或る程度の効率の低下はやむを得ない。

[IV] 過渡状態について

今迄述べて来た安定限度は、負荷が極めて徐々に変化した場合の静的安定限度である。然し実際には負荷が急変する場合に於ては、屢々その限度に達しないのに脱調することがある。それ故このような場合に如何なる過程を経て脱調したり、又他の安定状態に落ち着くかを検討する必要がある。これは過渡安定度と称すべきもので、同期機の場合と極めて類似した現象であるが、この場合は一層複雑である。ここでは近似法として段々法によつて解析を行つてみた。

今、各電動機の世界 ω_0 、位相差 φ_0 で同期運転を行つており、各電動機の回転力が、それぞれ $\tau_a(\varphi_0, \omega_0)$, $\tau_b(\varphi_0, \omega_0)$ なるとき、第一電動機の負荷が急に τ_a から τ_a' に変化した場合について考える。便宜上各電動機の慣性能率相等しく $\frac{GD^2}{4g}$ であるとする、第一電動機については次式が成立する。

$$\text{即ち } \tau_a(\varphi_0, \omega_0) - \tau_a' - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \frac{d^2\varphi_a}{dt^2} = 0 \dots (31)$$

但し p は極対数

負荷急変後 Δt 時間経過後の状態を考えるため (31) 式の各項に dt を乗じ時間 $t=0$ から Δt まで積分すると

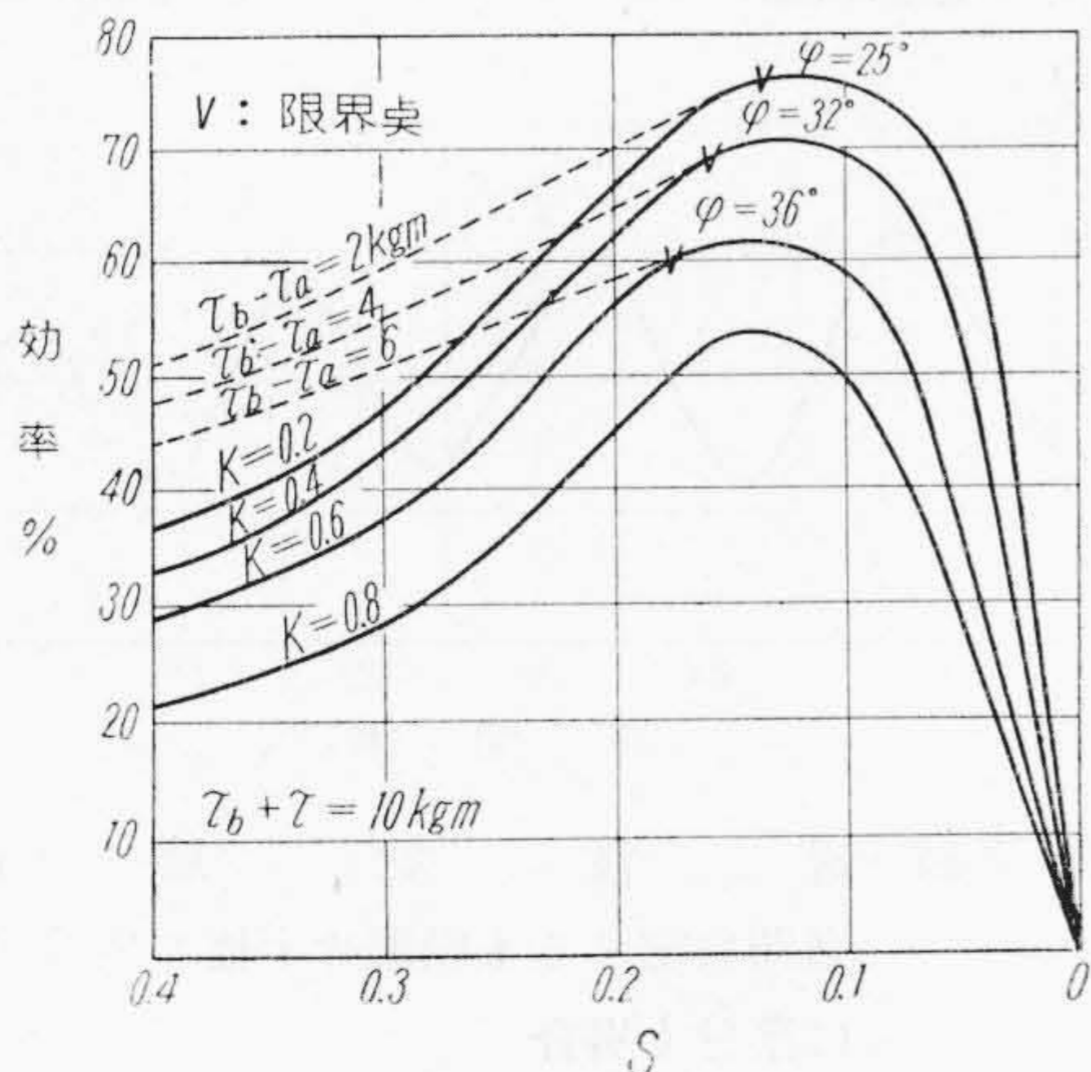
$$[\tau_a(\varphi_0, \omega_0) - \tau_a'] \Delta t - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I = 0 \dots (32)$$

但し $\left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I = \int_0^{\Delta t} \frac{d^2\varphi_a}{dt^2} dt \Delta t$ 時間中の $\frac{d\varphi_a}{dt}$

の変化を表わす。(32)式から $\left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I$ が求められ

又同様にして Δt 時間中の φ_a, φ_b の変化 $[\Delta\varphi_a]_I$

$[\Delta\varphi_b]_I$ 従つて φ の変化 $[\Delta\varphi]_I = [\Delta\varphi_a]_I - [\Delta\varphi_b]_I$ を



第10図 効率曲線
Fig. 10. Efficiency Curve

求め得る。

更に次の Δt 時間後の変化は各電動機の初期条件として、位相差 $\varphi_0 + [\Delta\varphi]_I$ 速度 $\omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I$ 等として同様に求められ、各電動機について次の二式にて表わされる。

即ち

$$\tau_a \left(\varphi_0 + [\Delta\varphi]_I, \omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I \right) - \tau_a' - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \frac{d^2\varphi_a}{dt^2} = 0 \dots\dots(33)$$

$$\tau_b(\varphi_0 + [\Delta\varphi]_I, \omega_0) - \tau_b(\varphi_0, \omega_0) - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \frac{d^2\varphi_b}{dt^2} = 0 \dots\dots(34)$$

となる。

(33), (34) 式より前と同様に $\left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_{II}, \left[\Delta \frac{d\varphi_b}{dt} \right]_{II}$

等を求める。

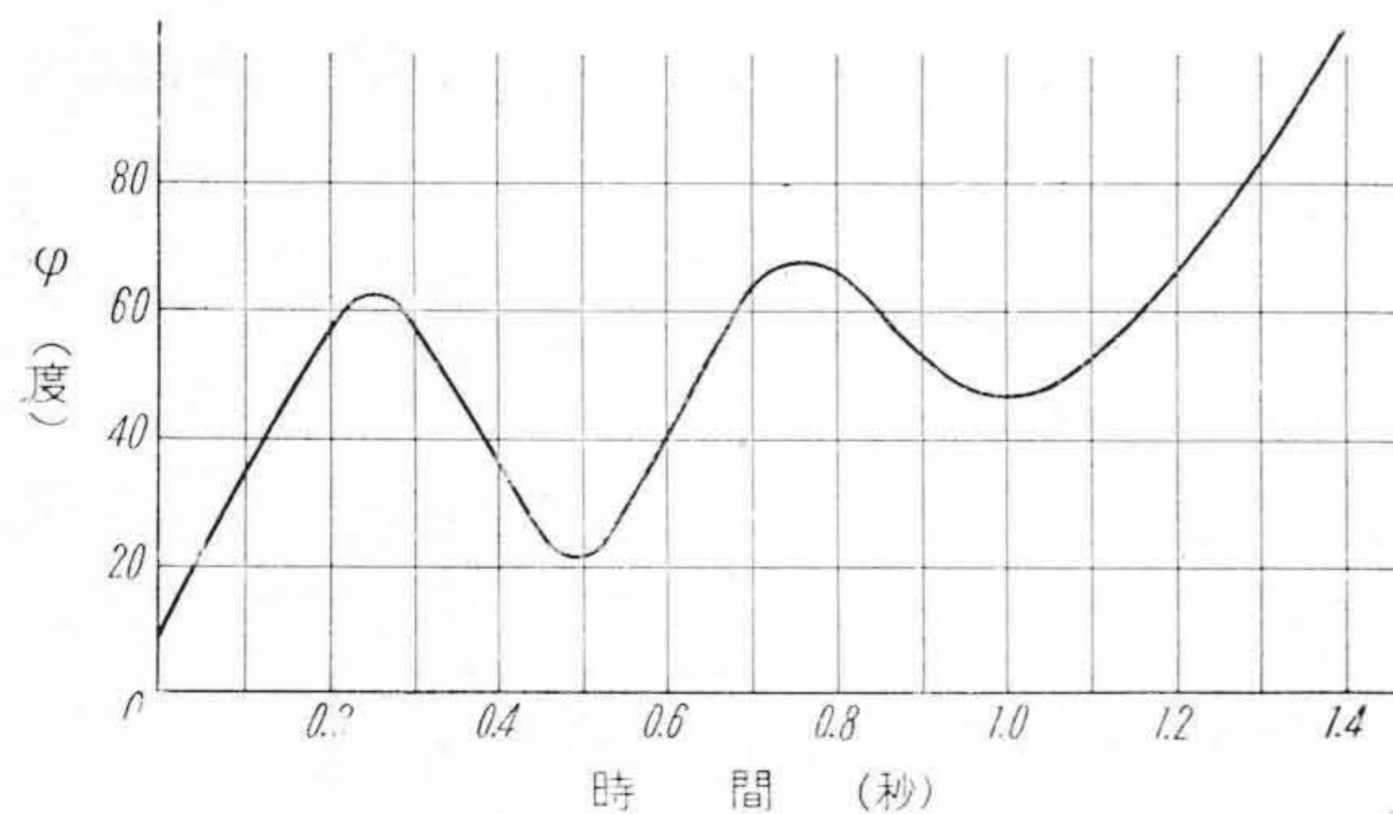
この様にして更にこの Δt 時間中の第一、第二電動機の位相差の変化 $[\Delta\varphi]_{II}$ を求める。又電動機の色度はそれぞれ

$$\left[\omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_{II} \right] \cdot \left[\omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_b}{dt} \right]_{II} \right]$$

となる。

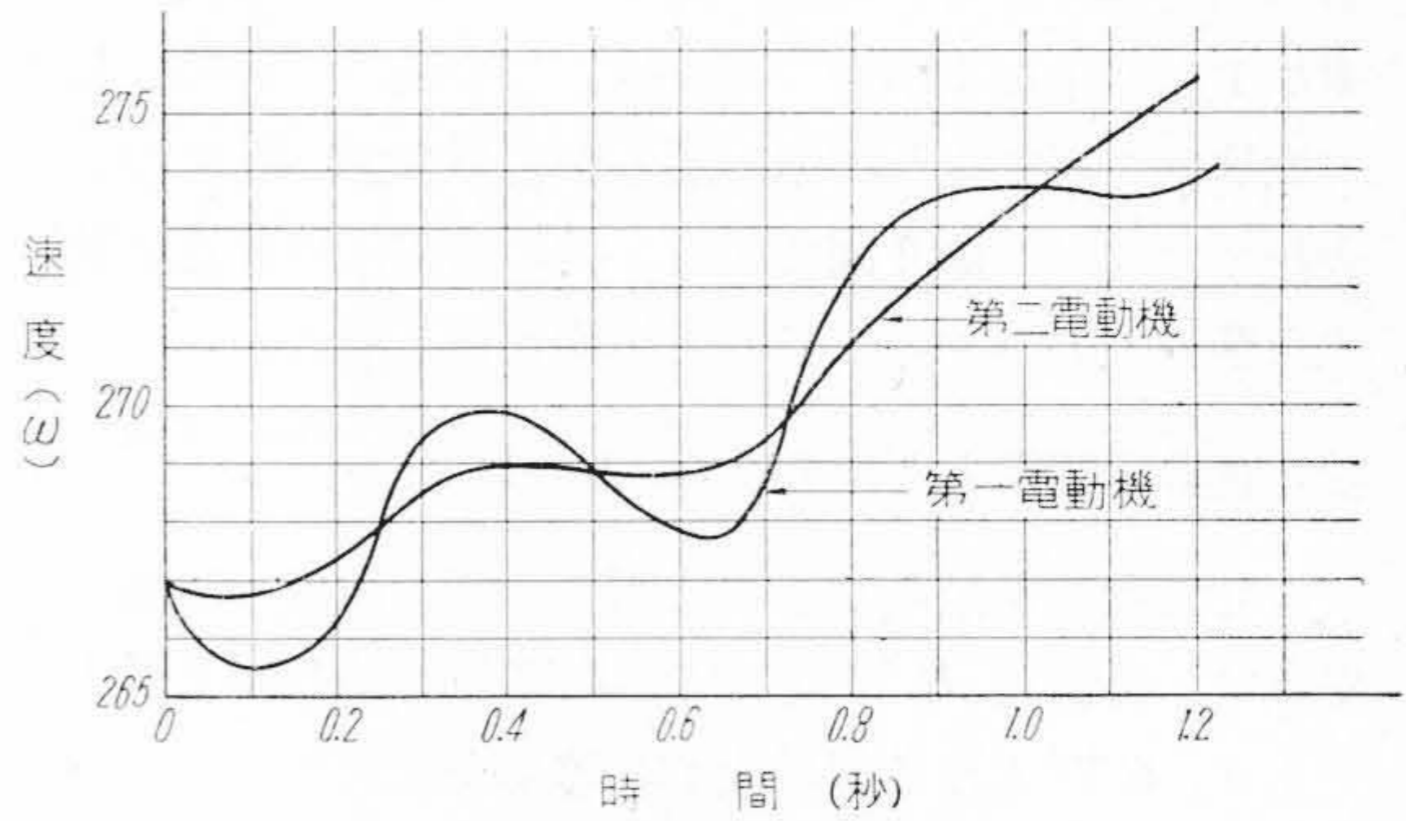
この様にしてこれ等を初期条件として、更に次の Δt 時間中の変化が起るものと考えられる。この様にすれば $n\Delta t$ 時間後の Δt 時間中の変化を表す式はそれぞれ

$$\tau_a(\varphi_0 + [\Delta\varphi]_I + [\Delta\varphi]_{II} + \dots + [\Delta\varphi]_n), \left(\omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_I + \dots + \left[\Delta \frac{d\varphi_a}{dt} \right]_n \right) - \tau_a' - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \frac{d^2\varphi_a}{dt^2} = 0 \dots\dots(35)$$



第 11 図 過渡状態 (I) 負荷急変により脱調する場合の位相差角の変化

Fig. 11. Transient State (I) The change of phase difference angle at the motors stepping out by the sudden change of load



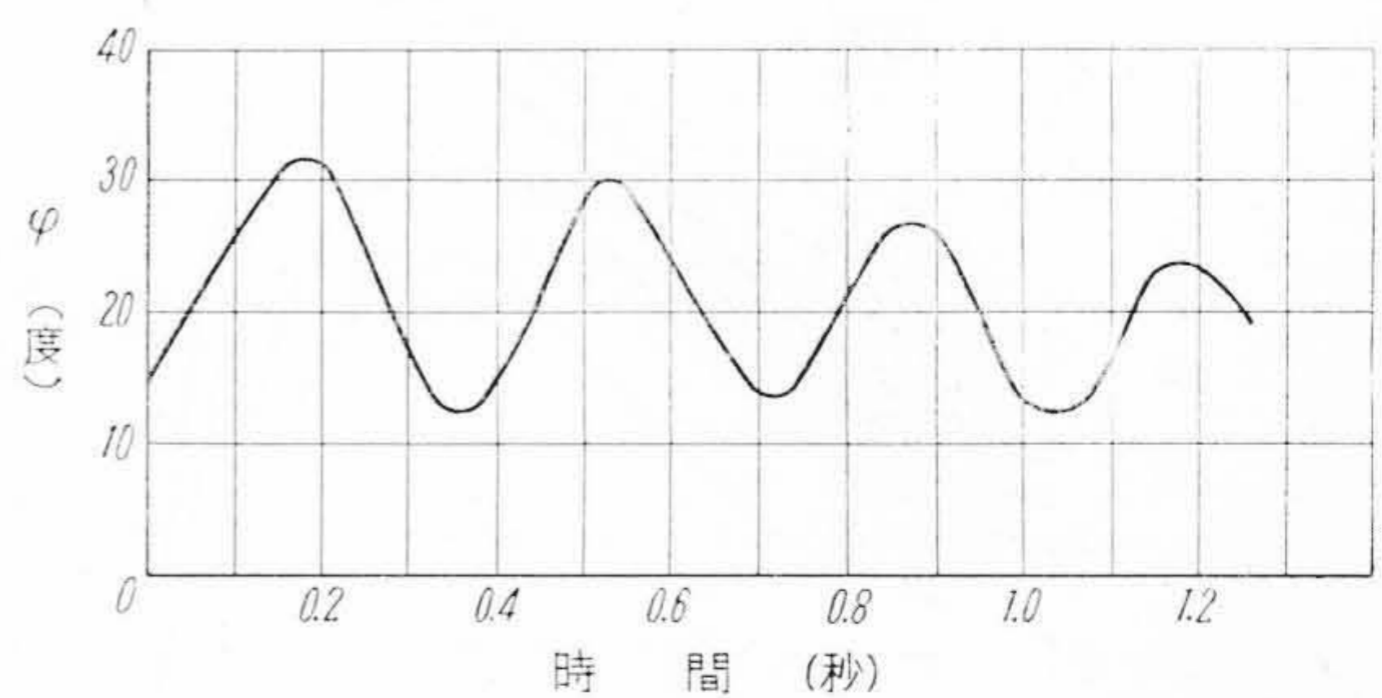
第 12 図 過渡状態 (II). 負荷急変により脱調する場合の速度の変化

Fig. 12. Transient State (II) The change of speeds of the motors stepped out by the sudden change of load

$$\tau_b \left[(\varphi_0 + [\Delta\varphi]_I + \dots + [\Delta\varphi]_n), \left(\omega_0 + \left[\Delta \frac{d\varphi_b}{dt} \right]_{II} + \dots + \left[\Delta \frac{d\varphi_b}{dt} \right]_n \right) \right] - \tau_b(\varphi_0, \omega_0) - \frac{GD^2}{4g} \frac{1}{p} \frac{d^2\varphi_b}{dt^2} = 0 \dots\dots(36)$$

となる。

この様に段々法により次々と求めることが出来るが、勿論 Δt が小なる程正確な結果が得られる。次にこれによる実際の計算例を示す。第 11, 12 図は負荷急変により脱調する状態を示したものである。即ち第 11 図は時間に対する二次誘起電圧の位相差の変化を表わし、第 12 図は時間と共に各電動機の色度が如何に変化するかを示したものである。図から明らかなる如く第一振動に於ては速度の変化は僅かであるが、振動と共に次第に速度が



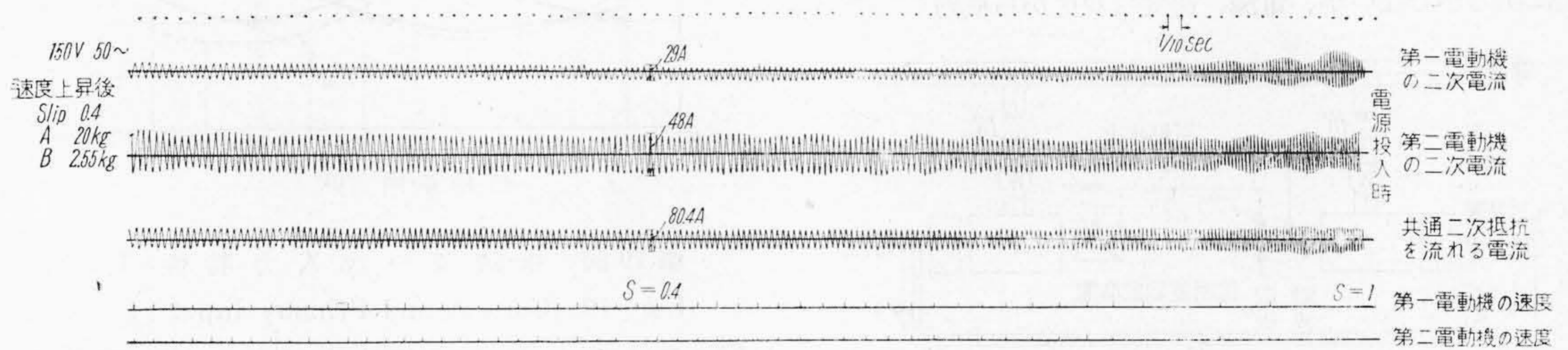
第 13 図 過渡状態 (III). 負荷急変するも脱調せず他の定常状態に落付く場合

Fig. 13. Transient State (III) The motors do not step out by a sudden change of load, and resettle in another stationary condition

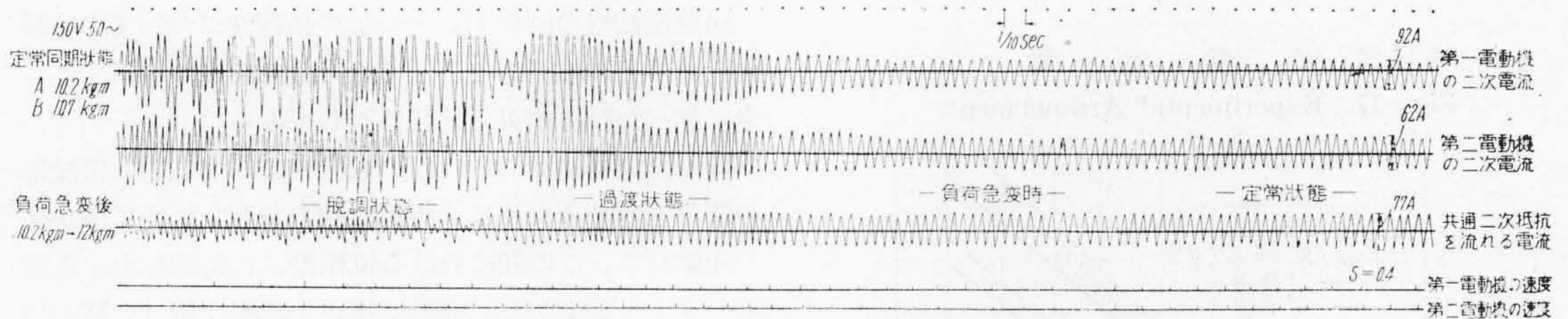
異つてくる。即ちこの場合は次第に速度が上昇し、それと共に二次誘起電圧の位相差も又増大し遂に脱調するに至る。次に負荷急変により脱調せずある過渡状態を経て他の定常状態に移る場合の例を示すと、第 13 図の如くである。この場合は図の如く次第に減速されて最初よりも低速度の同期運轉状態に落ち着くこととなる。

以上過渡状態の解析について述べてきたが、負荷の変動を分けて見ると、(a) 第一電動機の負荷が増加する場合 (b) 第二電動機の負荷が減少する場合 (c) 第一電動機の負荷が減少する場合 (d) 第二電動機の負荷が増加する場合 ここに云う第一、第二電動機とは今迄の例の如く、或る回転子間のズレをもつて同期運轉を行つている場合、大なる回転力を出している電動機を第一電動機、他方を第二電動機とする。

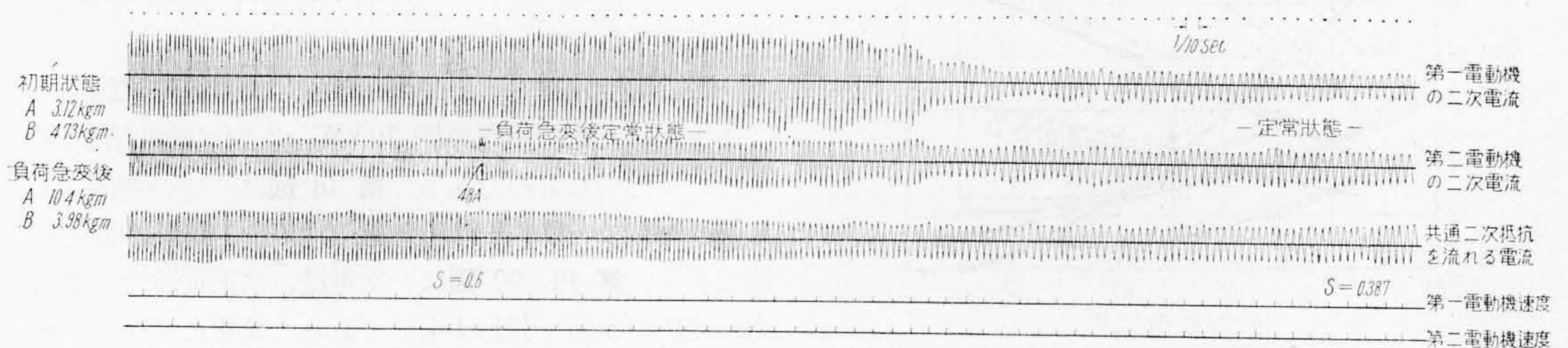
以上の如く四種となるが (c)、(d) の場合は何れも両電動機の回転子間のズレを減少する傾向を有し、一般に問題は起らない。これに反して(a)、(b) の場合は両電動機の回転子間のズレは増加せんとして、負荷の変動が或る限度を通り越すと脱調することになる。この場合の負荷急変の限度は勿論初期の状態により異り、例えば静的安定限度附近にて同期運轉を行つている場合は僅かの負荷の変動により直に脱調し、これに反して位相差零附近にて運轉している場合は、相当な負荷の急変があつても脱調しない。これは同期機の脱調の過渡状態と極めて類似した現象である。これ等過渡安定限度の求め方及びその結果については、ここでは割愛する。次に過渡状態が問題になる他の一つの場合は起動時である。特に慣性モーメントが甚だしく異なるような場合には、電源投入時の



第 14 図 過渡状態のオツシログラム (I). 起動する場合
Fig. 14. Oscillogram of Transient State (I) At starting

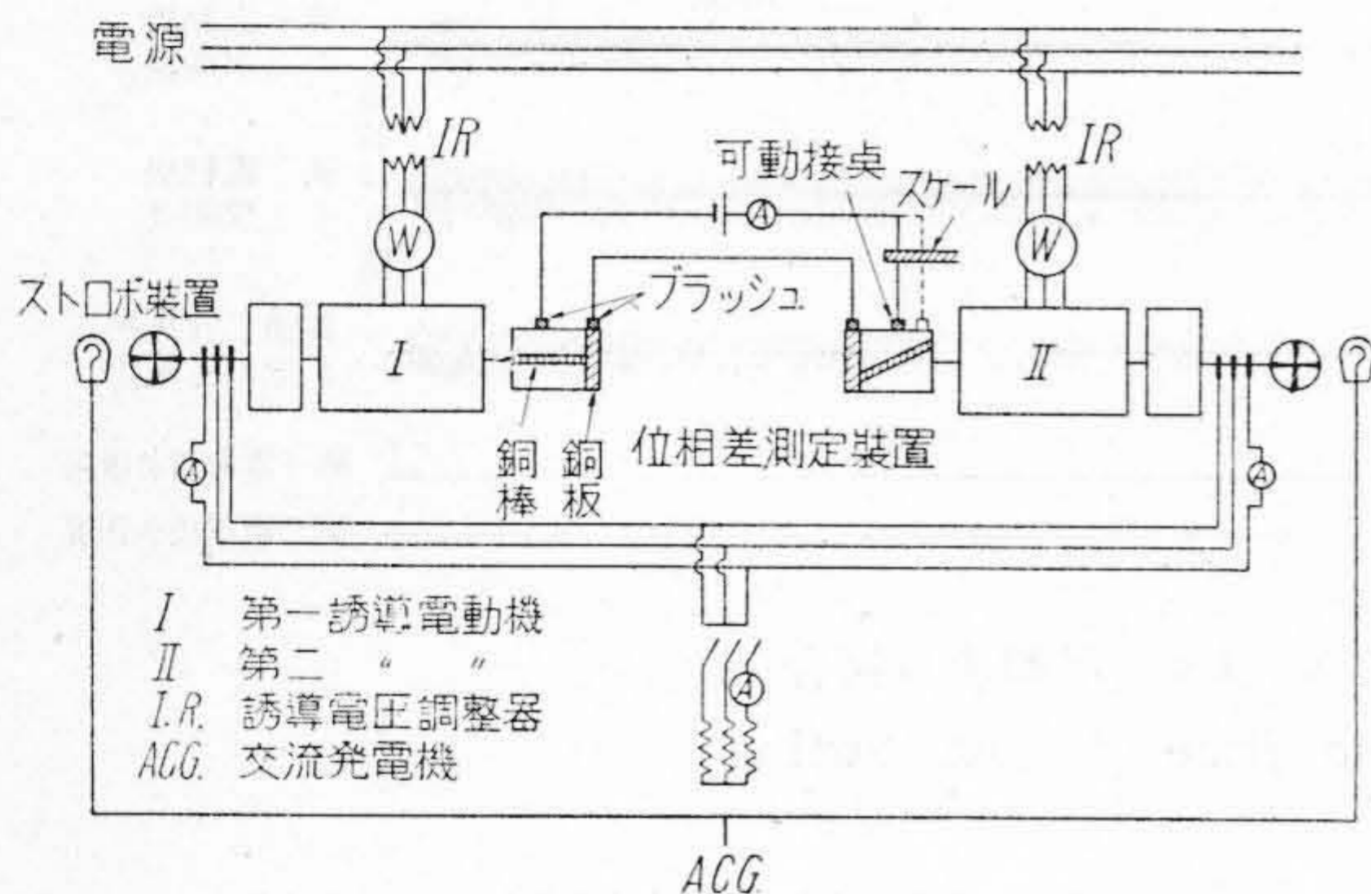


第 15 図 過渡状態のオツシログラム (II). 負荷急変により脱調する場合
Fig. 15. Oscillogram of Transient State (II) The motors step out by sudden change of load

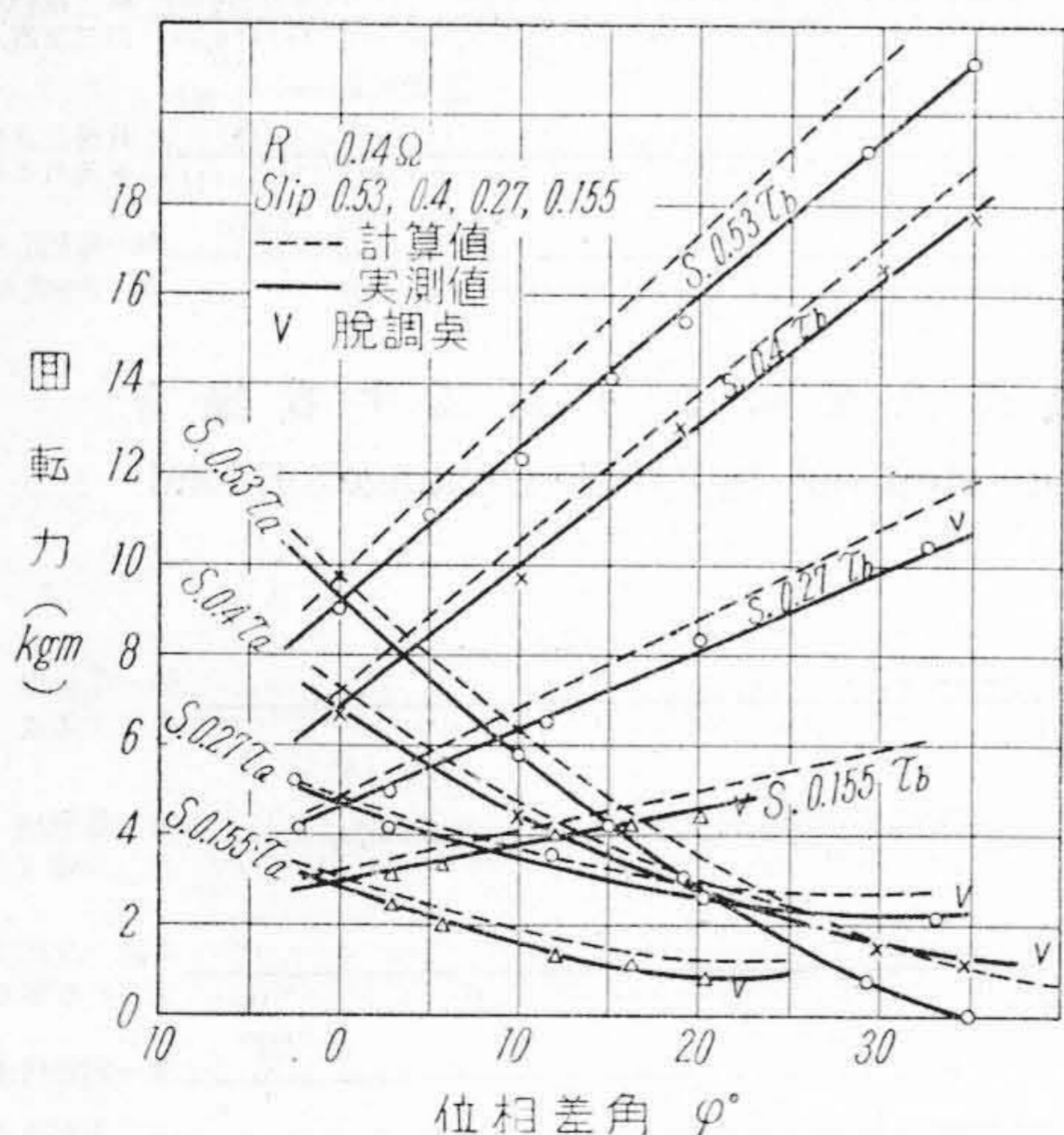


第 16 図 過渡状態のオツシログラム (III). 負荷急変するも脱調せず他の定常状態に落付く場合
Fig. 16. Oscillogram of Transient State (III) The motors do not step out by a sudden change of load, and resettle to another stationary Condition

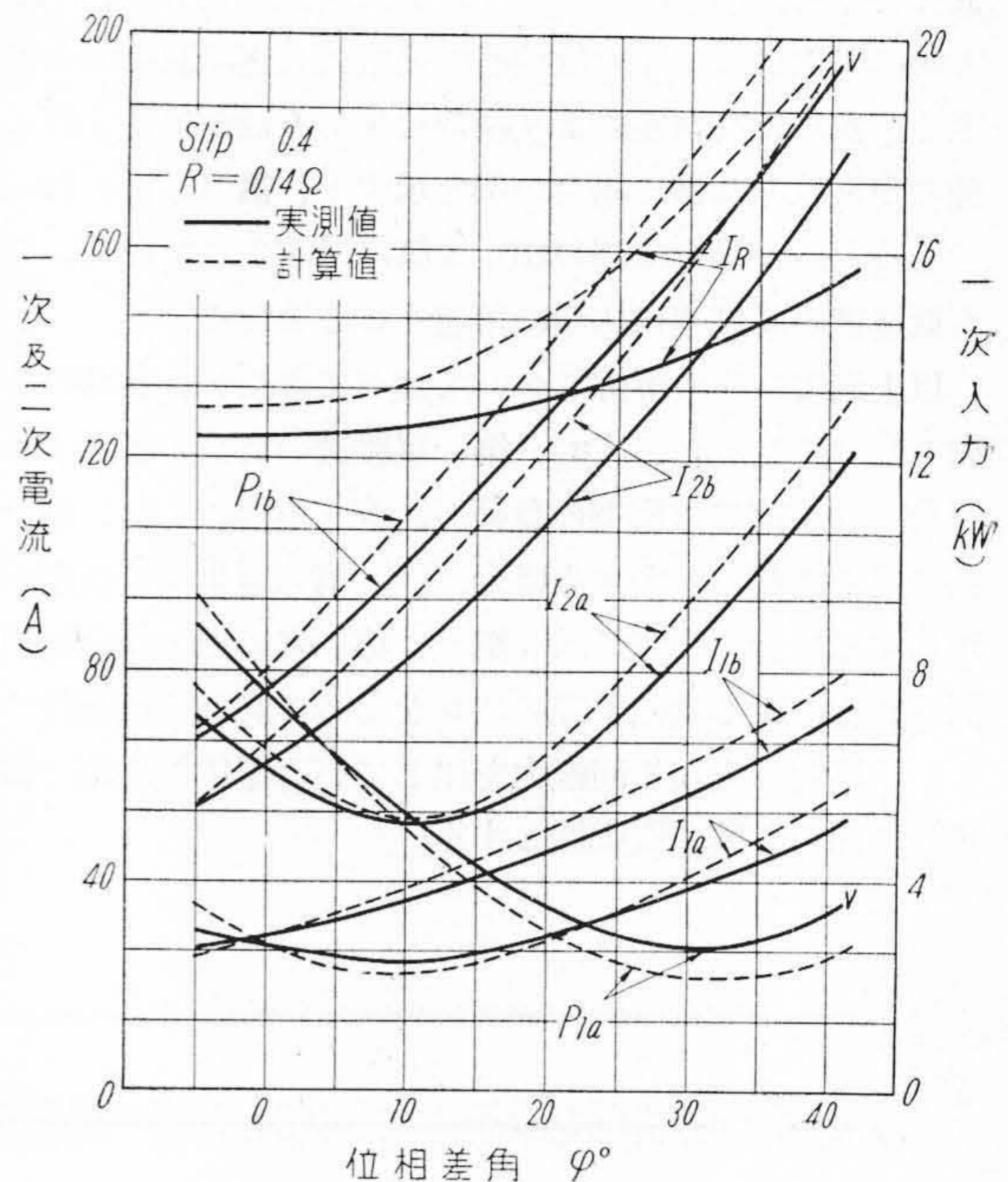
回転子相互位置により異状現象を発生することが考えられる。然しながら二つの場合も回転子位相が殆んど一致していれば同期起動を行い得る。それ故最初共通二次抵抗を解放して、セルシンとして働かせしめ、位相差を零附近にまで移動させ、その後適当な共通二次抵抗に切り換えて起動すれば、実際には殆んど問題はない。第 14 図は起動時の状態をオシロ撮影したものである。この場合は相当の不均衡負荷をかけた状態で起動した場合であるが、容易に同調して起動し得ることをあらわすものである。尚参考迄に負荷の急変する場合の過渡状態の一例を示すと、第 15, 16 図の如きものである。各図とも過渡時の各電動機の二次電流、速度の変化の状態を示すものである。特に速度はこれにより両電動機の回転子間のズレの変化が直に分る如く、一回転の間隔を時間的に記録する方法を用いた。これ等からは位相差の正確な変化は明らかでないが、電流、速度の変化から検討して先



第 17 図 実験装置
Fig. 17. Experimental Arrangements



第 18 図 回転力特性曲線 特性の等しい場合 (I).
Fig. 18. Torque Characteristic Curve. (The motors show the same characteristics)



第 19 図 電流及一次入力特性 (I).
Fig. 19. Current and Primary Input (I)

に段々法によつて求めた計算結果が略その過渡状態を示しているものと思われる。

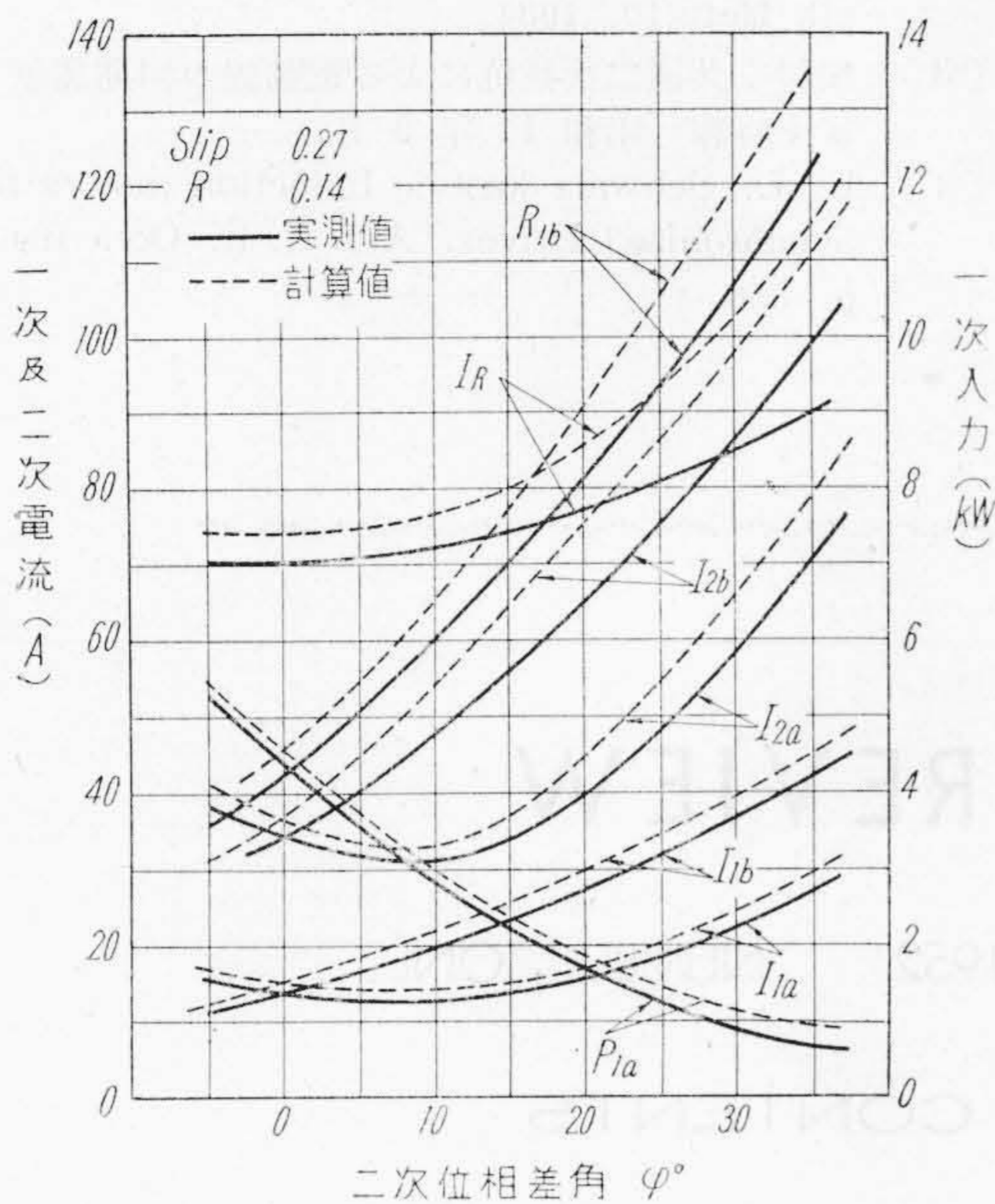
[V] 実験

同期運転時の回転力、その他の諸特性についての実験を行つたが、以下これに対する方法及結果について述べ先に述べた計算結果と比較検討してみる。

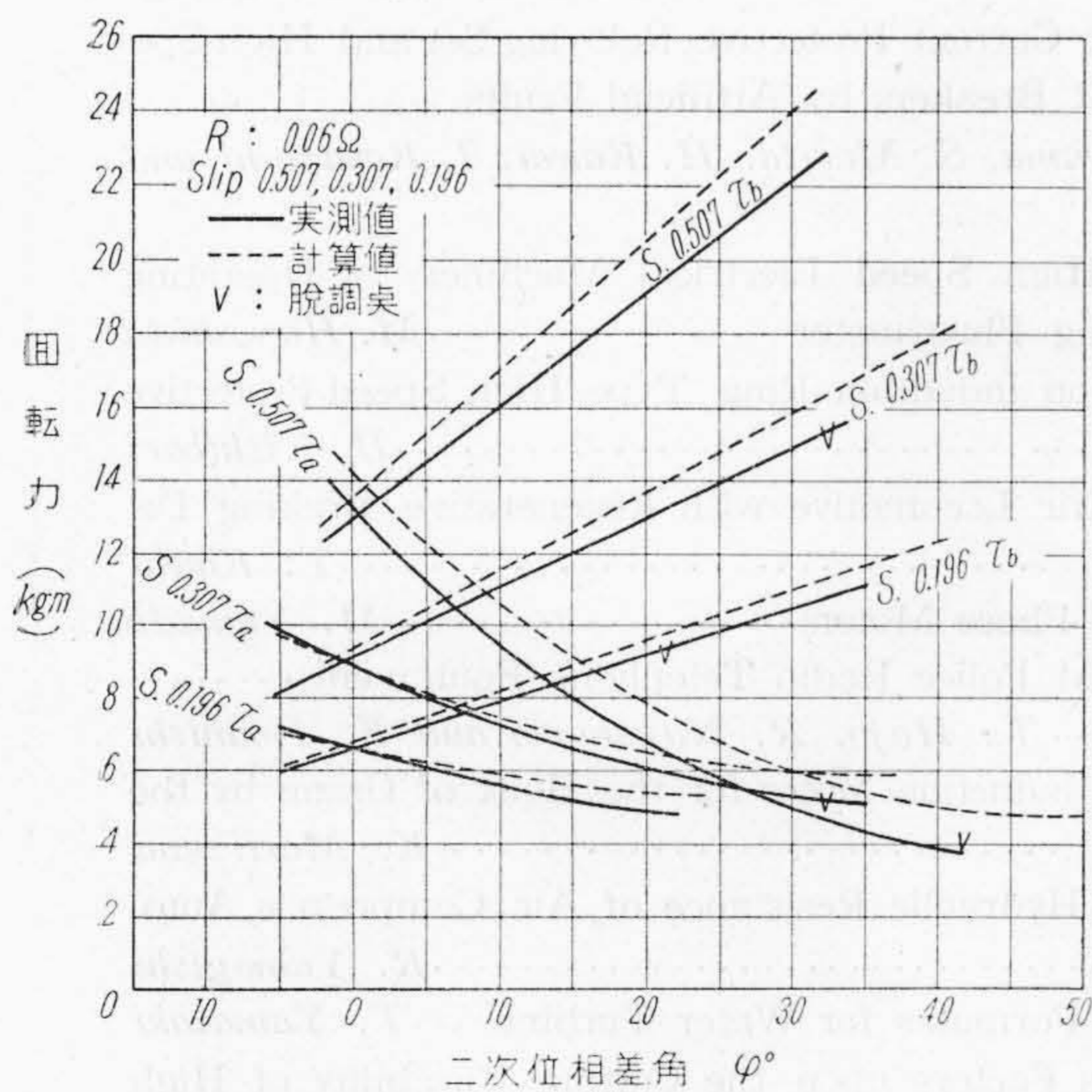
或る一定の速度に於ける二次位相差対回転力及電流等の関係を求めるために、各電動機の負荷を極めて僅かずつ変動して、この間に於ける位相差、負荷回転力、電流等の変化を測定した。実験に用いた結線は第 17 図の如くである。この場合の乱調及び脱調の状況はストロボ装置によつて観察したが、負荷変動による回転子間のズレはこれでは誤差が多いため、図の如く別に位相差測定装置を設けて行つた。

(1) 特性相等的な二つの電動機の同期運転試験

本実験は起重機用電動機 10 kW, 2 台 (特性第 1 表) について行つたものである。第 18 図は一定の共通二次抵抗に対して各滑に於ける二次位相差に対する回転力特性であり、第 19, 20 図は一次電流、二次電流及一次入力の変化の状態を表わすものである。又更に共通二次抵抗を減少して同様の実験を行つたものが第 21 図である。回転子間のズレが増加してゆく程次第に誤差が多くなつてくるが、図から明らかなる如く (26), (27) 式に



第20図 電流及一次入力特性 (II).
Fig. 20. Current and Primary Input (II)

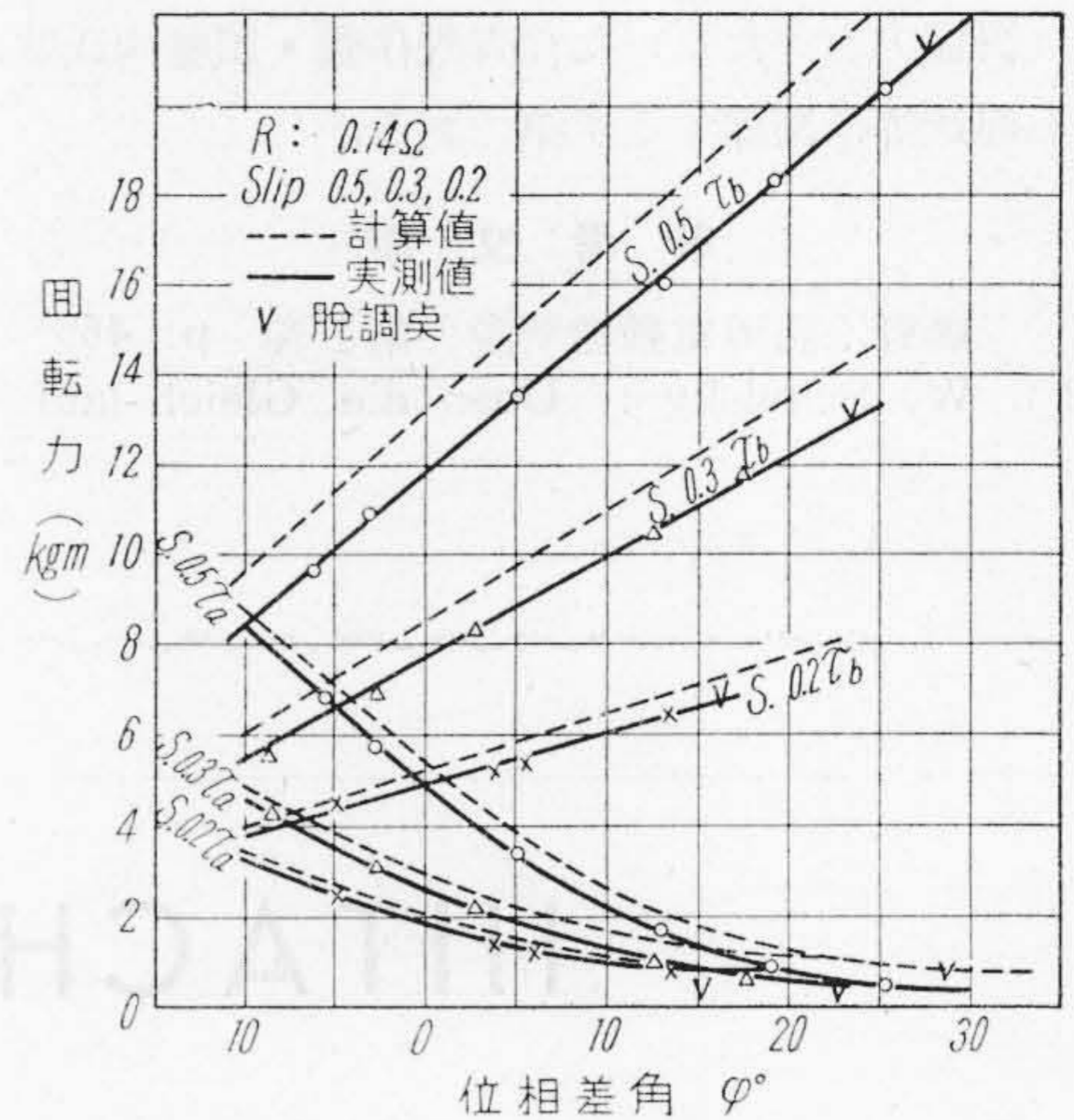


第21図 回轉力特性曲線特性の等しい場合 (II).
Fig. 21. Torque Characteristic Curve.
(Motors have the same characteristics)

よる計算値と大体近い値をとり、滑及び共通二次抵抗に対する同期化力及安定限度の關係が実証される。

(2) 特性の異なる二つの電動機の同期運轉試験

本実験には起重機用電動機 10 kW, 7.5 kW の2台を使用した。此の場合は二次電圧も異なる場合である。前と



第22図 回轉力特性曲線特性の等しくない場合
Fig. 22. Torque Characteristic Curve.
(2 motors have not the same characteristics)

同様の方法で実験を行つたが、その結果を示したものが第22図である。(28)(29)式による計算値と比較してみると、大体近い特性を有するものと思われ、(1)の場合よりも、静的限界点が零度の方へ移動する。然しながら滑が大なる程又共通二次抵抗が大なる程、安定なる同期運轉が出来ることは前と同様である。此の場合の二次誘起電圧の比は 1.16 であるが、この程度の二次電圧の相異では容易に同期運轉が可能である。然しながらこれもその差があまり大きくなると、安定限度が小さくなり同期運轉には不適當となる。尙この場合両電動機軸に換算された慣性モーメントも等しくなくその比は約2程度であるが、その影響は僅少なものと思われ、又起動時もセルシン起動により容易に起動を行うことが出来る。

[VI] 結 言

以上理論式の誘導、諸特性の検討を行い更に同期運轉特性試験を行つて、理論的考察の実証を行つた。更に滑及び共通二次抵抗と同期化力、最大不均等率等の關係から實際の負荷の性質に応じて共通二次抵抗を如何なる値にとり、如何なる滑にて運轉を行えば、安定なる同期運轉を行ひ得るかを決定することが出来る。又二次誘起電圧の異なる場合も或る程度までは、同期運轉が可能であることが明らかになつた。

このような共通二次抵抗による誘導電動機の同期運轉は、紡織機械運炭機等種々利用し得ること勿論であるがこれらについては別の機会に述べることとし、ここではこれが基本的性質についてのみ述べた次第である。

本研究を行うに當つて御指導を賜つた森泉部長並に御

援助を賜った広瀬検査課長に謝意を表すると共に本実験に種々御協力をいただいた検査課伊藤・須藤両氏並に研究課石原氏等に深謝する次第である。

参 考 文 献

- (1) 磯野：誘導電動機解説 第2巻 p. 465.
 (2) W. Schuisky : Uber die Gleich-lauf von

Induktionsmotoren. Archiv für Elektrotechnik Heft 10. 1934.

- (3) 田村：共通二次抵抗による電動機の同期運転、富士時報 昭和 14 年 9 月。
 (4) E. L. Schwarz-kast : Induction motors for Synchronized Drives. A. I. E. E. Oct. 1949. p. 856.

HITACHI REVIEW

VOLUME ONE JANUARY, 1952 NUMBER ONE

CONTENTS



The Hitachi Review is planned to be issued semi-annually for the time being, but will be increased to four a year in the case of necessity. Price of a single copy is ¥ 200, postage being ¥ 40.

Address all communications to the Public Relation Dept., Hitachi, Ltd., No. 2717, Oi-Sakashita-cho, Shinagawa-Ku, Tokyo, Japan.

PREFACE.....	
Various Problems Concerning the Design of Recent Water Turbines	<i>T. Kcmoriya and H. Ebisaawa</i>
General View of the Latest Water Turbine Generators	<i>T. Goto and T. Takagi</i>
Field Test of Carrier Current Protective Relaying Set and High Speed Reclosing Circuit Breakers by Artificial Faults.....	<i>G. Yabuno, Moriyama, S. Morita, H. Kawai, T. Kobayashi and M. Kuwayama</i>
Balancing Rotor of High Speed Electrical Machinery at Operating Speed without Using Phasometer	<i>M. Hayashida</i>
Experimental Study on Induction Ring Type High Speed Protective Relay	<i>H. Nishibori</i>
DERONI Type Electric Locomotive with Regenerative Braking Devices	<i>T. Kawai</i>
The Starting of Split-Phase Motors.....	<i>M. Yamada</i>
Type PX-21 VHF-FM Police Radio Telephone Equipment	<i>T. Hojo, R. Nagahama and K. Imanishi</i>
Speed Control of the Induction Motor for the Hoist of Crane by the "Servolifter Brake"	<i>K. Moriizumi</i>
Experiments on the Hydraulic Resistance of Air Compressor Automatic Valves	<i>R. Yamagishi</i>
Efficiency Conversion Formulas for Water Turbine.....	<i>T. Yamazaki</i>
The Effect of Various Factors upon the Cutting Durability of High Speed Steel	<i>S. Koshiha</i>
The Positive Study of Mu:S Blance in Black Heat Malleable Cast Iron	<i>A. Kaneda, G. Inagaki and T. Suzuki</i>
Studies on Phenol-Formaldehyde Resins, and Relation between Viscosity or Density and Amount of Combined Formaldehyde in Phenol-Formaldehyde Reaction Mixture.....	<i>S. Tsuruta, K. Takano and S. Kobayashi</i>