

# プロセス自動制御のボーデ線図による検討

北 川 栄\*

## Study on the Characteristics of Process Automatic Controller by Means of Bode's Diagram

By Sakae Kitagawa  
Taga Works, Hitachi, Ltd.

### Abstract

While accumulating experiences in the practical application of the process automatic controllers in these years, engineers in Japan are continuing great effort to construe the theory of automatic controlling for the better result.

The writer, jointing their study in this connection, has taken great interest in the Bode's Diagram which seemed to him to be suitable for the field engineers to utilize in their study.

First, he has pointed out that the combination of process and controller is equivalent to the servomechanism having negative feedback circuit, and derived the Bode's Diagrams of them. Giving the variation to the capacity and time constant of process and sensibility of controller, he has discussed the controlling characteristics, that is, stability and responsibility, with these diagrams.

He has indicated that the conclusion derived from this discussion agrees with the deeds proven by means of differential equation or known through experience. This method, he declares, should be highly useful for the field engineers in the adjustment of controllers.

### 〔I〕 緒 言

温度、圧力、流量、液面等の工業的自動制御は新しいことではないが、近年産業合理化の一環として盛んに実施されるようになり、関係する技術者も多くなつて来た。

現場技術者として調節計の使用上の経験を積むことと、並行して裏付けとなる自動制御の理論を理解して使用効果を上げんとする努力がなされていることは喜ばしいことである。

多くの理論があるが筆者はボーデ線図によるものが理解し易く現場向であると思うので、これを用いて経験的に既知である事実や、従来の理論で求められた事項を簡潔に整理されることを示し、調節計の調整や応用するときの判断の参考に資せんとするものである。

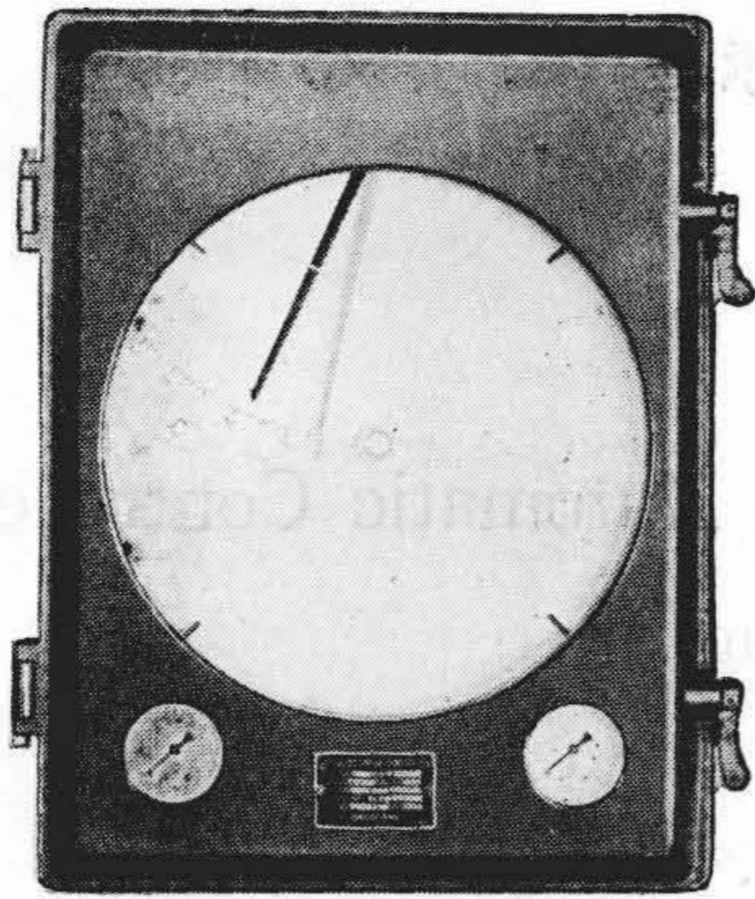
\* 日立製作所多賀工場

### 〔II〕 制御回路及びボーデ線図の解説

制御回路やボーデ線図は既に多くの人により紹介されてはいるが、親みの少い方もあると思われるので、本論に入る前に、これらの要点について解説する。

#### (1) 制御回路とサーボメカニズム

蒸気で油を加熱している熱交換器の温度調節計を例にして考える。熱交換器にて調節弁の開度(操作量  $\mu$ )に応じて蒸気が流れ、加熱されている油の温度(制御変数  $\phi$ )が決定するから「熱交換器は操作量  $\mu$  を制御変数  $\phi$  に変換する要素」と見ることが出来る。次に調節計は油の温度(制御変数  $\phi$ )に応じて蒸気の量を加減する調節弁の開度(操作量  $\mu$ )を決めるものであるから「調節計は制御変数  $\phi$  を操作量  $\mu$  に変換する要素」と見ることが出来る。したがって熱交換器の温度制御回路を第2図(次頁参照)



第1図 日立空気作動式調節計  
Fig. 1. Hitachi Pneumatic Controller

の如くブロック線図に書くことを得る。

これを第3図に書換えることにより、プロセス（熱交換器）と温度調節計の組合せを、温度を一定に保たんとする温度調節計の動作を外部から乱さんとする擾乱 $\eta$ に調節弁の操作量 $\mu$ を追従せしめんとする負饋還回路を有するサーボメカニズムと見なすことが出来るわけである。

(2) ボーデ線図

第4図の如き等価回路に示されるサーボメカニズムの特性を負饋還回路を開いた場合の要素の周波数特性より知らんとするものである。

横軸に周波数（周波数の $2\pi$ 倍をサーボメカニズムの理論では単に周波数という）の対数を取り、縦軸に出力信号 $C$ と入力信号（こゝでは要素への入力信号） $E$ との比の対数の20倍、即ちデシベル（db）と、位相角をとつてあらわしたものがボーデ線図である。

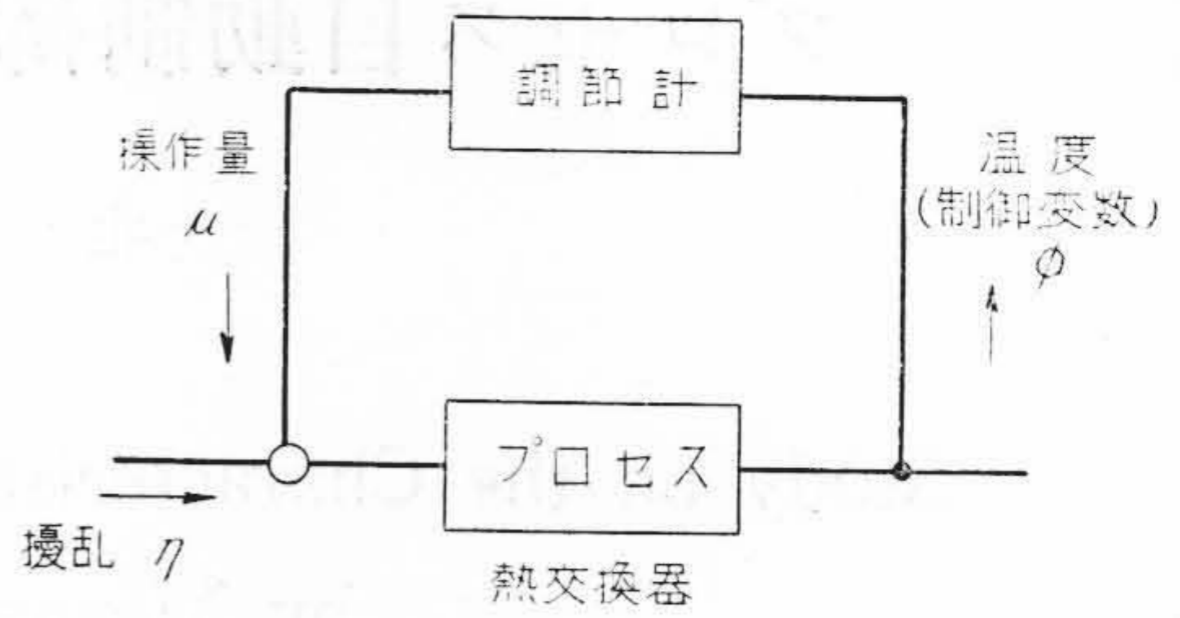
ボーデ線図に於ては出力信号 $C$ と入力信号 $E$ の比が1、即ち利得 0 db になる点の位相角が $180^\circ$ より如何程余裕があるか（これを位相余裕という）が安定度を示してくれるものであつて、位相余裕 $40^\circ \sim 60^\circ$ がよいサーボメカニズムと見なされている。

次に比が1、即ち 0 db になる周波数が大きい程サーボメカニズムの速応度が大きく、これが速応度の表示になる。

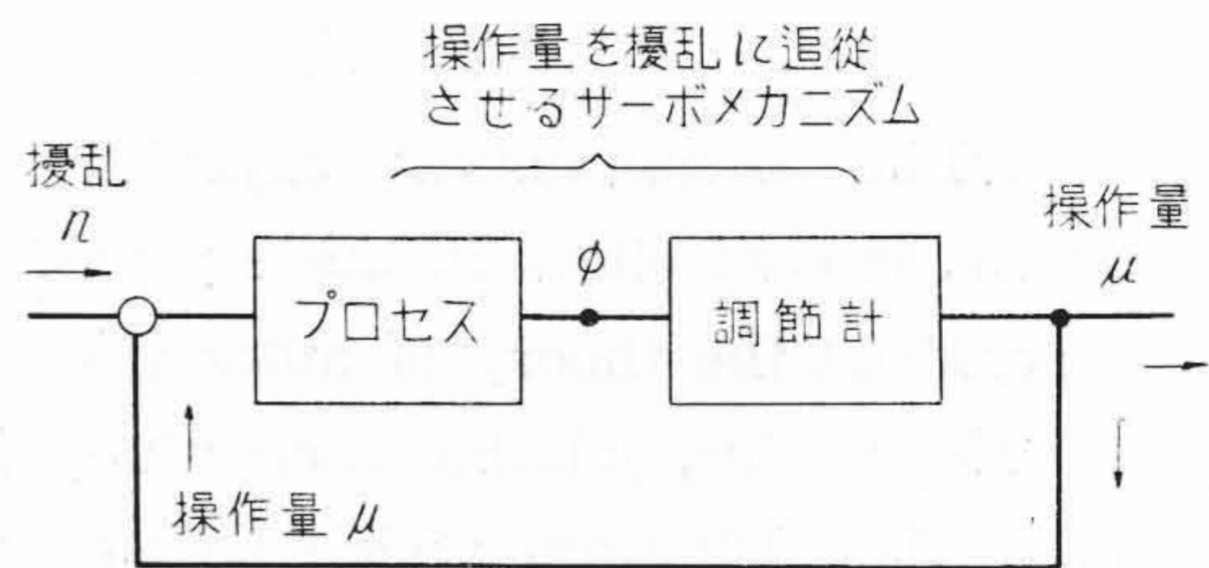
尚ボーデの理論では位相角は利得曲線が決まれば第5図の如く一義的に決まるものであるから、位相角を併記しなくても位相角を知ることが出来るものであるから、本報告に於ては図を簡潔にするため併記しない。尚図中 20 及び 40 db/decade とあるのは周波数が 10 倍変化した場合に利得が 20 及び 40 db 変化することを示すものである。

(3) 位相余裕と安定度

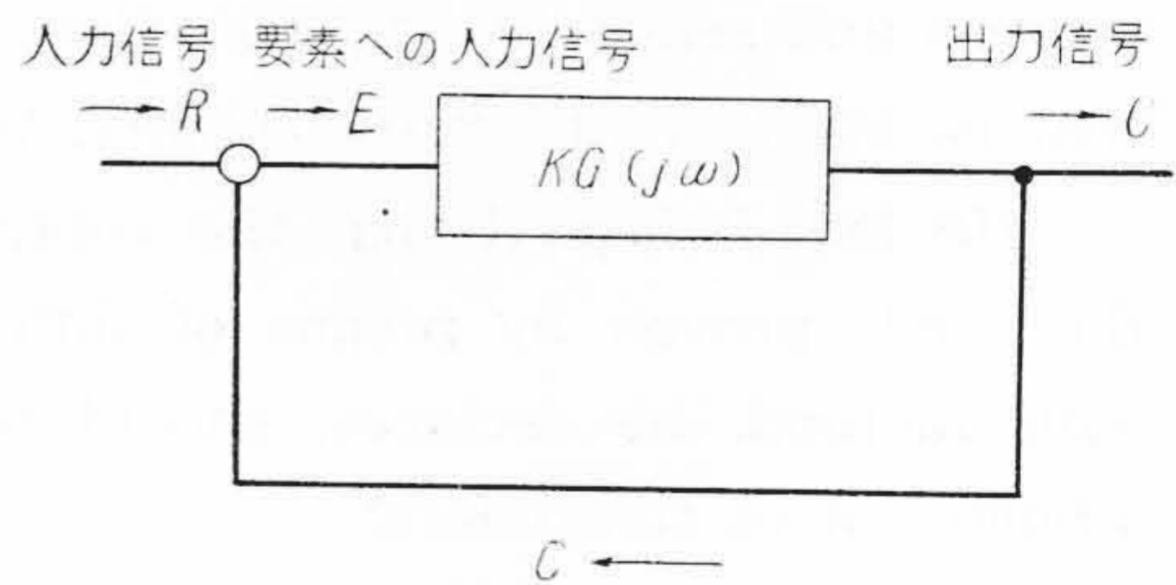
単位函数的擾乱が来た場合は如何程行過ぎてから安定



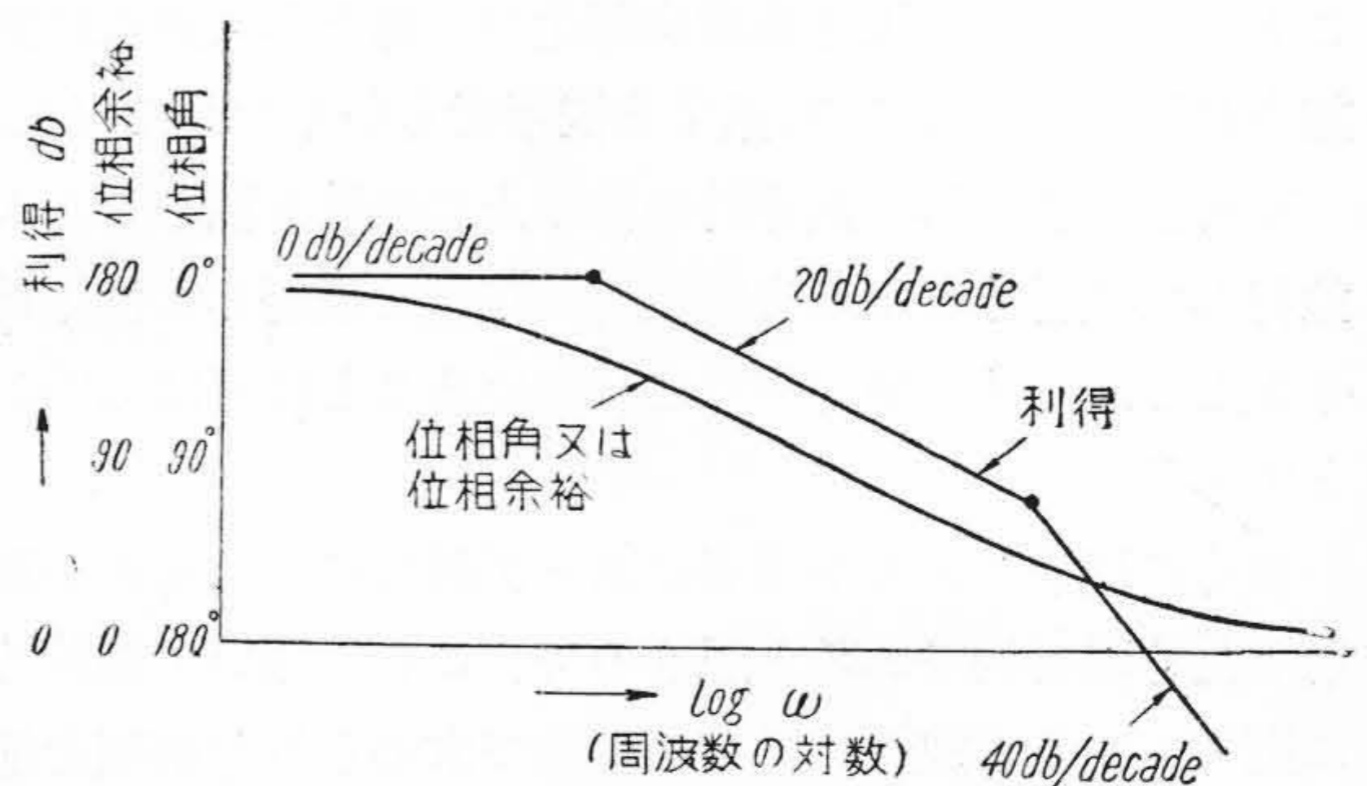
第2図 制御回路  
Fig. 2. Controlling Circuit



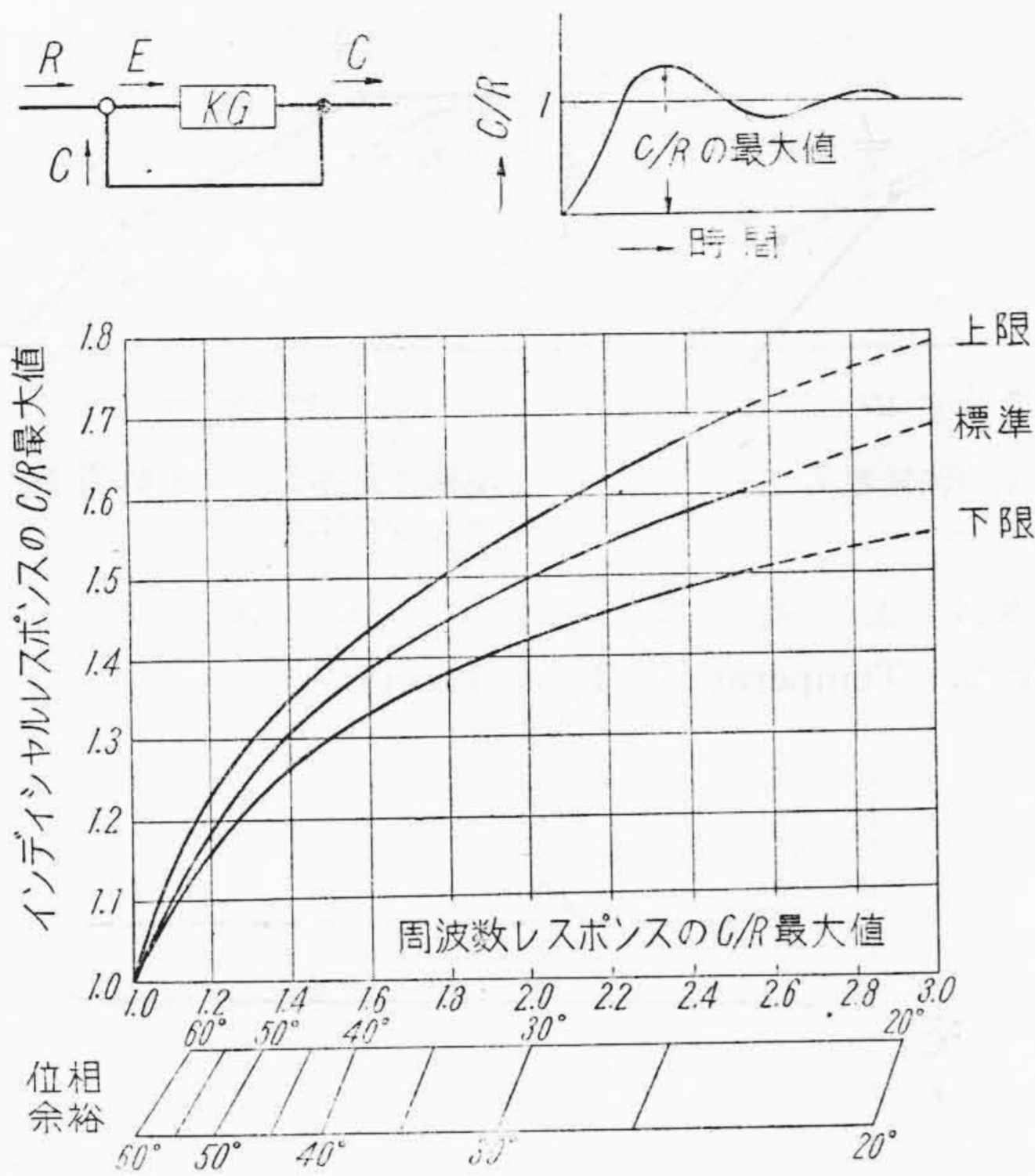
第3図 サーボメカニズム  
Fig. 3. Servomechanism



第4図 等価回路  
Fig. 4. Equivalent Circuit



第5図 利得曲線と位相余裕の関係  
Fig. 5. Relation between Gain Curve and Phase Margin



第6図 位相余裕の C/R 最大値との関係  
Fig. 6. Relation between Phase Margin and C/R Maximum Value

するか、即ち第6図の  $(C/R)_{max}$  が如何なる値であるかは安定度の具体的表示としてわかりやすいものであるが、この値と位相余裕の関係はサーボメカニズムの特性により異なり一義的にはきまらない。しかし箇々に就いて求められているもの<sup>(3)</sup>を取纏めた結果、バラツキはあるが、これを第6図の如く上限、下限の二曲線にて示されるバンド内に集約出来ることを知った。位相角より如何なる安定度であるかを判断する目安にはなると思うのでここに掲げるものである。

これによれば位相余裕が  $50^\circ$  であれば周波数レスポンスの  $(C/R)_{max}$  は  $1.2 \sim 1.3$  であり、インディシャルレスポンスの  $(C/R)_{max}$  の値は  $1.15 \sim 1.3$  である。

この図の説明は長くなるし、本論から外れるので省略する。

### 〔III〕 プロセス (被制御系) の特性

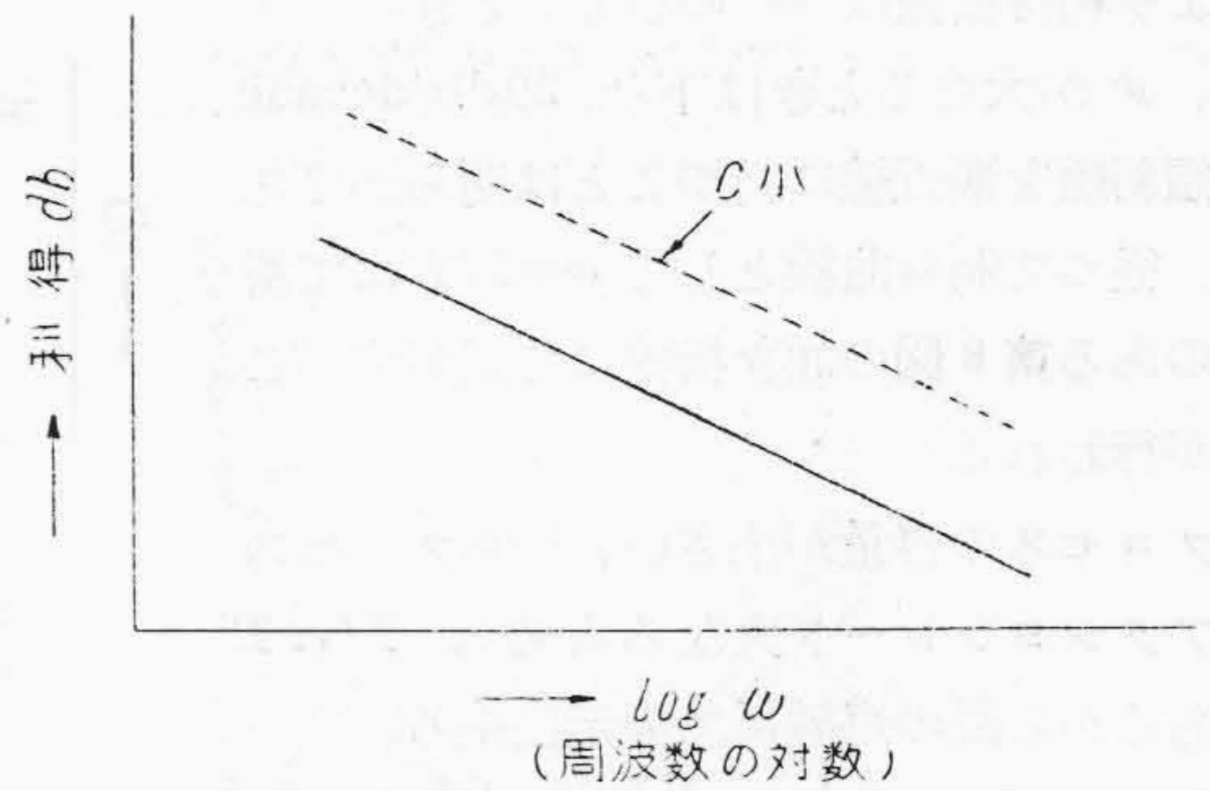
#### (1) 液面型プロセス

下記の微分方程式にて示されているプロセスは液面型プロセスといわれる。

$$C \frac{d\phi}{dt} = \mu$$

ここに  $C$  = 容量  $\phi$  = 制御変数  
 $t$  = 時間  $\mu$  = 操作変数

(1)式の微分方程式をヘビサイドの演算子  $p$  を用いて出力信号  $\phi$  と入力信号  $\mu$  の比、即ち伝達函数  $KG(p)$  であらわすと次の如くなる。



第7図 液面型プロセス  
Fig. 7. Liquid Type Process

$$KG(p) = \frac{1}{Cp}$$

$p$  の代りに周波数の虚数  $j\omega$  でおきかえ次式を得る。

$$KG(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

これは周波数の10倍の変化で20 db 利得が下がることを意味するから第7図の如き下り 20 db/decade の傾斜線で特性を示すことを得る。

容量  $C$  を小にする。即ちプロセスのリアクションレートを大にすると利得は上へ平行移動する。

#### (2) 圧力型プロセス

下記の如き微分方程式にてあらわされる一次の時間おくれを有するプロセスは圧力型プロセスといわれる。

$$\frac{1}{R} + C \frac{d\phi}{dt} = \mu$$

出力信号  $\phi$  と入力信号  $\mu$  の比、即ち伝達函数  $KG(j\omega)$  は次式であらわされる。

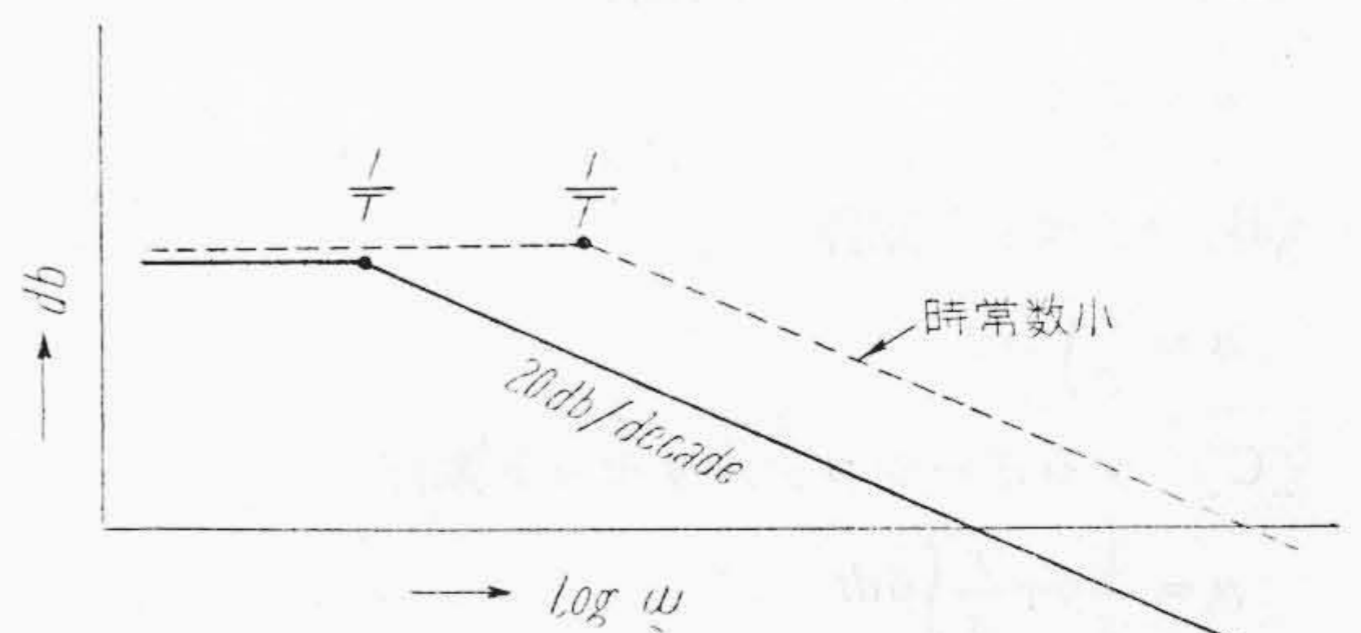
$$KG(j\omega) = \frac{1}{1/R + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega T}$$

ここに  $R$  = 抵抗 (自己制御性)

$C$  = 容量 (蓄積能)

$T = CR$  = 時常数

$1 + j\omega T$  は周波数  $\omega$  が1に比して小さい時は1に等しく、 $\omega$  が1より極めて大きいときは  $j\omega$  に等しいこと



第8図 圧力型プロセス  
Fig. 8. Pressure Type Process

により利得曲線は  $\omega$  の小さいときは水平線、 $\omega$  が大なるときは下り 20db/decade の傾斜線を漸近線に持つことは明らかである。従つて利得曲線として  $\omega=1/T$  にて折目のある第 8 図の如き折線にて近似することが行われる。

プロセスの容量が小さい、即ちプロセスリアクションレート大なるものは  $T' < T$  であるから図の点線にて表示出来る。

(3) 温度型プロセス

下記の如く二次の時間おくれを有するプロセスを温度型プロセスという。

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \phi}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\phi}{dt} + \phi = R \mu$$

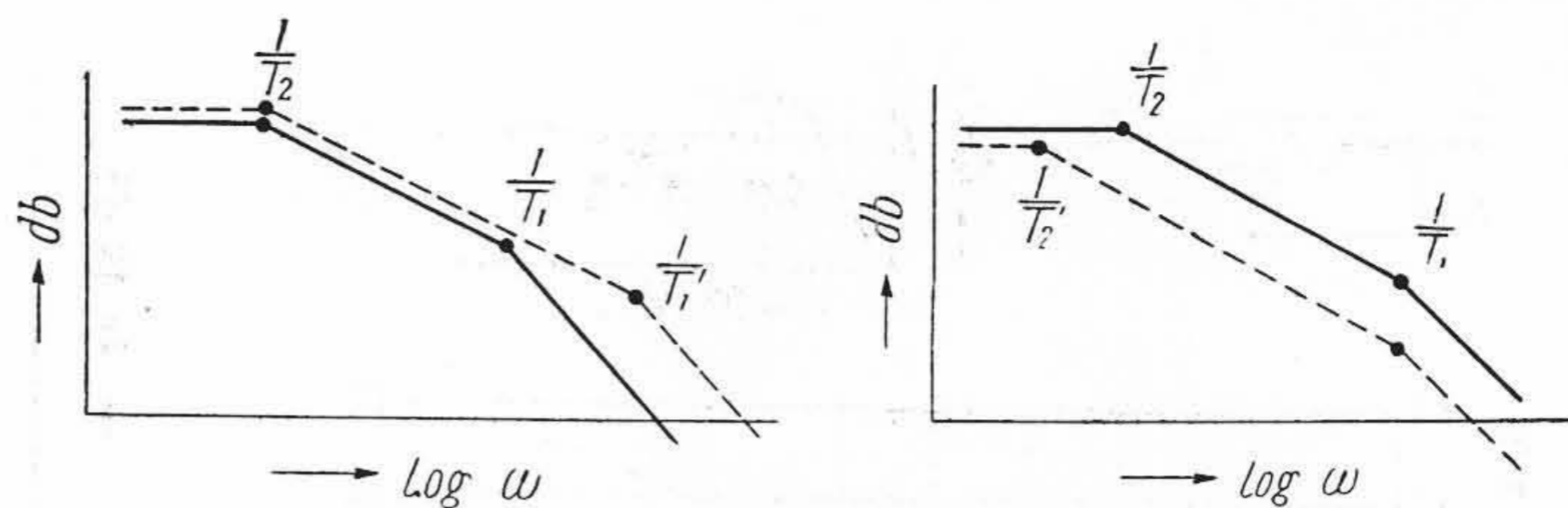
従つて伝達函数は次式になる。

$$KG(j\omega) = \frac{R}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}$$

熱交換器では近似的に  $T_1$  は供給側（加熱コイル）の時常数、 $T_2$  は消費側（加熱される油）の時常数と考えられ、二連水槽では  $T_1$  は流入側の時常数、 $T_2$  は流出側の時常数と考えられるものである。

$(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)$  は  $\omega$  が  $1/T_2$  に比して小さければ 1 にほぼ等しく、 $1/T_2 < \omega < 1/T_1$  には  $j\omega T_2$  にほぼ等しく、 $1/T_2 \ll \omega$  には  $(j\omega T_1)(j\omega T_2)$  になることより、これの利得曲線は折目の二つある 0, 20, 40db/decade の折線にて近似出来ることを知る。

供給側の時常数  $T_1$  を減じた場合や、需要側の時常数  $T_2$  を大にしたときは第 9 図の点線であらわすことが出来る。

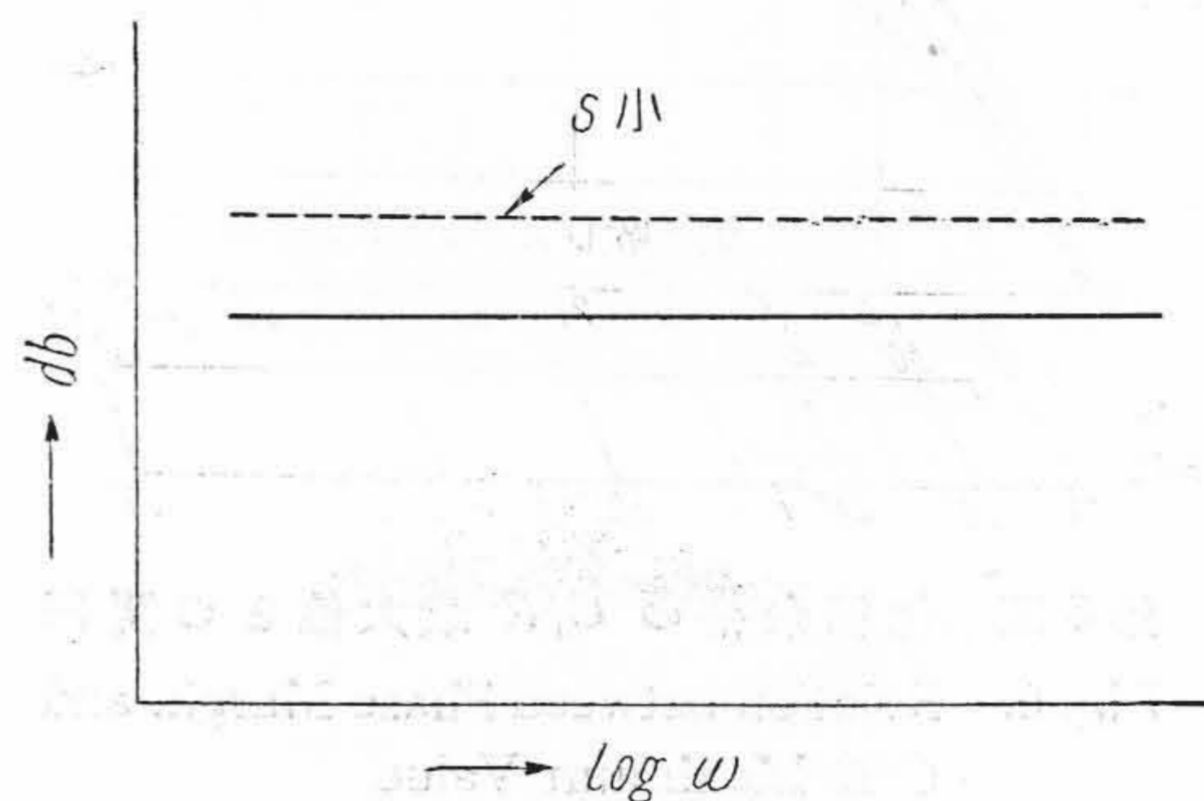


点線は供給側の時常数  $T_1$  を小にした場合

点線は需要側の時常数  $T_2$  を大にした場合

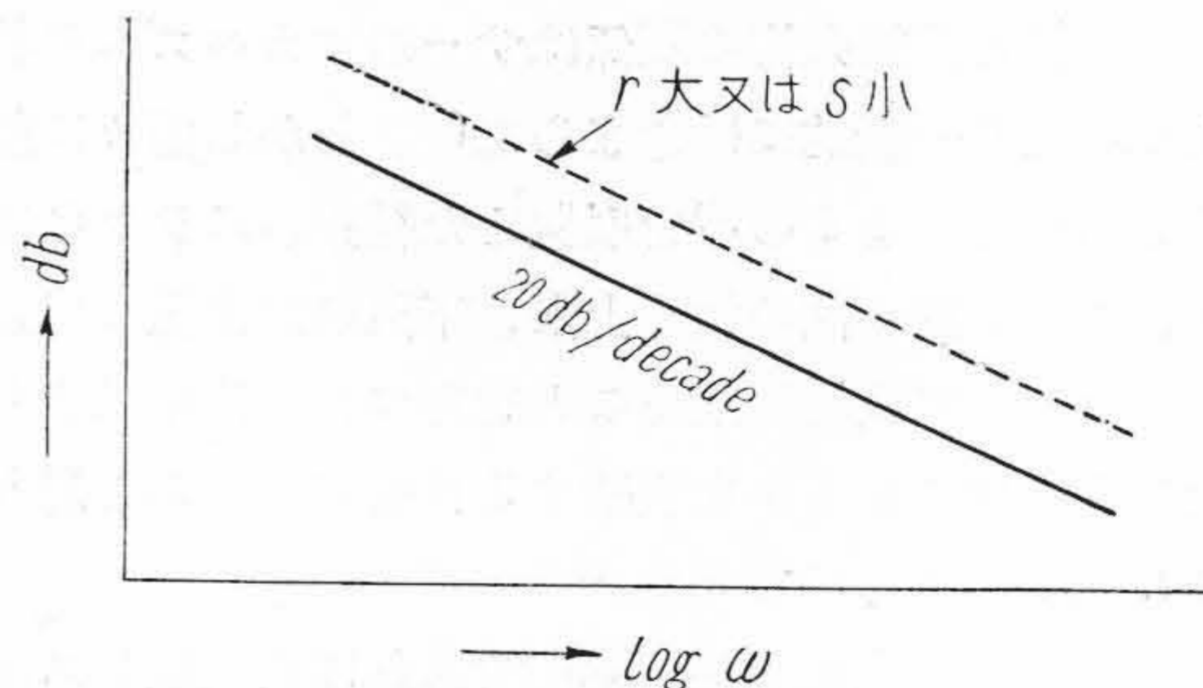
第 9 図 温度型プロセス

Fig. 9. Temperature Type Process



第 10 図 プロポーションナル動作

Fig. 10. Proportional Action



第 11 図 リセット動作

Fig. 11. Reset Action

[IV] 調節計の特性

調節計の動作特性を分析すればプロポーションナル動作、リセット動作及びレート動作の三つで、実用されている調節計はこれらの動作単独のものやその組合せである次の種類である。

(A) プロポーションナル動作

$$\mu = \frac{1}{s} \phi$$

(B) リセット動作

$$\mu = \frac{r}{s} \int \phi dt$$

(C) プロポーションナルリセット動作

$$\mu = \frac{1}{s} \phi + \frac{r}{s} \int \phi dt$$

(D) プロポーションナルレート動作

$$\mu = \frac{1}{s} \phi + \frac{q}{s} \frac{d\phi}{dt}$$

(E) プロポーションナル・リセットレート動作

$$\mu = \frac{1}{s} \phi + \frac{r}{s} \int \phi dt + \frac{q}{s} \frac{d\phi}{dt}$$

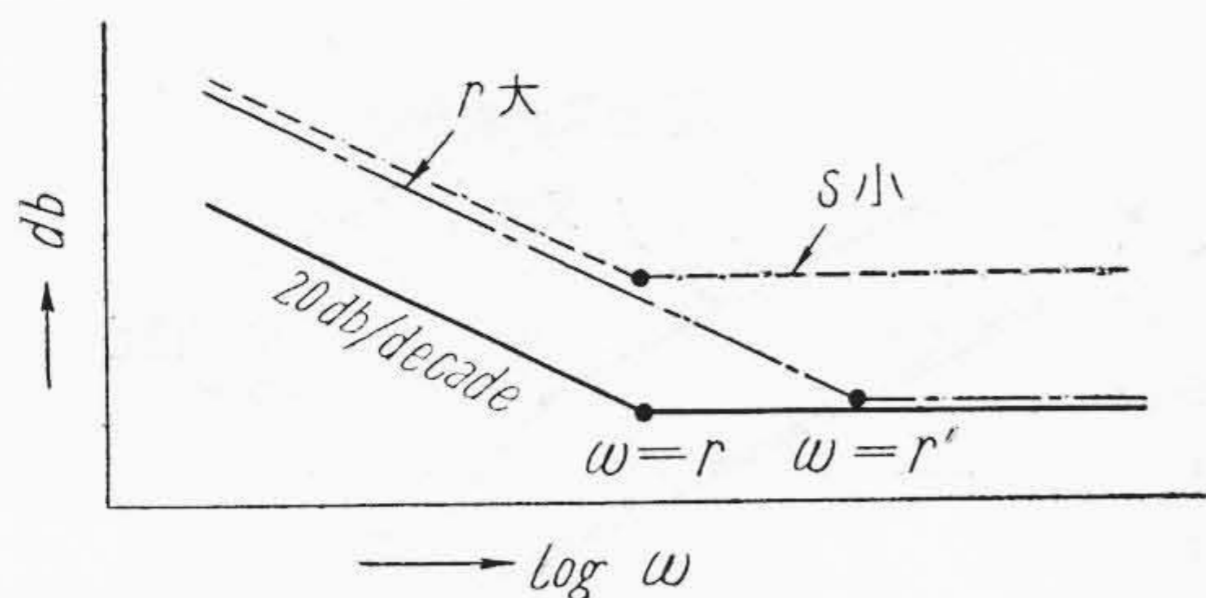
ここに  $\mu$  = 操作変数

$\phi$  = 制御変数

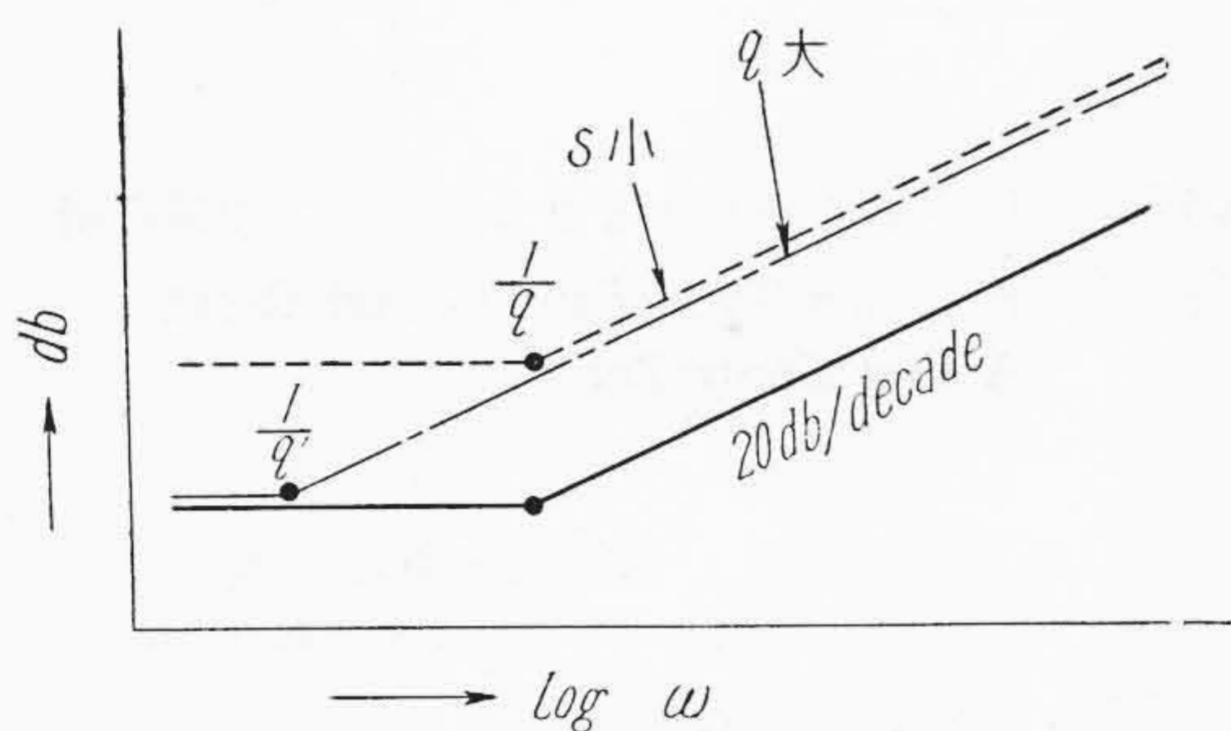
$s$  = スロットリングレンジ、100% の操作量に対応する  $\phi$  の変化を調節計の最大目盛の百分率で示したものの  $s$  の逆数が制御動作の度合を示す。

$r$  = リセット率、リセット動作の度合

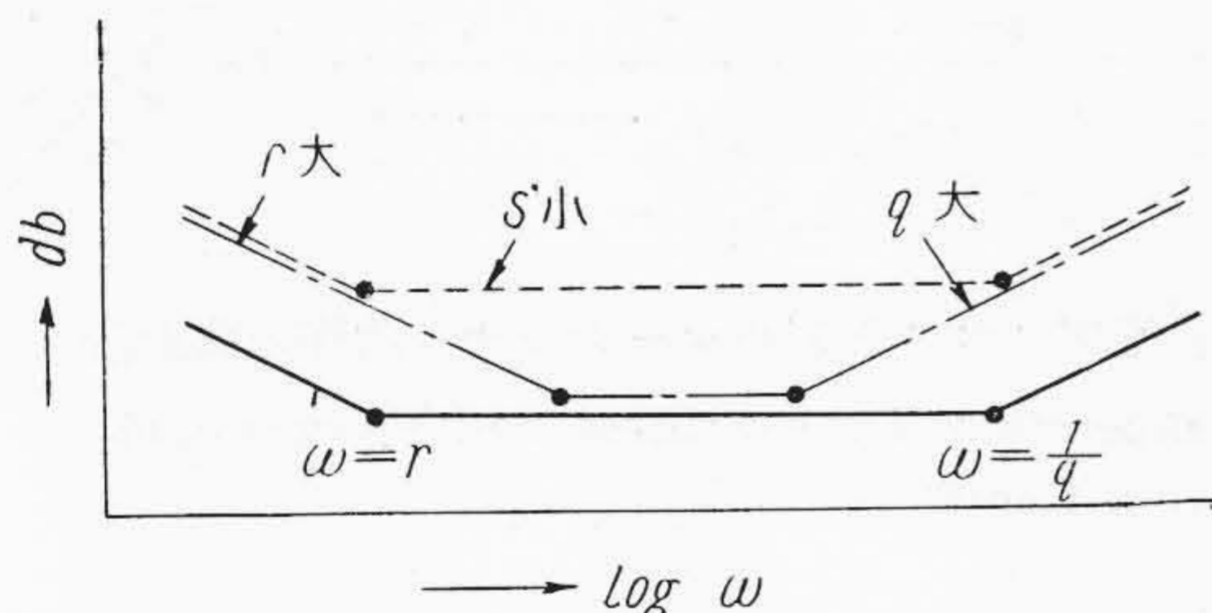
$q$  = レートタイム、レート動作の度合を示す常数で、この時間だけプロポーションナル動作のみの場合より調節動作が先行する。



第12図 プロポーションナルリセット動作  
Fig. 12. Proportional Reset Action



第13図 プロポーションナルレート動作  
Fig. 13. Proportional Rate Action



第14図 プロポーションナルリセットレート動作  
Fig. 14. Proportional Reset Rate Action

これらの動作特性を前章と同様の論法にて周波数特性としてあらわすと第10図より第14図迄の如くなる。これらの図には動作の度合を示す常数  $s, r, q$  を変化した場合を点線で示してある。

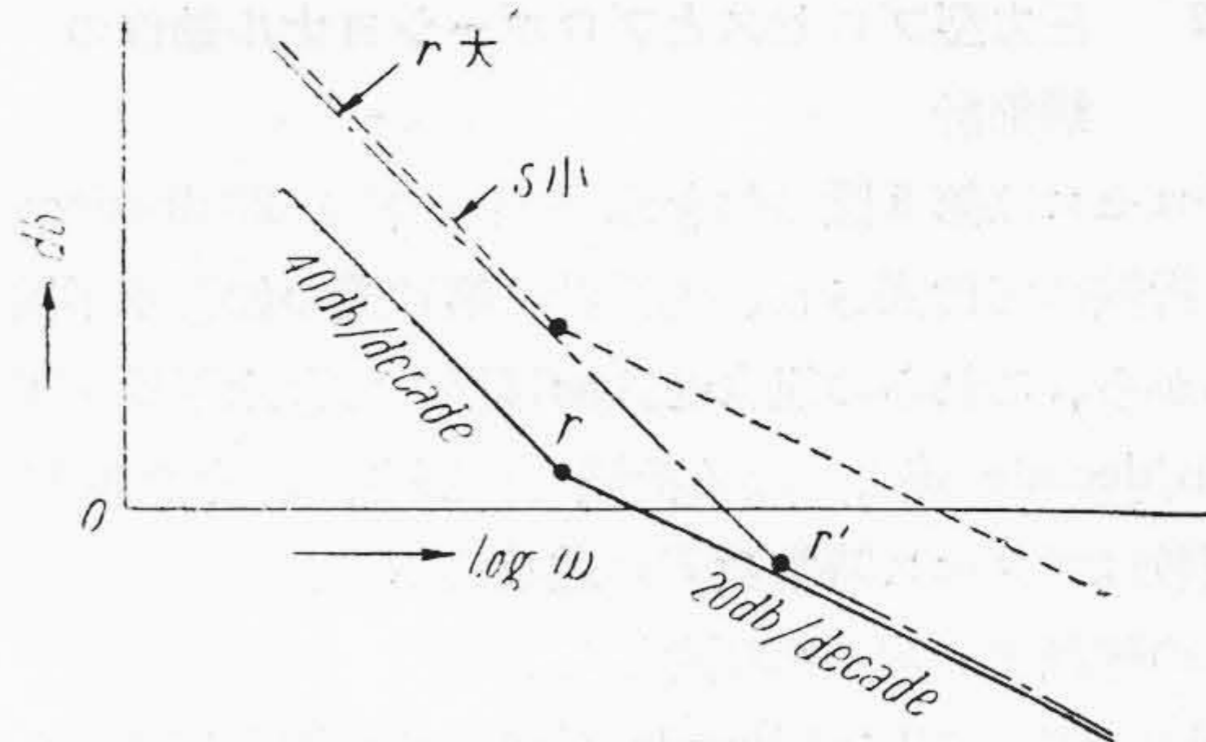
〔V〕 プロセスと調節計の組合せ特性

プロセスの伝達函数を  $KG_1(j\omega)$ , 調節計の伝達函数を  $KG_2(j\omega)$  とすると、両者の組合せ特性も一つの伝達函数  $KG(j\omega)$  であらわせ、次の関係がある。

$$KG(j\omega) = KG_1(j\omega) \times KG_2(j\omega)$$

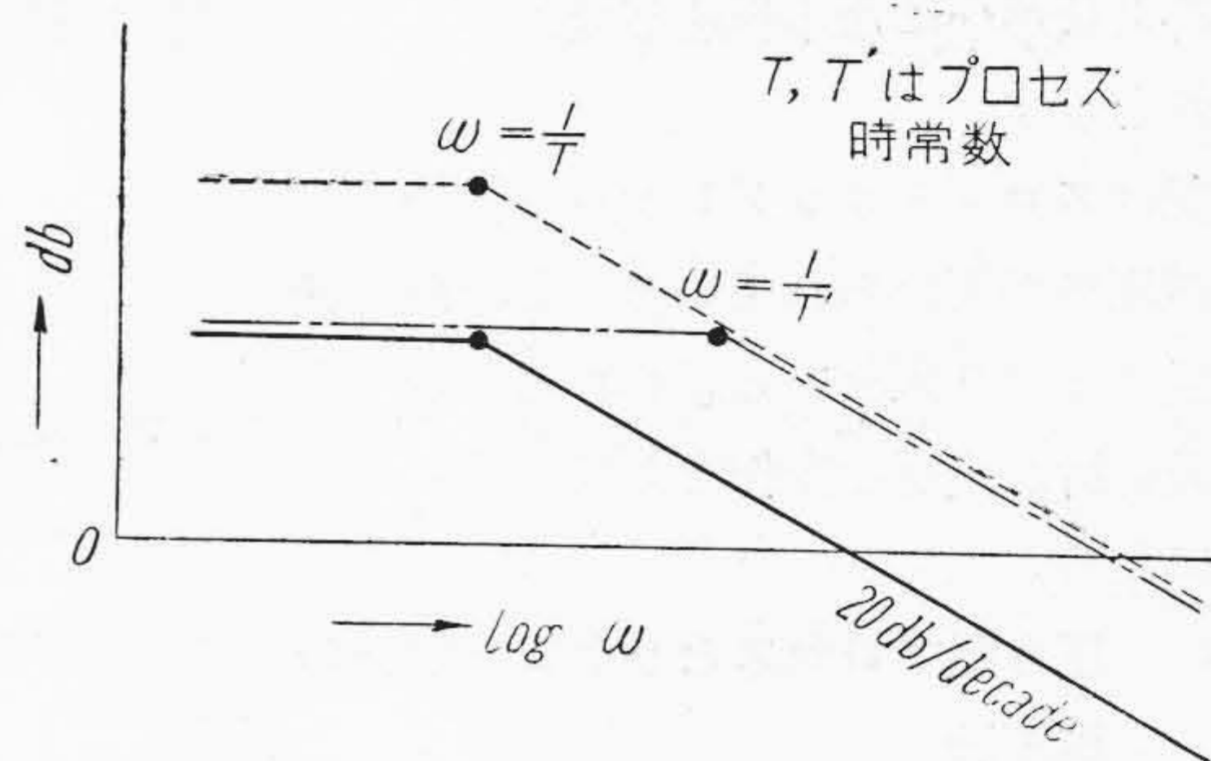
既に前章にて求めた如くその各々の周波数特性の縦軸は伝達函数の絶対値の対数の20倍、即ちデシベル (db) であらわされているものであるから、組合せの周波数特性は両者を加えればよい。

かくして得られたボード線図により安定度及び速応度を検討せんとするものである。



第15図 液面型プロセスとプロポーションナルリセット動作の調節計

Fig. 15. Liquid Type Process and Proportional Reset Action Controller



第16図 圧力型プロセスとプロポーションナル動作の調節計

Fig. 16. Pressure Type Process and Proportional Action Controller

(1) 液面型プロセスとプロポーションナルリセット動作の調節計

プロセスは第7図の如き下り 20 db/decade 線であらわれ、調節計は第12図の如き下り 20 db/decade 線と水平線の折線であらわされるものであるから組合せ特性は第15図の如く下り 40 db/decade 線と 20 db/decade 線より折線になる。

この線図より次のことを知ることが出来る。

(A) リセット率  $r$  を大にすると鎖線の如くになり下り 40 db/decade 線で 0 db 線を切るようになり安定度を減ずる。その極端な場合であるリセット動作のみになると 20 db/decade 線はなくなるから如何なる場合にも不安定になる。

(B) スロットリングレンジを小にすると 20 db/decade 線は図の点線の如く長くなり、20 db/decade 線で 0 db 線を切ると共に 0 db になる点より 40 db/decade 線が遠くなるから安定度は増加する。且つ 0 db になる周波数が大になるから速応度は良くなる。

(2) 圧力型プロセスとプロポーションナル動作の調節計

プロセスは第 8 図の如き水平線と下り 20 db/decade 線の折線にて代表され、調節計は第 10 図の如き水平線であるから、これらの組合せは第 16 図の如き水平線と下り 20 db/decade 線よりなる折線で代表され、その折目の周波数はプロセス時定数  $T$  の逆数である。

この線図より次の事項を知る。

(A) 下り 20 db/decade 線で 0 db 線を切るからスロットリングレンジを小にしても常に位相余裕は  $90^\circ$  以上であつて極めて安定である。

(B) スロットリングレンジを小にすれば速度度は良くなる。(図の点線がこれを示す)

(C) スロットリングレンジが同じであつてもプロセスの時定数が小になる程速度度が良くなる。(図の鎖線がこれを示す)

上記はスロットリングレンジの極めて小さい減圧弁が用いられていることや調節弁が適当寸法より大きいと思われるものでも圧力調節計が良好な動作をしていることの証明になる。

(3) 圧力型プロセスとリセット動作の調節計

プロセスは水平線と下り 20 db/decade 線の折線であり、調節計は下り 20 db/decade 線であるから、組合せは下り 20 db/decade 線と下り 40 db/decade 線の折線にてあらわされる。このボデー線図より次の事項を知る。

(A) プロセスの容量又は抵抗を減じてプロセス時定数  $T$  を小とすると 0 db になる周波数は大となり速度度が良くなると共に 0 db になる点より下り 20 db/decade 線が近くなるから安定度は増加する。即ち時定数の小さいプロセスに有利である。

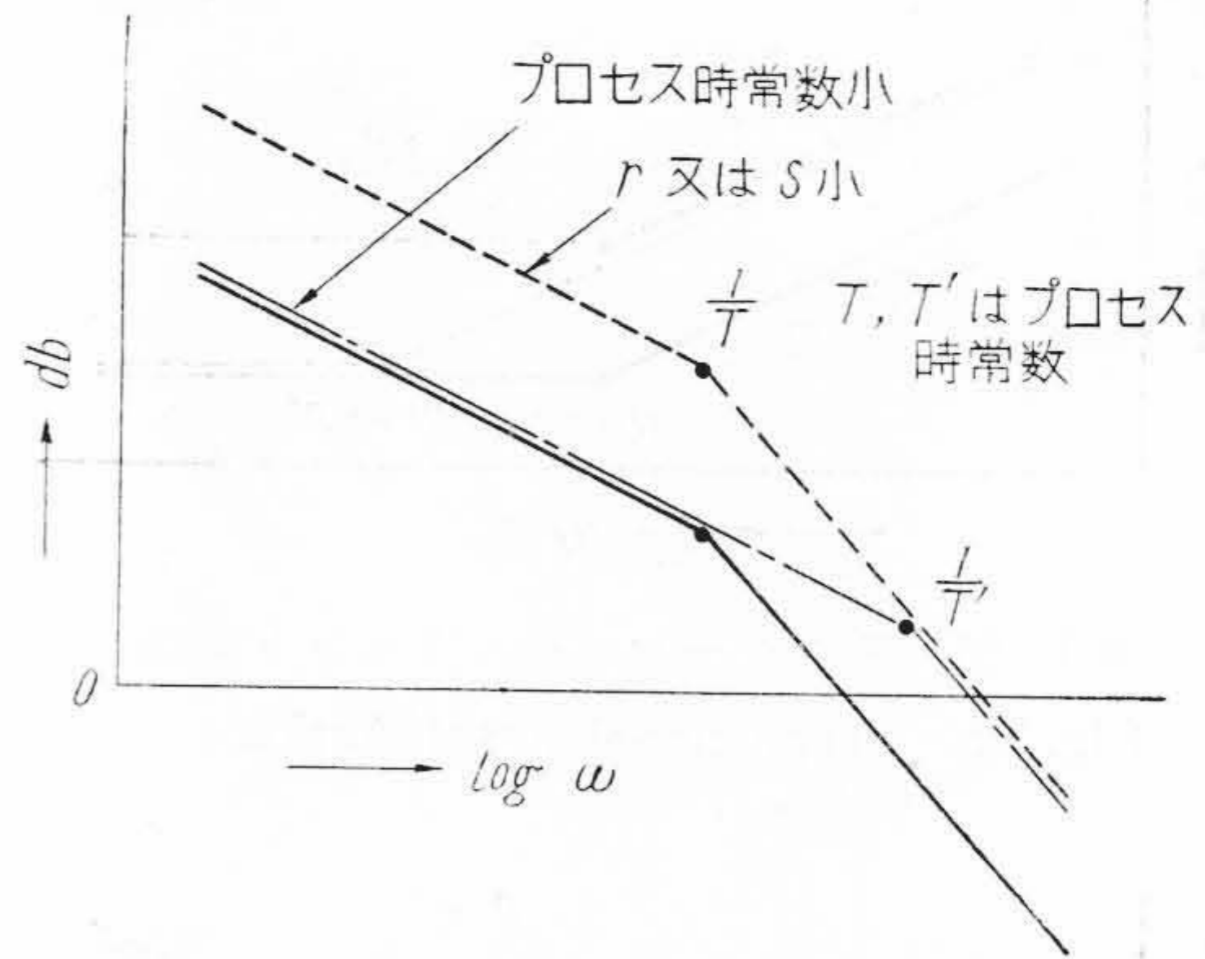
(B) リセット率  $r$  を大きくするかスロットリングレンジを小にして調節計の感度を上げると速度度は増すが安定度は減ずる。

これら文献<sup>(1)(4)</sup>の所論と一致することである。

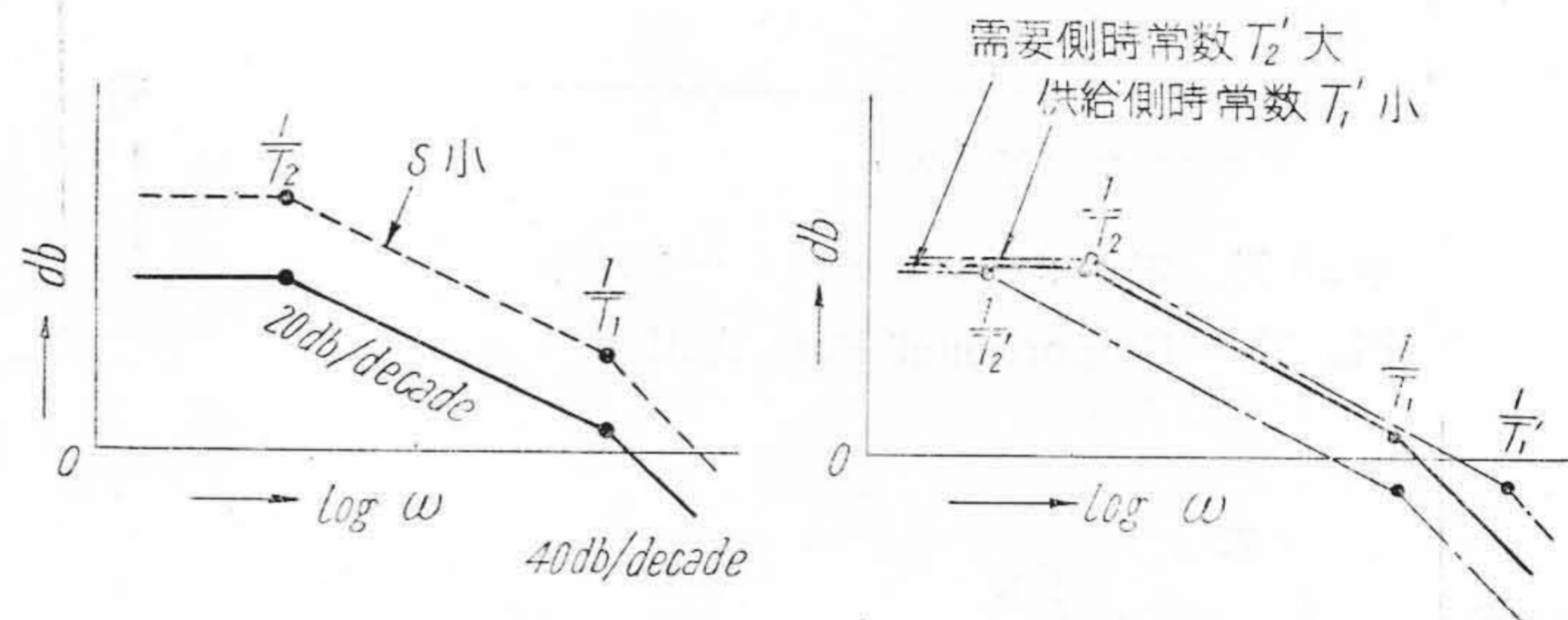
(4) 温度型プロセスとプロポーションナル動作の調節計

組合せ特性はプロセスと同じ形で折目は需要側及び供給側時定数の逆数である。第 18 図より下記を知る。

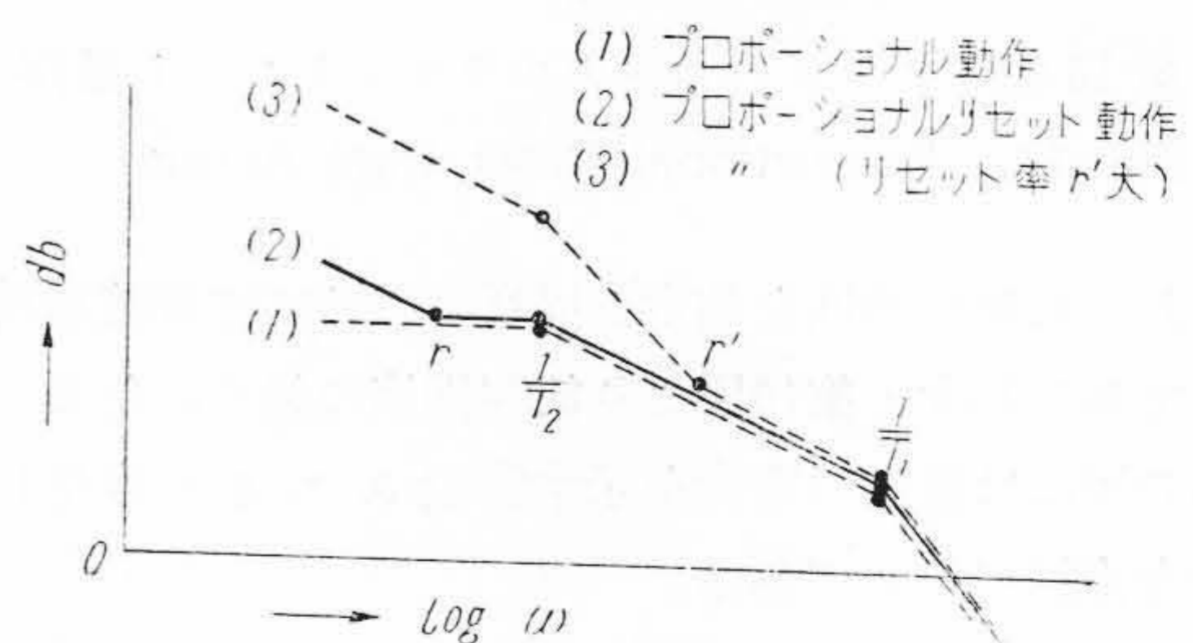
(A) 左の図の点線で示す如くスロットリングレンジを小にすると 0 db 線を下り 40 db/decade 線で切り、下り 20 db/decade 線より遠くなるから安定度は減ずる。しかし速度度は良くなる。



第 17 図 圧力型プロセスとリセット動作の調節計  
Fig. 17. Pressure Type Process and Reset Action Controller



第 18 図 温度型プロセスとプロポーションナル動作の調節計  
Fig. 18. Temperature Type Process and Proportional Action Controller

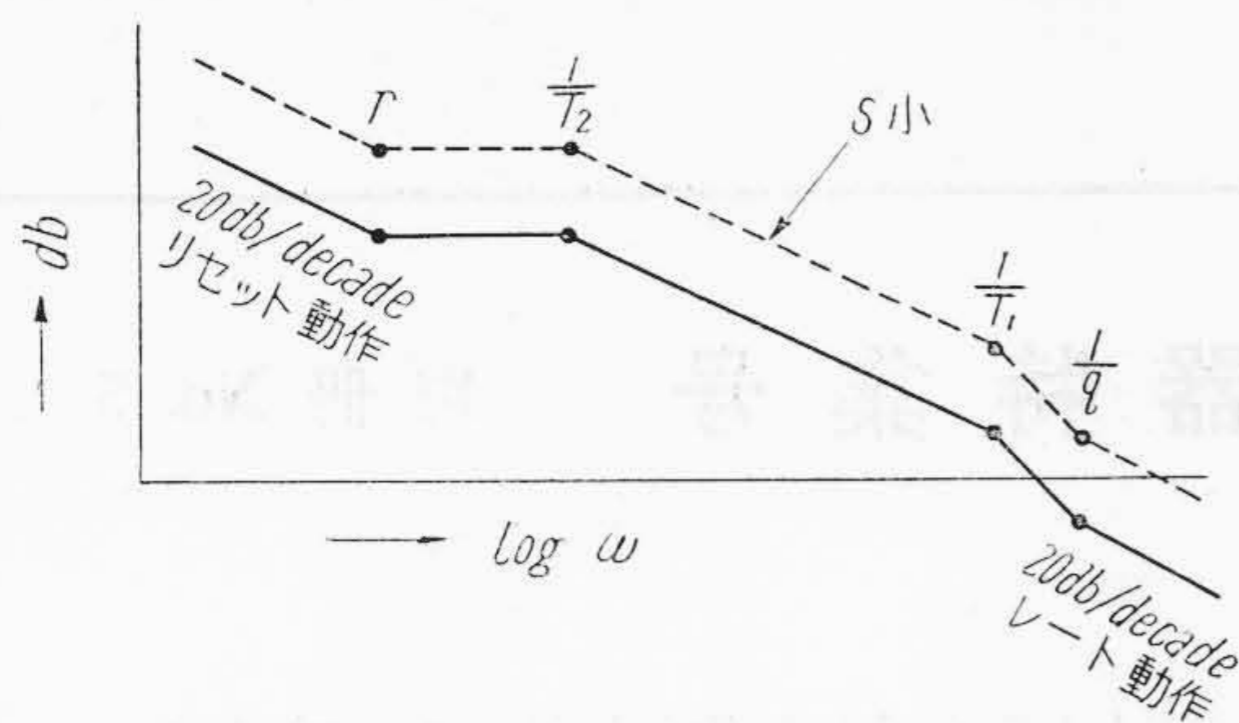


第 19 図 温度型プロセスとプロポーションナルリセット動作の調節計

Fig. 19. Temperature Type Process and Proportional Reset Action Controller

(B) 供給側時定数  $T_1$  を減じ  $T'_1$  にすると 0 db 線を下り 20 db/decade 線で切り 0 db になる周波数が大となると共に下り 40 db/decade 線から遠くなるから速度度が良くなると共に安定度も良くなる。

(C) 需要側時定数  $T_2$  を大にして  $T'_2$  にすると下り 20 db/decade 線で 0 db 線を切るが 0 db になる周波数が小になるから安定度を増すが速度度が減ずる。これら



第20図 温度型プロセスとプロポーションナルリセットレート動作の調節計

Fig. 20. Temperature Type Process and Proportional Reset Rate Controller

の事項は経験や常識と一致する所である。

(5) 温度型プロセスとプロポーションナルリセット動作の調節計

第19図の如き特性を示すボード線図より次のことを知ることが出来る。

(A) 同じスロットリングレンジでセット動作を加味しても速応度は変わらないが、リセット動作による最初の下り 20 db/decade 線の影響分だけ位相余裕が小さくなるから安定度が減ずる。リセット率を大にすると下り 40 db/decade 線があらわれ安定度は更に減ずる。

(B) 安定度を同じにするにはそれだけ利得を下げる。即ちスロットリングレンジを大にしなければならない。このため速応度を減ずる。

(C) (B)の事項はリセット率  $r$  を大にする程著るしくなるから、リセット動作を大きくきかすことは不可能である。

Ziegler-Nichols氏がリセット動作を附すとプロポーションナル動作のみの場合よりスロットリングレンジを10%増加すべきことを示していることは上記よりうなずけることである。

(6) 温度型プロセスとプロポーションナルリセットレート動作の調節計

特性は第20図のボード線図にて示される。これより次の事項を知る。

(A) プロポーションナル動作のみのときスロットリングレンジを同じと考えると0 dbになる周波数は変わらない

が、位相余裕はリセット動作のための下り 20 db/decade 線の影響を受けて小になるが、レート動作により下り 40 db/decade 線が下り 20 db/decade に傾斜をゆるめられただけ大になる。しかるに 0 db になる点よりは後者は前者よりも近いだけ影響する度合は大きいから位相余裕は差引大となり安定度を増す。

(B) 安定度をプロポーションナル動作のみの場合よりは悪くしない程度に減ずると点線の如くスロットリングレンジを小にして利得を上げ得る。この場合は 0 db になる周波数が上るから速応度は良くなる。

前節(5)の(B)にて述べた如く、リセット動作を加味すると速応度が犠牲になつたのに対し、レート動作を加味すると速応度が増加する。このことは表現は多少異なるが Eckman<sup>(4)</sup> が同じプロセスでプロポーションナル、リセット、レートの三要素で別々にサイクリングを起させるとその周期が 2 : 1 : 2/3 であることを述べられていることや高橋氏<sup>(2)</sup>が同じ死時間  $L$  があるときのサイクリングの周期がそれぞれ約  $6L, 5L, 3.2L$  になると述べられていることと一致する。

[VI] 結 言

プロセス及び調節計の組合せ特性をボード線図にあらわすことにより、微分方程式にて証明され、或は経験的に知つている事実を簡潔に整理出来ることを述べた。

この方法は直観的に組合せ特性を理解出来るから、定性的記述ではあるが、空気作動式調節計を使用される工場の技術者の参考になるものと信ずる。

更に順次定量的裏付けを行けば、希望通りの制御経過が得られない場合にも解決策を見出したり、又制御経過を予知出来るようになるものと思うので、この方面に努力する心積りである。

参 考 文 献

(1) 寒川 武: 自動制御の理論と実際 昭和 23 年  
 (2) 高橋安人: 自動制御 昭和 24 年  
 (3) Chestnut & Mayer: Servomechanisms and Regulating System Design Vol. 1, 1951  
 (4) Donald P. Eckman: Principle of Industrial Process Control, 1951

『日立評論』 水力発電機器特集号 別冊 No. 5



我国の豊富な水力を原動力としての水力発電は益々国策上からも重要な使命を帯びてきております。日立製作所に於ては戦前より卓越せる技術を以つて水力発電機器の製作に当つて参りましたが、戦後は更に各種の記録的な製品を完成し、斯界のエポックメーカーとして注目されております。本誌はさきに Vol. 32 No. 12 に「電源開発特集号」を発行、水力発電に関する劃期的なルポルタージュとしましたが、今回はその後の日立技術の成果を収録して「日立評論」別冊 No. 5「水力発電機器特集号」として来る 12 月中旬発行することになりました。

内容は下記の通り本文約 160 頁、写真図版約 400 枚を収録した集大成で、別冊 No. 4「火力発電機器特集号」の姉妹篇であります。何卒本誌同様御愛読願ひ上げます。

◆ 内 容 ◆

- ◎ 巻頭言「機器の効率に就いて」.....関西電力株式会社・副社長 森 寿五郎
- ◎ 水力発電所建設に就いて.....電源開発株式会社 {新原武雄進  
桑原 武雄進
- ◎ ペルトン水車.....日立製作所・日立工場 {田中重三夫  
舩中沢重秀三夫
- ◎ カプラン水車.....日立製作所・日立工場 {深山栖俊一爾  
山崎 俊卓一爾
- ◎ 最近のフランシス水車に就いて.....日立製作所・日立工場 {深高栖俊一夫  
高橋 俊春一夫
- ◎ 最近の水車発電機.....日立製作所・日立工場 菊地弥十郎
- ◎ 最近の日立継電器に就いて.....日立製作所・多賀工場 猿渡房吉
- ◎ 最近の電力用変圧器.....日立製作所・日立工場 首藤 清
- ◎ 最近の遮断器及び保安器.....日立製作所・日立国分分工場 桑山正俊
- ◎ 最近の制御装置及び配電盤に就いて.....日立製作所・日立国分分工場 森山一夫
- ◎ 水力発電所に於ける指示電気計器.....日立製作所・多賀工場 宗像晋介
- ◎ 搬送保護継電装置.....日立製作所 {日立国分分工場 川井晴雄夫  
戸塚工場 中谷 晴信夫
- ◎ 水力発電所の遠方監視制御.....日立製作所・日立国分分工場 三田勝茂
- ◎ 最近の水力発電所用起重機.....日立製作所 {亀有工場 {横村沢源郎雄吉修郎  
日立工場 {吉田田附 正一  
西 一
- ◎ 最近の水力発電所用建設機械.....日立製作所 {亀有工場 {赤木部哲進義夫  
川崎工場 西岡富士夫