

線型回路網の機械的節点解析法について

Systematic Nodal Analysis of Linear Networks

徳 永 迪 夫*
Michio Tokunaga

内 容 梗 概

Shekel 氏の提案した不定行列なる概念を用い、受動および能動素子を含む線型回路網の節方程式をまったく機械的に樹立する方法を提案した。さらに入出力端子が共通帰線を有する場合に、この節方程式より等価 4 端子定数が規則正しい形をした行列式で求められることを述べた。この方法を用いれば、受動回路網はもちろん、能動素子を含む回路網に対しても統一的に取扱うことができ、とくに饋還素子を有する回路網に対して有効な解析手段となる。

〔I〕 緒 言

線型回路網の解析方法としては周知のとおり網目方程式および節方程式による方法があるが、従来の方法では能動素子(とくにトランジスタ)を含み回路網が複雑になる場合には方程式を樹立する手続はかなり面倒である。方程式をまったく機械的に求めようとする試みは従来からなされている。すなわち Kron 氏による真空管回路のテンソル解析⁽¹²⁾、東北大学の岡田氏らによる位相幾何学的解析法⁽¹³⁾があるが、方程式は機械的に得られるがその手続はあまり簡単とはいえない。トランジスタが生れるにおよび、Shekel⁽¹⁾ 氏および Zadeh⁽²⁾ 氏は別な方法で試みているが簡単な場合しか言及していない。

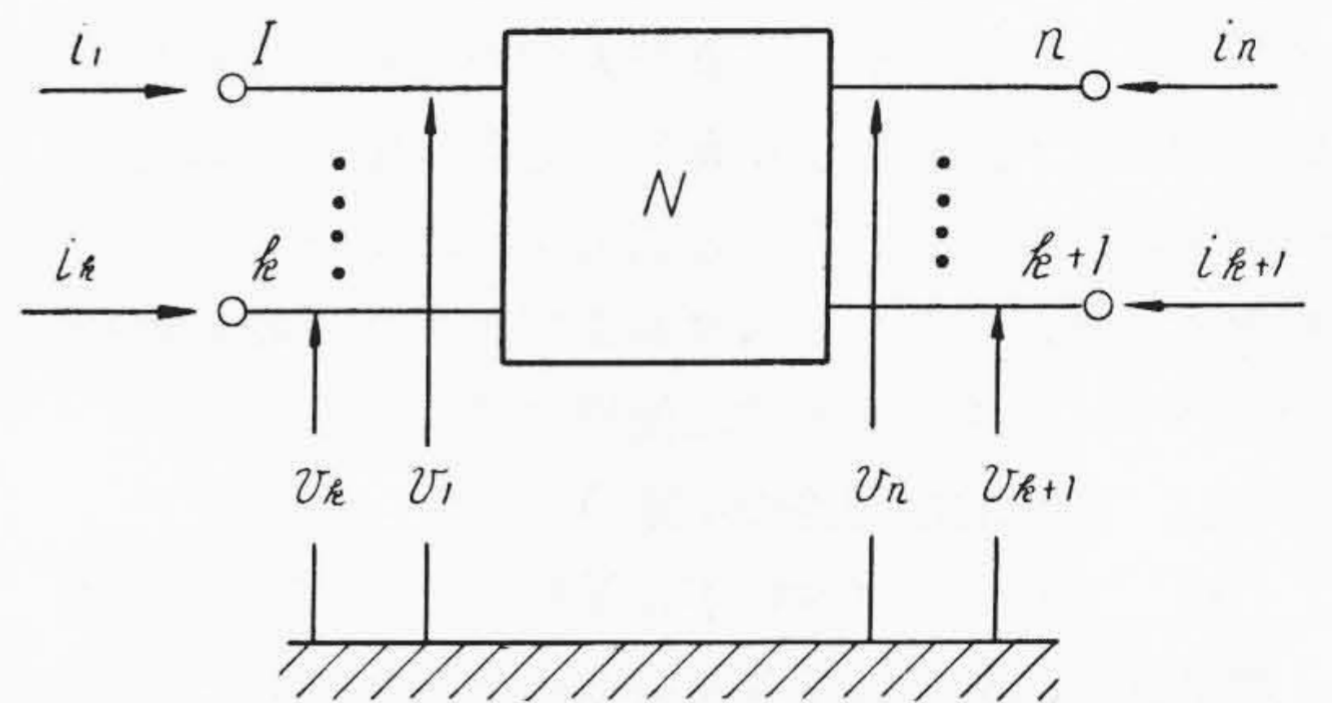
筆者はこれらの方法を拡張し、Shekel 氏の定義した不定アドミタンス行列を二、三の基本的な回路について求めアドミタンス行列が回路網の並列接続の取扱に便利な性質を利用して、与えられた回路網の節方程式をまったく機械的に求められることができたのでその方法⁽³⁾を述べる。トランジスタが用いられるようになって能動素子を含む回路網の 4 端子網的取扱がさかんに行われるようになった。従来の上記論文には 4 端子定数のことについては全然言及されていない。筆者の方法では 4 端子定数をもまったく機械的に実用的な行列式の形で求めることができる*1。

〔II〕 不定アドミタンス行列

(1) 定義および性質

第 1 図のように孤立した n 端子網 N を考え、各端子より流入する電流を i_1, i_2, \dots, i_n とし、ある基準電位に対する電圧を v_1, v_2, \dots, v_n とする。今 N が線型素子より構成されているとすれば、これらの電圧電流間には一般に次式の関係が成立する。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_k \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & \dots & y_{1k} & \dots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_{k1} & \dots & y_{kk} & \dots & y_{kn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & \dots & y_{nk} & \dots & y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \dots \dots \dots (1)$$



第 1 図 n 端子 網

この Y 行列はつぎのような特殊な性質をもっている。いま N の中には発振などによる電流の発生源はないと仮定すると、端子電流間には電流保存則よりつぎの関係が成立する。

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \dots \dots \dots (2)$$

この条件より (1) 式の Y 行列の元素間には

$$\sum_{j=1}^n y_{jk} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, n) \dots \dots \dots (3)$$

の関係が成立する。すなわち Y 行列の各列の和は 0 となる。つぎに各端子の電圧を k 番目の端子電圧を基準にして表わすと、任意の j 番目の端子電流は次式で表わせる。

$$i_j = y_{j1}(v_1 - v_k) + y_{j2}(v_2 - v_k) + \dots \dots \dots + \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \right) v_k + \dots \dots \dots + y_{jn}(v_n - v_k) \dots (4)$$

このとき、 i_j は v_k の電圧のいかんにかかわらずつねに v_k を基準とする $n-1$ 個の電位差の函数とならねばならない。このためには (4) 式より容易に次式の関係が成立することがわかる。

*1 これは1956年9月回路網委員会で発表したものであるが、その後 AEV, 10, 1956 に同様な取扱をしているつぎの論文が発表された。

H. Pecher: Die Leitwertmatrix Passiven und aktiven Netzwerke

* 日立製作所戸塚工場

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (5)$$

すなわち Y 行列の各行の和が 0 とならねばならない。

以上を要約すれば、孤立した n 端子網において、端子電流は $n-1$ 個のみが独立であり端子電圧の中 1 個は任意の値に選べることより、方程式を (1) 式のように Y 行列で表現したときこの行列は特異行列となり、各行各列の和はかならず 0 となる。この行列を Shekel 氏は不定アドミタンス行列と命名した⁽¹⁾。

この不定 Y 行列の階数は $n-1$ である。したがってこの行列がわかれば任意の端子を接地したときの方程式はただちに得られる。すなわち k 番目の端子を接地したとすれば、(1) 式において k 行 k 列の元素を消去すればよい。理由は $v_k=0$ となり k 列の元素がなくなり、 j_k はほかの電流の函数となるから消去すればよい。この関係を利用すれば、トランジスタおよび真空管の接地型式相互間のパラメータの変換式は簡単に得られる。

(2) 基本的な回路の不定 Y 行列

(A) トランジスタの不定 Y 行列

第 2 図の回路で端子 3 を接地したときのトランジスタの 2 電源等価回路は第 3 図のように表わせる⁽⁴⁾。第 3 図に対する方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

となるから第 2 図に対する方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ただし

$$\begin{cases} y_{13} = -(y_{11} + y_{12}) \\ y_{31} = -(y_{11} + y_{21}) \\ y_{23} = -(y_{21} + y_{22}) \\ y_{32} = -(y_{12} + y_{22}) \\ y_{33} = y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22} \end{cases}$$

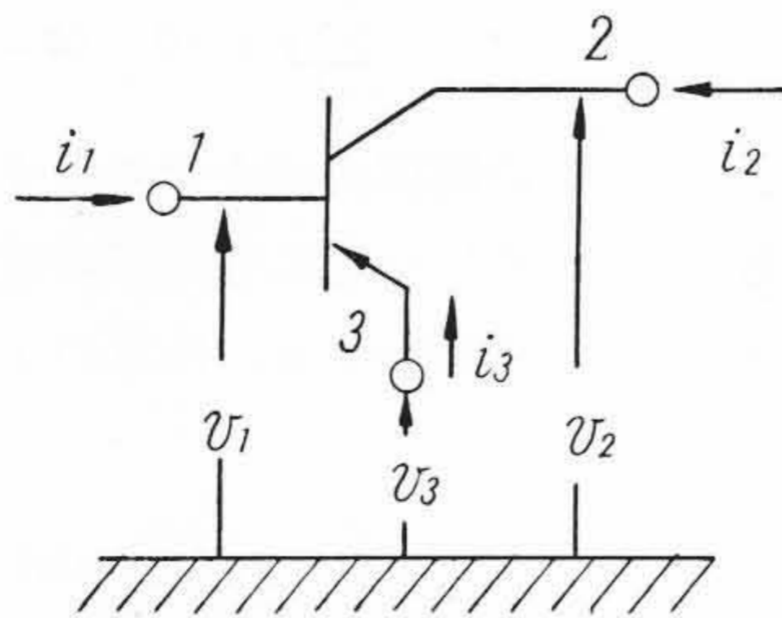
(7) 式の不定行列の元素間にはさらにつぎの関係が成立する。種々の計算のときこの関係を利用すれば便利である。(7) 式の行列の小行列式を Δ_{jk} とすると

$$\Delta_{jk} = (-1)^{j+k} \Delta y \dots\dots\dots (8)$$

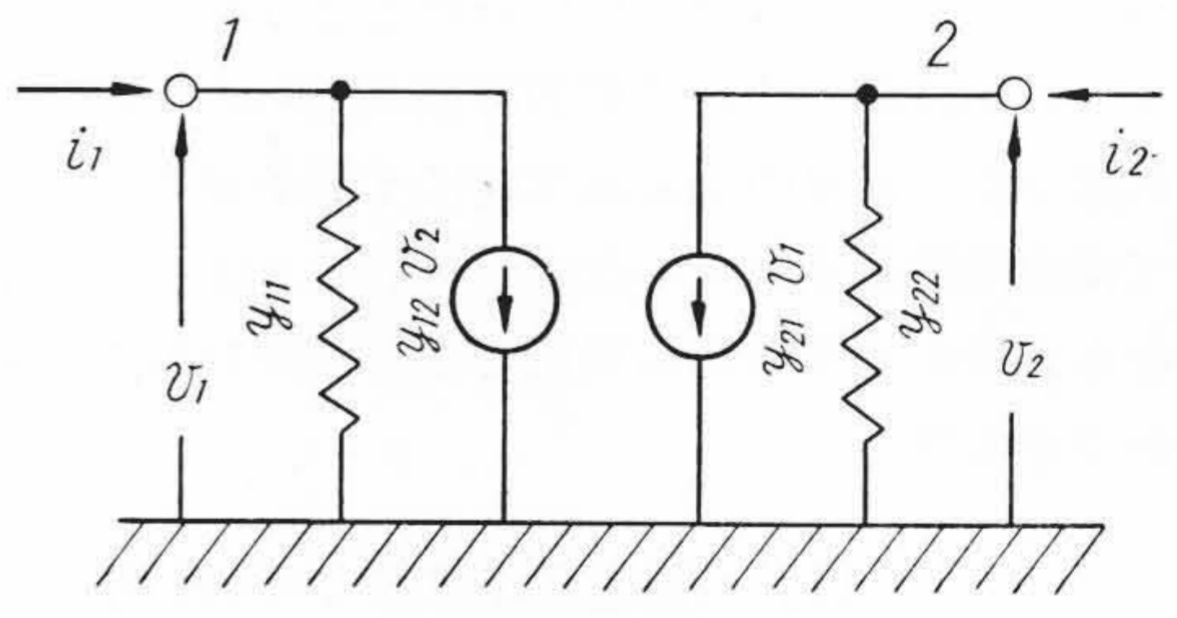
ただし

$$\Delta y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$$

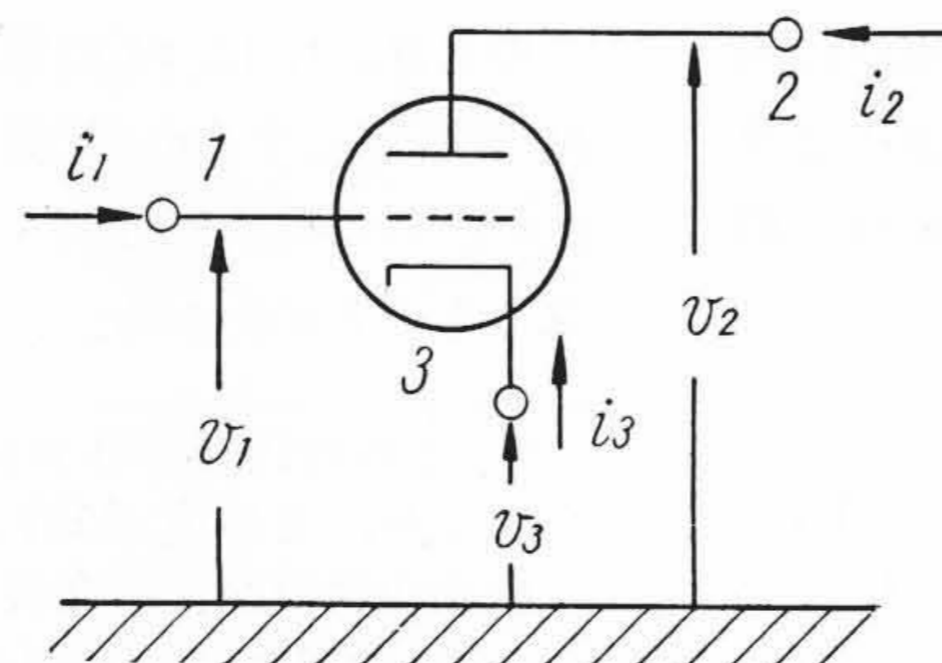
通常トランジスタの定数は γ パラメータで与えられるが、これより (7) 式の y の



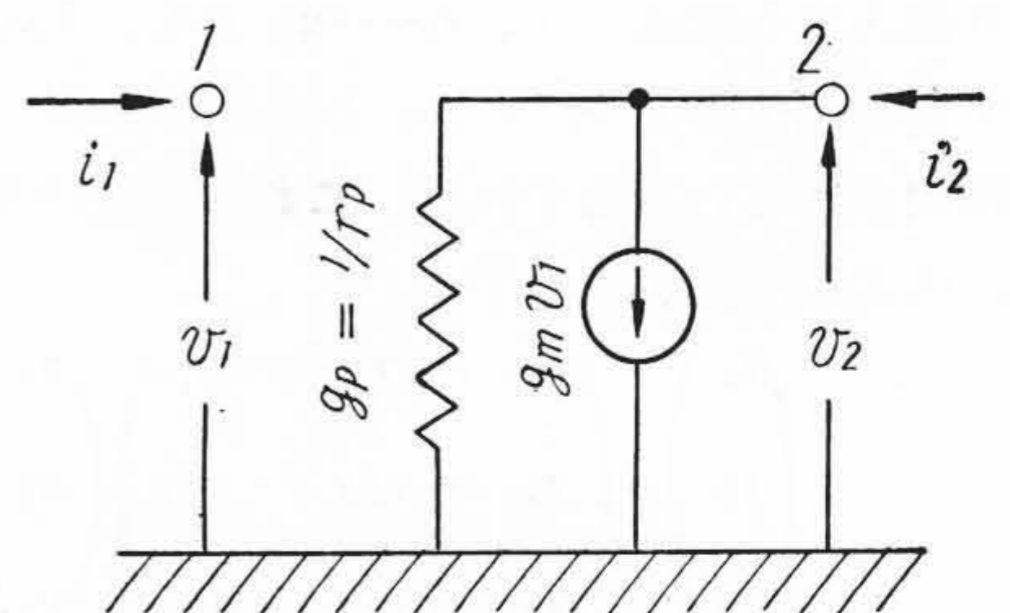
第 2 図 エミッタ接地



第 3 図 2 電源等価回路



第 4 図 真 空 管



第 5 図 真空管の等価回路

元素は容易に求めうる⁽²⁾。

(B) 真空管の不定 Y 行列

第 4 図の回路でカソードを接地したときの等価回路は第 5 図で表わされる。このときの方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

ゆえに第 4 図に対する方程式は (3), (5) 式より

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ g_m & g_P & -(g_m + g_P) \\ -g_m & -g_P & g_m + g_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

(6), (9) 式を比較すればあきらかなように、3 極真空管において内部容量を考慮しない場合は、トランジスタのエミッタ接地において

$$y_{11}=0, y_{12}=0, y_{21}=g_m, y_{22}=g_P$$

となつた場合に等しい。すなわち真空管はトランジスタの特殊な場合に相当するとも考えられる。

(C) バイラテラルな 1 素子の Y 行列

第 6 図に対する節方程式は次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

この行列も各行各列の和が 0 となり不定行列となる。

つぎに第 7 図の回路を考える。 j, k 端子以外は孤立しているから電圧をかけても電流は流れず、端子間のアドミタンスは 0 である。したがって回路方程式は

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ i_j \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & Y & -Y & \vdots \\ \vdots & & -Y & Y & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_j \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \dots\dots (12)$$

(11) 式および (12) 式を比較すると、後者では 0 が附加されて次数が n になつたのみで行列の形は変わらない。結局第 7 図の回路の行列はつぎのように求めればよい。端子 jk 間を Y で接続すればその不定行列の jj , kk 元素を Y とし, jk , kj 元素を $-Y$ とし, ほかの元素はすべて 0 とすればよい。また第 7 図の回路において端子 k を接地したときの方程式は k 行 k 列を消去すればよいのであるからつぎのような方法を用いればよい。 j 端子のみを Y で接地し, 他の端子が孤立している場合には, 行列の jj 元素のみを Y とし他の元素をすべて 0 とすればよい。この場合の行列はやはり特異行列となるが各行各列の和は 0 とはならない。

上記の Y 行列の性質は後述するように節方程式を機械的に求めるときの基本となるものである。

(D) 変成器の不定 Y 行列

第 8 図の回路において端子 3 を接地したときの方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta Z} \begin{pmatrix} Z_2 & -Z_m \\ -Z_m & Z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \dots\dots (13)$$

ただし $\Delta Z = Z_1 Z_2 - Z_m^2$

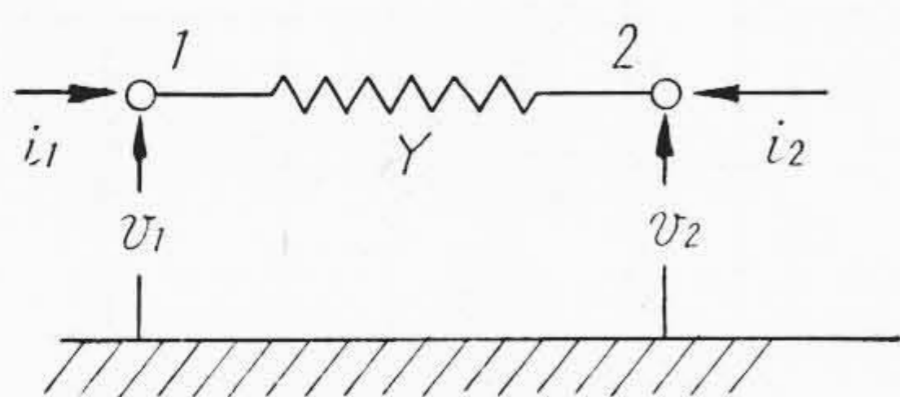
ゆえに第 8 図に対する節方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta Z} \begin{pmatrix} Z_2 & -Z_m & Z_m - Z_2 \\ -Z_m & Z_1 & Z_m - Z_1 \\ Z_m - Z_2 & Z_m - Z_1 & Z_1 + Z_2 - 2Z_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \dots\dots (14)$$

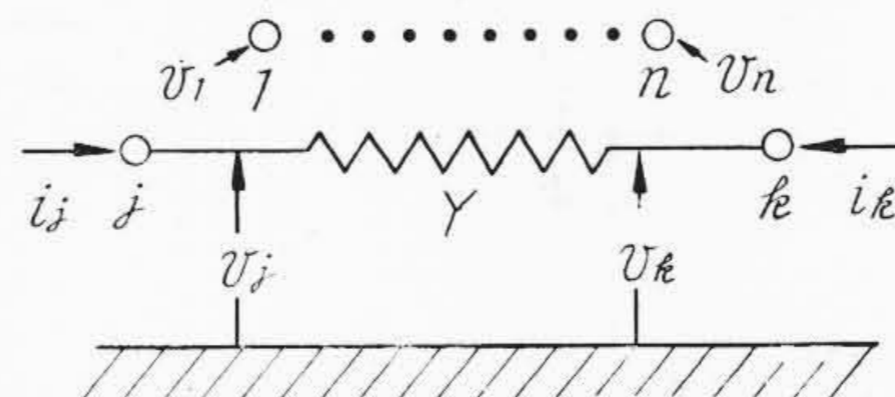
結合係数が 1 になる場合には $\Delta Z = 0$ となり各元素は ∞ となる。しかしこの変成器にほかの素子を接続した場合の解析においては, (13), (14) 式のまま節方程式を求め, これより所要の式を求めた後 $\Delta Z \rightarrow 0$ なる極限值を求めればよい。

〔III〕 節方程式の樹立法

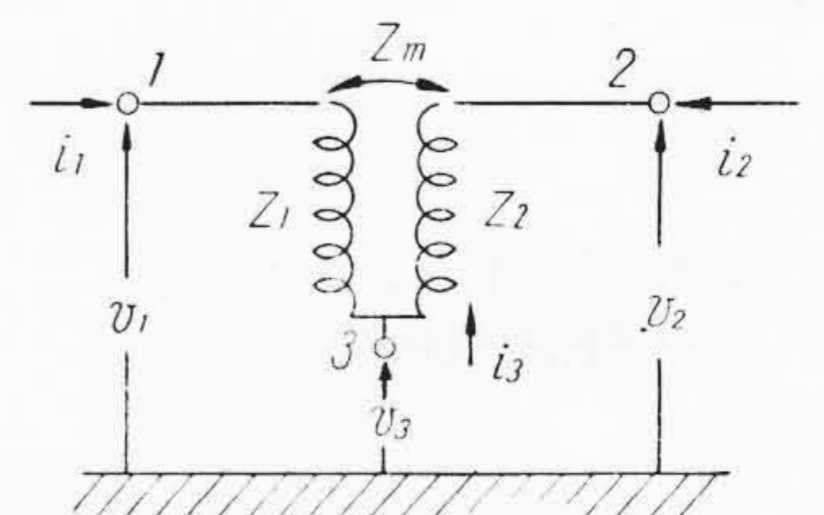
(1) アドミタンス行列の分類



第 6 図 2 端子の 1 アドミタンス素子



第 7 図 n 端子中の 1 アドミタンス素子



第 8 図 理想変成器

(A) 不定アドミタンス行列

既述のように n 個の節点を有する孤立した回路網中, すべての節点がたがいに接続されている場合には Y 行列は特異行列となり各行各列の和は 0 となり, その階数は $n-1$ となる。このような性質を有する行列を第 1 種の不定アドミタンス行列と名づける。

もし n 個の中 l 個の節点がほかより孤立している場合は, これらの節点番号に相当する行および列の元素はすべて 0 となり, これらの節点に流入する電流も 0 となる。この行列も特異行列となるが階数は $n-(l+1)$ である。このような性質をもつ行列を第 2 種の不定アドミタンス行列と名づける。

(B) 接地アドミタンス行列

回路網中の節点が 1 個も孤立したものがなく, 節点の 1 個以上が Y であるいは直接基準点に接続されたいる場合には, Y 行列は一般には確定行列となり階数は節点数と同じになる。このような行列を第 1 種の接地アドミタンス行列と名づける。

もし n 個の中 l 個の節点がほかより孤立している場合には, 第 2 種の不定アドミタンス行列と同じような形となり, 階数 $n-l$ の特異行列となる。しかし各行各列の和は 0 とはならない。このような行列を第 2 種の接地アドミタンス行列と名づける。

既述のように接地アドミタンス行列は不定アドミタンス行列の特殊な場合であり, 容易に一方から他方を求めることができる。

(2) 節方程式の樹立

アドミタンス行列は 2 個以上の回路網を並列接続したときには個々の行列の和となる性質を有する。したがつて第 9 図のような m 個の回路網を並列接続したときの回路方程式は

$$\begin{cases} v_1^{(1)} = v_1^{(2)} = \dots = v_1^{(m)} = v_1 \\ \dots\dots\dots \\ v_k^{(1)} = v_k^{(2)} = \dots = v_k^{(m)} = v_k \\ \dots\dots\dots \\ v_n^{(1)} = v_n^{(2)} = \dots = v_n^{(m)} = v_n \end{cases}$$

なる関係があるから次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} \sum i_1^{(m)} \\ \vdots \\ \sum i_k^{(m)} \\ \vdots \\ \sum i_n^{(m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_{11}^{(m)} \cdots \sum y_{1k}^{(m)} \cdots \sum y_{1n}^{(m)} \\ \vdots \\ \sum y_{k1}^{(m)} \cdots \sum y_{kk}^{(m)} \cdots \sum y_{kn}^{(m)} \\ \vdots \\ \sum y_{n1}^{(m)} \cdots \sum y_{nk}^{(m)} \cdots \sum y_{nn}^{(m)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

任意の k 番目の節点に外部より電流の流入がないとすれば Kirchhoff の第 1 法則より

$$\sum i_k^{(m)} = 0$$

となり、外部よりの流入電流を i_k とすれば

$$\sum i_k^{(m)} = i_k$$

となる。今節点 1 を入力端子、節点 n を出力端子と考え、その他の節点には外部よりの流入電流がないとすれば、結局節方程式はつぎのような形となる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ i_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} \cdots y_{1k} \cdots y_{1n} \\ \vdots \\ y_{k1} \cdots y_{kk} \cdots y_{kn} \\ \vdots \\ y_{n1} \cdots y_{nk} \cdots y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

もし個々の回路が第 2 種の不定または接地アドミタンス行列の場合でも、接続後各接点がかならず他と接続されていれば合成後の行列は第 1 種の接地アドミタンス行列となる。

以上の性質を用いれば、ある複雑な回路網が与えられたとき、この回路網に適当な節点を設けて適当な数個の回路に分解し、各々に対して既述のような方法で第 2 種の不定、接地アドミタンス行列を求めこれらの和を求めれば容易に最初の回路網に対する節方程式が得られる。以下例をあげて説明する。

(例 1) トランジスタの 1 電源等価回路

トランジスタの 1 電源等価回路は第 10 図 (A) のように受動素子 $y_{11} \cdots$ と能動素子 g_m で表現できる⁽⁴⁾。まず受動素子のみに対する第 1 種の不定 Y 行列を求めると、[II], (2), (C) で述べた方法によりただちに次式が求まる。

$$\begin{pmatrix} y_{11} + y_{12} & -y_{12} & -y_{11} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{22} & -y_{22} \\ -y_{11} & -y_{22} & y_{11} + y_{22} \end{pmatrix}$$

また能動素子に対する第 2 種の不定 Y 行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ g_m & 0 & -g_m \\ -g_m & 0 & g_m \end{pmatrix}$$

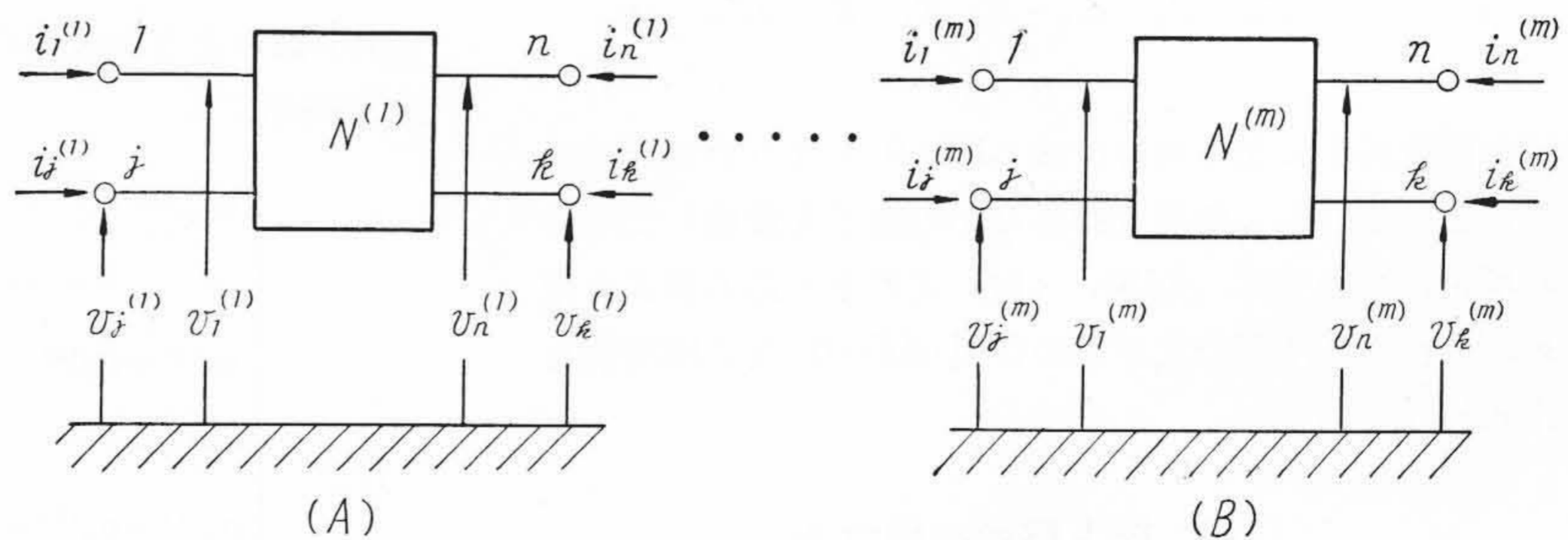
となる。したがって第 10 図 (A) に対する節方程式は

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} + y_{12} & -y_{12} & -y_{11} \\ g_m - y_{12} & y_{12} + y_{22} & -(y_{22} + g_m) \\ -(y_{11} + g_m) & -y_{22} & y_{11} + y_{22} + g_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

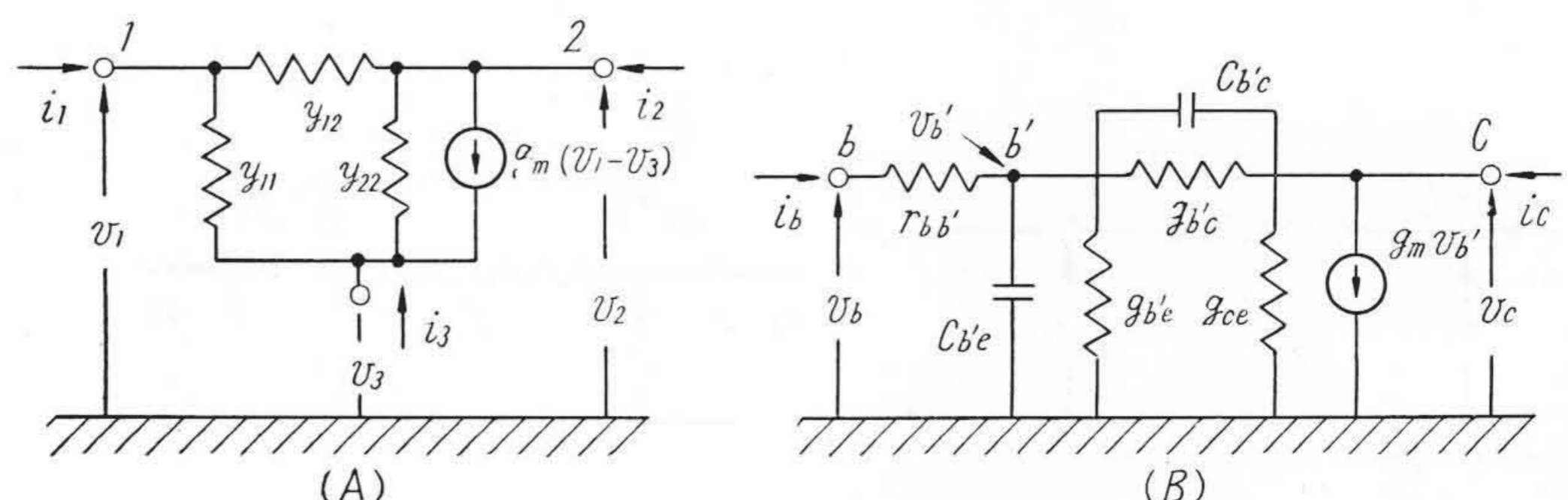
Giacoletto の hybrid Π 型回路第 10 図 (B)⁽⁵⁾ に対する方程式もまったく同様にして簡単に求めることができる。

3 極真空管において内部容量を考えた場合、第 10 図 (A) の 1 をグリッド、2 をプレート、3 をカソードとすれば節方程式は (16) 式においてつぎのようにおけばよい。

第 9 図 m 個の n 端子網



第 10 図 トランジスタの 1 電源等価回路



$$y_{11} = j\omega C_{gk}, \quad y_{12} = j\omega C_{Pg}, \quad y_{22} = g_P + j\omega C_{Pk}$$

(例2) トランジスタ CR 結合 2 段負饋還増幅器

第 11 図の回路において 6 個の節点を設け、トランジスタのエミッタ接地におけるパラメータをそれぞれ $y_{11} \dots y_{22}$, $y'_{11} \dots y'_{22}$ とすれば、既述の方法により容易につきの節方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} + Y_1 & y_{13} & y_{12} & & & \\ y_{31} & y_{33} + Y_2 + Y_7 & y_{32} & & & \\ y_{21} & y_{23} & y_{22} + Y_3 + Y_4 & & & \\ 0 & 0 & -Y_4 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & -Y_7 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & -Y_7 & & & \\ -Y_4 & 0 & 0 & & & \\ y'_{11} + Y_4 + Y_5 & y'_{13} & y'_{12} & & & \\ y'_{31} & y'_{33} + Y_6 & y'_{32} & & & \\ y'_{21} & y'_{23} & y'_{22} + Y_7 & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (17)$$

〔IV〕 終端条件による節方程式の変化

相互に接続された n 個の節点を有する孤立した回路網に対する節方程式は既述のようにまったく機械的に求めることができる。 n 個の節点の中 m 個に外部より電流の流入があり、これらの節点を外部端子と考えれば、回路網は m 端子網と考えられ節方程式の $n - m$ 個の電流は 0 となる。このような一般的な節方程式を求めておけば、終端条件を任意に変化したときの節方程式は以下のような簡単な操作で求めることができる。

(1) 任意の k 端子を接地したとき

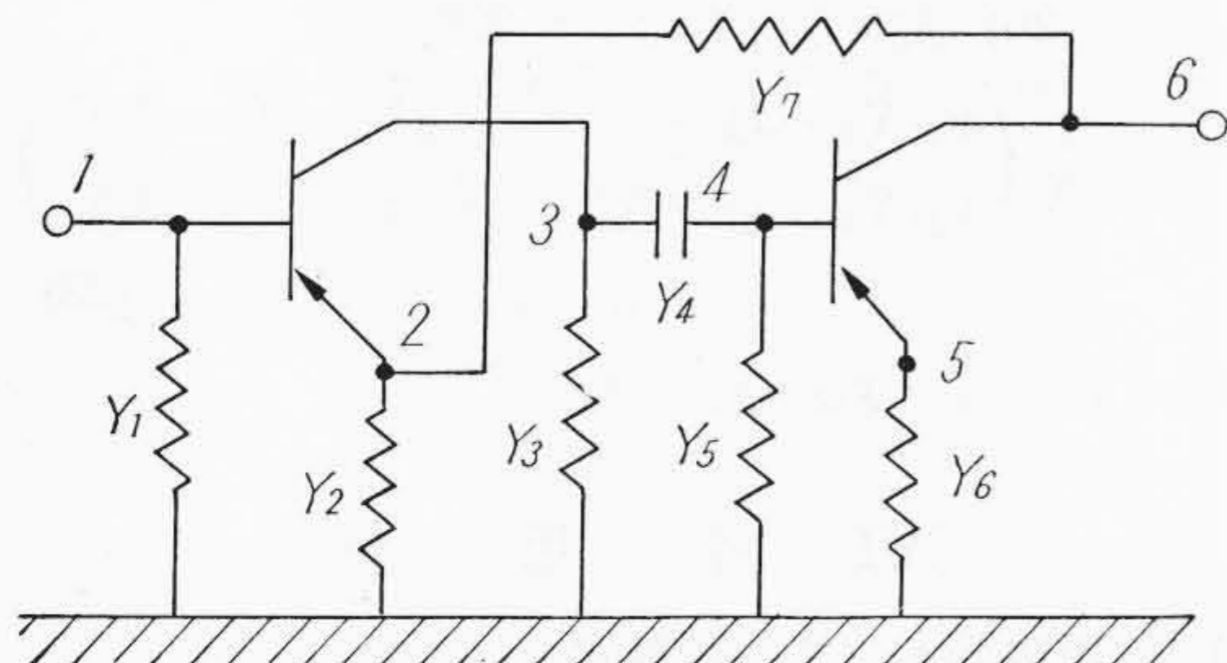
接地端子に相当する k 行, k 列を消去すればよい。したがってアドミタンス行列は接地端子数だけ次数が減少し、第 1 種の接地アドミタンス行列に変化する。

(2) 任意の k 端子を Y で接地したとき

行列の kk 元素に Y を加えてやればよい。行列は同様に第 1 種の接地アドミタンス行列に変化する。

(3) 任意の j, k 端子を短絡したとき

行列の j, k 行および j, k 列を加え j, k いずれか



第 11 図 CR 結合トランジスタ増幅器

の行および列を消去すればよい。この場合行列の種類に変化はないが、次数は短絡数だけ減少する。

この理由を簡単に説明する。 j, k 端子を短絡後この端子に流入する電流は各々の端子に流れる電流の和となるから、新しい行の元素は元の元素の和となる。また j, k 端子の電圧は短絡後等しくなるから、新しい列の元素は元の元素の和となる。

(4) 任意の j, k 端子を Y で短絡したとき

行列の jj 元素 kk 元素に Y を加え, jk 元素および kj 元素に $-Y$ を加えればよい。このときには行列の種類も次数も変わらない。

(5) 任意の k 端子を開放したとき

k 端子が内部の節点およびほかの端子の 2 個以上と接続されているときには外部電流のみ 0 となり, k 端子が他の 1 個の節点あるいは端子だけと接続されている場合には電流はもちろん 0 となり, かつ二つの端子間のアドミタンスを 0 とおき k 行 k 列を消去すればよい。後者の場合には次数が減少する。

〔V〕 等価 4 端子行列の算出

〔III〕, (2) で述べたとおり, 入力端子を 1, 出力端子を n としたときの節方程式が (15) 式で求めたとき, この回路網の等価 4 端子アドミタンス行列を求めよう。

(15) 式においてつぎのとおり表わす。

$$\begin{cases} (I) = \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix}, & (V) = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \\ (Y_1) = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{1n} \\ y_{n1} & y_{nn} \end{pmatrix}, & (Y_2) = \begin{pmatrix} y_{12} \dots y_{1(n-1)} \\ y_{n2} \dots y_{n(n-1)} \end{pmatrix} \\ (Y_3) = \begin{pmatrix} y_{21} & y_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ y_{(n-1)1} & y_{(n-1)n} \end{pmatrix} \\ (Y_4) = \begin{pmatrix} y_{22} \dots y_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots \\ y_{(n-1)2} \dots y_{(n-1)(n-1)} \end{pmatrix} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (18)$$

(Y_4) の行列式を $\delta(Y_4)$ とし, これが 0 でないとすると (15) 式より $v_2 \dots v_{n-1}$ を消去すれば

$$(I) = \{(Y_1) - (Y_2)(Y_4)^{-1}(Y_3)\}(V) \quad \dots \dots (19)$$

(18), (19) 式より

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} = \frac{1}{\delta(Y_4)} \begin{pmatrix} \Delta_{nn} & (-1)^n \Delta_{n1} \\ (-1)^n \Delta_{1n} & \Delta_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_n \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここに Δ_{nn} は nn 元素の小行列式を表わしほかも同じである。さらに (20) 式より 4 端子行列式 ΔY を計算すればヤコビの定理より容易に次式を得る。

$$\Delta Y = \frac{\Delta}{\delta(Y_4)} \quad \dots \dots \dots (21)$$

第 1 表 他の行列への変換表

種 類	変 換 式	回路行列式
$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = (Z) \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} & (-1)^{n+1} \frac{\Delta_{n1}}{\Delta} \\ (-1)^{n+1} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta} & \frac{\Delta_{nn}}{\Delta} \end{pmatrix}$	ΔZ $= \frac{\delta(Y_4)}{\Delta}$
$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = (H) \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\delta(Y_4)}{\Delta_{nn}} & (-1)^{n+1} \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_{nn}} \\ (-1)^n \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{nn}} & \frac{\Delta}{\Delta_{nn}} \end{pmatrix}$	ΔH $= \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{nn}}$
$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = (G) \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\Delta}{\Delta_{11}} & (-1)^n \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_{11}} \\ (-1)^{n+1} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{11}} & \frac{\delta(Y_4)}{\Delta_{11}} \end{pmatrix}$	ΔG $= \frac{\Delta_{nn}}{\Delta_{11}}$
$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = (F) \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$	$(-1)^{n+1} \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{1n}} & \frac{\delta(Y_4)}{\Delta_{1n}} \\ \frac{\Delta}{\Delta_{1n}} & \frac{\Delta_{nn}}{\Delta_{1n}} \end{pmatrix}$	ΔF $= \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_{1n}}$
$\begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = (K) \begin{pmatrix} v_1 \\ -i_1 \end{pmatrix}$	$(-1)^{n+1} \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{nn}}{\Delta_{n1}} & \frac{\delta(Y_4)}{\Delta_{n1}} \\ \frac{\Delta}{\Delta_{n1}} & \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{n1}} \end{pmatrix}$	ΔK $= \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{n1}}$

ただし Δ は (15) 式の Y 行列の行列式を示す。

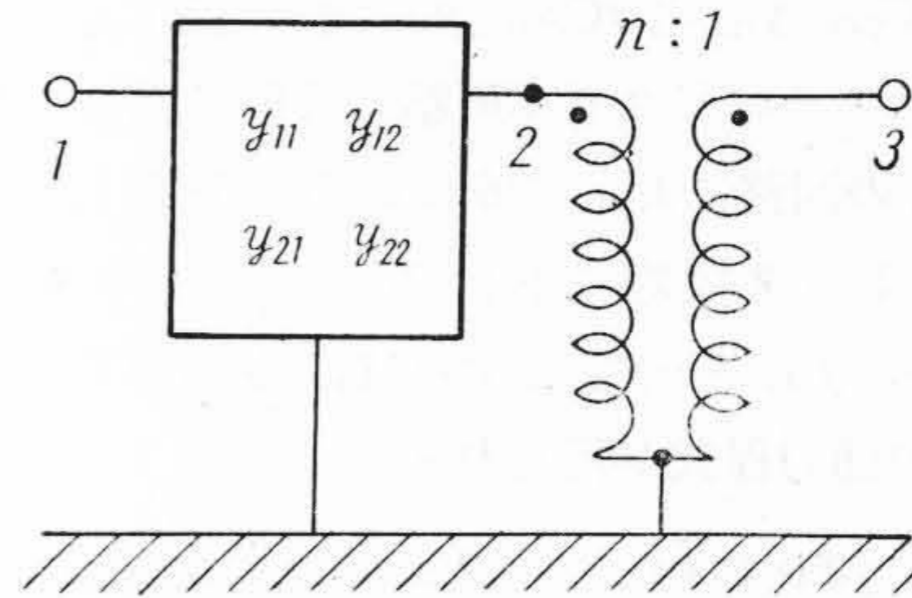
(20), (21) 式を用いて他の行列に変換すると第 1 表が得られる。これらの行列を用いれば等価 4 端子網の活性条件⁽⁶⁾⁽⁷⁾, 4 端子網の分類⁽⁸⁾, 4 端子網が負性インピーダンス変換器となるための必充条件⁽⁹⁾, 負性インピーダンス変換器の等価回路⁽¹⁰⁾ などを実際の回路について吟味する場合に非常に便利である。

つぎに $\delta(Y_4) = 0$ なる場合を考える。(20) 式よりあきらかなように, Y 行列の元素はいずれも ∞ となり求まらない。このとき他の行列においては H_{11} , G_{22} , B , K_{12} がいずれも 0 となる。また $\delta(Y_4)$ が 0 なることは (15) 式より入出力端子 1, 2 を接地したときの発振条件を示している。したがって等価 4 端子 Y 行列が ∞ となつて求まらないときの物理的意味としては, 出力短絡入力インピーダンス, 入力短絡出力インピーダンス, 出力短絡正方向伝達インピーダンス, 入力短絡逆方向伝達インピーダンスがいずれも 0 となり, また能動素子を含む回路網の入出力端子を同時に短絡したときに発振を行う場合もありうると解釈できる。

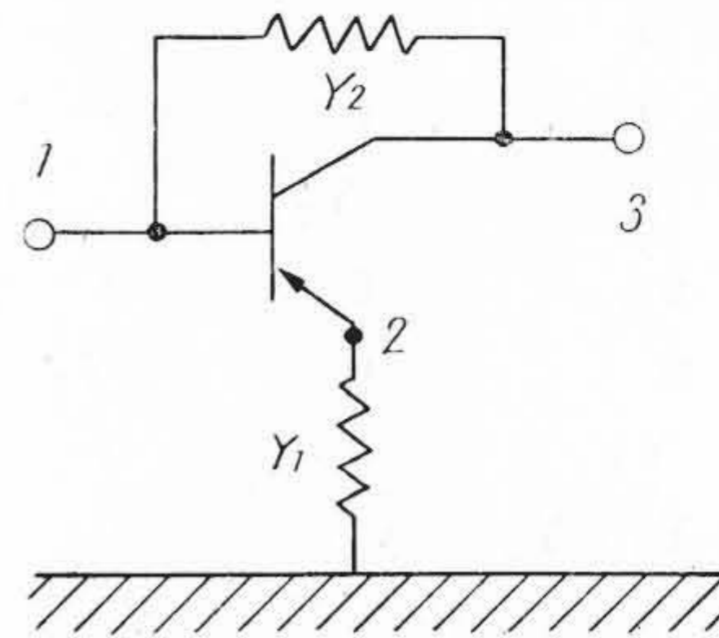
以上求めた等価 4 端子行列は入出力端子が共通帰線を有する場合, すなわち 3 端子の等価行列であり, 共通帰線をもたない 4 端子の場合には適用できない。

(例 3) トランジスタと理想変成器の縦続接続

トランジスタを y パラメータで示した第 12 図の等価 Y 行列を求める。理想変成器の Y 行列は既述のように ∞



第 12 図 理想変成器との縦続接続



第 13 図 負饋還回路

となり求まらない。そこで (13) 式の行列を用い, 図の節方程式を求めると

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ 0 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & 0 \\ y_{21} & y_{22} + Z_2/\Delta Z & -Z_m/\Delta Z \\ 0 & -Z_m/\Delta Z & Z_1/\Delta Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

(20) 式を用いて等価 Y 行列を求めて $\Delta Z \rightarrow 0$ なる極限值を求め, かつ $Z_1/Z_2 = n^2$, $Z_1/Z_m = n$, $Z_m/Z_2 = n$, $1/Z_2 = 0$ とおくと等価 4 端子 Y 行列は

$$\begin{pmatrix} y_{11} & n y_{12} \\ n y_{21} & n^2 y_{22} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (22)$$

となる。このように理想変成器の場合にも統一的に取扱えるが計算は少し面倒である。

(例 4) 2 重負饋還増幅器

第 13 図の回路の等価 4 端子 Y 行列を求める。エミッタ接地のパラメータを $y_{11} \dots y_{22}$ で表わすと節方程式は次式のようにただちに求まる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ 0 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} + Y_2 & y_{13} & y_{12} - Y_2 \\ y_{31} & y_{33} + Y_1 & y_{32} \\ y_{21} - Y_2 & y_{23} & y_{22} + Y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

これより (20) 式を用いば等価 Y 行列は

$$\frac{1}{A} \begin{pmatrix} y_{11} Y_1 + \Delta y + A Y_2 & y_{12} Y_1 - \Delta y - A Y_2 \\ y_{21} Y_1 - \Delta y - A Y_2 & y_{22} Y_1 + \Delta y + A Y_2 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (23)$$

ただし $A = y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22} + Y_1$

[VI] 応 用 例

(1) 増幅器としての計算式

入出力端子が共通帰線を有する場合, 増幅器としての

第2表 増幅器としての計算式

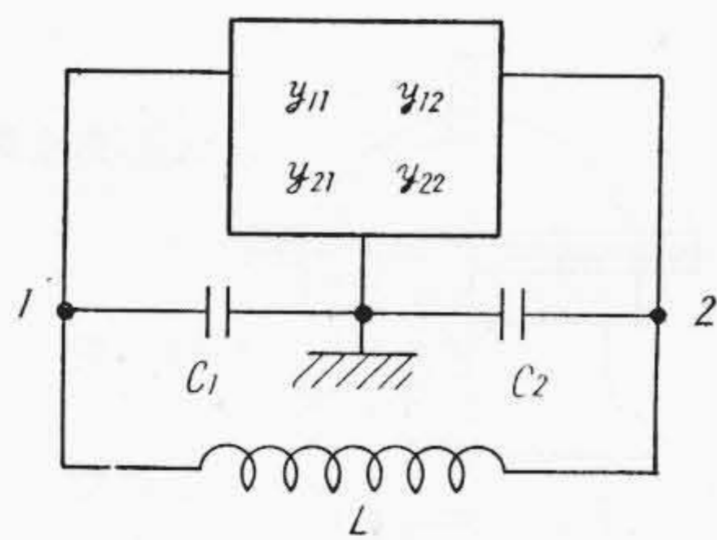
		正 方 向	逆 方 向
入力アドミタンス	一 般	$\frac{\Delta + Y_l \Delta nn}{\Delta_{11} + Y_l \delta(Y_4)}$	$\frac{\Delta + Y_g \Delta_{11}^1}{\Delta nn + Y_g \delta(Y_4)}$
	他端短絡	$\frac{\Delta nn}{\delta(Y_4)}$	$\frac{\Delta_{11}}{\delta(Y_4)}$
	他端開放	$\frac{\Delta}{\Delta_{11}}$	$\frac{\Delta}{\Delta nn}$
電圧増幅度	一 般	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{11} + Y_l \delta(Y_4)}$	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta n_1}{\Delta nn + Y_g \delta(Y_4)}$
	他端開放	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{11}}$	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta n_1}{\Delta nn}$
電流増幅度	一 般	$(-1)^{n+1} \frac{Y_l \Delta_{1n}}{\Delta + Y_l \Delta nn}$	$(-1)^{n+1} \frac{Y_g \Delta n_1}{\Delta + Y_g \Delta_{11}}$
	他端短絡	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta nn}$	$(-1)^{n+1} \frac{\Delta n_1}{\Delta_{11}}$
電力増幅度	複素数 行列式が 実数	$\frac{\left \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_{11} + Y_l \delta(Y_4)} \right ^2 \frac{G_l}{G_i}}{(\Delta + Y_l \Delta nn)(\Delta_{11} + Y_l \delta(Y_4))}$	$\frac{\left \frac{\Delta n_1}{\Delta nn + Y_g \delta(Y_4)} \right ^2 \frac{G_g}{G_o}}{(\Delta + Y_g \Delta_{11})(\Delta nn + Y_g \delta(Y_4))}$

整合した時

(すべての行列式が実数でかつ $\Delta \cdot \delta(Y_4) > 0, \Delta_{11} \Delta nn > 0$)

入力アドミタンス	$\sqrt{\frac{\Delta \Delta nn}{\Delta_{11} \delta(Y_4)}}$	$\sqrt{\frac{\Delta \Delta_{11}}{\Delta nn \delta(Y_4)}}$
電力増幅度	$\left(\frac{\Delta_{1n}}{\sqrt{\Delta_{11} \Delta nn} + \sqrt{\Delta \delta(Y_4)}} \right)^2$	$\left(\frac{\Delta n_1}{\sqrt{\Delta_{11} \Delta nn} + \sqrt{\Delta \delta(Y_4)}} \right)^2$

- (注) (1) Y_l : 負荷 G_l : 負荷のコンダクタンス分 Y_g : 電源アドミタンス
 G_g : 電源のコンダクタンス分 G_i : 入力コンダクタンス G_o : 出力コンダクタンス
 (2) 電圧増幅度は v_n/v_1 で、電流増幅度は $-i_n/i_1$ で定義する。



第14図 コルピッツの発振回路

計算式を求めておく。(15)式の節方程式に終端条件を入れたものか、(20)式の等価4端子パラメータを用いれば容易に第2表のように求まる。記号はすべて(V)で用いたものを使用した。

はたして増幅器として安定に動作するかどうかは残された問題であるが、饋還増幅器としての安定度などについての吟味は(15)式に終端条件を入れ、Bode氏の理論⁽¹¹⁾を適用すればよいと考えられる。

(2) 発振器の解析

発振条件を求めるためには、終端条件を入れた第1種の接地アドミタンス行列を求め、この行列式が0となる条件を求めればよい。例としてコルピッツの発振回路について述べる。第14図の回路の節方程式は

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} + j\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L}\right) & y_{12} + j\frac{1}{\omega L} \\ y_{21} + j\frac{1}{\omega L} & y_{22} + j\left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (24)$$

上式のY行列の行列式が0なる条件より

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{L \Delta y + C_1 + C_2}{L C_1 C_2}} \\ (L \Delta y + C_1 + C_2)(y_{12} C_2 + y_{22} C_1) \dots\dots (25) \\ = C_1 C_2 (y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}) \end{cases}$$

ただし $y_{11} \dots\dots y_{22}$ はすべて実数とする。

もし能動素子として真空管を用いたとすれば

$y_{11}=y_{12}=0, y_{21}=g_m, y_{22}=g_p$ となるから (25) 式は次式のようになる。

$$\omega = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{LC_1C_2}}, \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{g_m}{g_p} \dots\dots (26)$$

トランジスタの場合には、 $y_{11}\dots\dots$ などにそれぞれ接地型式における値を代入してやれば、増幅発振の接地型式における相違はただちに吟味できる。このように能動素子を一般に $y_{11}\dots\dots$ などで表わしておけば、所要の計算式を求めてからその種類による相違をただちに吟味できる利点がある。

そのほかの応用例として、受動 Π, T 型縦続接続回路の4端子定数の漸化式、不平衡型の負性インピーダンス変換器の解析などもあげられるが、これらは別の機会にゆずることとする。

[VII] 結 言

以上述べたような節点解析法を用いれば、複雑な線型回路網に対する節方程式をまったく機械的に樹立できて思考の節約となる。とくに饋還素子を有する場合には威力を発揮する。また回路網が共通帰線を有する4端子網の場合には、その等価4端子行列が簡単な形で求まり、

増幅、発振、そのほかの能動回路の解析をも同様に機械的に行うことができる。これらの行列を用いれば能動素子を含む4端子網の性質を実際の回路に対して総合的に吟味することが可能となる。

終りに望み、適切な御助言を賜り御鞭撻頂いた東京工大川上教授に深甚なる謝意を表す。また御激励頂いた戸塚工場研究課、菅田主任、波多野、橋氏に厚く御礼申上げる

参 考 文 献

- (1) J. Shekel: I.R.E., 40, 1493 (Nov. 1952)
- (2) L. A. Zadeh: I.R.E., 41, 989 (Aug. 1953)
- (3) 徳永: 回路網理論研究専門委員会資料 (1956-9)
- (4) L. J. Giaccolito: RCA Rev., 14 (Mar. 1953)
- (5) L. J. Giaccolito: RCA Rev., 15 (Dec. 1954)
- (6) 川上: トランジスタ委員会資料 (1954-5)
- (7) 平山: トランジスタ委員会資料 (1955-2)
- (8) 川上: 回路網理論研究専門委員会資料 (1956-2)
- (9) 平山: 回路網理論研究専門委員会資料 (1956-3)
- (10) 平山, 小林: 信学誌 39, 199 (昭31-3)
- (11) H. W. Bode: Network Analysis and Feedback Amplifier Design
- (12) G. Kron: Tensor Analysis of Networks (1939)
- (13) 石田, 岡田, 三好: 信学誌, 27, 182 (昭18-3)



特 許 の 紹 介

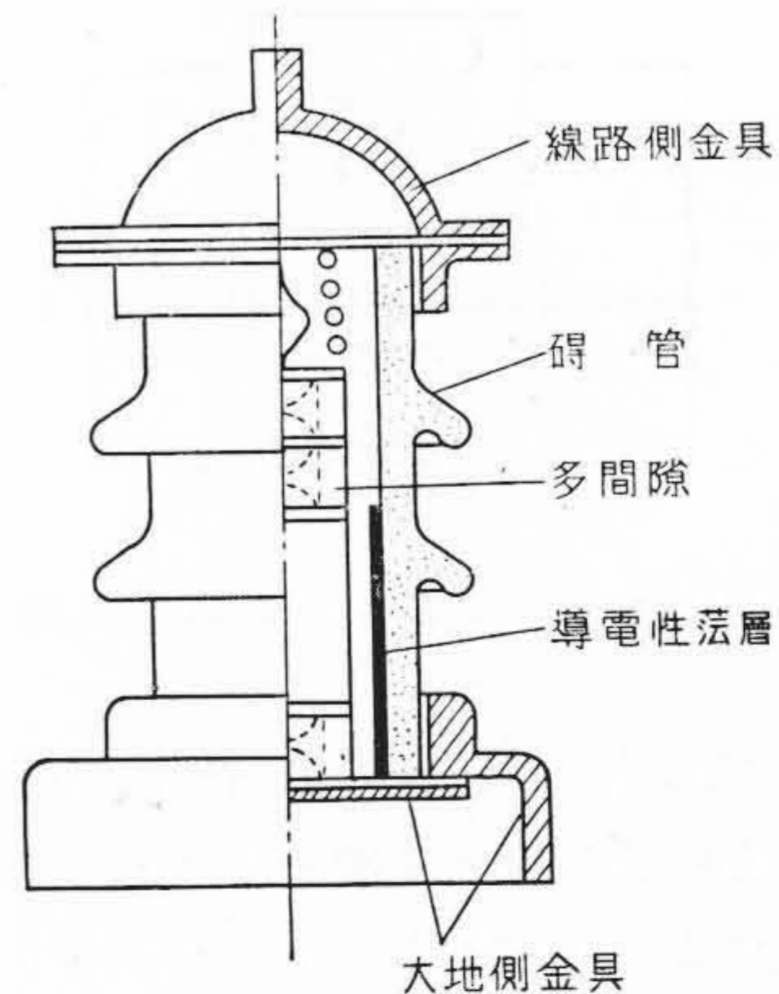


実用新案第461279号

落 清・木 沢 重 義
笈 川 俊 雄

避 雷 器 直 列 多 間 隙 装 置

避雷器直列多間隙は碍管内に密封して使用されるが、外界の影響によつて放電の不整があることは古くより知られその対策も二、三に止まらない。とくに碍管表面のダストやウェットの状態変化による放電の不整を減ずるためとして碍管の内面全体に導電性または半導電性薄層として金属酸化物、グラファイト、カーボンなどよりなる層を被着しその上下両端をそれぞれ碍管の線路側金具および大地側金具に接続したものはこれ迄実施して相当の成果をあげているのであるが、しかしこのものにあつては碍管の内面被着層に使用時常に電流が通じているので漸次減耗して時日とともに効果が減退して行くことが知られるにいたつた。この考案はその欠点を除去するために図に示すように導電性薄層を碍管の裾部内面にだけほどこし、大地側金具にだけ下端を接続したものである。このようにすればもちろん通常時電流は碍管内面を流すことがないから前述した欠点は一掃されるのであるが、このようにしても導電性薄層がもつシールディング効果ないし多間隙に対する対地静電容量の均整効果は頂部を欠如するとはいえ全体として実用上頂部まである場



合とほとんど変らぬことが実験上認められて実用上の効果を増大した。(宮崎)