U.D.C. 621.833

磨耗を対象とする円壔歯車許容伝達馬力計算式の解析

保　延　　誠*

Analysis of Power Rating Formulas for Wear of Spur and Helical Gears

By Makoto Honobe
Kameari Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

The present article treats of the characteristic analysis of power rating formulas used for the calculation of wear of the spur and helical gears, including Buckingham, AGMA, and BSS formulas. The writer examined each of these formulas in relation to such several independent factors as of material, speed, radius of curvature, and of face width, studying what allowable ratings does each formula give in the given cases.

For designing a better gear, the writer contends, it is essential that the designer should not only possess a full knowledge of the characteristics of these formulas but also accumulate and coordinate the data of the gears in his own design.

〔I〕 緒　　言

こゝで円壔歯車というのは，刻み面が円壔である歯車(平歯車，ヘリカル歯車，ダブルヘリカル歯車など)の意味である。

歯車の研究がまだきわめて幼かつた 1880 年代に，W. Harkness 教授が当時知られていた歯車の種々の許容伝達馬力計算式を検討したところ，えられた許容伝達馬力の数値に 15:1 もの開きがあつたことが記されている[1]。

それから今まで約70年を経過した間に，歯車の理論は目覚しく進み，その理論に基いた，当時から見ればはるかに権威ある許容伝達馬力計算式が現われて来ている。

しかし現在でも同じ条件の下でこれらのよく知られている式からえられる許容伝達馬力の値を比較すると，はなはだしい場合には 2:1 もの開きが出て来て，そのどれが妥当であるか迷うこともある。

歯車事故の多くは歯面の磨耗であるが，許容伝達馬力を過大に見積ることもこの事故の原因になりうる。

この小論は，磨耗を対象とする代表的な円壔歯車許容伝達馬力計算式として，E. Buckingham の式[2]，AGMA 式[3]，BSS 式[4]の三つの式を採り上げ，これらの式の性格，傾向を解析したのである。

この小論が，これらの式を使つて歯車の設計をされる方々の参考となり，歯車事故を減らすのに役立てば，筆者の幸これに過ぎるものはない。

〔II〕 計算式の基礎となつている考え方

強固に設計された歯車の許容伝達馬力を制限するものは，

(1) 歯の曲げに対する強さ
(2) 歯面の磨耗に対する強さ
(3) 潤滑油の温度上昇

であるが，このうちで実際の多くの場合に最も制限を受けるのは，第2項の磨耗に対する強さである。

磨耗を対象とする種々の許容伝達馬力計算式は，変形されて種々の形を採つてはいるが，それらの式を貫いている根本思想は，「動力伝達の際，動的荷重によつて接触歯面に生ずる圧縮応力を，その歯車材料の許容値以下に制限する」という考え方である。

しかしそれがもう少しこまかい点になると，たとえば同じ静荷重に対し，動的荷重はどのような要素で，どのように影響されるか，その数値のとり方などについては，計算式によつて違う。また歯車材料の圧縮応力の許容値が，材料の組合せや熱処理方法などによつてどのような値をとるか，その値は，各計算式によつて違うのである。

今までの計算式では，接触点の相対滑り速度や滑り率

* 日立製作所亀有工場

の影響は，単独には計算式の中に採入れられていない。

〔III〕 計算式の適用範囲と性格

計算式は上に述べた根本思想を基礎とし，それに，提案者の試片歯車による実験，実用歯車における磨耗実績の経験などが綜合され，拡張されたものである。したがつて，それぞれの式の生い立ちが違うだけにその適用範囲や性格が違つているのは当然であつて，その相違を知ることは，式を正しく使う上に大切である。そのおもな点を**第1表**および**第2表**に比較して示す。

〔IV〕 計算式の説明

よく知られている式ではあるが，次節での検討の便宜上，基準の運転状態に対する各計算式を引用して説明を加えて置く。

各式に対する説明は，引用文献でも不十分であり，筆者の推定に基くところもあるが大過ないものと思う。なお同じ量に対しても，それぞれの計算式では違う文字を使つている場合が多いが，それはそのまゝとした。同じにするとかえつて混乱するのを恐れたからである。

(1) Buckingham の式

$$W_W=\frac{DFKQ}{\cos^2\psi}>W_d \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

こゝに

W_W＝磨耗に対する許容静荷重 (lbs)

D＝ピニオン刻み円直径 (in)

F＝歯幅 (in)

K＝荷重応力係数 (lbs/in^2)

Q＝歯数比係数

ψ＝捩れ角

W_d＝全動的荷重

各係数は次式から計算される。

$$K=\frac{1}{1.40}S_c^2\sin\phi_n\left(\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\right) \cdots\cdots (2)$$

こゝに

S_c＝許容接触圧縮応力 (lbs/in^2)

ϕ_n＝歯直角圧力角

第1表 計算式の適用範囲

Table 1. Scopes of Rating Formulas

項目＼計算式	Buckingham	AGMA	BSS
除外機種	なし	舶用タービン歯車，鉄道車輛用歯車など	舶用タービン歯車，鉄道車輛用歯車
歯型(圧力角，転位)	20°FD, 20°SS 14$^1/_2$°FD	20°FD, 20°SS, 14$^1/_2$°FD 転位の制限 0.5 モジュールまで	20°FD で BS 標準転位方式のもの
歯車の構造形状	片当りの起らないような形状	片当りの起らないような形状	片当りの起らないような形状
工作精度	*周速に応じて定められた精度内にあること	周速に応じて定められた精度内にあること	周速に応じて定められた精度内にあること
速度範囲	特に制限はない	平歯車 周速 <2,000 ft/min ピニオン <3,600 rpm ヘリカル歯車 周速 <4,000 ft/min ピニオン <3,600 rpm	周速には特別の制限はない 回転速度に対しては <25,000 rpm
材質	特に制限はない	特に制限はない	特に制限はない
歯車装置の構造	著しい変形をおこさない構造	著しい変形をおこさない構造	著しい変形をおこさない構造
潤滑	適切な潤滑	適切な潤滑	適切な潤滑

備考 FD: Full Depth SS: Standard Stub
* もしこの精度になければ，その誤差を計算式に入れて動的荷重を計算せねばならない。

第2表 計算式の性格と特長

Table 2. Characteristics of Rating Formulas

項目＼計算式	Buckingham	AGMA	BSS
荷重点	ピッチ点	同時嚙合歯数が2枚から1枚に移る点	同時嚙合歯数が2枚から1枚に移る点
耐用年数	焼入してない鋼には特に規定してない 焼入鋼には 10^7～10^8 の負荷繰返数を定めている	特に規定してはいない，被動機に見合う実用的な耐用年数を予想している	使用状態（1日の運転時間など）にかかわらず約7年とする。たとえば1日12時間，1年300日運転では総寿命約25,000時間となる
許容切線荷重	荷重点の相対曲率半径，歯幅，材料係数，速度係数に比例する	同じ等価負荷の下では，荷重点の相対曲率半径，歯幅係数，材料係数，速度係数に比例する	同じ耐用年数，同じ等価負荷の下では，荷重点の相対曲率半径の0.8乗，歯幅，材料係数，速度係数に比例する
速度係数	周速，歯の工作誤差，静荷重，歯の弾性，連結部分の慣性の函数として与えている	周速だけの函数として与えている	回転速度の函数として与えている
材料係数	ピニオンとギヤーの組合せに対して一つの係数を与える 係数は表面硬度の2乗にほゞ比例する	ピニオンとギヤーの組合せに対して一つの係数を与える 係数は表面硬度にほゞ比例する	ピニオンとギヤーの組合せに対してピニオン，ギヤーそれぞれ別々の係数を与える 係数は芯部硬度に関連している
歯幅係数	嚙合歯幅そのまゝを採る	有効な歯幅として嚙合歯幅そのまゝを採らず，それを割引きした値を採る	嚙合歯幅そのまゝを採る
熱処理歪係数	歪は速度係数を変化させる	熱処理による歪を考慮し，熱処理後歯面を加工せずに使う場合，許容馬力を5～10%低く採る	特別には規定しない
等価負荷	特別には規定しない	被動機原動機の機種，荷重状態，運転時間などでいわゆる Service Factor を定めて等価負荷を計算する	歯にかゝる負荷の変動があきらかのときは，許容荷重は負荷繰返数のほゞ1/3乗に逆比例するという考え方で等価負荷を計算する
転位による修正係数	特別には規定しない	独立した係数として規定している	一定転位方式のため，考慮しているが独立した係数とはなつていない

E_1＝ピニオン材の縦弾性係数 (lbs/in²)

E_2＝ギヤー材の縦弾性係数 (lbs/in²)

外接歯車に対しては

$$Q=\frac{2N_2}{N_1+N_2} \quad \cdots\cdots(3)$$

こゝに

N_1＝ピニオン歯数

N_2＝ギヤー歯数

$$W_d=\frac{W}{f_v} \quad \cdots\cdots(4)$$

こゝに

W＝伝達切線静荷重 (lbs)

f_v＝速度係数

動的荷重 W_d に対してつぎの近似式が与えられている。

$$W_d=W+\frac{0.05\,V(W+FC\cos^2\psi)\cos\psi}{0.05\,V+\sqrt{W+FC\cos^2\psi}} \quad \cdots(5)$$

こゝに

V＝刻み円上の周速 (ft/min)

C＝変形係数

たとえば 20°FD[5] の歯型に対しては

$$C=\frac{0.111\,e}{\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}}\ (\mathrm{lbs/in}) \quad \cdots\cdots(6)$$

こゝに

e＝作用誤差 (in)

速度係数 f_v は，近似的には上述の W_d から計算できるが，最も簡単な式は，適当な精度の歯車という前提の下に，Barth によつてつぎのように与えられる。

低速（刻み円周上の周速 $V<2{,}000$ ft/min）で使われる歯車に対し

$$f_v=\frac{1{,}200}{1{,}200+V} \quad \cdots\cdots(7)$$

中速（$V=2{,}000\sim4{,}000$ ft/min）で使われる歯車に対し

$$f_v=\frac{3{,}000}{3{,}000+V} \quad \cdots\cdots(8)$$

高速（$V>4{,}000$ ft/min）で使われれる歯車に対し

$$f_v=\frac{78}{78+\sqrt{V}} \quad \cdots\cdots(9)$$

実際の設計計算には，Barthの式が使れれる場合が多い。

(2) AGMA の式

たとえば圧力角 20° の平歯車に対しては

$$P=F_iK_rD_oC_f \quad \cdots\cdots(10)$$

こゝに

P＝磨耗に対する許容伝達馬力 (HP)

F_i＝歯幅と Inbuilt Factor を綜合した係数

$$F_i=F\times\text{Inbuilt Factor} \quad \cdots\cdots(11)$$

こゝに

F＝噛合歯幅 (in)

$$K_r=C_mC_cC_qC_r\times\text{Distorsion Factor} \quad \cdots(12)$$

こゝに

K_r＝歯車の材料，歯型，歯数比，熱処理歪を綜合した係数

C_m＝材料係数

C_c＝曲率係数

C_q＝接触長さ係数

C_r＝歯数比係数

Distorsion Factor(熱処理歪係数)＝焼入後，機械加工しないで歯車を使う場合，歪による許容伝達馬力の減少を考慮した係数

$$C_c=\sin\phi\cos\phi \quad \cdots\cdots(13)$$

こゝに

ϕ＝軸直角圧力角

$$C_q=0.95\,Z/P_N \quad \cdots\cdots(14)$$

こゝに

Z＝歯型としての接触線長さ

P_N＝直角基円刻み

$$C_r=\frac{\text{ギヤー歯数}/\text{ピニオン歯数}}{1+(\text{ギヤー歯数}/\text{ピニオン歯数})} \quad \cdots(15)$$

$$C_m=1.43\sigma_d^2\left(\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\right) \quad \cdots\cdots(16)$$

こゝに

σ_d＝許容接触圧縮応力 (lbs/in²)

E_1, E_2＝ピニオン，ギヤーの縦弾性係数 (lbs/in²)

$$D_o=\frac{D_p^2C_{vs}n}{158000} \quad \cdots\cdots(17)$$

こゝに

D_o＝ピニオン径，速度係数，回転速度を綜合した係数

D_p＝ピニオン刻み円径 (in)

C_{vs}＝速度係数

n＝ピニオンの回転速度 (rpm)

$$C_{vs}=1-\frac{\sqrt{V}}{84} \quad \cdots\cdots(18)$$

こゝに

V＝刻み円上周速 (ft/min)

なお C_f は歯の噛合が 2 組から 1 組に移る点を応力計算の荷重点とするため，その応力も考慮した修正係数である。

ヘリカル歯車に対しては，磨耗に対する許容伝達馬力 P は

$$P=F_iK_rD_s \quad \cdots\cdots(19)$$

このうちで F_i, K_r は平歯車と同じであり，D_s は平歯車の D_o に相当する項である。D_s は D_o とは定数と速度係数が変つているだけである。

$$D_s=\frac{D_p{}^2C_vn}{126000}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

$$C_v=\frac{78}{78+\sqrt{V}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

平歯車の C_f 係数はヘリカル歯車にはまだ導入されていない。

(3) BSS の式

基準の運転状態に対して次式で与えられる。

$$HP_c=\frac{X_cS_cZFNT}{126000\,PK}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

こゝに

HP_c＝磨耗に対する許容伝達馬力（HP）
X_c＝磨耗に対する速度係数
S_c＝磨耗に対する表面応力係数
Z＝接触界係数
N＝ギヤーの回転速度（rpm）
T＝ギヤーの歯数
P＝軸直角直径刻み
$K=P^{0.8}$＝刻み係数
F＝噛合歯幅（in）

X_c のうちには寿命係数をも含ませているので，X_c は運転時間にも影響される。基準の運転時間（毎日 12 時間）では X_c はつぎの意味を持つ。

$$X_c=\frac{\text{その回転速度のときの許容切線荷重}}{\text{1 rpm のときの許容切線荷重}}\quad..(23)$$

X_c は種々の歯車の種々の使用状態について蓄積された経験値で，制限値内で近似的には次式であらわされる。

$$X_c\fallingdotseq(\text{rpm})^{-\frac{1}{5}}\times\left(\frac{\text{毎日運転時間}}{12}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

S_c はその歯車材料の単位幅，単位相対曲率半径当りの許容直角荷重と定義される。すなわち歯車材料の許容接触圧縮応力に関係した係数である。

$$S_c=F_c/R_r\ (\text{lbs/in}^2)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

こゝに

F_c＝単位幅当りの許容直角荷重（lbs）
R_r＝相対曲率半径（in）

したがつて S_c はつぎのようにあらわされる。

$$S_c=2.86\,\sigma_d{}^2\left(\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

こゝに

σ_d＝許容接触圧縮応力（lbs/in²）
E_1, E_2＝歯車材料の縦弾性係数（lbs/in²）

Z はピニオンとギヤーの歯の形の一つの組合せに対し，単位歯幅，単位ピッチ，単位表面応力係数当りの許容切線静荷重をあらわす。これは本来は同じピッチで歯数の違うピニオンとギヤーの一つの組合せの持つ相対的な負荷能力をあらわす係数として計算式の中に導入されたものであり，平歯車では次式であらわされる。

$$Z=(R_r')^{0.8}\cos\psi\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

こゝに

R_r'＝直径刻みの逆数を単位として測つた荷重点の相対曲率半径
ψ＝噛合圧力角

したがつて

$$Z/K=(R_r'/P)^{0.8}\cos\psi=R_r{}^{0.8}\cos\psi\quad....(27)$$

S_cZ/K は，許容荷重が荷重点の相対曲率半径の 0.8 乗に比例するという考え方に基いた，その歯車の単位歯幅当りの許容切線荷重をあらわすことになる。

〔V〕 計算式の諸係数の比較

許容伝達馬力は，刻み円上の許容切線静荷重と周速の積を，仕事―動力の換算係数で割つたものである。こゝで問題になる許容切線静荷重の計算式は，どの式でも次のおもな要素に関する係数が骨組になり，それに補助的な修正係数が加わつて構成されていることが知られる。

(1) 歯車材料
(2) 荷重点の相対曲率半径
(3) 歯　　幅
(4) 速　　度
(5) 等価負荷

これらの係数は理論と経験の綜合されたもので，許容荷重の計算値を比較する場合は，これらの係数全体が組合わされ計算された結果が始めて比較の対象となりうるものである。同じ要素に対するある係数だけを取出して比較し，それで全体を推定するのは早計である。なぜならば，式を構成し提案する当初において，たとえ同じ実験条件で同じ実験結果がえられていたとしても，その提案者の考えによつてある人はその結果を速度係数に結びつけ，ある人は曲率半径係数に結びつけて式を構成するというようなことがありうるからである。このどちらが正しいかを断定できる程，歯車の磨耗に対する研究は進んでいない。さらにもつと磨耗現象の本質にさかのぼれば，許容荷重計算式を上に述べたような独立した諸係数で構成すること自身に疑問がある。たとえば種々の使用状態に対して共通な磨耗に対する材料係数が果して存在するか？（例を挙げれば，高い面圧で低い滑り速度の下で材料係数の高いものが，低い面圧で高い滑り速度の下で同じように材料係数が高いかどうか？）というような疑問である。

これらの疑問は別問題として，上に述べた諸係数全体を注意深く解析すれば，いろいろの使用条件に対する各

式による計算値がどのような傾向を持つかを知ることができる。つぎに各計算式を上の要素に分解して見よう。

(1) 各計算式の諸係数への分解

(A) Buckingham 式

(1) および (4) 式から，許容切線静荷重は

$$KDQFf_v/\cos^2\psi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

である。簡単にするため平歯車の場合を考えると，このうちで，K は材料，DQ は相対曲率半径，F は歯幅，f_v は速度に関する係数となる。

(B) AGMA 式

平歯車に対する許容伝達馬力 P は，(10)～(18) 式から

$$\begin{aligned} P &= F_i K_r D_o C_f = F_i C_m C_c C_q C_r \\ &\quad \times \text{Distorsion Factor} \times \frac{D_p{}^2 C_{vs} n}{158000} C_f \\ &= 0.8 \times \frac{D_p n}{126000} \times C_m \times D_p C_c C_r C_f \\ &\quad \times C_q \times \text{Distorsion Factor} \\ &\quad \times F_i \times C_{vs} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29) \end{aligned}$$

このうちで 0.8 は平歯車とヘリカル歯車を同じような計算式で計算するとき，平歯車に対する許容荷重の割引係数である。$D_p n$ は周速の項である。126000 は許容切線静荷重を lb で，周速を直径 inch，回転速度 rpm であらわしたときの英馬力への換算係数である。C_m 以下は許容切線静荷重をあらわす。C_m は材料，$D_p C_c C_r C_f C_q$ は相対曲率半径，F_i は歯幅，C_{vs} は速度に関する係数である。

ヘリカル歯車に対しては平歯車の場合と 0.8 が 1.0 であること，C_{vs} の代りに C_v が使われいるほかは，全く同じである。

(C) BSS 式

許容伝達馬力 HP_c は (22) 式から

$$\begin{aligned} \mathrm{HP}_c &= \frac{X_c S_c ZFNT}{126000\,PK} = \frac{NT}{126000\,P} \\ &\quad \times S_c \times \frac{Z}{K} \times F \times X_c \cdots\cdots\cdots\cdots (30) \end{aligned}$$

AGMA の場合と同様に，126000 は馬力換算の係数，NT/P は周速，S_c は材料，Z/K は相対曲率半径，F は歯幅，X_c は速度に関する係数である。

(2) 各係数の比較

(A) 材料係数

こゝで材料係数とは，歯車材料の材質，熱処理状態などに固有なもので

許容伝達馬力 ∝ 材料係数

のように関係づけられた係数である。材料係数は，許容接触圧力の2乗に比例するのが普通である。材料係数は Buckingham 式では K，AGMA 式では C_m，BSS 式では S_c である。(2)，(16)，(25) 式から，これらは圧縮応力を基準にしてつぎの関係にあることが知られる。

$$\begin{array}{ccccc} \text{Buckingham} & & \text{AGMA} & & \text{BSS} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \dfrac{4}{\sin\phi_n}K & = & 2C_m & = & S_c \cdots\cdots\cdots\cdots (31) \end{array}$$

材料係数は多分に経験的な要素を含むものであつて，しかもこれを定めるのにはかなりの長期間の広い範囲の実験を必要とする。つぎに材料係数がどのような要素で定まるかを各式について概観して見よう。

(a) ピニオンとギヤーの材料の組合せ

ピニオンとギヤーの双方に対して耐磨耗性のすぐれた組合せのあることは推定されるが，この組合せに対する普遍的な法則はまだ見出されていないようである。

さきに述べたように，Buckingham と AGMA 式では，ピニオンとギヤーの材料の一つの組合せに対して，一つの共通な材料係数が与えられ，この方法によつて適当な組合せが示唆されている。この組合せは，適当な材質の組合せというよりも，磨耗に対して，普通の歯数比のもとで不均衡でない程度の表面硬度の組合せを示しているものゝようである。ピニオン硬度は，ギヤー硬度より高いか，少くとも同じである。

AGMA では，ピニオン硬度ブリネル 210°～380°(ショア 32～55) の範囲で，

ギヤー硬度/ピニオン硬度≒0.87

ブリネル 440 以上 (ショア 61 以上) で

ギヤー硬度/ピニオン硬度≒1.0

の組合せを挙げているが，この組合せだけを推奨するわけではなく，もつと硬度差の大きい組合せをも併示している。

BSS では，ピニオンとギヤーの材料の組合せには関係なく，それぞれの材料係数が与えられる。これは結果として計算されたピニオンとギヤーの許容伝達馬力の数値の釣合いから，間接に適当な組合せを示唆するわけである。

(b) 材質 (化学成分)

対象を鋼に限定すれば，Buckingham，AGMA は材質による区別をしていない。BSS では材質によつて材料係数の値を変えている。たとえば表面硬化普通炭素鋼で，炭素が 0.3 から 0.5% に変つても表面硬度はさほど変らないが，材料係数は 43% 程増す。

(c) 鋳造と鍛造の区別

Buckingham，AGMA はこの区別はしていない。BSS では材料係数は，鋳造/鍛造≒0.9 である。

(d) 熱処理方法

材料係数 (耐磨耗性) に対して最も支配的な歯面硬度が同じでも，それが表面硬化法でえられたものか，滲炭

硬化法でえられたものかによつて，材料係数の値は違うことが考えられる。

熱処理方法を，いわゆるズブ焼き(H)，表面硬化(SH)，滲炭(C)に分ければ，BSSでは(C)を最も高く，(SH)を最も低く評価している。AGMAでは(C)と(H)を同列に，(SH)はその80%程度に評価している。Buckinghamでは，この区別をしていない。

(e) 歯面硬度

どの式でも歯面硬度は材料係数に大きく影響する。Buckinghamでは鋼に対しては，材料係数は表面硬度だけから定まる。そしてブリネル硬度 $H_B=150\sim600$ の範囲で，ピニオンとギヤーの同じ硬度の，または同じ硬度比の組合せに対してほゞ

$$\text{材料係数} \propto (H_B)^{2.2}$$

の関係がある。

AGMAでは

(H)に対し，$H_B=180\sim400$ の範囲で，上の指数は約1.42,

(C)に対して，$H_B=500\sim575$ の範囲で，約1.0である。

BSSでは次項で述べるように材料係数は歯面硬度に直接リンクしていないで，近似的に芯部硬度に直接リンクさせている。もつとも(H)に対しては歯面硬度と芯部硬度はほゞ一致するものとみなされるから，歯面硬度にリンクしていると考えてよいわけである。

(f) 芯部硬度

Buckingham, AGMAでは芯部硬度に注意を払つていないが，BSSでは重視している。

BSSでは近似的に(H)に対し，芯部のブリネル硬度 $H_B<440$ の範囲で

$$\text{材料係数} \propto (H_B)^{1.15}$$

(SH)に対し，$H_B=150\sim270$ の範囲で，この指数は同様に約1.15,

(C)に対し，$H_B=150\sim400$ の範囲で，この指数は約0.33である。

なお同じ芯部硬度に対し $H_B=150\sim270$ の範囲で，

$$(SH)/(H)\fallingdotseq1.63$$

また　$(C)/(H)$ は

$H_B=150$ に対し　約5.38

$H_B=400$ に対し　約3.14

である。

以上のようないろいろの要素で影響される各式の材料係数を比較して**第3表**に示す。これは，BSの E_n8Q (0.4%炭素鋼 $H_B=179$, JIS G 3102のS35C相当)を基準として，各式の与える材料係数を，種々の材質について(31)式の関係で比較したものである。Buckingham式，AGMA式では，採り上げた材料をギヤーとし，それと組合わされるべきピニオンとして各式に表記してある材料を組合わせたときの材料係数で代表させることにした。ギヤーおよびピニオン硬度をそれぞれ H_{Bg}, H_{Bp} とすると，$H_{Bg}<441$ の場合，多くは $H_{Bg}/H_{Bp}\fallingdotseq0.87$ であり，$H_{Bg}>441$ の場合，多くは $H_{Bg}/H_{Bp}\fallingdotseq1.0$ である。これは比較の便宜上からであつて，もし採上げた材料をピニオンとして同様に材料係数を求めれば，多くの場合，より低い値となるわけである。

第3表を見ると，AGMAとBSSはほゞ同じような傾向を示し，その値には大きい差がない。全体としてAGMAの方が少し低い。それに較べてBuckinghamは傾向も違い，値も他よりかなり開きのあることが認められる。軟かい材料に対して，Buckinghamは著しく低く，滲炭鋼ほど硬くなると，他に近づく。表面硬化鋼ではBuckinghamは他より著しく高い。たとえば，E_n8 (0.4%炭素鋼)では，BuckinghamはBSSの約36%しかないのに，その表面硬化したものは，BuckinghamはBSSの236%となつている。このような大きい開きは，材料係数を定める実験がいかに難しいかを物語つているともいえるのである。

(B) 速度係数 f_v

こゝで速度係数とは，歯車の回転速度，周速などによつて定まる係数で，静止に近い場合の値は1に近く，

$$\text{許容伝達切線静荷重} \propto \text{速度係数}$$

のように関係づけられた係数である。速度係数は速度が早くなると減る。これは速度増加に伴つて普通，一定時間内の負荷の繰返し数は増し，動的荷重も，接触面の滑り速度も増し，これらが許容伝達荷重を減らすからである。

第1図(次頁参照)に刻み円上の周速(以下特記しない場合，速度とはこの意味を指すことにする)を基準とし，上述の各式の速度係数を比較して示す。

実用範囲内でAGMAは全体として高く，BSS(特に刻み円径が小さいとき)は低い。Barthは，低速では高く，AGMAに近いが，高速ではずつと低くなり，刻み円径が大きい場合はBSSより低くなる場合もおこる。

(4)式によるBuckinghamの速度係数は，比較的低速，低荷重，普通精度の場合は，Barth中速，低速すなわち(7)，(8)式の間にあるようである。

第1図を見ると，同じ周速に対する各式の速度係数の数値の開きの大きいことが知られる。このことは，速度係数に影響する要素の複雑さを物語り，その数値の定めがたいのを示しているといえる。

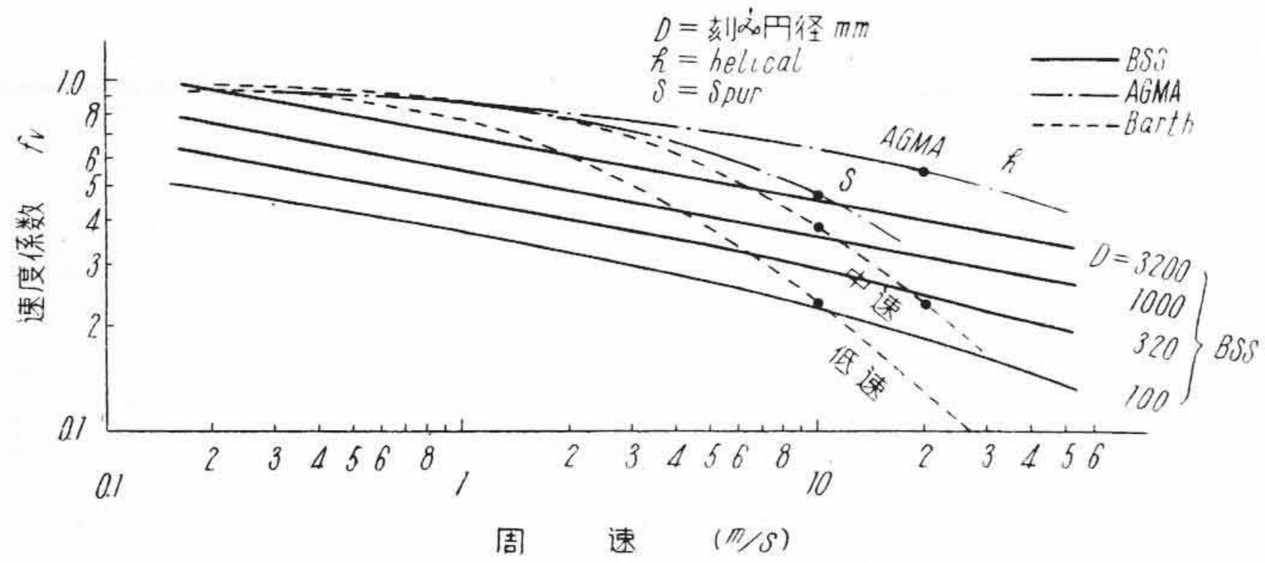
速度係数は次項の曲率半径係数とも関連するので，次項でまとめて述べる。

第 3 表　材　料　係　数

Table 3.　Material Factor

番号	分類 大別	硬軟	鋼種	素材製作法	材料 B. S. 材料名, 記号 (相当 JIS)	主要化学成分 (%)	熱処理	硬度 (最低) H_S/H_B		組合される材料の状態 AGMA Spur and Helical	組合される材料の状態 Buck.	材料係数比較 BSS	材料係数比較 AGMA Spur & Helical	材料係数比較 Buck.
1	組織の一様な鋼	軟	普通炭素鋼	鍛	0.4% 炭素鋼 E_n 8Q (S35C)	0.3~0.45 C	H	28/179		H_{Bp}/H_{Bg} =210/180	H_{Bp}/H_{Bg} =210/180	1.0	0.91	0.44
2					0.4% 炭素鋼 E_n 8 (S35C)	0.3~0.45 C	N	24/152		H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	0.80	0.78	0.29
3					0.55% 炭素鋼 E_n 9 (S55C)	0.5~0.6 C	N	30/201		H_{Bp}/H_{Bg} =230/201	H_{Bp}/H_{Bg} =230/201	1.15	1.02	0.55
4					0.55% 炭素鋼 E_n 9T (S55C)	0.5~0.6 C	H	37/248		H_{Bp}/H_{Bg} =290/248	H_{Bp}/H_{Bg} =290/248	1.50	1.33	0.93
5					0.3% 炭素鋼 E_n 5P (S30C)	0.25~0.35C	H	24/152		H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	0.80	0.78	0.29
6				鋳		0.35~0.45C	A	24/152		H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	H_{Bp}/H_{Bg} =175/152	0.70	0.78	0.29
7						0.40~0.45C	A	25/162		H_{Bp}/H_{Bg} =185/162	H_{Bp}/H_{Bg} =185/162	0.80	0.82	0.32
8			特殊鋼	鍛	3% NiCr 鋼 E_n 23T (SNC 2)	0.25~0.35C 2.75~3.5 Ni	H	37/248		H_{Bp}/H_{Bg} =290/248	H_{Bp}/H_{Bg} =290/248	1.50	1.33	0.93
9														
10		硬			4¼% NiCr 鋼 E_n 30A	0.25~0.35C 3.75~4.50 Ni	H	63/444		H_{Bp}/H_{Bg} =444/444	H_{Bp}/H_{Bg} =444/444	3.0	2.22	2.7
11	表面硬化鋼	硬	普通炭素鋼	鍛	0.4% 炭素鋼 E_n 8 (S35C)	0.30~0.45C	N SH	歯面 69/498	芯 24/152	H_{Bp}/H_{Bg} =440/440	H_{Bp}/H_{Bg} =498/498	1.40	1.97	3.3
12					0.55% 炭素鋼 E_n 9 (S55C)	0.5~0.6 C	N SH	71/520	30/201		H_{Bp}/H_{Bg} =520/520	2.0		3.7
13				鋳		0.4~0.45 C	A SH	60/420	25/162		H_{Bp}/H_{Bg} =410/410	1.60		2.2
14			特殊鋼		3% NiCr 鋼 E_n 23T (SNC 2)	0.25~0.35C 2.75~3.5 Ni	H SH	70/500	37/248		H_{Bp}/H_{Bg} =500/500	2.55		3.5
15	滲炭鋼		炭素鋼	鍛	炭素滲炭鋼 E_n 32B (SH 50)	0.1~0.18 C	H C	85/636	22/140	H_{Bp}/H_{Bg} =575/575	H_{Bp}/H_{Bg} =600/600	4.60	3.40	5.0
16			特殊鋼		3% NiCr 滲炭鋼 E_n 36T (SH 100)	<0.18C 3~3.75 Ni	H C	82/610	37/248		H_{Bp}/H_{Bg} =600/600	5.50		5.0

(注)　A: Anneal　N: Normalize



第1図　速度係数
Fig. 1. Speed Factor

(C)　曲率半径係数 ρ_e/D_p

上に述べたように許容伝達荷重は，荷重点の相対曲率半径が増すとそれに関連して増す。一般に相対曲率半径は，ピニオンの刻み円直径が大きくなると増すから，解析の便宜上つぎのように定義する。こゝで曲率半径係数とは，許容伝達馬力計算式中の相対曲率半径に関する項を，ピニオンの刻み円直径で割つたものをいうことにする。なお

許容伝達馬力 ∝ 曲率半径係数

のように関連づける。

各式の曲率半径係数の数値の違いは，荷重点をどこにとるか，歯型にどのような歯型をえらぶか，許容伝達荷重を，荷重点の相対曲率半径にいかに関連させるか，の差異にかゝつているわけである。この差異についてはすでに**第2表**で示した。取扱いを簡単にするため，20°FDの外接平歯車について各式を較べて見よう。

(a)　Buckingham 式

(1)，(2)，(3)，(28) 式を参照して，曲率半径係数 ρ_e/D_p は

$$\frac{\rho_e}{D_p}=\frac{\sin\phi_n}{2}\,\frac{Q}{2}=\frac{\sin\phi_n}{2}\,\frac{\dfrac{N_2}{N_1}}{1+\dfrac{N_2}{N_1}}$$

$$=0.171\,\frac{\dfrac{N_2}{N_1}}{1+\dfrac{N_2}{N_1}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

こゝに

ϕ_n＝歯直角圧力角

N_1＝ピニオン歯数

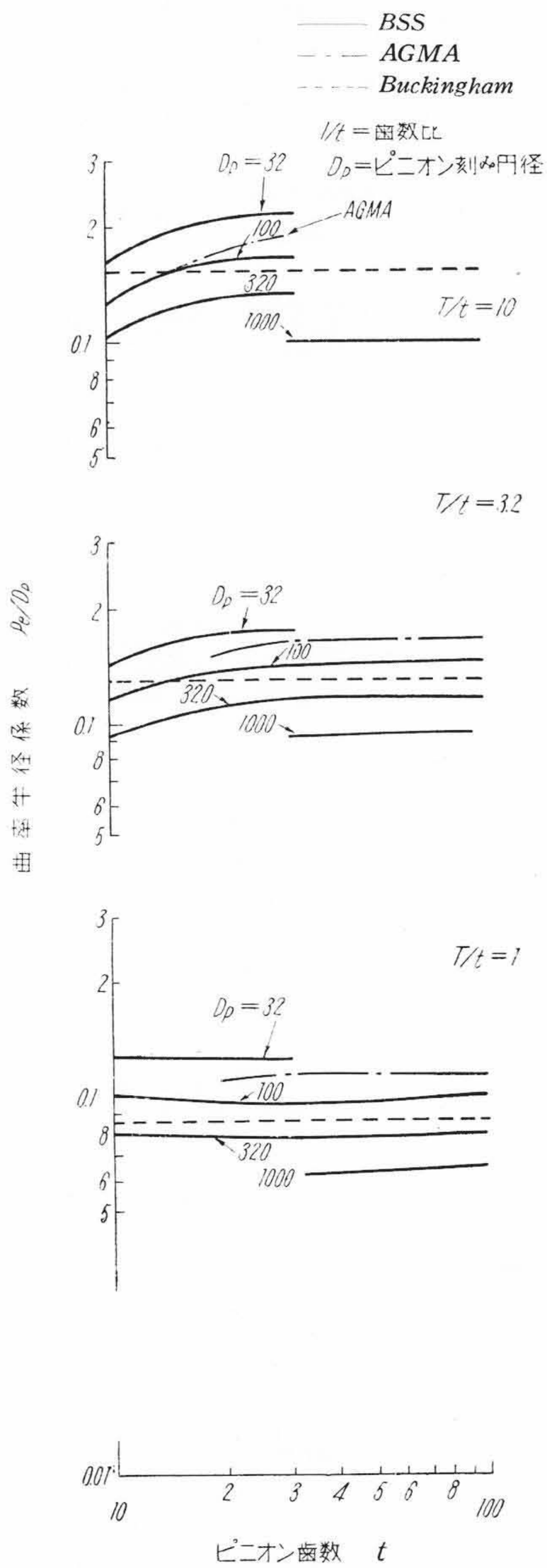
N_2＝ギヤー歯数

Buckingham 式には，歯面直角荷重を切線荷重に換算する $\cos\phi_n$ の項を省いてあるので，上式でもこの項を省いた。このための差異は僅かである。

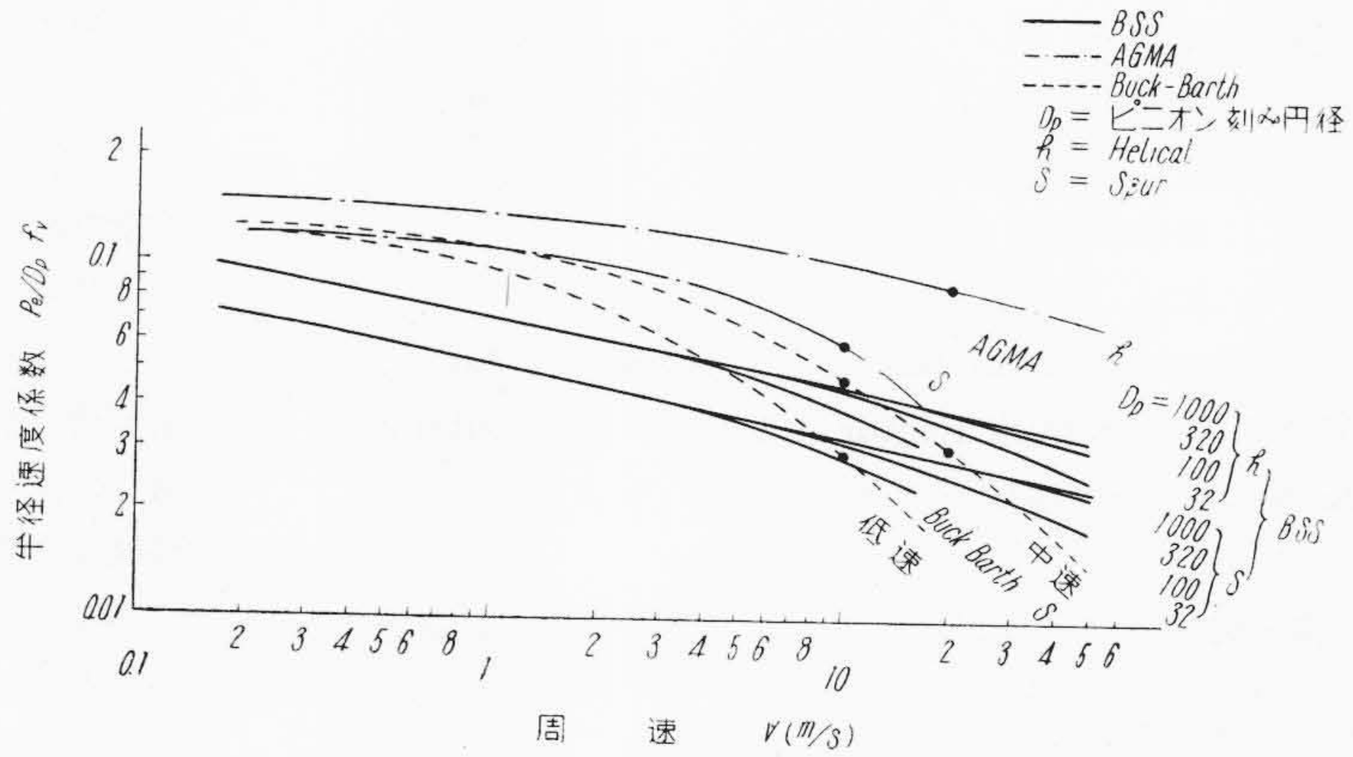
(b)　AGMA 式

(29) 式から相対曲率半径をあらわす項は，$D_pC_cC_rC_fC_q$ である。近似式では

$C_cC_q=0.45$



第2図　20°FD 正歯車の曲率半径係数
Fig. 2. Curvature Factor of Spur Gear with 20° Pressure Angle-Full Depth Teeth



第3図
20°FD 正歯車の半径速度係数

Fig. 3.
Curvature-Speed Factor of Spur Gear with 20° Pressure Angle-Full Depth Teeth

にとつているからこの値を使えば，曲率半径係数 ρ_e/D_p は

$$\frac{\rho_e}{D_p}=\frac{0.45}{2}C_fC_q=0.225\,C_f\frac{\dfrac{N_2}{N_1}}{1+\dfrac{N_2}{N_1}}\cdots(33)$$

こゝに N_1, N_2 は Buckingham 式の場合と同じである。

(c) BSS 式

(30) 式から曲率半径係数 ρ_e/D_p は

$$\frac{\rho_e}{D_p}=\frac{\dfrac{Z}{K}}{\dfrac{t}{P}}=\frac{Z}{t}\,\frac{P}{K}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

こゝに

Z = 接触界係数

t = ピニオン歯数

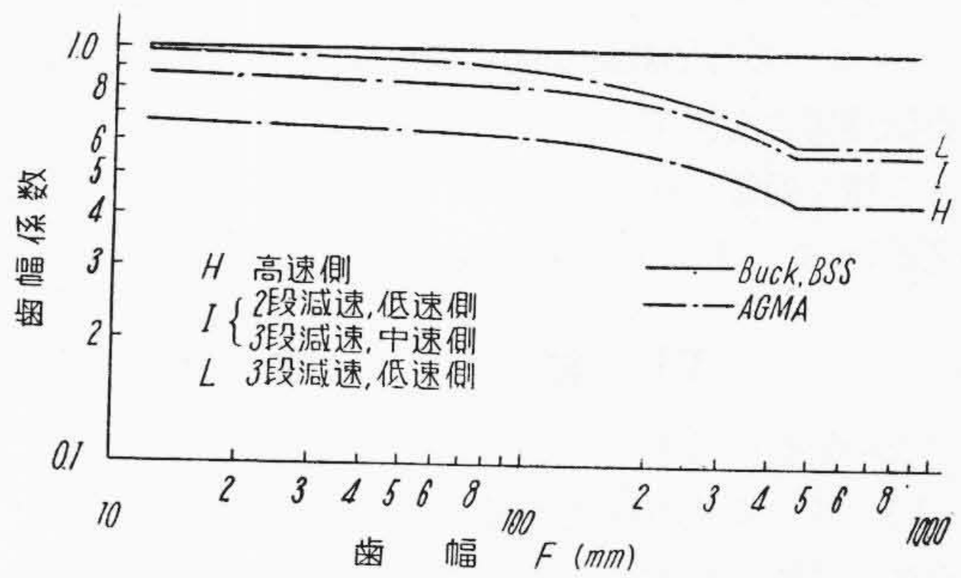
P = 軸直角直径刻み

$K=P^{0.8}$

第2図は各式の曲率半径係数を，(32)，(33)，(34) 式の関係に基いて図示したものである。パラメータは，歯数比 T/t，横軸にはピニオン歯数 t をとつてある。

一般に曲率半径係数は，歯数比 T/t が大きくなると増す。Buckingham 式では，歯数比が一定の場合は，ピニオン歯数が変化しても，曲率半径係数は一定である。AGMA 式では，ピニオン歯数が増すと，曲率半径係数は増し，Buckingham 式よりかなり高くなる。図示したものは転位していないもので，転位したものはまた違つた値となる。ピニオン，ギヤーの 0.5 モジュール正，負転位によつて，20～60% 程度曲率半径係数は増す。このような変化はすべて C_f 係数の変化によるのである。

BSS は AGMA と同じ傾向を持つが，このほかの傾向としてピニオン径が増すと，曲率半径係数は減る。ピニオンの刻み円径 D_p が少くとも 100 mm 以上では，AGMA より小さいようである。これは，許容荷重が相対曲半率径の 0.8 乗に比例するという BSS の考え方に基くものである。ピニオン歯数が増すと曲率半径係数が増すという傾向は，歯数比が低いときに顕著にはあらわれない。



第4図 歯幅係数

Fig. 4. Face Width Factor

これは歯数の少いときに大きく転位する BSS 転位方式によるのである。

第3図は，ピニオン歯数 $t=32$ 枚，歯数比 $T/t=3.2$ の場合につき，速度係数と曲率半径係数の積（半径速度係数と名づけた）を，周速を基準にして比較したものである。

平歯車と 30° のヘリカル歯車が併示されている。AGMA の平歯車には割引係数の 0.8（〔V〕(1)(B) 参照）を含んでいる。

半径速度係数は，Buckingham が低速で高く，高速で低くなることが示されている。AGMA は全体として高い。BSSではピニオンの刻み円直径で差があるが，低速で低く，高速では相対的には低くない。また速度係数で見られたようなピニオン径による大きい差はなく，低速ではほとんど一致しており，高速ではピニオン径の小さい方が僅かに低い。

他の歯数および歯数比に対しても，同様の半径速度係

数が求められるが，省略する。

(D) 歯幅係数

こゝで歯幅係数とは，許容伝達馬力計算式中の歯幅に関する項を，正味歯幅で割つたものをいう。なお

許容伝達馬力 ∝ 歯幅係数

のように関係づけられる。

歯幅係数は Buckingham および BSS では 1.0 で，AGMA では Inbuilt Factor で1より小さい。Inbuilt Factor は，噛合段数とその何段目か，および噛幅によつて変る。

第4図(前頁参照)に見るように，歯幅の広い程，高速側程低く，最低 0.425 まで減ずる。

以上比較的狭い範囲内ではあるが，材料，速度，曲率半径，歯幅の4係数について概説した。基準の運転状態では(すなわち等価負荷が同じ場合)，この4係数の積が許容伝達馬力を決定することになる。

この積を通観すれば，各係数単独で比較した際の各式の差が，かなり平均化されて減つてくることが知られる。

〔VI〕 結　　言

以上の解析の結果はつぎのようにまとめられる。

(1) 各計算式の適用範囲の一部分だけを注視しないで全体を通観平均すれば，各計算式による許容伝達馬力の計算結果には，はなはだしい差はないようである。強いて採り上げれば，AGMA 式はやゝ高い許容値を与えるようである。

(2) 適用範囲の一部分だけを注視すれば，その部分については，各式による結果には大きい差が生ずる。

Buckingham-Barth 中速および低速式では，表面硬化鋼で低速の，ピニオン歯数の少い歯車の場合に過大な許容値が与えられる。軟い鋼で，ピニオン歯数の多い高速歯車では，過小の許容値が与えられる。

AGMA 式は，歯幅の狭い低速歯車で特に高い許容値が与えられる。

BSS式では，低速で過小の許容値が，高速で，ピニオン径の比較的大きいときやゝ大きい許容値が与えられる。

(3) 実際の歯車の使用状態では，原動機，被動機の特性，歯車装置の剛度，軸系の曲げ振動，捩り振動などの種々の要素が加わるため，計算式をあまりに過信することはむしろ危険である。同種製品に対する永年の忠実な使用実績の蓄積と解析が非常に重要であることを強調して結びの言葉とする。

本稿執筆に際し種々御指導いただき日立製作所歯車委員会荒井委員長，平栗設計小委員長，明山博士に深い感謝を捧げる。

参 考 文 献

(1) ASME Special Research Committee on the Strength of Gear Teeth, Dynamic Loads on Gear Teeth, 1931

(2) E. Buckingham: Manual of Gear Design III, 1937

(3) AGMA 210.01: Surface Durability of Spur Gears, 1946
AGMA 211.01: Surface Durability of Helical and Herringbone Gears, 1944
(AGMA は American Gear Manufactures Association の制定した規格の略称である。)

(4) B.S. No. 436-1940: Machine Cut Gears. A. Helical and Straight Spur.
(B.S. は British Standards の略である。BSS は British Standard Specification of Gears の略称である。)

(5) FD は Full Depth すなわち標準歯の略称である。20° は圧力角 20° の意味である。

(6) E. Buckingham: Analitical Mechanics of Gears, 1949

(7) H. E. Merritt: Gears, 1954