

# 遠心清浄機の危険速度

小堀 与一\*

## The Critical Speeds of the Centrifugal Purifier

By Yoichi Kobori

Hitachi Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

### Abstract

This is the report of the writer's experiment and calculation of the critical speeds of Type DO centrifugal purifier. The driving speed of Type DO purifier being considerably higher than the lower order critical speeds, it presents an important problem to design engineers of this type of machines how to determine the critical speeds of the machine. This machine involves two vibrational systems in its structure; the one is the inverted pendulum type and the other the overhung shaft type. And so this machine has to handle two critical speeds corresponding to the above. In relation to the former type a calculation formula has been established, in which the consideration is given to the strength of spring and the direction of rotation and whirling, and concerning the latter the calculation formula for three types of critical speeds have been made, in which the gyromoment has been taken into consideration. In the experiment with Type 4-DO purifier only one sort of the critical speed came out to be obvious for each type of vibration system. The value for the inverted pendulum type was about 1/7 of 110~ driving speed and that for the overhung shaft type was a little less than 1/2. Through this experiment it has been clarified that every experimental value shows a fair degree of coincidence with the calculated value that can be derived when the direction of rotation and whirling is one.

### 〔I〕 緒 言

遠心清浄機は混合液体の比重の差と高速回転における遠心力とを利用して混合2種の液体、または液体中に混入している固形微粒物を機械的に分離し、液体を清浄する機械である。ここに取扱うのは日立D型である。D型遠心清浄機の回転部分は2点で支持された倒立振り子の突出車軸で、定格速度6,900rpmで運転される(4-DO型において)。本機は本来の目的上前記のごとき高速回転を必要とするので、危険速度を運転速度に対していかにとるべきかは設計上はなはだ重要な問題である。従来この危険速度は主として倒立振り子および単純な片持軸として取扱われて来たが、本報告ではDO型について更に詳細に危険速度を明らかにするためまづ計算式を求め、かつ4-DO型について実験ならびに数値計算を行い比較検討した。

\* 日立製作所日立研究所

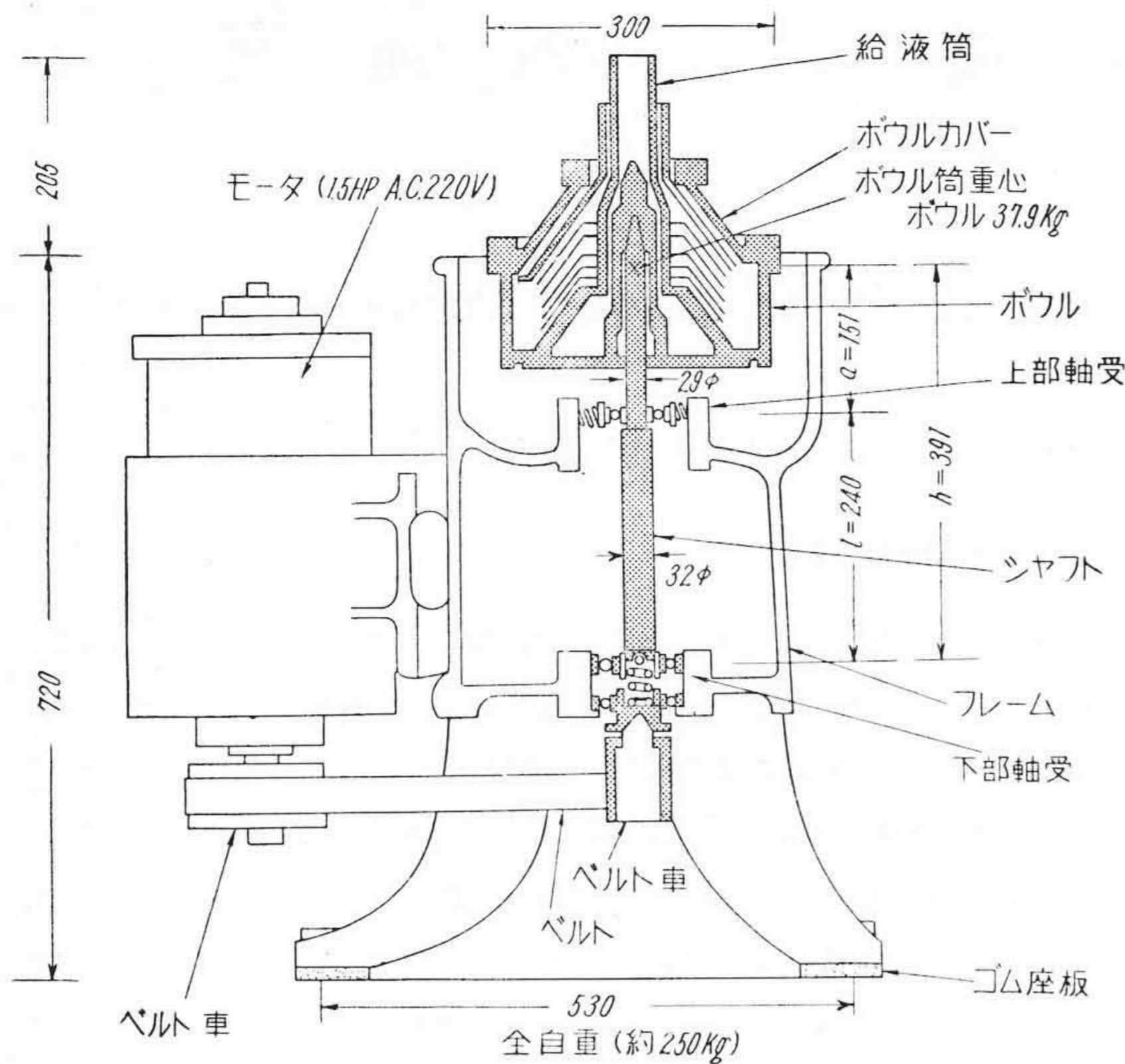
### 〔II〕 計 算

#### (1) 振 動 系

第1図(次頁参照)はDO型の構造略図である。図から本機の振動系として

- (A) ボウル—バネ
- (B) ボウル—弾性シャフト
- (C) フレーム—ゴム座板

が考えられるが、いまの場合は前2者を対象とすればよい。すなわち(A)はボウル(質量)、シャフト(振り子の軸)および上軸受バネよりなる倒立振り子であり、(B)は上下両軸受で支持された突出車軸である。(A)および(B)の系の振動状態を第2図(次頁参照)に示す。計算の便宜上(a)ではシャフトは完全剛体、(b)ではバネは十分強く、上下軸受部ともシャフトを完全に支持しており、シャフトは弾性(たわみ得る)シャフトであると仮定する。

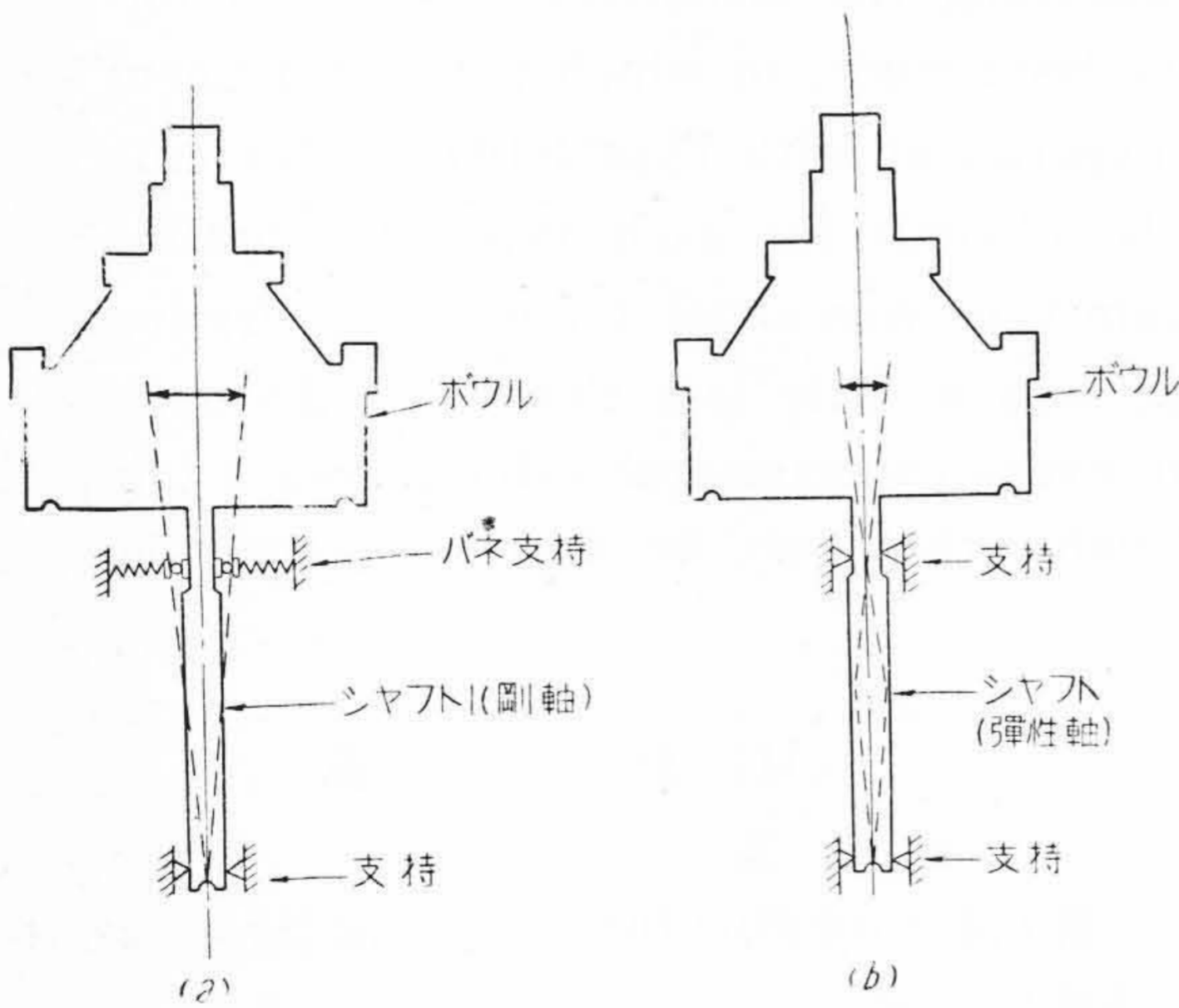


第1図 4-DO型遠心清浄機構造図  
Fig. 1. Structure of 4-DO Centrifugal Purifier

くなり、方向が互に反対になるときは低くなる<sup>(1)</sup>。危険速度は自転と公転の速さが一致したときの固有振動数であるから、その場合の上記2種の振動数はそれぞれ順向および逆向の危険速度となる。まづ回転中の固有振動数を求める。

第3図に示すごときバネで支持された倒立振り子の回転体(ボウルおよびシャフト)が最初平衡な軸の周りに $2\phi$ の角度で旋回しているとする。記号を次のごとく定める。

- $l$  = 支点とバネとの距離 (cm)
- $h$  = 支点とボウル重心との距離 (cm)
- $\Omega$  = 振り子の軸の公転の角速度 (rad/s)
- $\omega$  = 軸の自転の角速度 (rad/s)
- $I_p$  = 軸の周りのボウルの慣性モーメント (kg×cm<sup>2</sup>)



第2図 DO型遠心清浄機の振動系  
(a) 倒立振り子 (b) 突出車軸  
図の矢印は振動の方向および振幅の大小の概念を示す

Fig. 2. Vibration-Systems of 4-DO Centrifugal Purifier

(a) Inverted Pendulum Type  
(b) Over Hung Shaft Type  
Arrows in the Center of Figures Show the Direction of Vibration and Their Amplitude for Comparison

(2) 倒立振り子

倒立振り子が回転(自転)する場合には旋回(公転)の向きによつて固有振動数は二つに別れる。その値は自転の方向と公転の方向とが一致した場合には静止時の値より高

$I_a$  = 支点をよぎり紙面に垂直な軸の周りのボウルの慣性モーメント (kg×cm<sup>2</sup>)

$k$  = 振り子のバネのバネ常数 (kg/cm)  
(支点の周りに $\phi$ ラジアン回すに要するトルク $K$ は $K=l^2k\phi$  (kg×cm) で与えられる)

$g=980$  cm/s<sup>2</sup>

振り子が $\omega$ で回転し、 $\Omega$ で旋回している場合、固有振動数 $f_n$ ( $\sim$ )は次式によつて与えられる。

$$(2\pi f_n)^2 = \frac{l^2k \pm \omega\Omega I_p - mgh}{I_a} \dots\dots\dots (1)$$

右辺分子の正号は旋回と回転とが同一方向の場合すなわち順向を、負号は反対方向の場合すなわち逆向を意味する。危険速度では

$$\omega = \Omega = 2\pi f_n \dots\dots\dots (2)$$

であるから、(2)式を(1)式に入れると危険速度は

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l^2k - mgh}{I_a \mp I_p}} \dots\dots\dots (3)$$

となる。

計算例 4-DO型については

$$I_p = 4,242 \text{ kg} \times \text{cm}^2$$

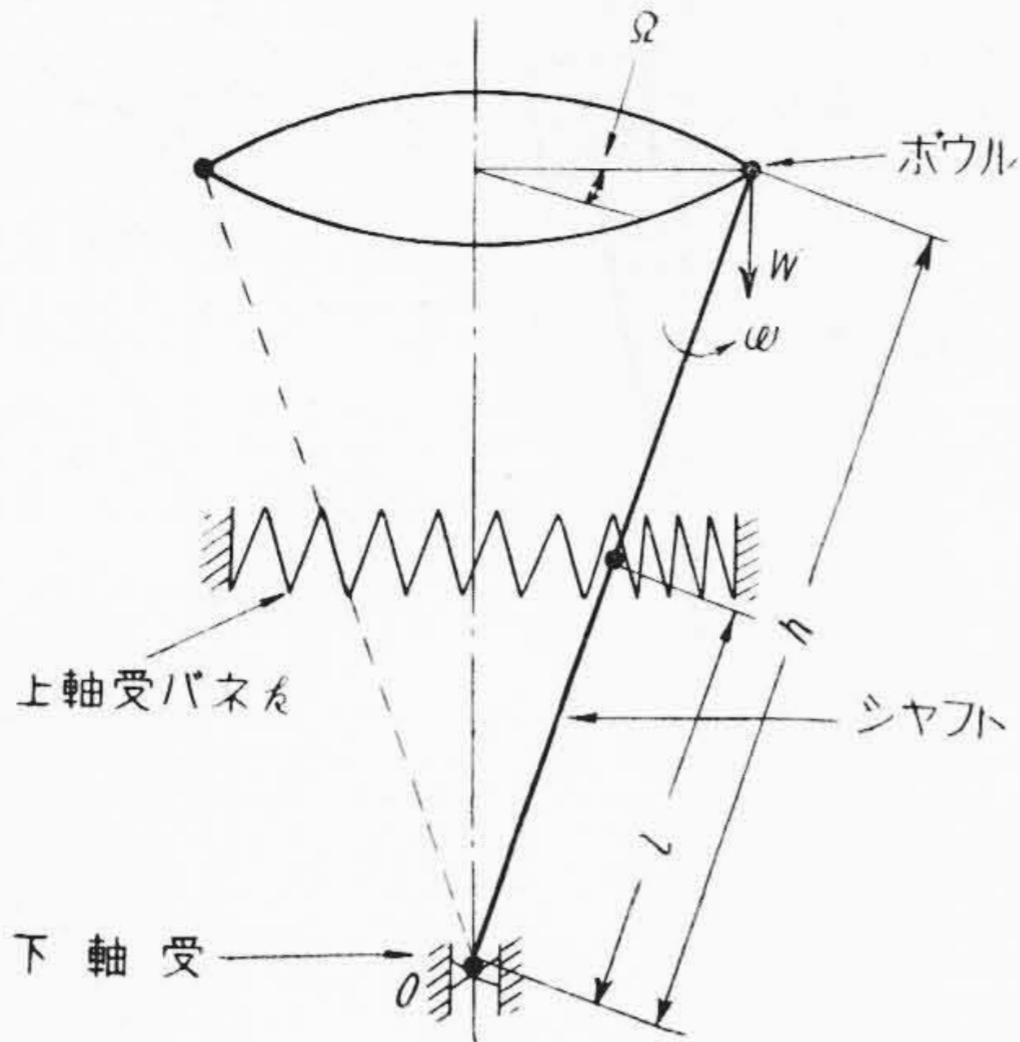
$$m = 37.86 \text{ kg}$$

$$I_a = 62,350 \text{ kg} \times \text{cm}^2$$

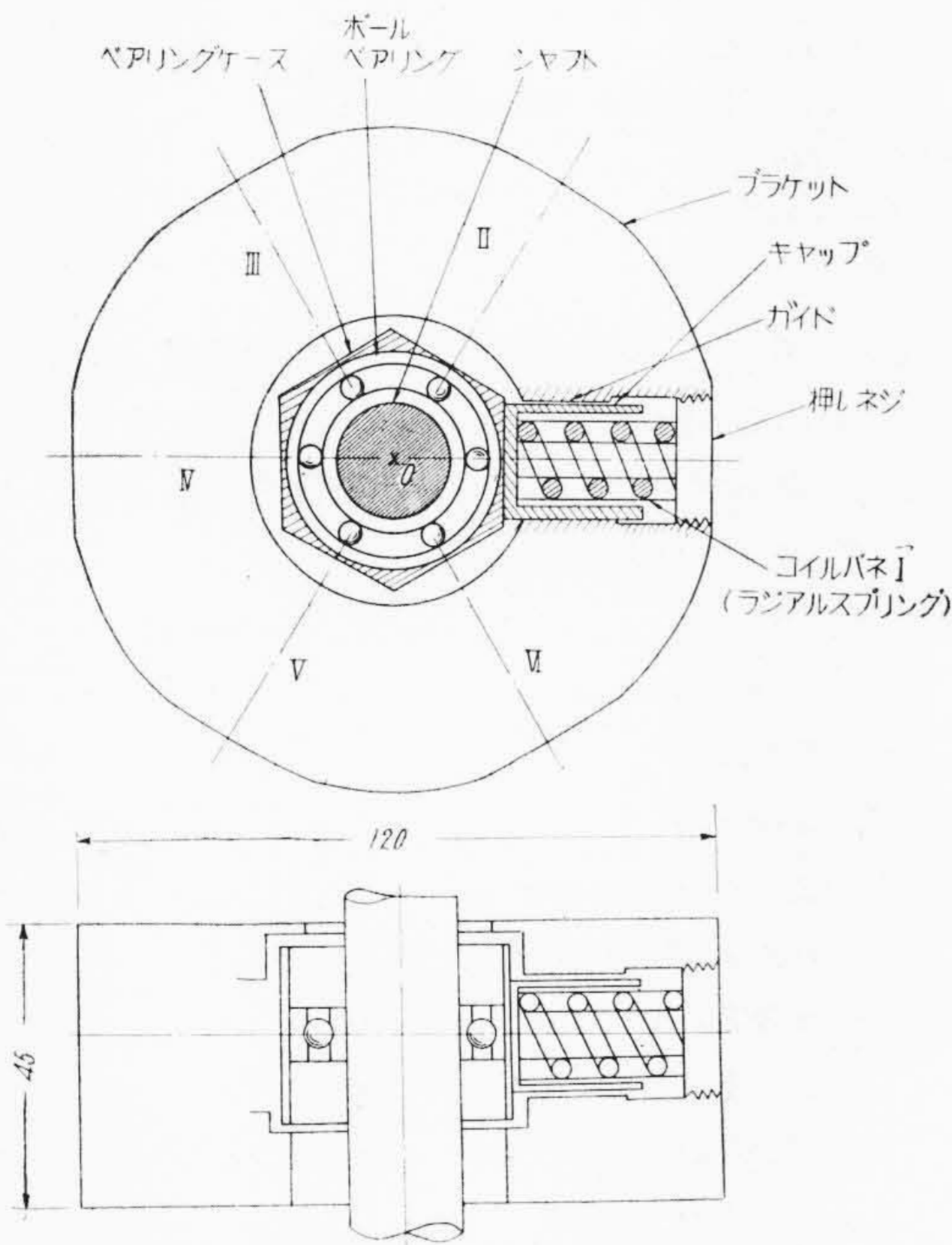
$$l = 24.0 \text{ cm}$$

$$h = 39.1 \text{ cm}$$

である。バネ常数 $k$ は上軸バネを構成する6箇のコイルバネ(第4図参照)の合成バネ常数で、コイルバネの種類、



第3図 巡回する倒立振り子  
Fig. 3. Whirling Inverted Pendulum



第4図 上軸受バネの構造  
Fig. 4. Structure of the Spring in the Upper Bearing

使用圧縮量によつて異なる性質のものである。第4図の変位するバネ端は外力の方向にのみ変位するという条件からコイルバネのバネ常数と上軸受バネ常数  $k$  との間には次の関係式が成立する<sup>(2)</sup>。

$$k = 3(k_1 + k_2) \dots\dots\dots (4)$$

ただし  $k_1$  および  $k_2$  はそれぞれコイルバネの高さの方向および横荷重方向に対するバネ常数である。 $k_1$  および  $k_2$  を実測し  $k$  を求めた結果は第1表の通りである。上記の数値と第1表の3種のバネ常数  $k_{(a)}$ ,  $k_{(b)}$  および  $k_{(c)}$

第1表 バネ常数

Table 1. Spring Constants

種類	コイルバネ			合成バネ(上軸受バネ)	
	圧縮量 (mm)	$k_1$ (kg/cm)	$k_2$ (kg/cm)	種類	$k=3(k_1+k_2)$ (kg/cm)
A	3	100	135	(a)	$k_{(a)}=705$
B	2	130	140	(b)	$k_{(b)}=810$
B	3	140	195	(c)	$k_{(c)}=1,005$

(註) バネAは柔らかいバネで高さ 23, 外径 19φ, 線径 3.25φ, 巻数 5, バネBは堅いバネで高さ 23, 外径 19φ, 線径 3.5, 巻数 4.5 である。

第2表 倒立振り子型危険速度計算値 (〜)

Table 2. Calculated Values of Critical Speed of Inverted Vibration (〜)

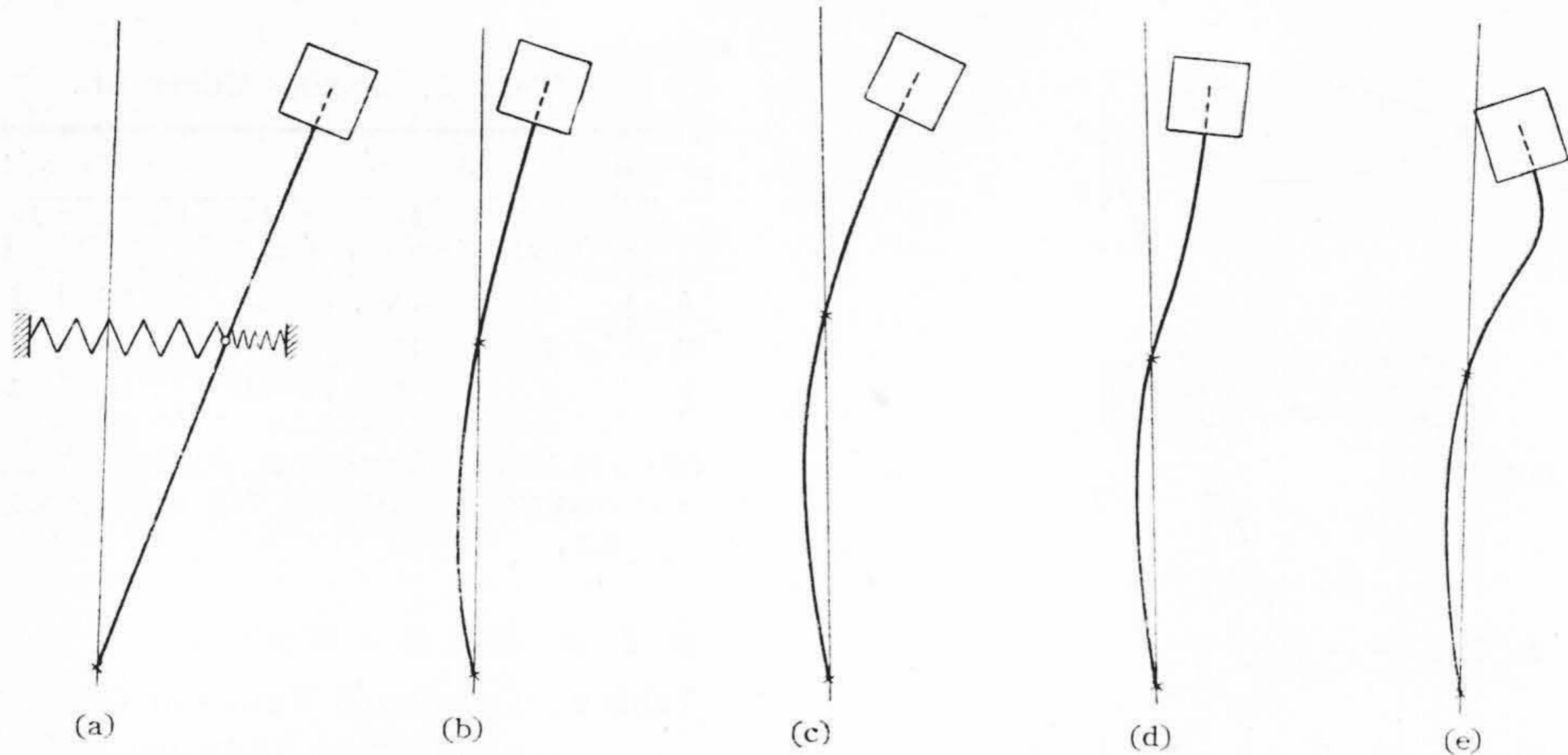
上軸受バネ常数 (kg/cm)	逆向危険速度	順向危険速度
705	12.30	13.17
810	13.19	14.11
1,005	14.68	15.72

の値を(3)式に入れて危険速度を求めると第2表のようになる。表から4-DO型清浄機の危険速度はバネのこわさならびに圧縮量に応じ若干相違はあるが、順向、逆向を通じ 12.30~15.72 の範囲にあることがわかる。

(3) 突出車軸

ボウルおよびシャフトはシャフトが完全な剛体とみなされる範囲では(比較的低速な回転ではこうなる)完全な倒立振り子型で回転するが、ある回転速度以上ではシャフトは剛体とみなし得ず、たわみ軸の性質を帯びる。この場合ボウルおよびシャフトは近似的に上下両軸受で支持された突出車軸を成すと考えられる(ただし実際は上軸受は弾性支持されているから考えた程突出車軸型のたわみ振動は強調されない)。回転しない場合のシャフトのたわみ振動型は突出端に単純な集中荷重がある場合に等しいが、回転するときは、ボウルは絶えず角運動量を変化させるから、突出端(ボウルの重心までシャフトが延長していると考え)にはジャイロ作用によるモーメントが加わる。これがボウルの偏心による遠心力の曲げモーメントと合成して、軸のたわみ形状を変化して巡回運動を起す。前項同様巡回速度の大きさと回転速度の大きさとが一致したときが危険速度である。この危険速度は巡回の向きに応じ第5図(次頁参照)(c), (d) および (e) に示す3箇に別れる<sup>(3)(4)</sup>。第5図(a)の倒立振り子型と第5図(b)の単純荷重による横振動の型とは、端にモーメントが加わるだけ異なる(実際は上軸受がバネにより支持されているのでこれほど鮮かなたわみ振動型の形態をとらないことは後述の実験でもわかる)。

順向の危険速度を求める。符号を次のように定める。



第 5 図 各種型の振動形態  
 (a) 倒立振り子型 (b) 固有振動型 (c) 低速逆向危険速度型  
 (d) 順向普通危険速度型 (e) 高速逆向危険速度型

Fig. 5. Vibrational Forms for the Type of All Kinds

- (a) Inverted Pendulum Type
- (b) Natural Vibration Type
- (c) Lower Backward Critical Speed Type
- (d) Ordinary Forward Critical Speed Type
- (e) Higher Backward Critical Speed Type

$\alpha$  = ボール重心位置における単位荷重による重心位置のたわみ

$$= \frac{a^2}{3E} \left( \frac{l}{I_1} + \frac{a}{I_2} \right) \quad (\text{cm/kg})$$

$\beta$  = ボール重心における単位モーメントによる重心位置におけるシャフトの傾角

$$= \frac{1}{3E} \left( \frac{l}{I_1} + \frac{3a}{I_2} \right) \quad (\text{rad/kg} \times \text{cm})$$

$r$  = ボール重心における単位モーメントによる重心位置におけるシャフトのたわみ

$$= \frac{a}{6E} \left( \frac{2l}{I_1} + \frac{3a}{I_2} \right) \quad (\text{cm/kg} \times \text{cm})$$

$a$  = 車軸突出部の長さ =  $h - l$  (cm)

$l$  = 上下軸受間距離 (cm)

$I_1$  =  $l$  部シャフト断面二次モーメント (cm<sup>4</sup>)

$I_2$  =  $a$  部シャフト断面二次モーメント (cm<sup>4</sup>)

$E$  = シャフトの材料の縦弾性率 (kg/cm<sup>2</sup>)

$m$  = ボウルの質量 (kg)

$I_p$  = ボウルの回転軸の周りの慣性モーメント (kg × cm<sup>2</sup>)

となり、(6) 式を解いて得られる二つの実根  $\omega_I$  および  $\omega_{II}$  は求める危険速度で ( $\omega_I > \omega_{II}$  とする) それぞれ高速逆向危険速度および低速逆向危険速度である。

計算例 4-DO 型については

$a = 15.1 \text{ cm}$

$l = 24.0 \text{ cm}$

$I_1 = 5.10 \text{ cm}^4$

$I_2 = 3.48 \text{ cm}^4$

$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$\alpha = 0.333 \times 10^{-6} \text{ cm/kg}$

$\beta = 0.287 \times 10^{-8} \text{ rad/kg} \times \text{cm}$

$r = 0.274 \times 10^{-8} \text{ cm/kg} \times \text{cm}$

$m = 37.86 \text{ kg}$

$I_p = 4,242 \text{ kg} \times \text{cm}^2$

より、普通順向、高速逆向および低速逆向の各危険速度計算値はそれぞれ次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= 49.50 \sim \\ \omega_I &= 118.00 \sim \\ \omega_{II} &= 29.55 \sim \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

〔III〕 実験装置ならびに方法

危険速度をオシログラムに記録するため、第 6 図に示すごとく、ボールおよびシャフトの側面に接近して容量型振動計極板を対向せしめ、回転に伴って生ずる極板と側面の電気容量の変化を電流変化に変換し、電磁オシログラフに導いた。ボールまたはシャフトは起動より定常運転速度に至る間、または定常運転より入力遮断後静止

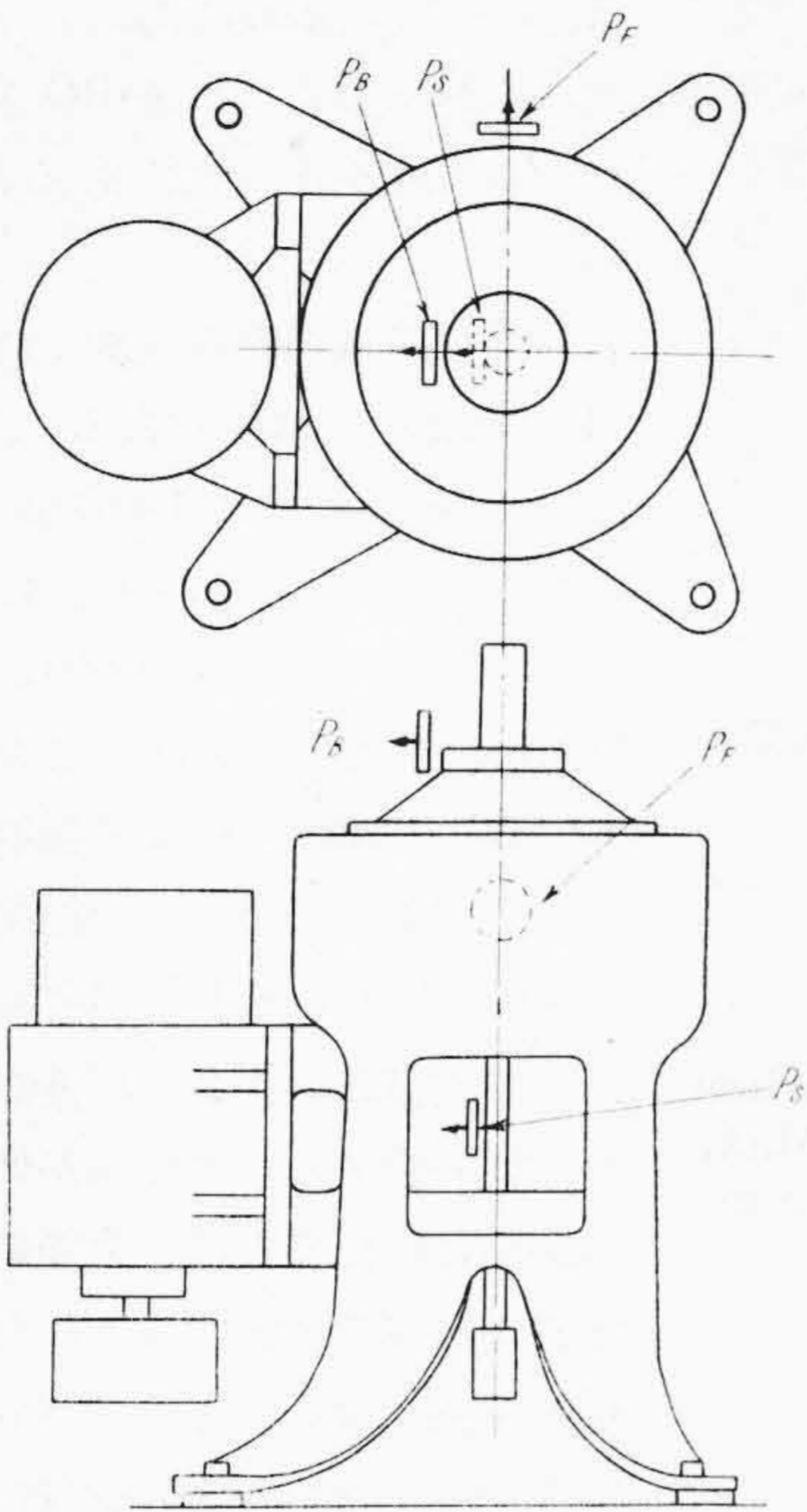
とすると危険速度 ( $\omega/2\pi$ ) を求める式は (附録参照)

$$\frac{1}{\omega^4} - \left( \alpha m - \frac{\beta I_p}{2} \right) \frac{1}{\omega^2} - (\alpha \beta - r^2) \frac{m I_p}{2} = 0 \dots (5)$$

となる。(5) 式を解いて得られる一つの実根  $\omega_1$  は求める危険速度でいわゆる順向普通危険速度である。

逆向危険速度を求める式は (附録参照)

$$\frac{1}{\omega^4} - \left( \alpha m + \frac{3\beta I_p}{2} \right) \frac{1}{\omega^2} + 3(\alpha \beta - r^2) \frac{m I_p}{2} = 0 \dots (6)$$



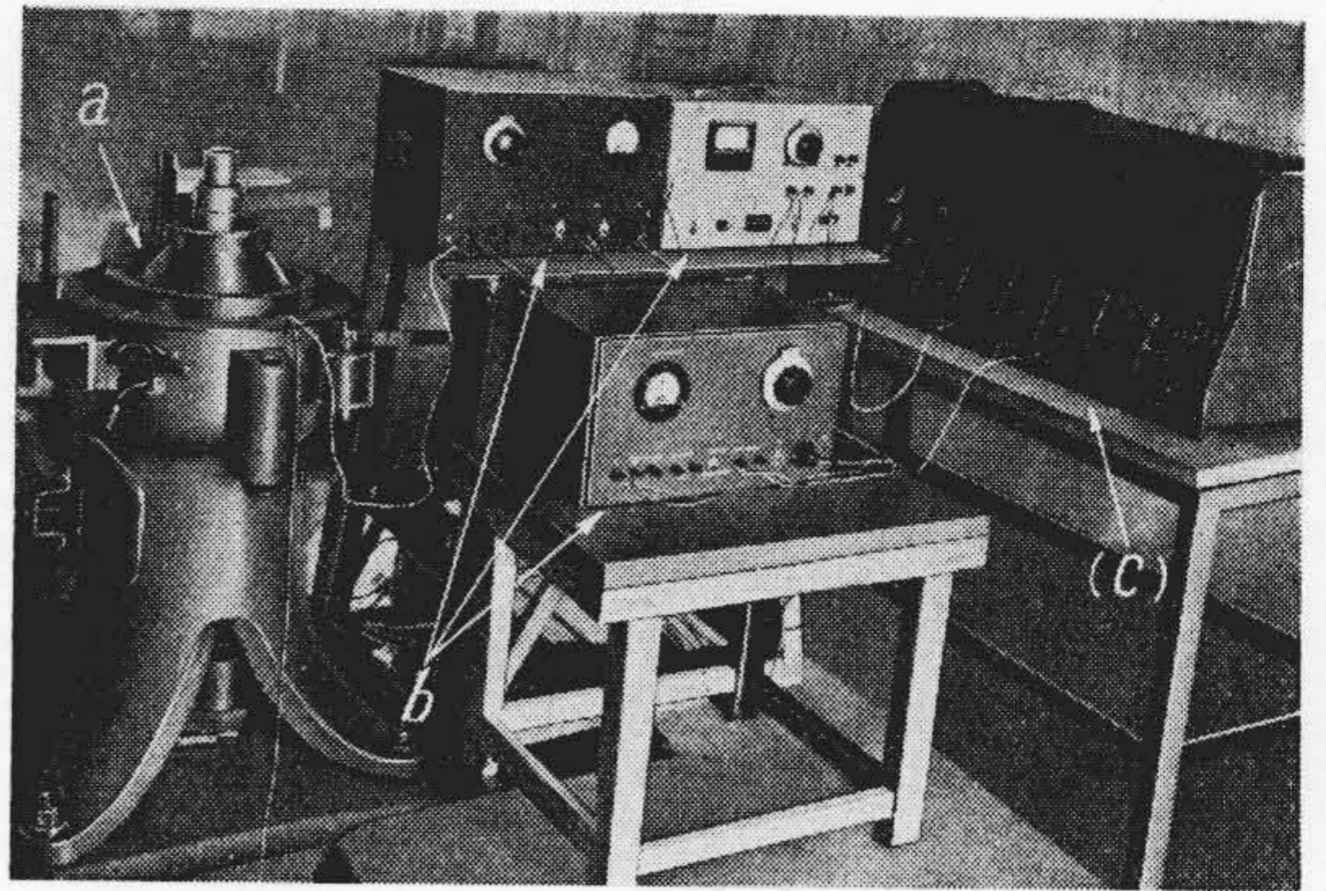
第6図 実験装置

$P_B, P_S$  および  $P_F$  はそれぞれボウル, シャフトおよびフレームの振れを測るための振動計極板を示す

Fig. 6. Experimental Apparatus

$P_B, P_S$  and  $P_F$  Show the Vibrometer Pick-ups to Measure the Oscillation of Bowl, Shaft and Frame Severally

する間にならず危険速度状態を通過し、その時側面の振れは大となる。この振れの速さ（オシログラム上の振動数）は回転速度に等しいとみてよいから、これをもって危険速度とする。測定装置の外観を第7図に示す。かゝる方法によれば危険速度を直接オシログラムから読み取り得る便はあるが、一実験すなわち増速および減速ごとに多量のオシロペーパーを要し、かつ結果の観察に不便である。そこで実験回数の一部は記録紙の記録速度を小にし、数分ないし十数分にわたる振動の記録を数十厘長のオシログラムに記録した。かくすると波形が密着し、振動数の読取が不可能となるので、回転計発電機をシャフト下部のベルト車に取付け、この出力電圧をオシログラムに現わして回転数を求めた。危険速度の実験は速度変化をなるべく小にしてやるのが望ましい。4-DO型では起動より定速回転までが約3分、定速回転より静止するまでが約9分である。したがって減速時の振幅最大となつた瞬間の回転数が危険速度に近いものと考えてよい。増速および減速の時間的変化を示す図をそれぞれ第8図(a)および(b)（次頁参照）に示す。この線図と前記オシログラムから危険速度が求められる。



第7図 実験装置外観

(a) 4-DO型清浄機 (b) 容量型振動計  
(c) 電磁オシログラフ

Fig. 7. General View of Experimental Apparatus

(a) 4-DO Type Purifier  
(b) Capacity Type Vibrometers  
(c) Electro Magnetic Type Oscillograph

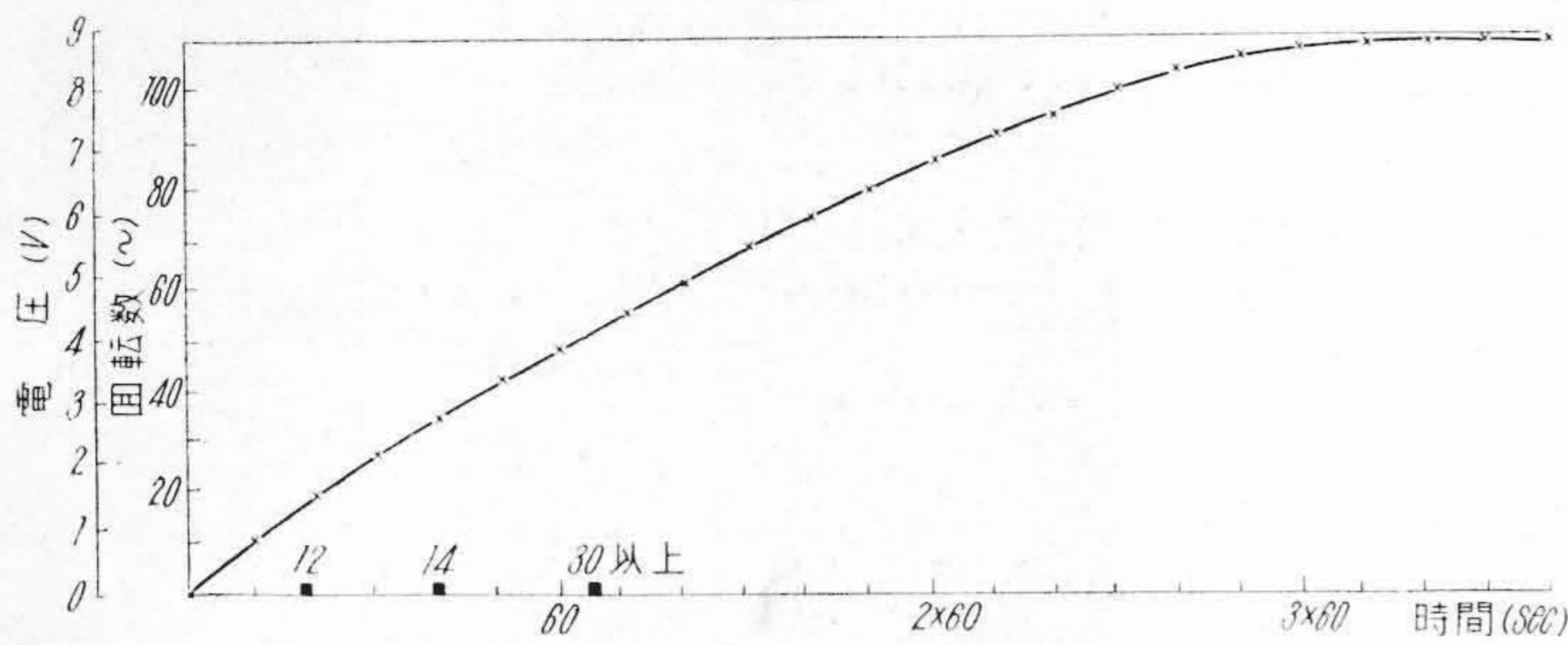
#### 〔IV〕 実験結果

第9図（27頁参照）はバネ常数  $k_{(a)}$  なるバネを用いた場合のボウルならびにシャフトの危険速度通過時におけるオシログラムである。これらのオシログラムは前述のごとく、側面の回転に伴う変位の大きさを示すもので、ボウルまたはシャフトの振動も合成されているが、いわゆる振動のオシログラムとは少し意味が異なる。オシログラムで振幅の最大となる場合の振動数が危険速度であるが、一般にこの振動数は通過速度（加速度）の正負および大小によつて異なる。したがって振幅の最大となる振動数がその回転体固有の危険速度に等しいとするわけにいかないが、いまの場合は便宜上オシログラム上の振幅最大となる振動数をもって危険速度とする。バネ常数  $k_{(a)}$ ,  $k_{(b)}$  および  $k_{(c)}$  なるバネに対して求めた危険速度は第3表（次頁参照）の通りである。表で不明とあるは危険速度付近における振幅増加が極めて小で、危険速度なりや否やの判定が困難であつた場合である。表を見ると危険速度の振動数は増速と減速の場合では、僅かであるが違つていことがわかる。

#### 〔V〕 結果の検討

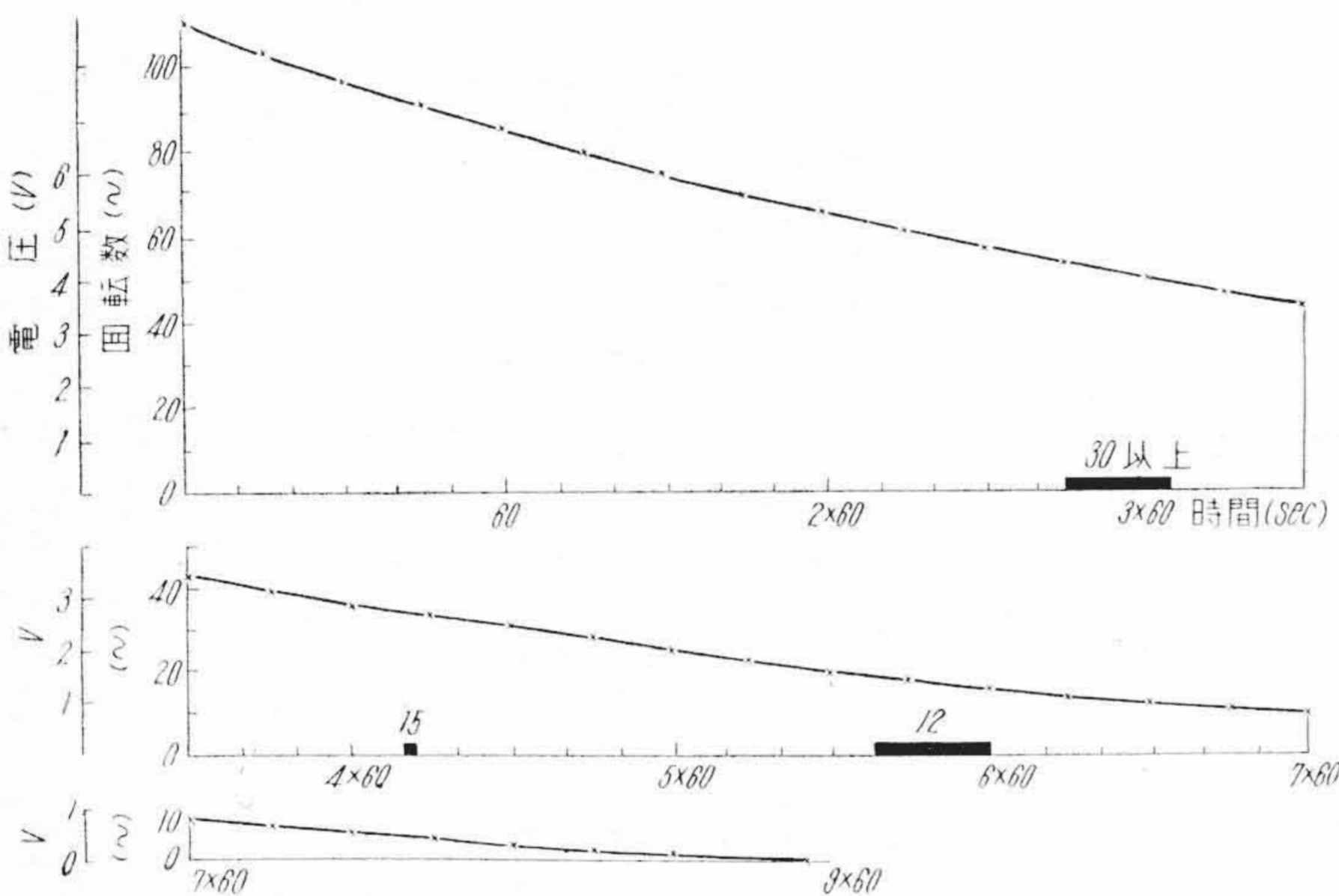
##### (1) 到立振子型の危険速度

第2表の計算値と第3表の減速時の実験値を比較する（危険速度は加速度0における値が真の値とみなされるが、この場合は減速時の値をとる）。実験値はバネ(b)では順向危険速度の計算値にほとんど一致し、バネ(a)および(c)では1~2~高目であるが順向の計算値にほぼ一致している。計算上は順向と逆向の別を生ずるが、その差



第 8 図(a) 増速曲線 [バネ (C)]  
横軸の黒い印はフレームの振動計指示が大となつた瞬間を示す (数字は振幅 0.001mm 単位)

Fig. 8. (a) Curve of Speed-up [Spring (C)]  
Black Marks on the Abscissa Show the Moments when the Vibrometer Fixed on the Frame Indicates the Max. (Figures Show the Amplitude of the Frame in 0.001mm)



第 8 図(b) 減速曲線 [バネ (C)]  
横軸の黒い印はフレームの振動計指示が大となつた瞬間を示す (数字は振幅 0.001mm 単位)

Fig. 8. (b) Curve of Speed-down [Spring (C)]  
Black Marks on the Abscissa Show the Moments when the Vibrometer Fixed on the Frame Indicates the Max. (Figures Show the Amplitude of the Frame in 0.001mm)

は小で 1~ 前後である。これは (3) 式からわかるように 4-DO 型では  $I_d$  が  $I_p$  よりかなり大であるためである。

倒立振子型の固有振動の振動数は (1) 式において  $\Omega=0$  なる  $f_n$  を求めればよく、その場合は 4-DO 型では、バネ常数  $k_{(a)}, k_{(b)}$  および  $k_{(c)}$  なるバネを用いた場合に対し、それぞれ 12.70~、13.61~ および 15.30~ となる。ボール側面より電磁石により強制振動せしめ固有振動数を測定した結果では上記の値に対しそれぞれ約 15~、約 16~ および約 17~ で 2~ 程度高目であるが大體一致する。実験値が何れもいづらか高目に出るのは、実際の合成バネ常数が計算で考えたようにたわみと直線関係にないことおよびシャフトが完全剛体でないことの影響によると思われる。

(2) 突出車軸型の危険速度

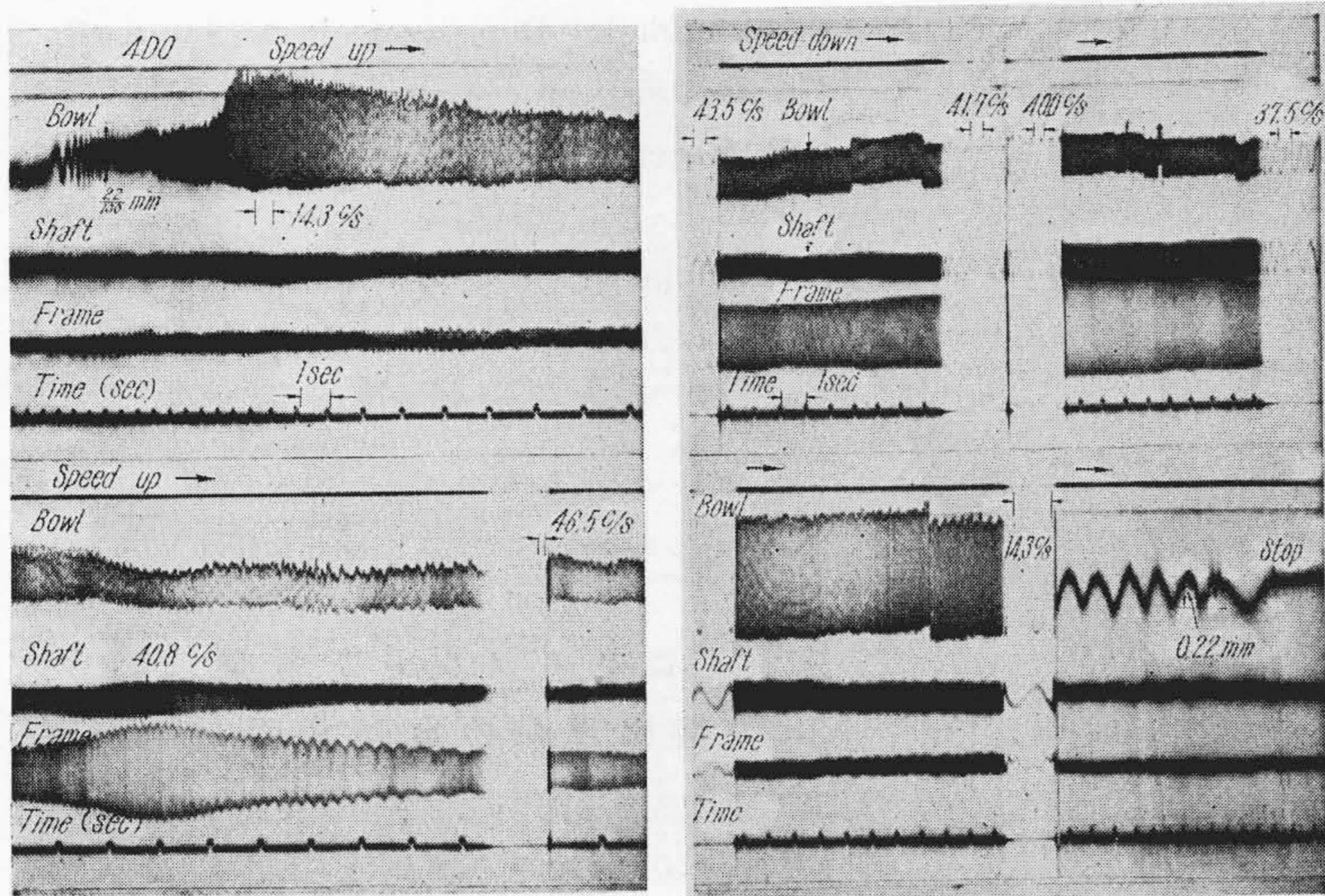
(7) 式の計算値と第 3 表減速時の実験値とを比較すると、実験値 51.5~ (ただしバネ  $k_{(c)}$  の場合のみで他は不明) に対し、順向危険速度計算値 49.5~ であるから実験値はこの危険速度にほぼ一致している。すなわち実験では軸受の一方が弾性支持であるにかかわらず、計算値と比較的よく一致しているといえる。第 3 表に示すようにバネが弱い場合 (バネ  $k_{(a)}$ )、この型の危険速度の振幅は  $1.0 a_0$  で、バネが強い場合 (バネ  $k_{(c)}$ ) の振幅  $1.9 a_0$  より小であることは注目すべきである。すなわちバネを強くすると、この型の危険速度が強調され、運転上甚だ好ましくな

第 3 表 危険速度測定値 (振動数 ~, 振幅 mm)

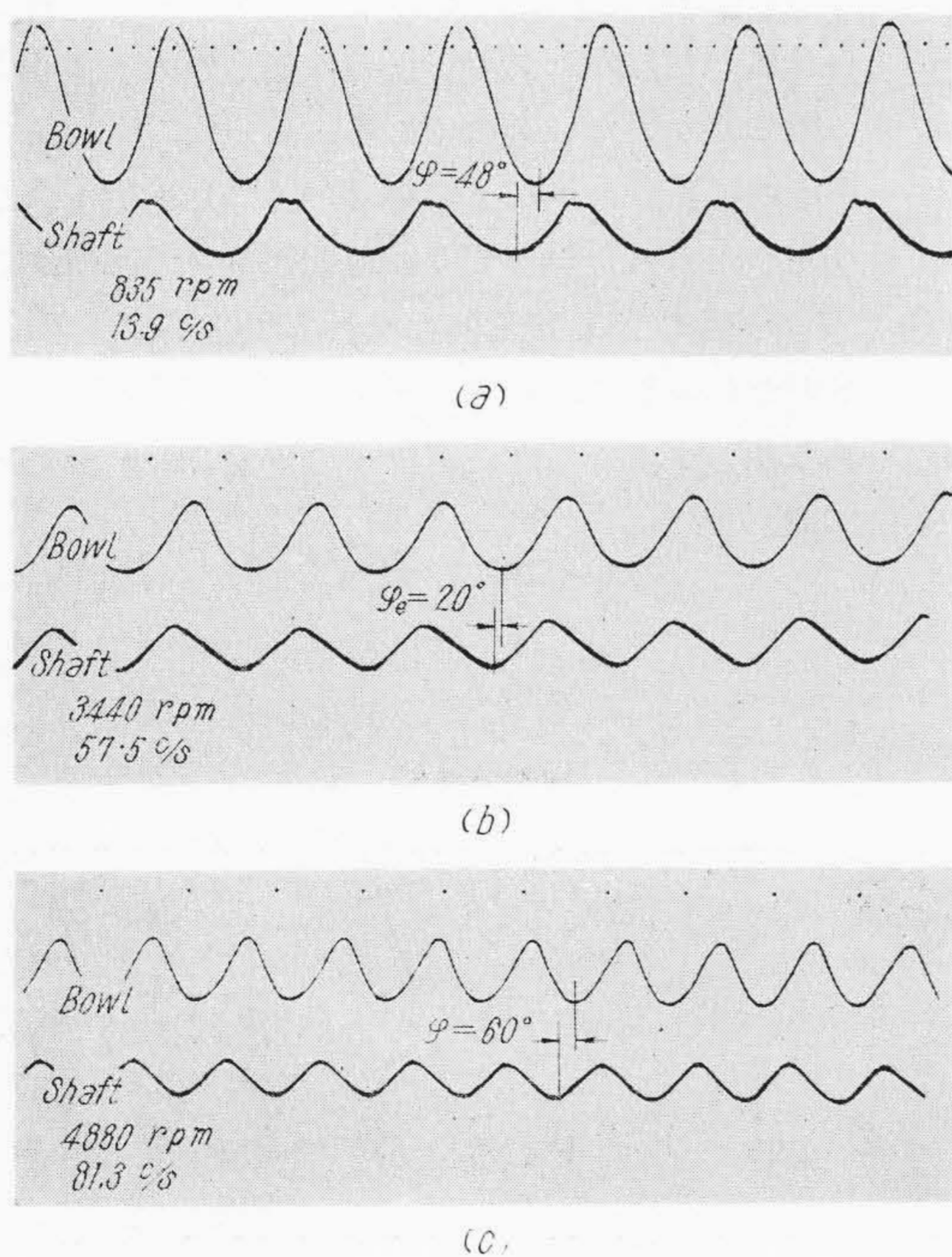
Table 3. Measured Values of Critical Speed

上軸受バネ常数 (kg/cm)	倒立振子型				突出車軸型				定速運転中の振幅
	増速		減速		増速		減速		
	振動数	振幅	振動数	振幅	振動数	振幅	振動数	振幅	
$k_{(a)}=705$	14.5	$1.6 a_0$	14.3	$2.0 a_0$	47.0	$1.0 a_0$	(振幅増加小で不明)		$1.2 a_0$
$k_{(b)}=810$	14.6	$2.5 a_0$	14.4	$3.5 a_0$	42~57	$1.4 a_0$	(振幅増加小で不明)		$1.8 a_0$
$k_{(c)}=1,005$	18.6	$2.1 a_0$	17.8	$2.8 a_0$	52.5	$1.9 a_0$	49~54 (平均51.5)	$2.2 a_0$	$1.8 a_0$

(註)  $a_0$  は静止時付近におけるボール側面の振れの振幅であつて、側面の仕上および真円度に関する。また回転中の振幅はこの他にバランスのよさに大いに関係する。上記のこの振幅は最良のバランスにおける値ではない。



第9図 危険速度のオシログラム (バネ常数  $k_a$  の場合)  
 Fig. 9. Oscillograms of Critical Speed  
 (Case of Spring Constant  $k_a$ )



第10図 各回転速度におけるボウルとシャフトの振れの位相差  
 ボウルの位相は 図 (b) で  $28^\circ$  遅れ,  
 図 (c) で  $12^\circ$  進む

Fig. 10. Phase Difference between the Bowl and the Shaft at Each Rotating Speed  
 The Phase of Bowl Lags to that of Shaft by  $28^\circ$  in Fig. (b) and Leads  $12^\circ$  in Fig. (c)

い。しかしバネがあまり弱いときは各型の危険速度通過時の振幅は小であるが、回転中絶えず軸心がふらついて安定せず、実用上問題を生じ易い。したがってバネのこわさおよび危険速度の決定は運転速度、運転時の安定感、各危険速度通過時の振れの許容度等を考慮して行うべきで、これは實際上重要かつ興味ある研究課題である。

計算上低速逆向危険速度  $29.55 \sim$  および高速逆向危険速度  $118.0 \sim$  は存在するが、実験ではそれらしいものは全然観測されなかつた。ストドラはその著書「蒸気およびガスタービン」でかゝる危険速度が懸念されるのは、タービン車盤のような比較的嵌合度のゆるい場合であると述べている<sup>(5)</sup>。

本機のボウルは完全な嵌合になつており、シャフトとボウルが回転中相対変位を生ずる恐れはないから、逆向の危険速度は實際上(運転速度と関連して)考慮する必要はない。なお静止時における突出車軸型の固有振動数は計算上は附録(13)式の  $\omega$  を求めればよく、その結果は  $44.7 \sim$  となる。これに対し危険速度(普通順向)は上記のごとく  $49.5 \sim$  であるから、振動数は回転によつて約  $10\%$  上昇したことになる。固有振動数の実験値は  $46.5 \sim$  であつて、計算値とほぼ一致する。一方危険速度の実験値は約  $51.5 \sim$  であるから、実験上も固有振動数は回転によつて約  $10\%$  上昇することがわかる。

倒立振子型と突出車軸型の振動中の形態の相異は実験的には、ボウルとシャフトの側面の振れを同時に同一のオシログラム上に比較すれば観察できるはずである。第10図(a), (b)および(c)はこのオシログラムで、低速回転  $13.9 \sim$  (図(a))では位相差が  $48^\circ$  (この角度は振動計極板の配置位置の関係から来るもので、真の位相差は  $0$  である)あつたが、車軸としての危険速度附近すなわち  $57.5 \sim$  (図(b))ではボウルが  $28^\circ$  ほど進み、更に回転が増し  $81.3 \sim$  (図(c))では逆にボウルが  $12^\circ$  ほど遅れていることがわかる。計算のごとく、図(b)で  $90^\circ$  以上にならないことおよび図(c)で位相差が図(b)の場合と逆符号になることはそれぞれ、上軸受の支持がバネを介していることおよびボウルのジャイロモーメントの作用方向が図(b)と図(c)とで異つていていることを示していると解釈される。

(3) フレームの振動

オシログラムや減速増速両曲線を見ると、 $40 \sim$  付近でフレームの振動が大となつてい

板振動系の共振である。この振動は危険速度ではないがそれに関係があるので触れておく。フレーム下部に座板を入れることによつて弾性と減衰をもたせるのは、ボウルならびにフレームに対し、危険速度附近の振幅増大を防止するにある。しかしこの定量的な事柄についてはまだよくわかつていないようである。今後座板の防振効果はこの種高速回転機にとつて重要な研究課題となろう。現在本機のフレーム—座板系の振動数は 40 前後であるが、この値は座板をかたくした場合、または座板がない場合はかなり上昇する。その場合モータの回転数やボウルの回転数に近付かないことが必要である。これらの回転数に近いとフレームはビート状の振動を起して運転上好ましくない。

## [VI] 結 言

DO 型遠心清浄機の危険速度に関し計算を行い、4-DO 型清浄機について実験を行い検討した結果次の結論を得た。

DO 型清浄機には計算上倒立振り子型および 2 点支持突出車軸型の 2 種の危険速度がある。前者の型はバネのこわさおよび旋回方向によつて値を異にし、後者の型にはボウルのジャイロ作用によつて、回転と旋回方向が同一である普通順向、逆方向なる低速逆向および高速逆向の 3 種の危険速度がある。4-DO 型について実験した結果では、倒立振り子型はバネのこわさにより異り 14.1~17.8 であつて、この値は回数と旋回の向きが同一である場合の計算値とほぼ一致した。突出車軸型では約 51.5 であつて (ただしバネが強い場合の測定値で、弱い場合は振幅増大、すなわち危険速度は明瞭に現われない)、順向危険速度の計算値とほぼ一致した。計算上低速逆向型は約 30 頃に、高速逆向型は約 118 頃に現われるが、実験上は何れも全く観測されない。これはボウル嵌合部の構造上現われるべき性質のものでないからである。したがつて逆向危険速度は本機運転上何等考慮する必要はないと考えられる。

本研究にあたり、日立製作所日立研究所主任研究員今尾隆氏の御教示を賜わり、奥山勝明君に実験上熱心な協力を受け、また日立製作所多賀工場商品設計課ならびに検査課関係者各位より終始多くの援助を賜つた。厚く御礼申し上げる。

## 参 考 文 献

- (1) ハルトック(谷下訳): 機械振動論 299~304 (昭 19-5)
- (2) C.E. Crede: Vibration Shock Isolation 23~28 (1951)

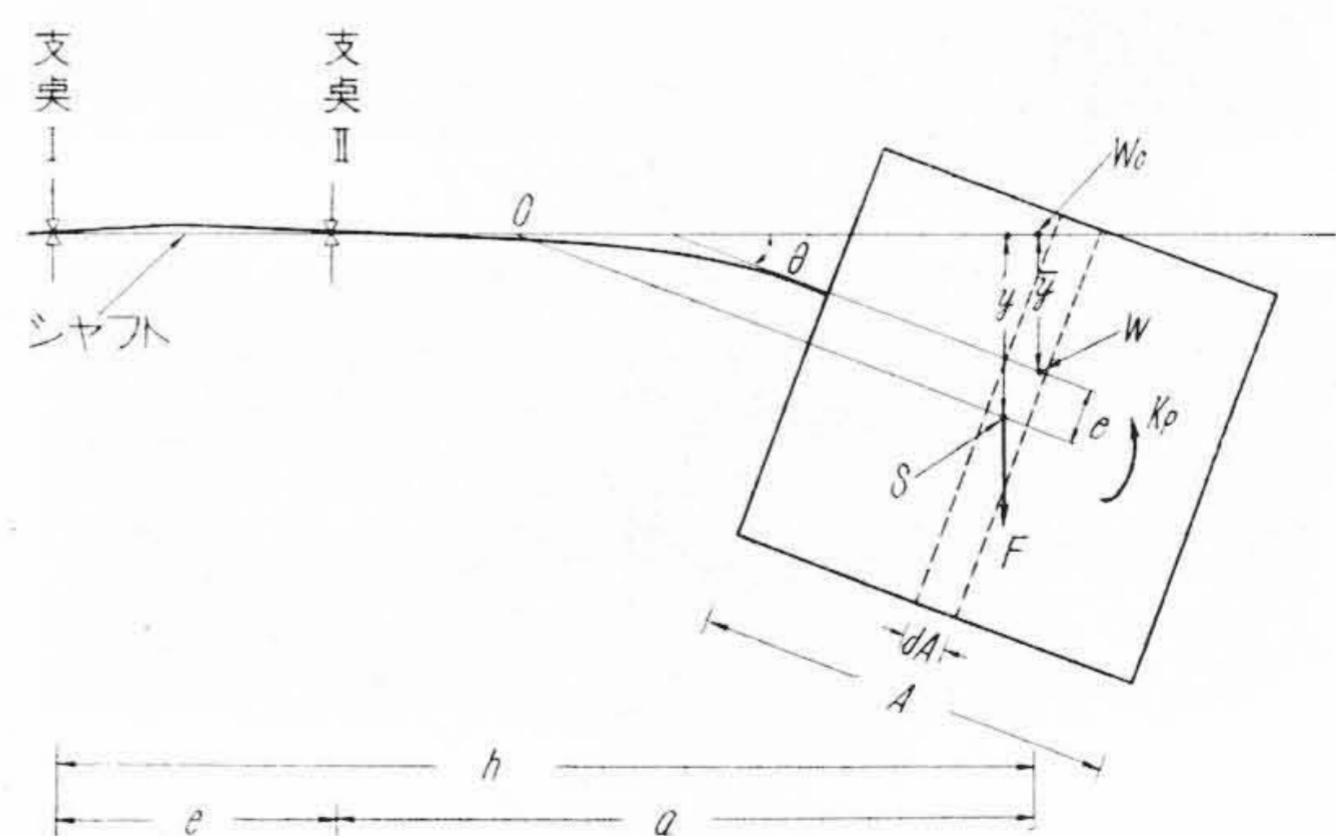
- (3) R. Grammel: Der Kreisel, 2, 2te Aufl, S 21~23 (1950)
- (4) R.B. Green: Appl. Mech., J. 15, 4 369~376 (1948)
- (5) A. Stodola(Tr., L.C. Loewensteen): Steam and Gas Turbines, 432~434 (1927)

## 附 録

### ジャイロモーメントを考慮した 突出車軸の危険速度

附録第 1 図は清浄機回転部を突出車軸とみなし、それが回転している場合に生ずる遠心力、モーメントおよびたわみの関係を示す。図においてボウルの重心を  $S$ 、ボウルの偏心(重心附近にのみありとする)を  $e$ 、 $S$  を含む車軸に垂直な面と、たわんだ車軸との交点(ボウルの仮想車軸は常にボウルと車軸との交点における切線方向にありとする)を  $W$  とする。重心  $S$  は一般に  $W$  の位置とはいくらか異つた位置にある。正確な偏心の大きさ  $\overline{WS} = e$  は一般に知り得ないものである。点  $W_0$ 、 $W$  および  $S$  が一平面内にあり、かつその平面が曲つた車軸を含んで、最初あつた真直な軸の周りに回転速度  $\omega$  で回転するならば、その速度に対し定常的なたわみ状態が存在する。

$y$  を  $S$  のたわみ量、 $\theta$  を車軸とボウルの交点附近の車軸のたわみ角とするならば、ボウルの質量  $M/g$  のため  $S$  に働く遠心力は



付録第 1 図 回転する突出車軸  
 $Y$ ,  $\theta$  および  $e$  はそれぞれ重心  $S$  のたわみ、  
シャフトの傾き角およびボウルの偏心を示す

App. Fig. 1. Rotating Over Hung Shaft  
 $Y$ ,  $\theta$  and  $e$  Show the Deflection of Center  
of Gravity  $S$ , the Angle of Inclination of  
Shaft and the Eccentricity of Bowl  
Severally



$$F = \frac{M}{g} \omega^2 y = m \omega^2 y \dots\dots\dots (1)$$

となる。次にボウルの重心を含み、車軸に垂直な上下面を有し、厚さ  $dA$  なる薄い車盤を考える。この車盤が回転に際し、車盤の中心におよぼす回転力（角  $\theta$  の正の回転方向に対しては正に数える）、すなわち遠心力モーメントは

$$k_p = \left( \frac{dA I_p}{A} - B_0 \right) \omega^2 \sin \theta \cos \theta \dots\dots (2)$$

である。 $I_p$  はボウルの回転軸の周りの慣性モーメントであり、 $B_0$  は薄い車盤の重心を通る直径の周りの慣性モーメントである。このモーメントは車盤の性質から

$$B_0 = \frac{1}{2} \frac{dA}{A} I_p \dots\dots\dots (3)$$

である。車軸の振れは小で、 $\theta$  は小であるから、薄い車盤が車軸におよぼすジャイロモーメントは

$$k_p = \frac{dA}{2A} I_p \omega^2 \theta \dots\dots\dots (4)$$

となり、これがボウル内の回転軸上に一様に分布しているから、ボウル全体では

$$K_p = \sum k_p = \frac{I_p}{2} \omega^2 \theta \dots\dots\dots (5)$$

なるジャイロモーメントが、近似的にボウルの重心に集中していると考えてよい。ボールは回転することによって車軸(ボウル重心)に遠心力およびジャイロモーメントをおよぼすのでシャフトはたわむ。このたわみの状態にマックスウェルの影響数  $\alpha$ ,  $\beta$  および  $r$  (本文 [II] (3) 参照) を導入すれば、ボウルの仮想車軸の位置  $W$  におけるたわみの式は次式によつて表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y - e &= \alpha F - r K_p \\ \theta &= r F - \beta K_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(6)式で右辺の項の負の記号は、ジャイロモーメントは角  $\theta$  の負の方向に対し正に数えることによる。(1) および (3)式を(6)式に入れて次の形に書く

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{1}{\omega^2} - \alpha m \right) y + \frac{r I_p}{2} \theta &= \frac{e}{\omega^2} \\ -r m y + \left( \frac{1}{\omega^2} + \frac{\beta I_p}{2} \right) \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

この式の  $y$  および  $\theta$  の係数の行列式を  $\Delta$  とおくと、

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{\omega^2} - \alpha m & \frac{r I_p}{2} \\ -r m & \frac{1}{\omega^2} + \frac{\beta I_p}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\omega^4} - \left( \alpha m - \frac{\beta I_p}{2} \right) \frac{1}{\omega^2} - (\alpha \beta - r^2) \frac{m I_p}{2} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{e}{\omega^2 \Delta} \left( \frac{1}{\omega^2} + \frac{\beta I_p}{2} \right) \\ \theta &= \frac{e r m}{\omega^2 \Delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

となる。一般にバランスのよい回転体では  $e$  は極めて小であり、 $\omega^2$  は極めて大であるから、たわみ  $y$  とたわみ角  $\theta$  は  $\Delta$  が 0 附近にない限りかなり小である。危険速度は  $y = \infty$  すなわち  $\Delta = 0$  ならしめる  $\omega$  の実数値であるから、(8)式において  $\alpha$ ,  $\beta$  及び  $r$  がわかれば計算できる。(8)式の右辺を 0 として得られる  $\omega$  は自転と公転の方向が一致した回転数で、正の実根 1 箇である。いわゆる順向普通危険速度である。自転と公転の方向が反対の場合にはジャイロモーメントは(5)式の代りに

$$K_A = \frac{-3 I_p}{2} \omega^2 \theta \dots\dots\dots (10)$$

となるので、(7)式と同様

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{1}{\omega^2} - \alpha m \right) y - \frac{3 I_p}{2} \omega^2 \theta &= \frac{e}{\omega^2} \\ -r m y + \left( \frac{1}{\omega^2} - \frac{3 \beta I_p}{2} \right) \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

となり、同様にして

$$\Delta = \frac{1}{\omega^4} - \left( \alpha m + \frac{3 \beta I_p}{2} \right) \frac{1}{\omega^2} + 3(\alpha \beta - r^2) \frac{m I_p}{2} \dots (12)$$

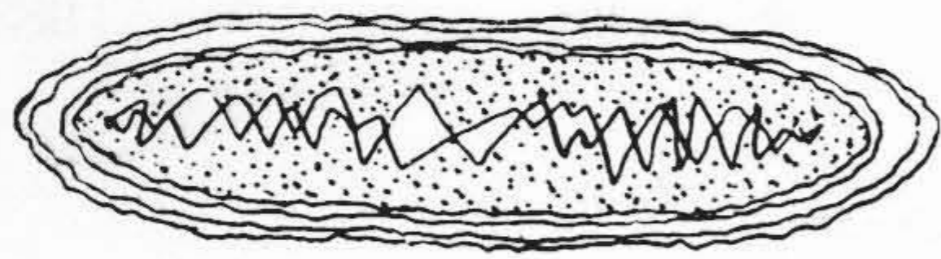
を得る。この式の右辺を 0 とおき  $\omega$  について解けば大小 2 根(正号のみ考える)が得られ、 $\omega$  の大小に応じそれぞれ高速逆向危険速度および低速逆向危険速度が求められる。

(8)式において車軸が回転しない場合は  $\omega$  は横振動の固有振動数を表わす。その場合はモーメントは生じないから、 $\beta = r = 0$  として(8)式より

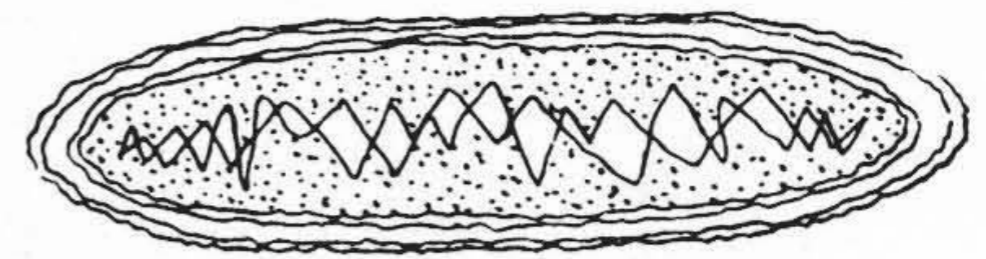
$$\omega = \left| \frac{1}{\sqrt{\alpha m}} \right| \dots\dots\dots (13)$$

を得る。





# 特 許 と 新 案



## 最近登録された日立製作所の特許および実用新案

(その 2)

(第20頁より続く)

区 別	登録番号	名 称	工場別	氏 名	登録年月日
実用新案	412489	蒸 発 装 置	日立工場	高 木 収	29. 4. 17
"	412492	回 転 油 膜 式 空 気 清 浄 装 置	日立工場	甲 賀 正 三 佐 藤 弘	"
"	412494	直 流 電 磁 制 動 機	日立工場	上 田 光 男 小 池 吉 男	"
"	412508	電 気 器 箱 蓋 の 蝶 番	日立工場	鈴 木 正 明	"
"	412516	グ ラ ブ バ ケ ッ ト の 掴 み 制 御 装 置	日立工場	平 川 克 巳 佐 川 伊 知 夫 中 野 二 郎	"
"	412517	グ ラ ブ バ ケ ッ ト の 喰 込 外 し 制 御 装 置	日立工場	平 川 克 巳 佐 川 伊 知 夫	"
"	412518	グ ラ ブ バ ケ ッ ト 制 御 装 置	日立工場	平 川 克 巳 佐 川 伊 知 夫	"
"	412519	グ ラ ブ バ ケ ッ ト 自 由 落 下 制 御 安 全 装 置	日立工場	平 川 克 巳 佐 川 伊 知 夫	"
"	412520	グ ラ ブ バ ケ ッ ト の 空 中 閉 ぢ 制 御 装 置	日立工場	平 川 克 巳 佐 川 伊 知 夫	"
"	412521	縦 軸 交 流 発 電 機 用 励 磁 機 通 風 装 置	日立工場	油谷重工業株式会社 芳 野 重 正	"
"	412522	縦 軸 回 転 機 の 推 力 軸 受	日立工場	高 木 正	"
"	412525	分 岐 管	日立工場	長 尾 善 右 衛 門	"
"	412526	水 電 解 槽 ガ ス 導 管	日立工場	滑 川 清	"
"	412527	機 器 据 付 用 基 礎 ボ ル ト	日立工場	川 島 夏 樹	"
"	412528	縦 軸 回 転 電 機 に お け る 挿 木 脱 落 防 止 装 置	日立工場	川 崎 広	"
"	412529	巻 線 型 縦 軸 誘 導 電 動 機	日立工場	滑 川 寅 男 佐 々 木 道 雄	"
"	412530	カ プ ラ ン 水 車 直 結 発 電 機	日立工場 本 社	津 田 信 喜 小 野 崎 一 男	"
"	412531	横 軸 回 転 電 機	日立工場	菊 地 弥 十 郎 三 加 藤 正 二 清	"
"	412532	直 流 機 電 機 子	日立工場	滑 川 清	"
"	412533	蝶 形 弁	日立工場	佐 藤 勝 郎 菅 野 政 雄	"
"	412537	紡 糸 電 動 機	日立工場	小 野 正 喜 海 老 名 啓 吾	"
"	412540	縦 軸 水 車 発 電 機 の 励 磁 機	日立工場	田 中 貞 之 助	"
実用新案	412541	直 流 励 磁 機 用 構 成 ス パ イ ダ ー	日立工場	滑 川 清	"
			日立工場	甲 賀 正 三	29. 4. 17

(第38頁へ続く)