

天井走行起重機の衝撃応力の測定

川 勝 康*

The Measurement of Dynamic Stress on the Electric Overhead Travelling Crane Girder

By Yasusi Kawakatsu

Kameari Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

The dynamic stress, which is imposed on the crane girder while the electric overhead travelling crane is operated, is one of the major problems in the field of crane engineering. Up to date, however, there is published no reference material on this problem.

Urged by his own need, the writer has measured the dynamic stress by means of Type KA-2 Photo-cell Type Strain Gauge, using the 10 ton crane girder.

Especially as regards the dynamic stress caused by the load when lifted from the ground, the writer made an analysis on the basis of the vibration theory and compared it with the result of this experiment.

The following are the summary of his investigation and results:

1. When the load is lifted from the ground, it causes the impact on the main girder ranging from 1.03 to 1.35.

This nearly coincides with the result of the analysis and this is also true with the frequency of the vibration.

The impact factor, represented by ψ is expressed by the following formula;

$$\psi = 1 + Cv$$

where C : proportional constant

v : hoisting speed

2. The auxiliary girder is weighed down by the 9% of the load.

The impact factor ψ of the auxiliary girder is 1.12~1.16.

3. The impact factor caused at traversing is 1.04~1.08.

4. The impact factor caused at travelling of the crane on the rail joint is 1.24~1.28 when measured on the end carriage and 1.06~1.19 on the main girder.

〔I〕 緒 言

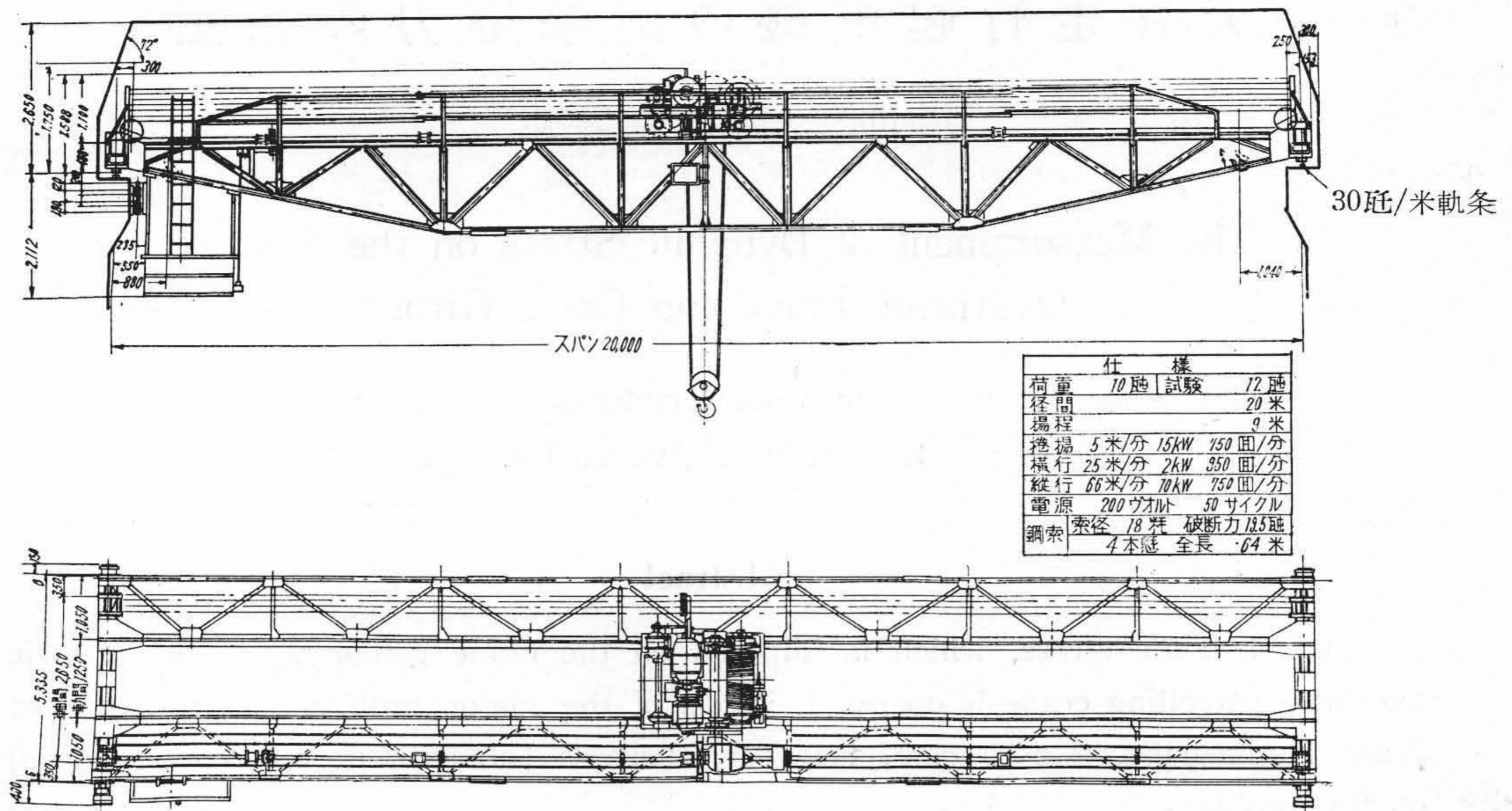
現今荷役機械の進歩普及は誠に目覚ましいものがあるが、その中で最も広範囲に用いられているのは、天井走行起重機である。

天井走行起重機を運転する際、起重機の鉄構部分には

* 日立製作所亀有工場

荷重の巻上やクラブの横行、起重機全体の走行等の動作によつて衝撃応力が加わるのであるが、この衝撃応力については、戦時中に福井氏の研究⁽¹⁾が発表されているだけで、従来これに関する研究は内外共に殆ど行われていないようである。

天井走行起重機の鉄構部分を合理的に設計するためには、是非これに加わる衝撃応力を明らかにする必要がある。



第 1 図 10t 天 井 走 行 起 重 機

Fig. 1. 10 t Electric Overhead Travelling Crane

る。このため筆者は、最も代表的な一般工場用の屋内用及び屋外用天井走行起重機各一台を選び、その鉄構部分に KA-2 型光電管式歪計⁽²⁾を取付けてこれに加わる衝撃応力を測定し特に荷重を巻上げて地切りする際の衝撃については、振動の理論によつて解析を行い、それと実験結果とを比較した。

〔II〕 屋内用天井走行起重機の衝撃

(1) 実験に用いた屋内用天井走行起重機の仕様

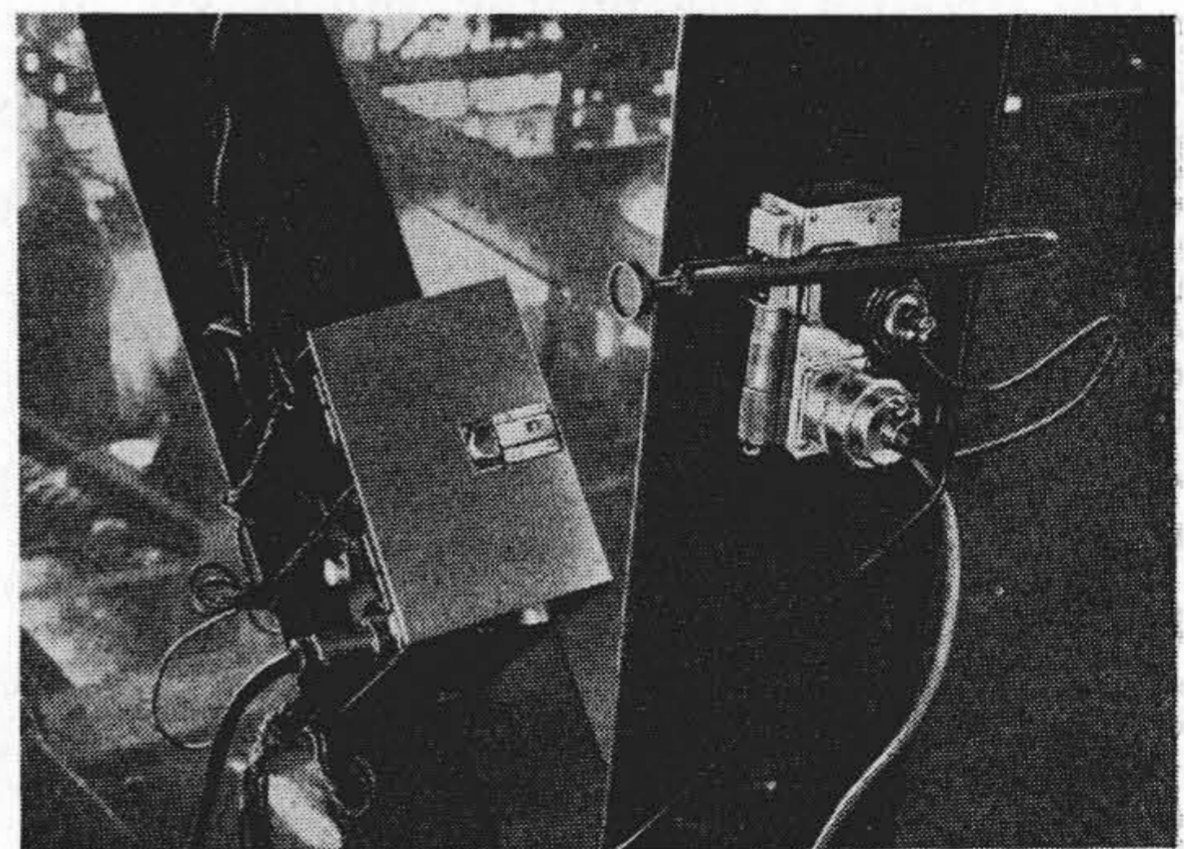
実験は昭和 12 年に製作した日立製作所亀有工場旧原料部第四工場の 10t 起重機について行つた。この起重機的主要仕様は次の通りで構造は第 1 図に示す通りである。

仕 様

荷 重.....	10 t
径 間.....	20 m
揚 程.....	9 m
巻上速度.....	5 m/min 15 kW 750 r.p.m.
横行速度.....	25 m/min 2 kW 950 r.p.m.
走行速度.....	66 m/min 10 kW 750 r.p.m.
電 源.....	200 V 50~

(2) 測定方法

第 2 図のように、KA-2 型光電管式歪計を測定部材に取付けて部材の歪を測定しオッシログラムに記録した。歪計を取付ける位置は原則として曲げの影響をさけるため、部材の重心線上で部材の長さの中央部と定めた。



第 2 図 KA-2 型光電管式歪計の取付状況

Fig. 2. Type KA-2 Photo-cell Type Strain Gauge

部材が山形鋼である時はシングルアングルの場合もダブルアングルの場合も共に銲結した側のフランジを測定した。尚上弦材の測定は歪計の取付の関係で厚さ 9mm、高さ 280mm の腹板の下端より 50mm のところを測定した。

電動機の回転数はカプリングよりベルト伝動で回転計用発電機を回転させてオッシログラムに記録した。電動機の電流は変流器を通じてオッシログラムに記録した。

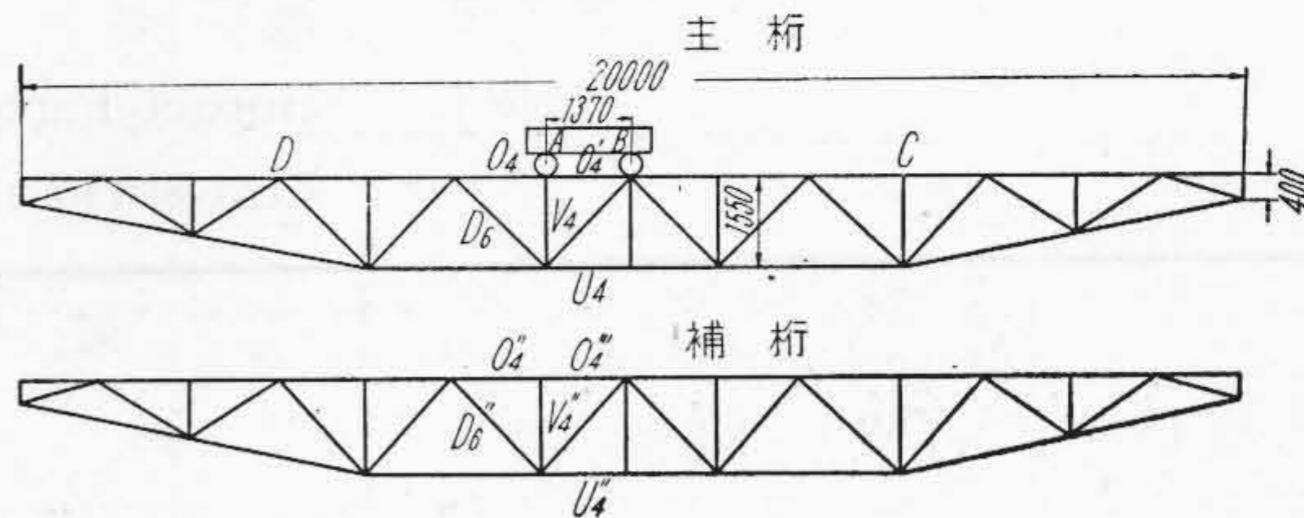
(3) 実験の結果

3.1. 巻上による衝撃

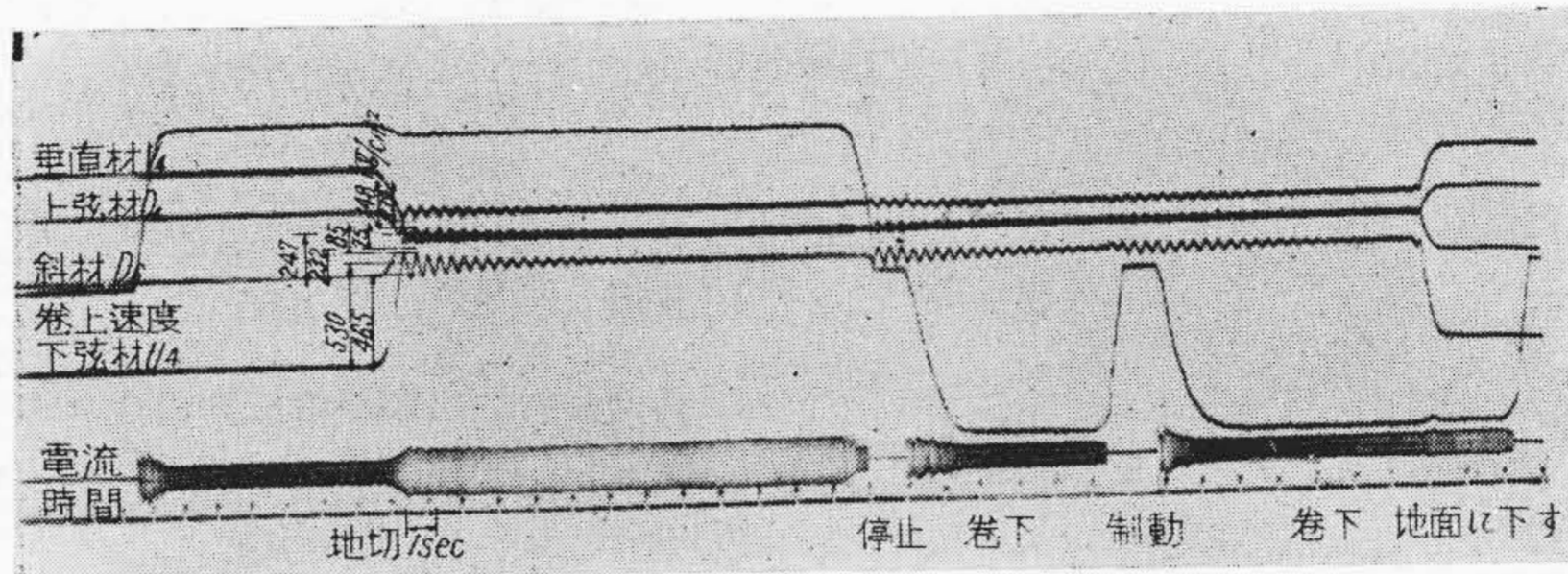
3.1.1. 主桁

3.1.1.1. 荷重のかけ方

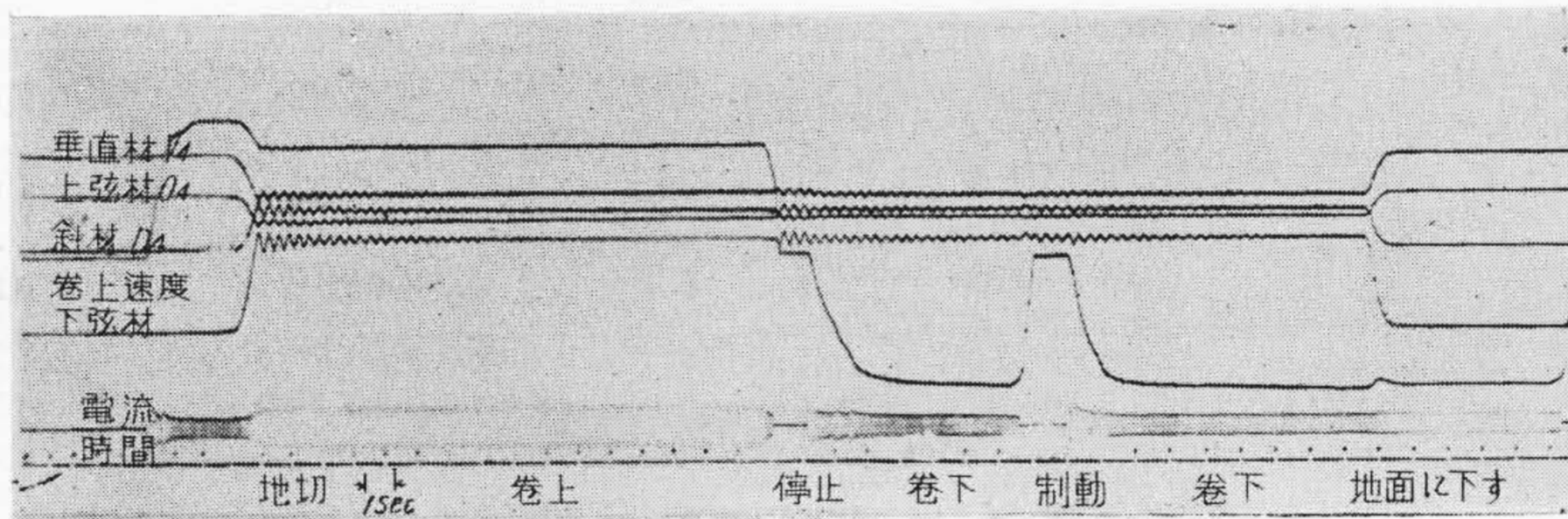
起重機を停止し第3図部材表のように局部曲げの影響を避けるため、クラブの車輪Aを垂直材V₄の上におき10tの荷重をかけて地切して巻上をなし、一旦停止して巻下げ途中で制動しまた巻下げを始めて荷重を地面に衝突させる。以上の動作を主桁中央部材について、巻上速度を5m/min, 3.5m/min, 1.5m/minの三段階に分けて行つたものが、それぞれ第4, 5, 6図である。



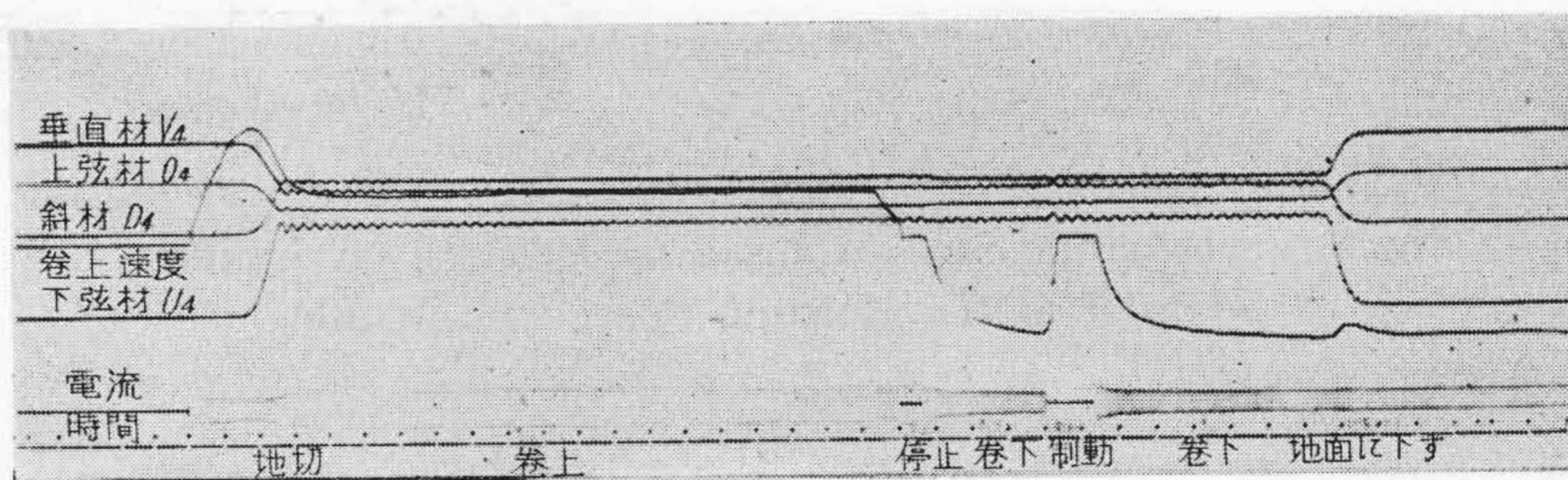
第3図 部材表
Fig. 3. Member Diagram



第4図 巻上の衝撃 (巻上速度 5 m/min)
Fig. 4. Dynamic Stress Caused by Hoisting at the Hoisting Speed of 5 m/min



第5図 巻上の衝撃 (巻上速度 3.5 m/min)
Fig. 5. Dynamic Stress Caused by Hoisting at the Hoisting Speed of 3.5 m/min

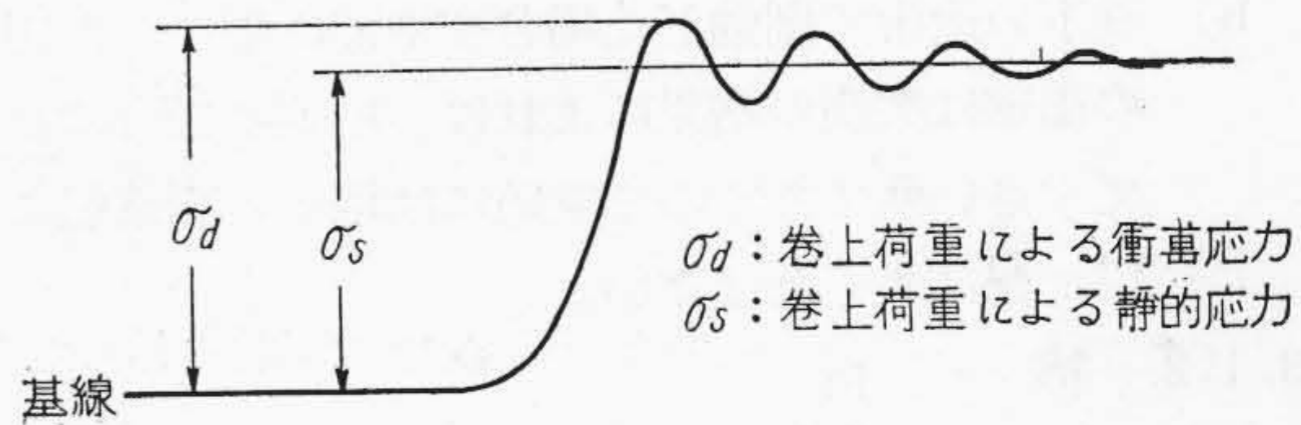


第6図 巻上の衝撃 (巻上速度 1.5 m/min)
Fig. 6. Dynamic Stress Caused by Hoisting at the Hoisting Speed of 1.5 m/min

以上の結果を第1表 (次頁参照) にまとめて示す。

3.1.1.2. オッシログラムの説明

オッシログラムの説明を第7図に示す。地切を行うにつれて部材には巻上荷重による衝撃応力 σ_d が発生し、その応力が波形に変化し、おちついた後には巻上荷重10tによる静的応力 σ_s となり衝撃値は σ_d/σ_s の値で表わされる。

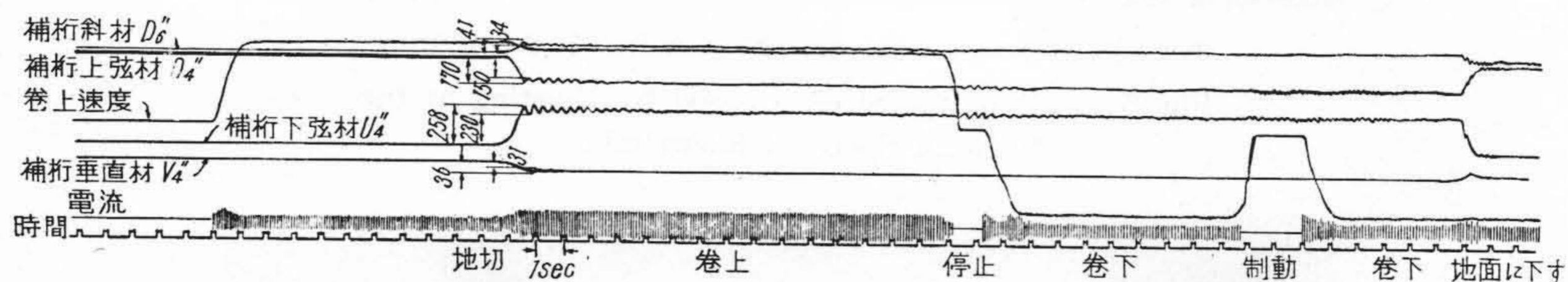


第7図 オッシログラムの説明
Fig. 7. Explanation of Oscillogram

第 1 表 地 切 の 衝 撃 値 (主 桁)
Table 1. Impact Factor of Main Girder when the Load Leaves Off the Ground

1	2	3	測 定 値				計 算 値
			4	5	6	7	
部 材	断 面	断 面 積 (cm ²)	卷 上 速 度 (m/min)	衝 撃 応 力 (σ_a kg/cm ²)	静 的 応 力 (σ_s kg/cm ²)	衝 撃 値 (σ_a/σ_s)	静 的 応 力 (σ_s kg/cm ²)
上 弦 材 O_4		73.6	5	- 85	- 75	1.13	- 69
			3.5	- 82	- 75	1.09	
			1.5	- 79	- 75	1.05	
下 弦 材 U_4		34.0	5	+ 530	+ 465	1.14	+ 435
			3.5	+ 505	+ 465	1.09	
			1.5	+ 495	+ 465	1.07	
垂 直 材 V_4		17.4	5	- 148	- 130	1.13	- 144
			3.5	- 143	- 130	1.10	
			1.5	- 138	- 130	1.07	
斜 材 D_6		17.4	5	+ 247	+ 232	1.07	+ 215
			3.5	+ 245	+ 232	1.06	
			1.5	+ 238	+ 232	1.03	

(註) + 張 力 - 圧 縮 力



第 8 図 卷 上 の 衝 撃 (補 桁、卷 上 速 度 5 m/min)

Fig. 8. Dynamic Stress Caused by Hoisting on Auxiliary Girder at the Hoisting Speed of 5 m/min

3. 1. 1. 3. 測 定 の 結 果

測定の結果より次のことがわかる。

- a) 地切の衝撃値は 1.03~1.14 の値を示し卷上速度の増大につれて大きくなる。
- b) 卷下の途中で制動した場合や地面に衝突した場合の衝撃は実測の結果によれば、地切の場合に比して小さい値であるので実際には地切の衝撃値についてだけ考えればよい。

3. 1. 2. 補 桁

3. 1. 2. 1. 荷 重 の かけ 方

クラブを第 4 図と同じく中央部におき卷上速度 5

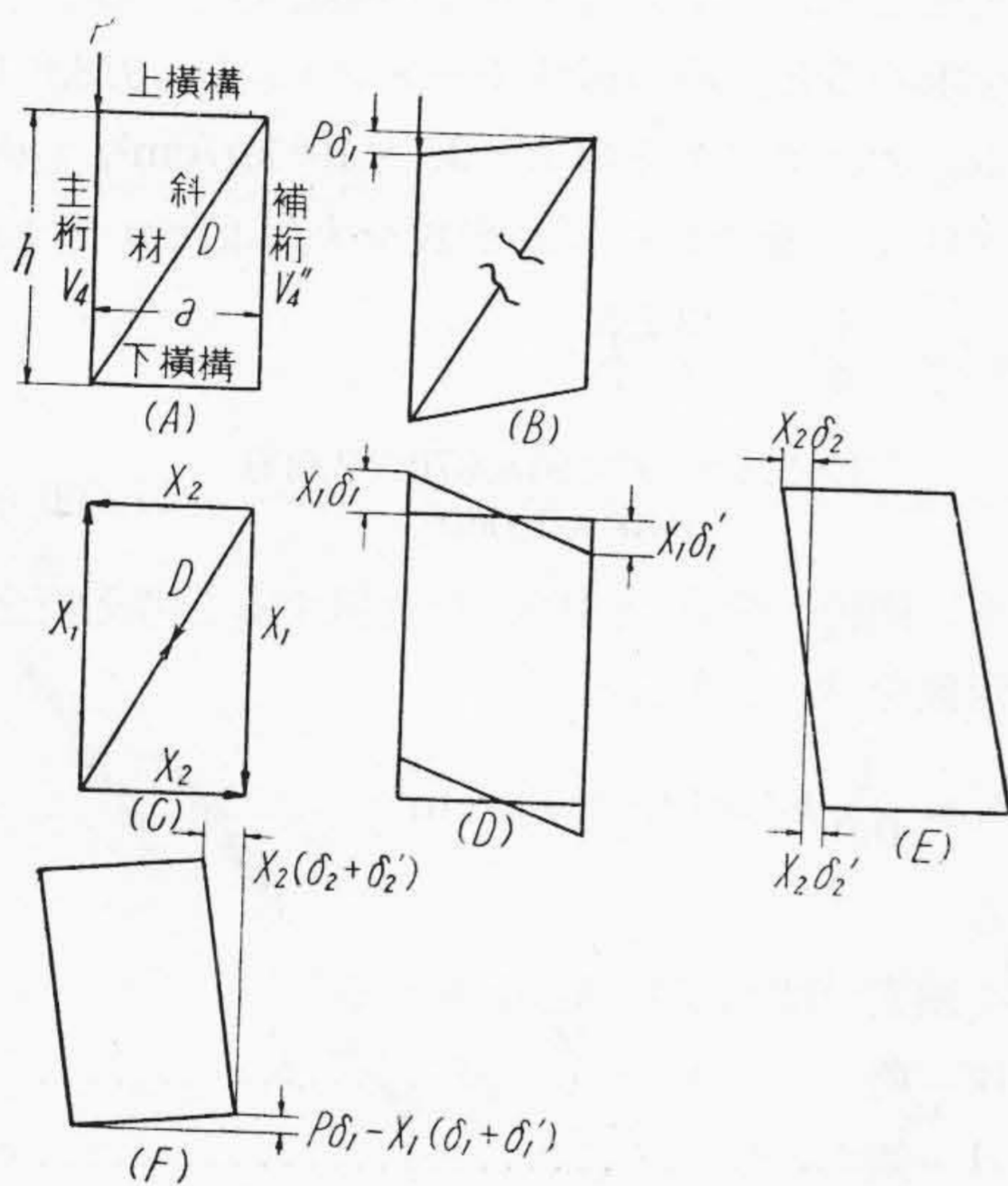
m/min で卷上を行つた場合の応力測定は第 8 図に示す如くで、衝撃値は第 2 表に示す如くになつた。

3. 1. 2. 2. 測 定 の 結 果

測定の結果によれば補桁の地切の衝撃値は、卷上速度 5 m/min で 1.12~1.16 を示す。尚主桁に加わる荷重の何割が補桁に加わるかを調べて見ると、第 1 表の主桁垂直材 V_4 の部材力は -2,260 kg であり、第 2 表の補桁垂直材の部材力は -230 kg であるから、略々 9% の割合であることがわかる。これを Andree 氏の計算方法によつて計算してみる。桁のセクションには剛性を与えるため、主桁と補桁を結ぶ斜材 D を組んである。(第 9 図

第2表 地切の衝撃値(補桁)
Table 2. Impact Factor of Auxiliary Girder when the Load Leaves off the Ground

1	2	3	4	5	6
部材	断面	断面積 (cm ²)	衝撃応力 (σ _a kg/cm ²)	静的応力 (σ _s kg/cm ²)	衝撃値 (σ _a /σ _s)
上弦材	O ₄ ''	L 75 × 9	- 170	- 150	1.13
下弦材	U ₄ ''	L 75 × 9	+ 258	+ 230	1.12
斜材	D ₆ ''	L 65 × 6	+ 41	+ 34	1.16
垂直材	V ₄ ''	L 65 × 6	- 36	- 31	1.16



第9図 アンドレ氏の計算法
Fig. 9. Calculation by Andree

A参照)

今測定したセクションに於て主桁に荷重 P が伝くとする。斜材 D が無いと考えると横断面は第9図Bのように変形するが、斜材 D が存在するときは斜材のために主桁垂直材 V_4 及び補桁垂直材 V_4'' には、大きさ相等しく方向相反する力 X_1 が伝き、上横構及び下横構には、大きさ相等しく方向相反する力 X_2 が伝く(第9図C参照)

今 $X_1=1t$ としたときの主桁の撓みを δ_1 、補桁の撓みを δ_1' 、 $X_2=1t$ としたときの主桁の撓みを δ_2 、下横構の撓みを δ_2' とする。主桁の補桁に対する変位は、荷重 P による変位 $P\delta_1$ と X_1 による変位 $X_1(\delta_1+\delta_1')$ の差である。(第9図B及びD参照) また上横構の下横構に対する変位は $X_2(\delta_2+\delta_2')$ である。(第9図E参照)

第9図Fはセクションが回転した後の関係を示す。これより

$$X_2(\delta_2+\delta_2') : h = \{P\delta_1 - X_1(\delta_1+\delta_1')\} : a \dots (1)$$

また力の釣合関係から

$$X_1 a = X_2 h \dots (2)$$

の関係がある。

(1)(2) 式より

$$X_1 = P \frac{h^2 \delta_1}{a^2(\delta_2+\delta_2') + h^2(\delta_1+\delta_1')} \dots (3)$$

を得る。

撓みは、主桁を例にとると上弦材と下弦材とよりなる梁と考えて斜材の影響を省略する方法によつて計算し

$\delta_1=0.16$ cm を得た。同様にして $\delta_1'=0.48$ $\delta_2=0.67$ $\delta_2'=0.75$ を得た。

また桁の高さ $h=1.55$ m、セクションの巾は $a=1.05$ m であるから

$$X_1 = P \frac{1.55^2 \times 0.16}{1.05^2(0.67+0.75) + 1.55^2(0.16+0.48)} = 0.128 P$$

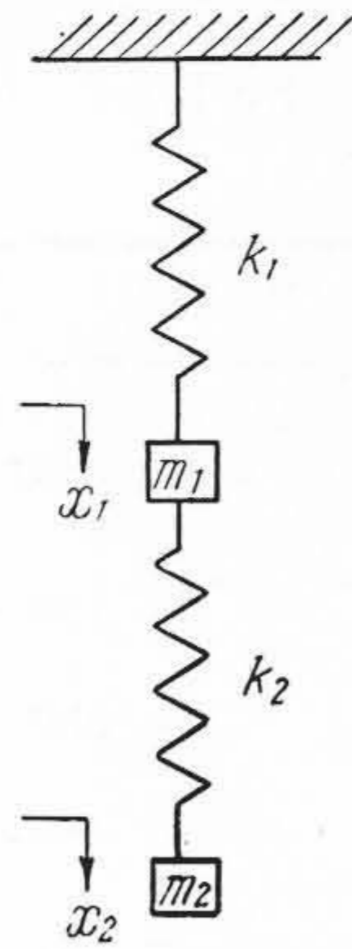
$$X_2 = X_1 \frac{a}{h} = 0.128 P \times \frac{1.05}{1.55} = 0.087 P$$

となり、結局計算によれば主桁には $P - X_1 = P - 0.128 P = 0.872 P$ が加わり補桁には $X_1 = 0.128 P$ が加わることがわかる。

3.1.3. 地切の衝撃値の解析

以上の実験結果より荷重を巻上げる際の衝撃は地切の際が最も大きいことがわかつたので、以下地切の衝撃について振動の理論に基いて数学的な解析を行つて見る。即ち第7図のオッシログラムの説明図の振動の波形を減衰しないものと考えて計算によつて求め、これと実験の結果得られた振動の波形とを比較するわけである。

起重機の桁の上にクラブが乗り荷重を鋼索で吊して巻上げる状態を考えると、振動系を構成するものは起重機の桁と鋼索である。普通の天井走行起重機ではクラブのフレームは鋼索や桁に比較すると剛に出来ているので、振動系の中には考えない。またこの起重機の走行車



第 10 図 二つのばね一質量を有する振動系

Fig. 10. Two Spring-Mass Vibration System

輪の下のランウエーガードは径間が小で起重機がランウエーガードの径間中央にある時のばね定数は 170,000 kg/cm で非常に剛なのでこれも省略する。

今桁を一つのばねと考えまた鋼索を他のばねと考え、桁の自重とクラブの自重との和が桁のばね作用によつて支えられ、巻上荷重は鋼索のばね作用によつて支えられていると考えると、天井走行起重機の振動は第10図の如く二つのばねと二つの質量とを有する振動系の振動に置換することができる。

第10図に於て

$$W_1 = \text{クラブの自重 } w_1 \text{ と桁の自重 } w_1' \text{ との和 } \text{ kg}$$

$$m_1 = \frac{W_1}{g}$$

$$W_2 = \text{巻上荷重} \dots \dots \dots \text{ kg}$$

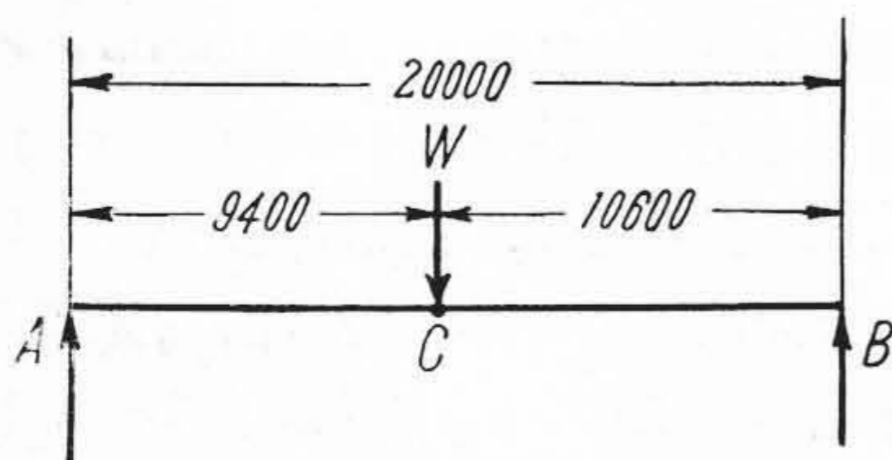
$$m_2 = \frac{W_2}{g}$$

$$k_1 = \text{桁のばね定数} \dots \dots \dots \text{ kg/cm}$$

$$k_2 = \text{鋼索のばね定数} \dots \dots \dots \text{ kg/cm}$$

$$g = \text{重力の加速度} \dots \dots \dots 980 \text{ cm/sec}^2$$

とする。以上の各々に数値を入れて計算する。W₁ の中でクラブの自重 w₁ は 2,400 kg である。桁の重量 w₁' は実際は起重機の径間に沿うて分布しているのである



第 11 図 主桁の荷重分布図
Fig. 11. Load Distribution on Main Girder

が、これを径間の中央に集中した荷重に置換して考えるため振動学上の相当質量を用いる。W を桁の単位長さ当りの重量 kg/m とし径間を l m とすれば、相当質量は $\frac{17}{35} Wl$ で表わされこれだけの集中荷重が径間中央に存在すると考えてよい。この起重機では

$$W = 510 \text{ kg/m}, \quad l = 20 \text{ m}$$

$$\text{であるから 桁の重量 } w_1' \text{ は } \frac{17}{35} Wl = 5,000 \text{ kg}$$

となる。

$$\text{従つて } W_1 = w_1 + w_1' = 2,400 + 5,000 = 7,400 \text{ kg}$$

W₂ は巻上荷重でこの場合は 10,000 kg である。

k₁ は桁のばね定数で第 11 図の如く、荷重をかけた点 C に 1 cm の撓みを起すに必要な力で表わされる。

主桁を上弦材と下弦材よりなる梁と考えて慣性モーメントを求めると主桁の慣性モーメント I = 918,070 cm⁴ を得る。またヤング係数 E = 2.1 × 10⁶ kg/cm², 主桁の撓みを δ cm, 主桁だけのばね定数を k₁' kg/cm とすれば、

$$k_1' = \frac{1}{\delta} = \frac{3 E I}{l_1^2 l_2^2} = \frac{3 \times 2.1 \times 10^6 \times 918,070 \times 2,000}{940^2 \times 1,060^2} = 11,600 \text{ kg/cm}$$

となる。補桁が荷重の 10% を負担すると考え桁全体のばね定数を k₁ とすると

$$k_1 = \frac{1}{0.9} k_1' = 12,800 \text{ kg/cm}$$

となる。

次に鋼索のばね定数 k₂ を求める。

今 W = 荷重 \dots \dots \dots \text{ kg}

A = 鋼索の断面積 \dots \dots \dots \text{ cm}^2

l = 鋼索の長さ \dots \dots \dots \text{ cm}

E = 鋼索のヤング係数 \dots \dots \dots \text{ kg/cm}^2

δ = 鋼索の伸 \dots \dots \dots \text{ cm}

$$\text{とすれば } \delta = \frac{l W}{A E} \text{ で表わされる。}$$

一本の鋼索のばね定数を k kg/cm とすれば

$$k = \frac{W}{\delta} = \frac{A E}{l} \text{ kg/cm で表わされる。}$$

この起重機に用いてある鋼索は、直径 18 mm で 37 × 6 本撚り、素線の径は 0.85 mm, 鋼索の長さ l は 11.5 m である。

従つて一本の鋼索の断面積

$$A = \frac{\pi}{4} \times 0.85^2 \times 37 \times 6 = 1.26 \text{ cm}^2$$

となる。

鋼索のヤング係数 E の値は、使用状態で測定を種々試みたが、精度が不十分であるので今後の研究に俟つこととし、一応三雲、会田両氏の研究⁽³⁾による値を採用することにする。現在の起重機の鋼索は 37 × 6 本撚りであるか

ら $E=1.05 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ を採用する。(これは上述の測定値と大差はない)

従つて一本の鋼索のばね定数は

$$k = \frac{AE}{l} = \frac{1.26 \times 1.05 \times 10^6}{1,150} = 1,150 \text{ kg/cm}$$

となる。この起重機では鋼索は4本懸であるから鋼索全体としてのばね定数 k_2 は一本の鋼索のばね定数 k の4倍になるわけである。即ち

$$k_2 = 4k = 4 \times 1,150 = 4,600 \text{ kg/cm}$$

となる。以上で計算に必要な数値を得たのでこれらを用いて振動の方程式を立てることにする。

任意の時刻 t に於て m_1, m_2 が釣合つた位置から下方にそれぞれ x_1 及び x_2 だけ変位した状態にあるとする。ばねが m_1 に及ぼす力は上方に $k_1 x_1$, 下方に $k_2(x_2 - x_1)$ であり、 m_2 に及ぼす力は上方に $k_2(x_2 - x_1)$ であるからこの振動系の運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_2(x_2 - x_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

この式の解を見出すために a_1 及び a_2 をそれぞれの振幅とし、 ω を円振動数、 β を位相角とし

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_1 \cos(\omega t + \beta) \\ x_2 &= a_2 \cos(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

と仮定して(4)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2) a_1 - k_2 a_2 &= 0 \\ -k_2 a_1 + (-m_2 \omega^2 + k_2) a_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(6)式が $a_1 = a_2 = 0$ 以外の解を有するためには

$$\begin{vmatrix} (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & -m_2 \omega^2 + k_2 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

でなければならぬ。これを展開すれば

$$m_1 m_2 \omega^4 - (m_2 k_1 + m_2 k_2 + m_1 k_2) \omega^2 + k_1 k_2 = 0 \dots\dots (8)$$

これは ω^2 についての二次方程式であるから ω^2 についてこれを解き

$$\omega^2 = \frac{m_2 k_1 + m_2 k_2 + m_1 k_2}{2 m_1 m_2} \pm \sqrt{\frac{(m_2 k_1 + m_2 k_2 + m_1 k_2)^2 - 4 m_1 m_2 k_1 k_2}{4 m_1 m_2}} \dots\dots (9)$$

数値を代入し、 ω^2 の正の平方根をとり

$$\begin{aligned} \omega_I &= 17.4 \text{ rad/sec} \\ \omega_{II} &= 48.2 \text{ rad/sec} \end{aligned}$$

を得る。

(5)式は $\omega = \omega_I$ 及び $\omega = \omega_{II}$ のときにそれぞれ独立に(6)式を満足するから、これを x_{1I}, x_{1II} 及び x_{2I}, x_{2II} で表わせば

$$\left. \begin{aligned} x_{1I} &= a_{1I} \cos(\omega_I t + \beta_I) \\ x_{2I} &= a_{2I} \cos(\omega_I t + \beta_I) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1II} &= a_{1II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \\ x_{2II} &= a_{2II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

また x_1 及び x_2 の振幅 a_1 及び a_2 の比は(6)式より

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2}{k_2} = \frac{k_2}{-m_2 \omega^2 + k_2} \dots\dots (12)$$

の関係がある。(12)式の ω が ω_I 及び ω_{II} の二つの値を有するのであるから $\frac{a_2}{a_1}$ の値も二つの値を有する。

即ち $\omega = \omega_I$ に対しては

$$\frac{a_{2I}}{a_{1I}} = \frac{-m_1 \omega_I^2 + k_1 + k_2}{k_2} = \frac{k_2}{-m_2 \omega_I^2 + k_2} = 3.3$$

$\omega = \omega_{II}$ に対しては

$$\frac{a_{2II}}{a_{1II}} = \frac{-m_1 \omega_{II}^2 + k_1 + k_2}{k_2} = \frac{k_2}{-m_2 \omega_{II}^2 + k_2} = -0.04$$

(6)式の一般解は式(10)と(11)より得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_{1I} \cos(\omega_I t + \beta_I) + a_{1II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \\ x_2 &= a_{2I} \cos(\omega_I t + \beta_I) + a_{2II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

(13)式を展開して常数係数をそれぞれ C_I, D_I, C_{II}, D_{II} とし、振幅の比を代入すれば一般解は、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= C_I \cos \omega_I t + D_I \sin \omega_I t \\ &\quad - (C_{II} \cos \omega_{II} t + D_{II} \sin \omega_{II} t) \\ x_2 &= 3.3 (C_I \cos \omega_I t + D_I \sin \omega_I t) \\ &\quad + 0.04 (C_{II} \cos \omega_{II} t + D_{II} \sin \omega_{II} t) \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

(14)式の常数係数 C_I, D_I, C_{II}, D_{II} は初期条件によつて定まる。

巻上げを行う際に最初鋼索を緩めておき、巻上電動機が運転を始めて所定の巻上速度に達した後に荷重を巻上げるようにする。最初 $t=0$ の瞬間は地切をする瞬間であるが、それまでに k_1 の方のばねは W_1 と W_2 との和に対する静的伸びだけ伸び k_2 の方のばねは W_2 に対する静的伸びだけ伸び切つている。地切の瞬間には二つのばねが伸びきつて釣合つた状態にあるときに巻上速度 v m/min が振動系の下端に下向きに与えられたと考えてよい。

従つて初期条件は

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ に於て } x_1 &= 0 & x_2 &= 0 \\ \dot{x}_1 &= 0 & \dot{x}_2 &= v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

と仮定する。

$t=0$ のとき

$$x_1 = 0 \text{ より } C_I - C_{II} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$x_2 = 0 \text{ より } 3.3 C_I + 0.04 C_{II} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

(16)式と(17)式より

$$C_I = C_{II} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

また $t=0$ のとき

$$\dot{x}_1 = 0 \text{ より } \omega_I D_I - \omega_{II} D_{II} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$\dot{x}_2 = v \text{ より } 3.3 \omega_I D_I + 0.04 \omega_{II} D_{II} = v \dots\dots (20)$$

今 $v = 5 \text{ m/min} = 8.3 \text{ cm/sec}$ とすれば、(19)式と(20)式より

$$D_I = \frac{v}{3.34 \omega_I} = \frac{8.3}{3.34 \times 17.4} = 0.14 \text{ cm}$$

$$D_{II} = \frac{\omega_1 D_I}{\omega_{II}} = \frac{17.4 \times 0.14}{48.2} = 0.05 \text{ cm}$$

結局 $x_1 = 0.14 \sin 17.4t - 0.05 \sin 48.2t \dots \dots \dots (21)$

また W_2 による k_2 のばねの静的撓みを δ_{st} とすると

$$\delta_{st} = \frac{m_2 g}{k_1} = \frac{10,000}{12,800} = 0.78 \text{ cm}$$

である。起重機の鉄構部分のうける衝撃値を ψ とすると巻上速度 $v = 5 \text{ m/min}$ に対し

$$\psi = \frac{\delta_{st} + x_1}{\delta_{st}} = \frac{0.78 + 0.19}{0.78} = 1.24$$

を得る。同様に巻上速度 3.5 m/min のときは衝撃値 $\psi = 1.16$ を得る。同様に巻上速度 1.5 m/min のときは衝撃値 $\psi = 1.07$ を得る。これらの衝撃値は、いずれも実測による衝撃値より大きい。また振動数を調べてみると x_1 の第 1 次の振動数を $f \text{ cycle/sec}$ とすると

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{17.4}{2\pi} = 2.8 \text{ cycle/sec}$$

で実測とほぼ一致する。

地切の衝撃値と巻上速度の関係は x_1 の係数 D_I, D_{II} がそれぞれ巻上速度 v に比例しているから

結局 $x_1 = Cv$ (C は比例常数) $\dots (22)$ の形となり、地切の衝撃値 ψ は

$$\psi = 1 + \frac{x_1}{\delta_{st}} = 1 + \frac{Cv}{\delta_{st}} = 1 + C'v \dots \dots \dots (23)$$

で表わされ巻上速度に比例して増加することになる。

3.2. 横行による衝撃

3.2.1. 荷重のかけ方

荷重を地上約 4 m の高さに吊り横行速度 25 m/min で第 3 図部材表のクラブ車輪 A が C 点から D 点に移る迄を主桁中央部材について測定したのが第 12 図である。

3.2.2. 測定結果

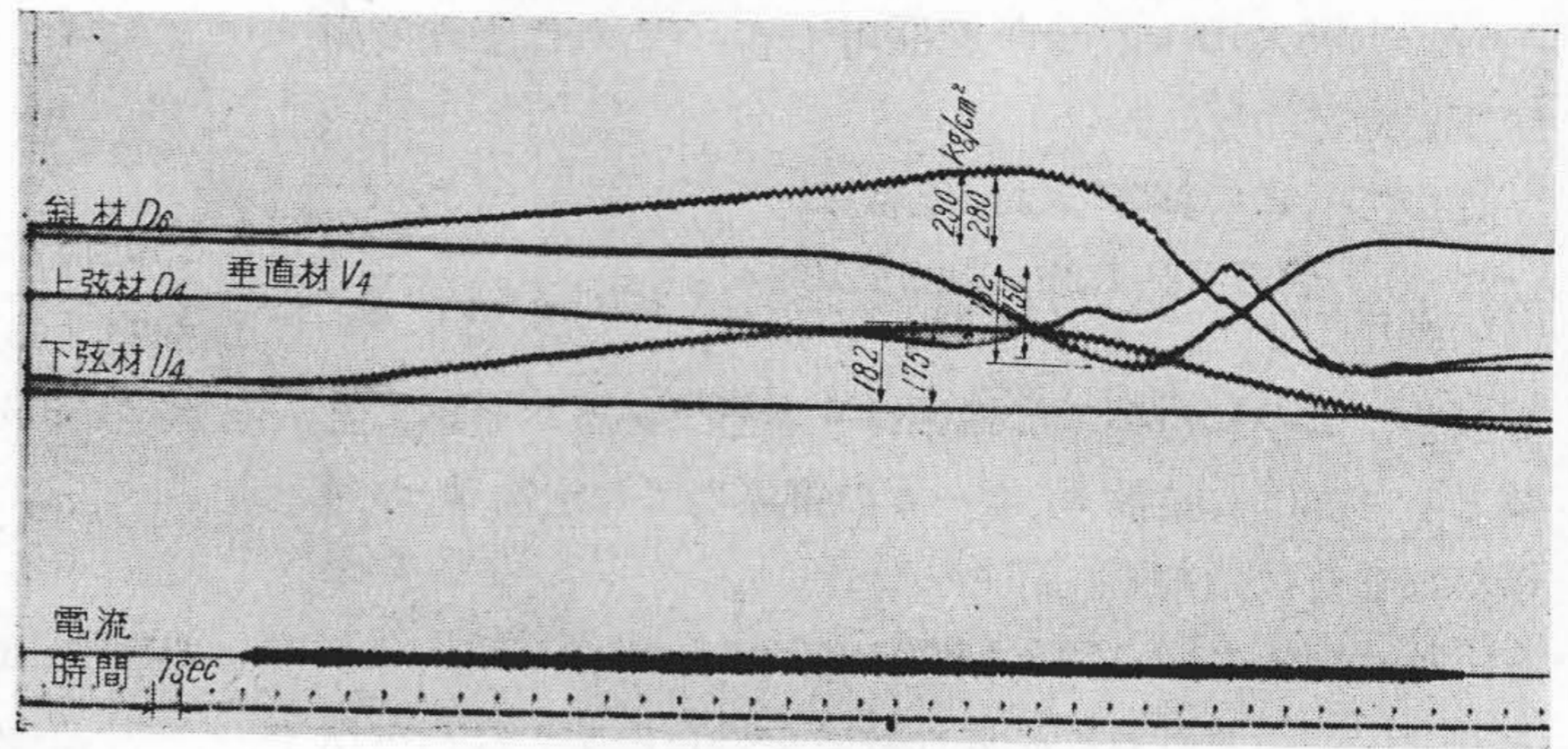
横行による衝撃値は振動の多いところを選んで求めたが $1.04 \sim 1.08$ の値を得た。

3.3. 走行による衝撃

3.3.1. 荷重のかけ方

荷重を径間中央に地上約 4 m の高さに吊り走行速度 50 m/min で走行させた。制御器のノッチを入れ終り定速になった後に約 3 mm の高低差を有するレールの継目上を走行させた際の主桁下弦材 U_4 斜材 D_6 及び台車框上面内側及び外側フランジの中央部の衝撃の有様が第 13 図でこれを第 3 表にまとめた。

3.3.2. オツシログラムの説明

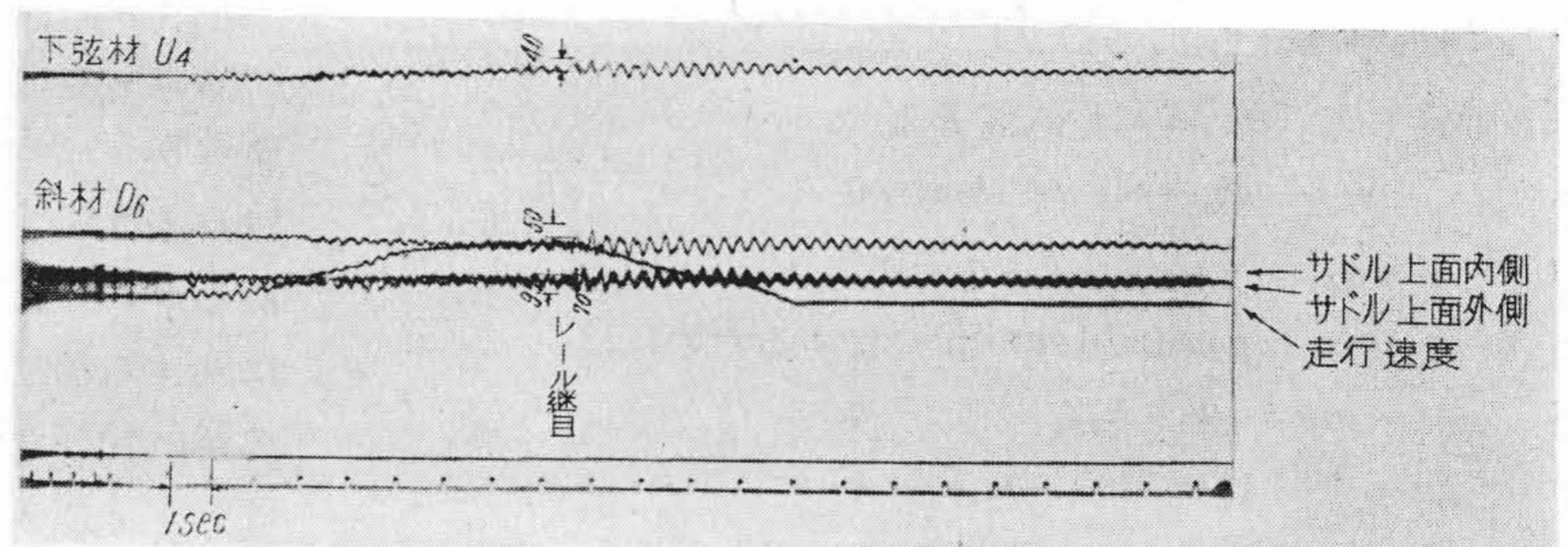


第 12 図 横 桁 の 衝 撃
Fig. 12. Dynamic Stress Caused by Traversing

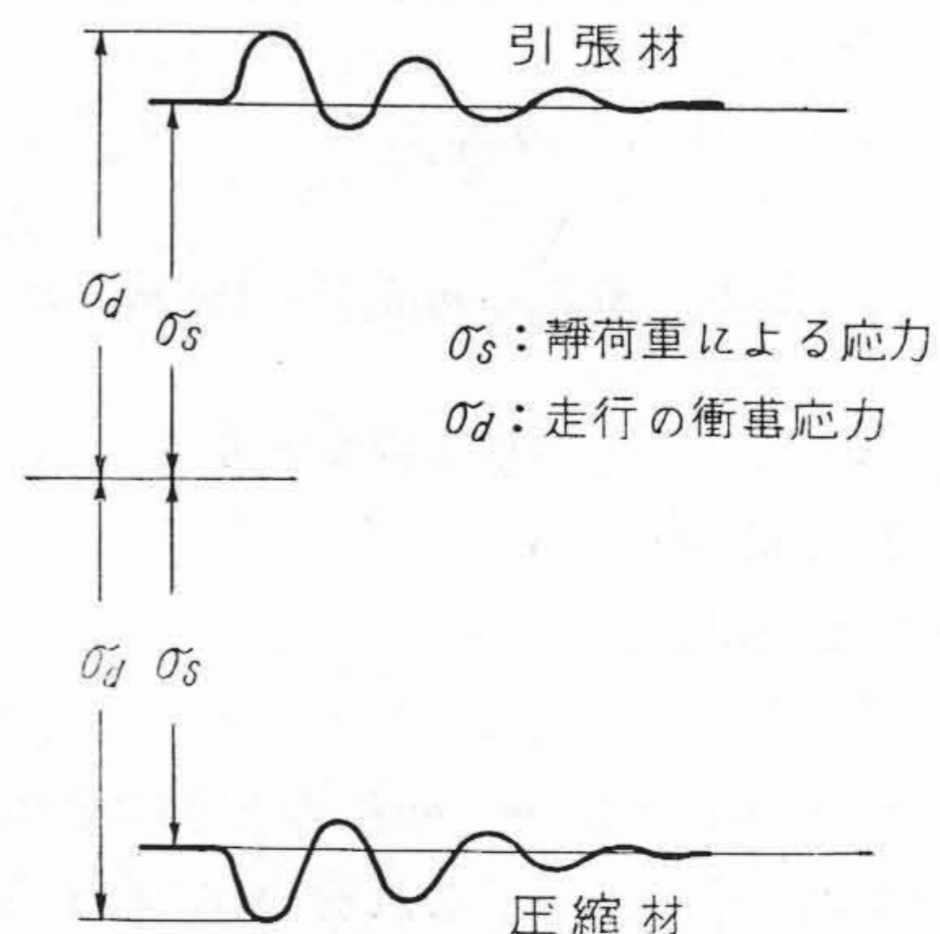
第 3 表 走 行 の 衝 撃

Table 3. Dynamic Stress Caused by Travelling

部 材	1	2	3	4
		衝撃応力 ($\sigma_a \text{ kg/cm}^2$)	静的応力 ($\sigma_s \text{ kg/cm}^2$)	衝撃値 (σ_a/σ_s)
下弦材 U_4		711	671	1.06
斜材 D_6		308	258	1.19
台車框上面外側		435	375	1.24
台車框上面内側		320	250	1.28



第 13 図 走 行 の 衝 撃
Fig. 13. Dynamic Stress Caused by Travelling



第 14 図 オツシログラムの説明
Fig. 14. Explanation of Oscillogram

オツシログラムの説明を第 14 図に示す。静荷重による応力 σ_s は計算によつて求め σ_d/σ_s を算出する。

3.3.3. 測定の結果

測定の結果レールの継目による衝撃は主桁で 1.06~1.19, 台車框で 1.24~1.28 の値を得た。

走行速度.....80 m/min 10 kW 720 r.p.m.
 電 源..... 200 V 50~
 構造は第15図に示す通りである。

〔III〕 屋外用天井走行起重機の巻上の衝撃

(1) 実験に用いた起重機の仕様

実験は亀有工場三番ヤードの昭和13年製作の10t起重機について行つた。この起重機の主なる仕様は次の通りである。

仕 様	
荷 重.....	10 t
径 間.....	19.5 m
揚 程.....	8 m
巻上速度.....	8 m/min 20 kW 720 r.p.m.
横行速度.....	30 m/min 2 kW 950 r.p.m.

(2) 実験の結果

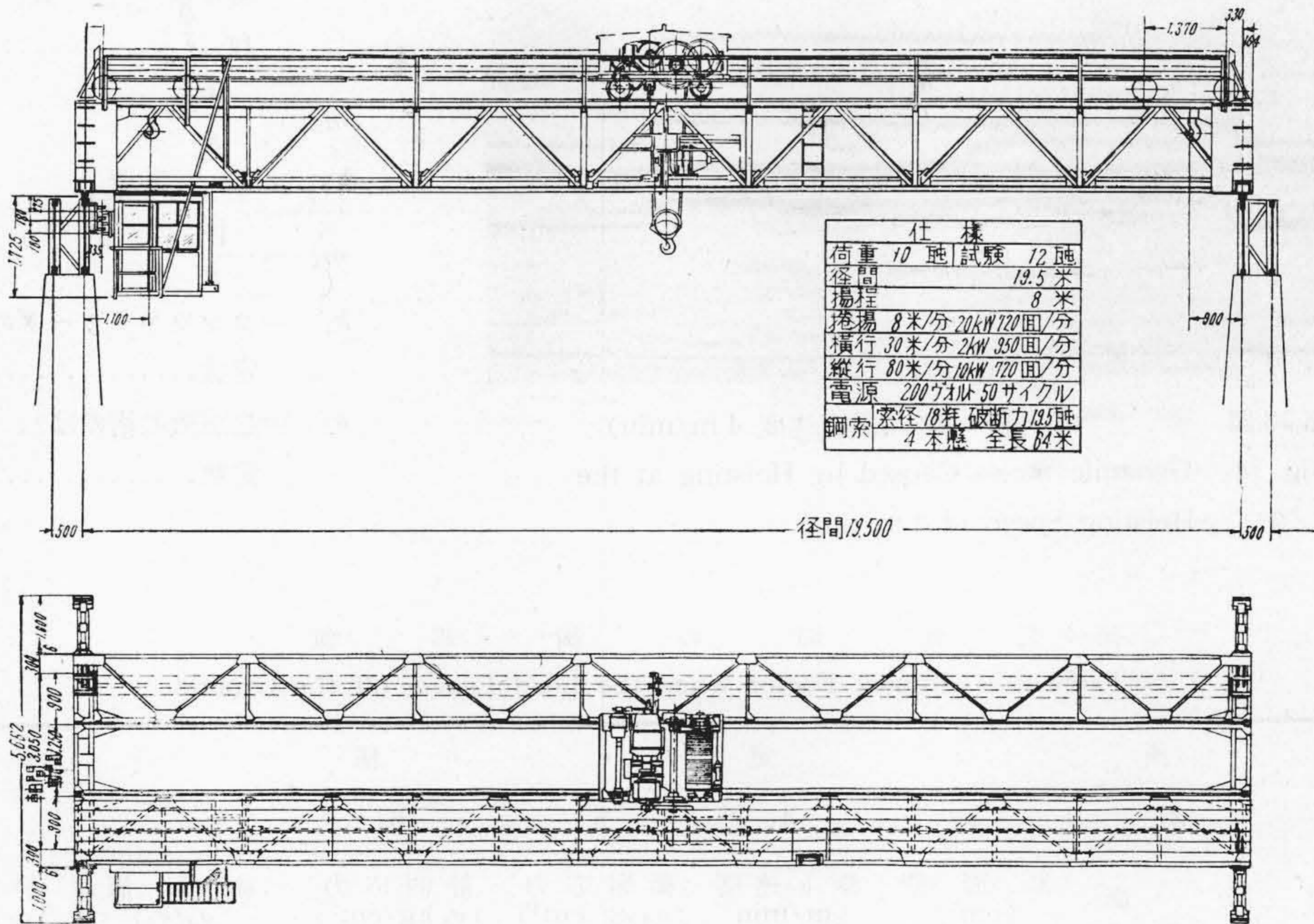
2.1. 荷重のかけ方

起重機を径間10mのランウエーガーダの中央に停止しクラブを起重機の径間中央におき、巻上速度8m/min, 4m/minについて前と同じ巻上の動作を行わせ、測定は第16図部材表に於て起重機の中央下弦材Uと斜材Dとランウエーガーダの下弦材U'と斜材D'について行つた。

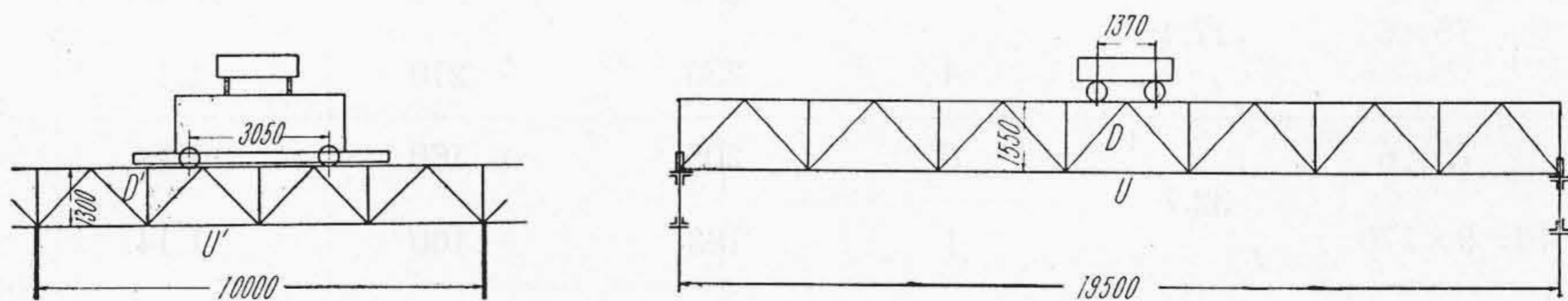
以上の結果を第17図及び第18図(次頁参照)に示す。衝撃値は第4表の如くである。

2.2. 測定の結果

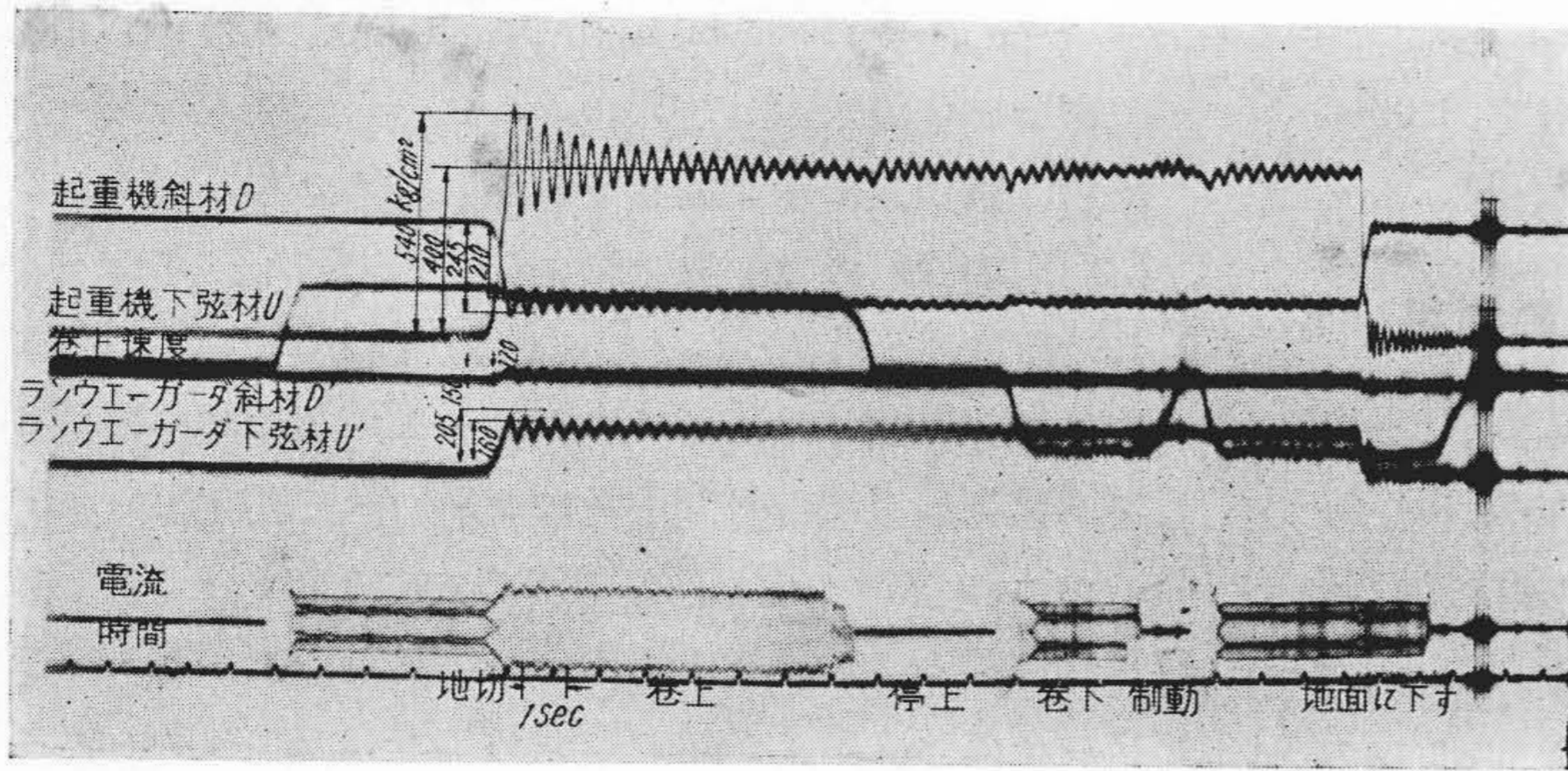
起重機の下弦材Uでは地切の衝撃値は巻上速度8m/minに対し1.35, 巻上速度4m/minに対し1.2を示



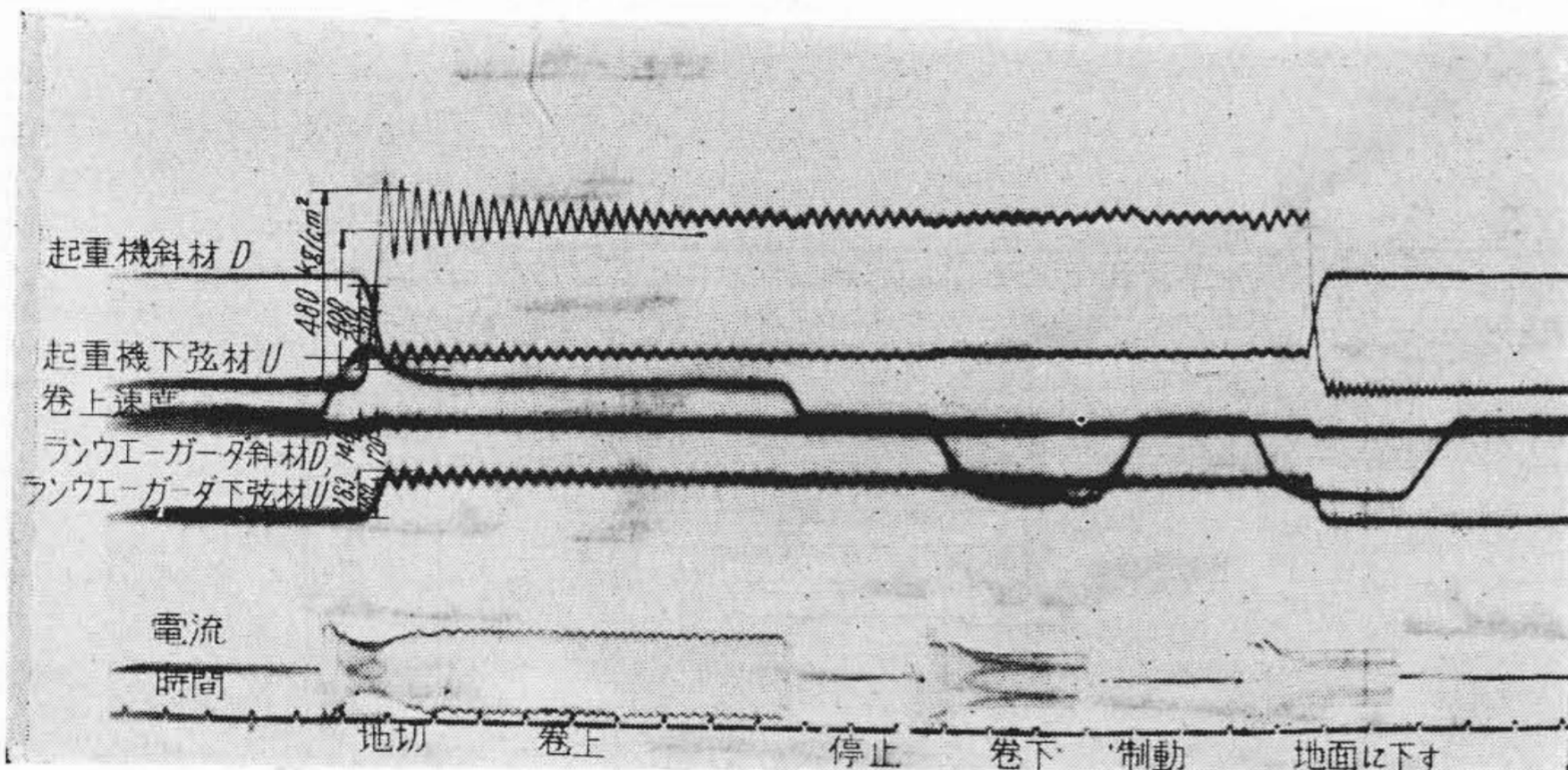
第15図 10t 天 井 走 行 起 重 機
 Fig. 15. 10 t Electric Overhead Travelling Crane



第16図 部 材 表
 Fig. 16. Member Diagram



第 17 図 卷 上 の 衝 撃 (卷上速度 8 m/min)
 Fig. 17. Dynamic Stress Caused by Hoisting at the Hoisting Speed of 8 m/min



第 18 図 卷 上 の 衝 撃 (卷上速度 4 m/min)
 Fig. 18. Dynamic Stress Caused by Hoisting at the Hoisting Speed of 4 m/min

し、ランウエーガードの下弦材 U' では卷上速度 8 m/min に対し 1.28, 卷上速度は 4 m/min に対し 1.14 を示した。

2.3. 地切の衝撃値の解析

この場合、ランウエーガードは径間が大きく剛性も比較的小なので振動系の中に考える。クラブフレームとランウエーガードの支柱とは弾性的に十分に剛いので振動系の中に考えない。

第 19 図にこの場合の振動系を示す。

W_1 = 起重機の走行台車框の重量 w_1 とランウエーガードの自重 w_1' との和... kg

$$m_1 = \frac{W_1}{g}$$

W_2 = クラブの自重 w_2 と起重機の桁の自重 w_1' との和..... kg

$$m_2 = \frac{W_2}{g}$$

W_3 = 卷上荷重

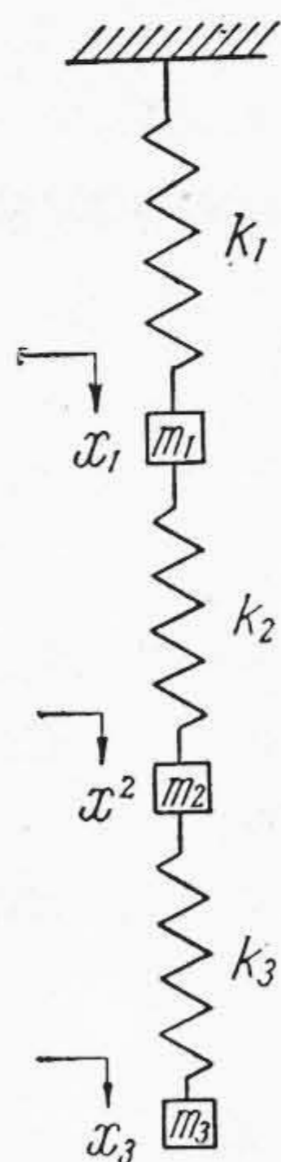
$$m_3 = \frac{W_3}{g}$$

k_1 = ランウエーガードのばね定数..... kg/cm

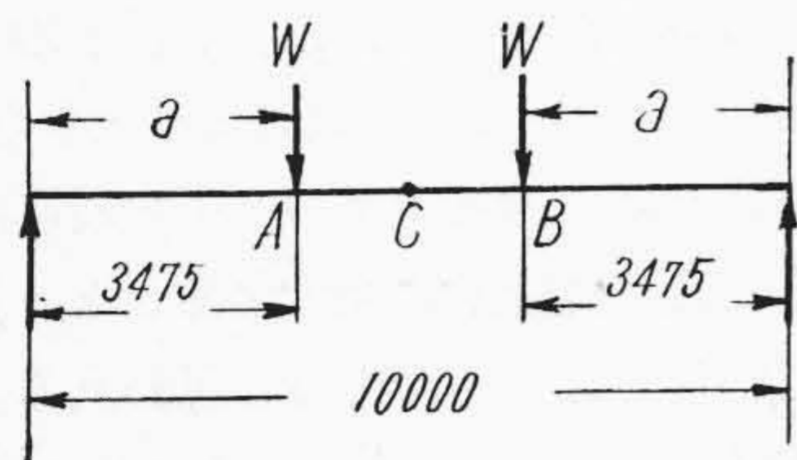
k_2 = 起重機の桁のばね定数..... kg/cm

第 4 表 地 切 の 衝 撃 値
 Table 4. Impact Factor when the Load Leaves off the Ground

測		定					値	計 算 値
1	2	3	4	5	6	7	8	
部 材	断 面	断 面 積 (cm ²)	卷上速度 (m/min)	衝 撃 応 力 (σ_d kg/cm ²)	静 的 応 力 (σ_s kg/cm ²)	衝 撃 値 (σ_d/σ_s)	静 的 応 力 (σ_s kg/cm ²)	
U	JL 90×10	34	8	540	+ 400	1.35	+ 440	
			4	480	+ 400	1.2		
D	JL 75×6	17.4	8	245	- 210	1.18	- 170	
			4	230	- 210	1.1		
U'	JL 75×6	32.7	8	205	+ 160	1.28	+ 190	
	PL 9×170		4	183	+ 160	1.14		
D'	JL 75×6	17.4	8	156	+ 120	1.30	+ 160	
			4	140	+ 120	1.16		



第19図 三つのばね一質量を有する振動系
Fig. 19. Three Spring-Mass Vibration System



第20図 ランウエーガーダの荷重分布図
Fig. 20. Load Distribution on Runway Girder

k_3 = 鋼索のばね定数..... kg/cm
ここに $W_1=2,500$ kg, $W_2=6,900$ kg, $W_3=10,000$ kg である。

ランウエーガーダのばね定数 k_1 を求めるには第20図の如く径間 10m のランウエーガーダに於て径間中央 C 点に 1cm の撓みを生ずるに要する力を考えればよい。即ち A 点及び B 点にそれぞれ 0.5 kg かゝつたときの C 点の撓み δ cm を求め、その逆数をとればよい。

ランウエーガーダの慣性モーメント $I=285,000$ cm⁴ とすると

$$k_1 = \frac{1}{\delta} = \frac{2EI}{W_a \left(\frac{l^2}{4} - \frac{a^2}{3} \right)}$$

$$= \frac{2 \times 2.1 \times 10^6 \times 285,000}{0.5 \times 347.5 \left(\frac{1,000^2}{4} - \frac{347.5^2}{3} \right)} = 33,900 \text{ kg/cm}$$

となる。

起重機の桁のばね定数 k_2 は前と同様な考え方で 14,000 kg/cm となる。鋼索の定数 k_3 は、鋼索の仕様が前の起重機と同様で長さは 10.3m であるから $k_3=5,040$ kg/cm となる。

次に振動の理論に基づいてこの場合の運動方程式を立てる。第19図に於て任意の時刻 t には、

$$m_1 \text{ には上方に } k_1 x_1, \text{ 下方に } k_2(x_2 - x_1)$$

$$m_2 \text{ には上方に } k_2(x_2 - x_1), \text{ 下方に } k_3(x_3 - x_2)$$

$$m_3 \text{ には上方に } k_3(x_3 - x_2)$$

の力が働く。従つて運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + k_3(x_2 - x_3) &= 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 + k_3(x_3 - x_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

となる。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_1 \cos(\omega t + \beta) \\ x_2 &= a_2 \cos(\omega t + \beta) \\ x_3 &= a_3 \cos(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

と仮定して (24) 式に代入し、振動数方程式を求めると

$$-m_1 m_2 m_3 \omega^6 + \{m_2 m_3 k_1 + (m_1 m_3 + m_2 m_3) k_2 + (m_1 m_2 + m_1 m_3) k_3\} \omega^4 - \{m_3 k_1 k_2 + (m_2 + m_3) k_1 k_3 + (m_1 + m_2 + m_3) k_2 k_3\} \omega^2 + k_1 k_2 k_3 = 0 \dots\dots\dots (26)$$

上式は ω^2 に関する三次方程式となる。数値を代入して

$$X = \frac{\omega^2}{g} \text{ とおくと}$$

$$-173 X^3 + 3813 X^2 - 8810 X + 2330 = 0 \dots\dots\dots (27)$$

(27) 式を Graffe 氏の方法で機械的にといて、 ω^2 の三つの値を求め各々の正の平方根をとると

$$\omega_I = 17.2$$

$$\omega_{II} = 47.2$$

$$\omega_{III} = 138.0 \text{ を得る。}$$

振幅の比 $\frac{a_2}{a_1}$ 及び $\frac{a_3}{a_1}$ は (24) 式より

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2}{k_2} \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{k_3(-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2)}{k_2(k_3 - m_3 \omega^2)} \dots\dots\dots (29)$$

で表わされるが、円振動数 ω が $\omega_I, \omega_{II}, \omega_{III}$ の三つの値をもつから、 ω_I に対する $\frac{a_2}{a_1}$ 及び $\frac{a_3}{a_1}$ の値をそれぞれ $\frac{a_{2I}}{a_{1I}}, \frac{a_{3I}}{a_{1I}}$ とし、 ω_{II} に対するものを $\frac{a_{2II}}{a_{1II}}, \frac{a_{3II}}{a_{1II}}$ とし、 ω_{III} に対するものを $\frac{a_{2III}}{a_{1III}}, \frac{a_{3III}}{a_{1III}}$ とすれば

$$\frac{a_{2I}}{a_{1I}} = 3.31 \qquad \frac{a_{3I}}{a_{1I}} = 8.1$$

$$\frac{a_{2II}}{a_{1II}} = 2.95 \qquad \frac{a_{3II}}{a_{1II}} = -0.85$$

$$\frac{a_{2III}}{a_{1III}} = -0.14 \qquad \frac{a_{3III}}{a_{1III}} = 0$$

となる。

(24) 式的一般解は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_{1I} \cos(\omega_I t + \beta_I) + a_{1II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \\ &\quad + a_{1III} \cos(\omega_{III} t + \beta_{III}) \\ x_2 &= a_{2I} \cos(\omega_I t + \beta_I) + a_{2II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \\ &\quad + a_{2III} \cos(\omega_{III} t + \beta_{III}) \\ x_3 &= a_{3I} \cos(\omega_I t + \beta_I) + a_{3II} \cos(\omega_{II} t + \beta_{II}) \\ &\quad + a_{3III} \cos(\omega_{III} t + \beta_{III}) \end{aligned} \right\} (30)$$

(30)式を展開して常数係数を整理し振幅比を代入すると

$$x_1 = C_I \cos \omega_I t + D_I \sin \omega_I t + C_{II} \cos \omega_{II} t + D_{II} \sin \omega_{II} t + C_{III} \cos \omega_{III} t + D_{III} \sin \omega_{III} t \dots (31.1)$$

$$x_2 = 3.31 (C_I \cos \omega_I t + D_I \sin \omega_I t) + 2.95 (C_{II} \cos \omega_{II} t + D_{II} \sin \omega_{II} t) - 0.14 (C_{III} \cos \omega_{III} t + D_{III} \sin \omega_{III} t) \dots (31.2)$$

$$x_3 = 8.1 (C_I \cos \omega_I t + D_I \sin \omega_I t) - 0.85 (C_{II} \cos \omega_{II} t + D_{II} \sin \omega_{II} t) \dots (31.3)$$

初期条件は $t=0$ で $x_1=0, x_2=0, x_3=0$

及び $t=0$ で $\dot{x}_1=0, \dot{x}_2=0, \dot{x}_3=v$

と仮定する。

第一条件 $t=0$ で $x_1=0, x_2=0, x_3=0$ より常数係数 $C_I=C_{II}=C_{III}=0$ となる。

第二条件のうち $t=0$ で $\dot{x}_1=0$ に対し、(31.1)式より

$$\omega_I D_I + \omega_{II} D_{II} + \omega_{III} D_{III} = 0 \dots (32)$$

$t=0$ で $\dot{x}_2=0$ に対し

$$3.31 \omega_I D_I + 2.95 \omega_{II} D_{II} - 0.14 \omega_{III} D_{III} = 0 \dots (33)$$

$t=0$ で $x_3=v=8 \text{ m/min} = 13 \text{ cm/sec}$ に対し

$$8.1 \omega_I D_I - 0.85 \omega_{II} D_{II} = v = 13 \dots (34)$$

(32)(33)(34) 式より

$$D_I = 0.08, D_{II} = -0.03 \text{ を得る。}$$

D_{III} は値が小さいから $D_{III}=0$ と考えると

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0.08 \sin 17.2t - 0.03 \sin 47.2t \\ x_2 &= 0.28 \sin 17.2t - 0.10 \sin 47.2t \\ x_3 &= 0.68 \sin 17.2t + 0.03 \sin 47.2t \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

となる。衝撃値を求めると、

起重機の桁に対しては巻上速度 8 m/min の時 $\psi = 1.53$ 4 m/min の時 $\psi = 1.26$

ランウエーガーダに対しては巻上速度 8 m/min の時 $\psi = 1.33$ 4 m/min の時 $\psi = 1.16$

を得る。以上の結果は衝撃値が実験の結果より大きく、振動数は 2.8 cycle/sec でオッシログラムに現われた振動数と一致している。次に衝撃値について一般的に考えて見る。

(32)(33)(34) 式を一般的に書くと

$$\left. \begin{aligned} \omega_I D_I + \omega_{II} D_{II} + \omega_{III} D_{III} &= 0 \\ \alpha_I \omega_I D_I + \beta_I \omega_{II} D_{II} + \gamma_I \omega_{III} D_{III} &= 0 \\ \alpha_{II} \omega_I D_I + \beta_{II} \omega_{II} D_{II} + \gamma_{II} \omega_{III} D_{III} &= v \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

(36) 式より

$$D_I = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \omega_{II} & \omega_{III} \\ 0 & \beta_I \omega_{II} & \gamma_I \omega_{III} \\ v & \beta_{II} \omega_{II} & \gamma_{II} \omega_{III} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega_I & \omega_{II} & \omega_{III} \\ \alpha_I \omega_I & \beta_I \omega_{II} & \gamma_I \omega_{III} \\ \alpha_{II} \omega_I & \beta_{II} \omega_{II} & \gamma_{II} \omega_{III} \end{vmatrix}} = \frac{v \begin{vmatrix} \omega_{II} & \omega_{III} \\ \beta_I \omega_{II} & \gamma_I \omega_{III} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega_I & \omega_{II} & \omega_{III} \\ \alpha_I \omega_I & \beta_I \omega_{II} & \gamma_I \omega_{III} \\ \alpha_{II} \omega_I & \beta_{II} \omega_{II} & \gamma_{II} \omega_{III} \end{vmatrix}} = \text{const.} \times v \dots (37)$$

同様に

$$D_{II} = \text{const.} \times v \dots (38)$$

$$D_{III} = \text{const.} \times v \dots (39)$$

を得る。故に x_1, x_2, x_3 の常数係数 D_I, D_{II}, D_{III} が v に比例するから

$$x_1 = C_1 v \dots (40)$$

$$x_2 = C_2 v \dots (41)$$

$$x_3 = C_3 v \dots (42)$$

の形となり、(C_1, C_2, C_3 は比例常数)

$$\text{衝撃値 } \psi = 1 + \frac{x}{\delta_{st}} = 1 + \frac{Cv}{\delta_{st}} = 1 + C'v \dots (43)$$

となり、地切の衝撃値 ψ は巻上速度に比例して増加することになる。

[IV] 結 言

今回の実験により次の事項が明らかになった。

- a) 実測によれば、巻上の衝撃の中では地切の際の衝撃が最も大きく巻上の地切の衝撃値としては主桁の中央部で $1.03 \sim 1.35$ なる値を得た。巻上の地切の衝撃値を理論的に計算してみたが、実測より大きな値を得た。これは実際には巻上速度 v が $t=0$ の時に計算の仮定の如く一定でなく曲線的に増大すること、振動の減衰を考慮していないこと等によると思われる。
- b) 地切の衝撃値 ψ は巻上速度に比例して増加し $\psi = 1 + Cv$ の形で表わされる。
- c) 補桁は主桁の荷重の約 9% の荷重を負担し、補桁に対する地切の衝撃値は巻上速度 5 m/min の時、実測の結果 $1.12 \sim 1.16$ を得た。
- d) 横行の際の衝撃値は少くて実測により $1.04 \sim 1.08$ なる値を得た。
- e) 走行中にレールの不整による衝撃値は実測の結果、台車框で $1.24 \sim 1.28$ 、主桁中央部で $1.04 \sim 1.19$ なる値を得た。

以上の如くであるが、これは一二の起重機についての実験結果であつて、これをもつてすべてを律するには未だ不十分なものであるが、一応以上の結論を得たのでここに報告する次第である。

本実験を行うに当り終始御指導いただいた平栗設計部長、大西課長、安河内課長、村田主任及び山本主任を始め実験に協力下さつた試験課浅見主任、酷暑を克服して測定に当られた研究課富田氏、藤芳氏、上妻氏その他の諸氏に深甚の謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- (1) 福井 清：日立評論 25-9 (昭 17) 519
- (2) 福井 清：日立評論 27-5 (昭 19) 256
- (3) 富田忠二：日立評論 33-5 (昭 26) 307
- (4) 三雲、会田：日本鋳業会誌 昭和 27 年 6 月