U.D.C. 621.372.41

高調波振動を用いた水晶振動子の等価回路

Equivalent Circuits of Quartz Vibrators

in Harmonic Vibration

志* 橘 篤 Atsushi Tachibana

内容梗概

縦振動の高調波振動を利用せる水晶振動子の種々な電極配置における等価回路定数について述べたものである。一般に高調波振動の場合には,弾性波波長が水晶板の幅寸法と同程度のものとなるため単純な縦振動としては取扱われない。それで基本振動の場合を標準にとり,高調波振動の場合の等価回路を求めた。これを +5 度 X カット水晶振動子の第3 高調波振動の場合に適用し,実験と比較し,その結果は良く一致することを確めた。

[I] 緒

言

水晶振動子を濾波器の素子として利用するとき,特に 電気的等価回路を知ることが必要である。水晶振動子お よびそのほかの圧電気振動子の電気的等価回路について は相当古くから多くの人により研究されてきており、特 に一般的な場合を取扱つたものとして尾上氏(1)の論文が あるがいずれも振動状態を表わす変位ベクトルが振動子 の各部において既知でなければならない。特に簡単な場 合を除き,一般に固有振動の厳密解を得ることはきわめ て困難であり,この困難性は高調波振動となるとさらに 増大する。 400 kc 以上 1 Mc 以下の周波数範囲に共振周波数を有 する水晶振動子を輪廓振動水晶振動子で製作しようとす ると寸法が相当小さくなり製作は困難になる。また厚味 振動を用いると厚くなりすぎる。それでこのような周波 数範囲のものは輪廓振動の高調波振動を利用すると適当 な寸法にすることが可能である。高調波振動で水晶を振 動させることは Giebe & Scheibe の古くから行われて きており,また実際に濾波器用共振子としても二,三使用 されている。しかしその等価回路については,単純な縦 振動の場合の高調波に対し,長さ方向に沿つて半波長ご とに一対の電極を置き, 圧電励振可能なように交互に電 極を接続した場合のみを Cady氏(2),(3)が与えているにす ~ 物ない。水晶が十分長い場合,あるいは−18.5 度Xカッ トの場合を除いて一般には単純な縦振動とはみなされな い。さらに高調波振動となると,弾性波長は基本波の場 合に比して高調波次数だけ短くなつているので, ほかの 寸法たとえば幅と同程度のものとなり,幅の影響を大き くうけることになる。本文では特に輪廓振動で近似的に は縦振動と見なされる場合に問題を限り, 基本振動と高 調波振動との間にある仮定を置き,二,三の電極配置に おける基本振動と高調波振動の等価回路定数の関係およ

び高調波振動における電極配置と等価回路定数との関係 について述べる。

〔II〕 水晶振動子等価回路

平行な二平面を有する矩形板状水晶振動子の一頂点を 原点にとり,厚さ方向をX軸,幅方向をY軸,長さ方向 をZ軸に一致させる。厚さ,幅,長さの寸法をそれぞれ t,w,lで表わす。

水晶の圧電効果を表わす関係式は, 歪および電場の強 さを独立変数にとると次式で表わされる。

* 日立製作所戸塚工場

$$-T_{\alpha} = -\sum_{\beta=1}^{6} C_{\alpha\beta} S_{\beta} + \sum_{j=1}^{3} e_{j\alpha} E_{j}$$
$$D_{i} = 4\pi \sum_{\alpha=1}^{6} e_{i\alpha} S_{\alpha} + \sum_{j=1}^{3} K_{ij} E_{j}$$
.....(1)

ここで T_{α} : 歪力, S_{β} : 歪, E_i : 電場の強さ,

 D_i : 電気変位, $C_{\alpha\beta}$: 弾性係数, $e_{i\alpha}$: 圧 電係数, K_{ij} : 誘電率,

である。 $C_{\alpha\beta}$, $e_{j\alpha}$, K_{ij} などは水晶の電気軸, 機械軸主 軸をそれぞれ X, Y, Z 軸にとつたときの値から座標変 換により求まるものである。

水晶のX軸に垂直な2平面上には真空蒸着などの方法 により電極膜を附け、X軸方向の電場成分により励振可 能な輪廓振動をさせる。今長さ方向の縦波による第n次 高調波振動の振動姿態について次のような仮定を置く。 この第n次高調波振動がほかの固有振動から十分離れて いる時の振動姿態は、寸法がl/n, w, t である同一カッ トの水晶振動子を基本振動させたときの振動姿態と類似 の姿態がn 個長さ方向に連つたものと見なされるであろ う。ただし相接する振動姿態において振動の位相は π ず つ異つているものとする。この高調波振動におけるn 個 の類似の振動姿態の一つを単一振動姿態と名付ける。

X, Y, Z方向の振動の変位成分を u₁, u₂, u₃ とする と, 一般にはこれらは x, y, z の函数であるけれども,

____ 59 ____

LC

moort

11

Cp

論

水晶の厚さはほかの寸法に比 して十分小さいとすると,そ の方向の変位は無視されるか ら,

$$u_2 = u_2(y, z) \cdot \tau \\ \dots (2)$$

 $u_3 = u_3(y, z)$, z) (γ) 第1図 水晶振動子等 と書けるであろう。ここで τ 価回路 は時間因子を表わす。第 n 次高調波振動においては,前 の仮定にしたがつて

$$u_i(y, z+\frac{l}{n}) = u_i(y, z) \dots (3)$$

 $i = 2, 3$

と表わされる。ただし相接する単一振動姿態の変位の位 相はπだけ異つている。

水晶振動子に電極膜を施し2端子として考えると,あ る固有振動数がほかの固有振動数から十分離れていると きには,その固有振動数の近くでは水晶振動子の等価回 路は第1図のように表わされる。Lを等価インダクタン スCを等価容量,Rを直列共振抵抗,Cpを並列容量と いう。Rは水晶体内部における振動損失,電極膜,支持 物および周囲の空気などによる損失からなつているが, 水晶振動子の場合一般にQは非常に大きいから以下の議 論で簡単のため省略して考えることにする。等価インダ



第2図 第n高調波水晶振動子(電極を1対有する場合)



クタンス,Lは振動による運動エネルギーを電磁エネル ギーに等く置くことによつて求め,等価容量Cは固有振 動数と今求めたLとから求める⁽⁴⁾。

(1) 1個の単一振動姿態上にのみ一対の電極を置いたとき

水晶振動子に第 n 次高調波振動を起させて, 第2図 (A)に示したようにその中の1個の単一振動姿態上にの み電極を置いたときの等価回路を求める。長さの方向に n 等分するとそれぞれの部分は同じ振動姿態で振動して いると考えられるが,実際には電極にはさまれている部 分では,水晶表面が等電位になるため,水晶の弾性係数 が見掛上変化してくる。すなわち電極にはさまれている 部分のヤング率は電極にはさまれていない部分のヤング 率の $(1-k^2)$ 倍となる⁽⁵⁾。たとえば X カット系水晶振 動子では $k = \frac{d_{14}}{2} \left(\frac{4\pi}{Ks_{22}1}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.099$ であるから,この変化は ごくわずかであり,等価回路定数を問題にするときはこ の違いは無視して差つかえない。しかし共振動周波数は このために電極面積が減少すると高くなる傾向がある。

水晶の共振時の運動エネルギーKは水晶の密度を ρと すると次式で表わされる。

$$K = \frac{1}{2} \cdot \rho \int_{0}^{w} \int_{0}^{l} \left[\left(\frac{\partial u_{2}}{\partial t} \right)^{2} + \left(\frac{\partial u_{3}}{\partial t} \right)^{2} \right] \cdot t \cdot dy \cdot dz$$
$$= \frac{n \rho t}{2} \int_{0}^{w} \int_{0}^{l/n} \left[u_{2}^{2}(y,z) + u_{3}^{2}(y,z) \right]$$

となる。一方同一カットで長さl/n,幅w,厚さtなる 水晶振動子に第3図(A)に示したように全面電極をつけ て基本振動をさせたとすると、前の定仮からその変位は (2)式で与えられるから、等価インダクタンス L_1 は

となる。したがつて(6)式で求めた $L \ge (7)$ 式の $L_1 \ge$ の間には次の関係が成立する。

ゆえに長さ *l/n*, 幅 *w*, 厚さ *t* の水晶振動子の等価回路 を第3図(B)で表わすと,長さ *l*, 幅 *w*,厚さ *t* の水晶 振動子の第 *n*次高調波振動の時の等価回路は第2図(B)

- 60 ----

高調波振動を用いた水晶振動子の等価回路



となる。Coは電極間にはさまれた静電容量である。した がつて容量比は後者の場合は前者の場合のn倍になる。 コンデンサと水晶のみで構成する濾波器では実現可能な 帯域幅は、このような第n次高調波振動を用いることに より,基本振動を用いた場合の¹/nに減少する。また第 4図(A)に示したように中央電極を長さの方向に沿つて 二等分すると、その等価回路は同図(B)となる。 Cij は 端子iとj間の静電容量を表わす。

(2) 各単一振動姿態上に電極対を置いたとき

第5図に示したような電極配置の時の種々な連結状態 における等価定数を求める。

水晶板の同一表面上の電極をすべて連結した (i) とき(第5図A)。





第n高調波水晶振動子(電極をn対有する場合) 第5図

電極配置と等価定数との関係(2端子の場合) 第1表



nが偶数の時には圧電的に励振することはでき ない。n が奇数の時には運動エネルギーは(4)式, また電極相互の間隔は十分小さく電極の個々の長 さがほとんど l/n と見なされるときには、振動に よつて流れる電流は(5)式で表わされるから,等 価インダクタンス L は(7) 式で与えられる L1の n 倍となる。ただし並列容量は nCo となるから, 容量比は n^2C_0/C_1 となる。この時にも電極を長さ の方向に沿つて2等分すると,等価回路は,第4 図(B) で $C_0/2 \ge nC_0/2$ で置換したものとなる。 (ii) 上下の相接する各電極を交互に連結したとき 第5図(B)。

この場合に関しては Cady 氏⁽²⁾も与えているよ うに等価定数 L, Cは

 $\begin{array}{c} L = L_1/n \\ C = nC_1 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \dots \dots (9)$

となる。並列容量はnCoであるから、容量比は C_0/C_1 となり,基本振動を用いた時と同じである。 しかし実際には並列容量は対向電極間以外の電極 間にも存在するから,一般に nCoより大きくなり, したがつて容量比も Co/C1 より大となる。

(iii) 上下相接する電極を順次に連結したとき(第 5図(C))。

この時も前述したのとまつたく同じ方法により

3		$\frac{\sigma}{4}L_{i}$	30,	>260
3		$\frac{1}{3}L_i$	3 <i>C</i> ,	>3Co
4		4 L,	$\frac{1}{4}C_{i}$	Co
4		<i>L</i> ,	С,	>2Co
4	⊂ `` ×⊃	$\frac{4}{g}L$,	$\frac{g}{4}C_{i}$	>3Co
4		$\frac{1}{4}L_1$	46,	> 4 Go
5		5L,	$\frac{1}{5}C_{i}$	Co
5	<u> </u>	$\frac{5}{4}L_1$	$\frac{4}{5}C_{i}$	>2Co
5		$\frac{5}{9}L$,	$\frac{g}{5}C$,	>3 Co
5		$\frac{5}{16}L_{1}$	$\frac{16}{5}C_{i}$	>4Co
5		$\frac{1}{5}L$,	5 C,	>5Co

次の関係が得られる。 $L = nL_1$ $C=\frac{C_1}{n}$(10)

並列容量は Co/n より大である。したがつて容 量比は基本振動を用いた時より大となる。

(iv) その他の場合

いくつかの単一振動姿態上に電極対を置いて, 連結の仕方を変化させた場合のいくつかの例につ いて, 電極配置と等価定数との関係を求めたもの

---- 61 -----

1148 昭和32年10月

日 立 評 論 1

第 39 巻 第 10 号



第2表 電極配置と等価定数との関係(4端子の場合)





は副共振の影響を避けるため, 寸法比に対する制 限が基本波の場合に較べて強くなる。したがつて 等価定数値の大きく異るものを必要とする時,上 の関係は有効なものである。

さらに格子型回路の場合に便利な4端子回路と した場合の等価回路定数を第2表にまとめておい た。その中のたとえば第2表左欄上から2番目の n が3の場合について説明しよう。そのほかの場 合も同様にして説明される。

第6図(A)に示すように、両端の電極はそれぞ れ水晶板の端より 1/3 の長さを占めている。同図 のように端子番号をつけると,対向電極間以外の 容量 Cij は電極配置の幾何学的対称性から

 $C_{14} = C_{23}, \quad C_{13} = C_{24} \quad \dots \quad \dots \quad (11)$ なる。ゆえにこの4価端子は格子型回路に変換で きる。 C14 および C23 はこの4 端子の入出力に並 列に入つているし、また C_{13} および C_{24} は第7 図 に示すように格子型回路の入出力に並列な容量と して取り出すことができる。それとともに端子1 と2間の、および端子3と4間の静電容量は減少 する。このようにして各電極相互間容量は対向電 極間容量のみ考えればよいことになる。このよう な状態に変換しておいて格子型回路の具体的な形 を求めよう。まず端子2と3を短絡した時の端子



1と4から見たインピーダンスZs はLおよびC よりなる直列共振回路に並列に容量 $(C_0 - C_{24})/2$ が入つた回路のインピーダンスに等しくなる。こ こでLは $3L_1$ に等しく, Cは $C_1/3$ に等しい。し たがつてZsは

$$Z_{S} = \frac{-j}{\frac{C_{0} - C_{24}}{2}} \cdot \frac{\left(\omega^{2} - \frac{1}{L_{1}C_{1}}\right)}{\omega\left(\omega^{2} - \frac{1}{L_{1}C_{1}} - \frac{2}{L_{1}(C_{0} - C_{04})}\right)} \cdots (12)$$

となる。次に端子2と3を開放したとき、端子1 と4から見たインピーダンス Zo は明らかに無限 大である。したがつて求める格子型回路の直列辺 および格子辺インピーダンス Za および Zb は

- 62 -



高調波振動を用いた水晶振動子の等価回路



〔III〕実 験 例

+5度Xカットの第3高調波振動の場合について実験 を行つた。同カットの第3高調波振動の周波数定数を幅 と長さの比に関して測定したものが第8図である。同図 の曲線(2)が縦振動であつて、曲線(1)は長さ幅方向の 屈曲振動の第4高調波である。したがつて辺比が 0.1 か ら0.125の間では屈曲振動との結合が大きいため使用で きない。等価定数を測定した水晶振動子の電極配置を第 9図に、寸法を第3表に示す。電極は長さの方向に三等 分し、その分割間隔は 0.2 mm 以下である。電極は金蒸 着膜を使用し支持は図示したとおり両端から 1/6 に相当 するところにワイヤーマウンティング法により取付けて ある。この水晶振動子の端子1と3および2と4とをそ れぞれ連結した2端子の等価回路定数を測定した。その 結果および計算値を第4表に示す。これらの水晶振動子 はいずれも 3w/1 は 0.6 である。計算値は辺比 0.6 の水晶 振動子のときの単位厚さ当りの等価インダクタンスを 20 H/mm として求めたものである。計算値と測定値と の一致は良好である。

第3表 +5度 Xカット水晶振動子寸法

第10図 共振周波数温度特性

An and a second s		
長さ(mm)	幅 (mm)	厚 さ (mm)
19.50	3.90	0.62
19.50	3.90	0.62
19.43	3.88	0.89
19.43	3.88	0.89
	長さ(mm) 19.50 19.50 19.43 19.43	長さ(mm) 幅 (mm) 19.50 3.90 19.50 3.90 19.43 3.88 19.43 3.88

この水晶振動子の共振周波数温度特性を第10図に示 す。15度から50度の間で共振周波数はほぼ直線的に減 少している。共振周波数温度係数は大体-6×10⁻⁶/度と なる。この温度係数は電極および支持線の影響も含めた 値であり,水晶板自身のものと考えることはできない。

〔IV〕結 言

以上縦振動の高調波振動を利用した水晶振動子の等価 回路定数を求めた。前述したように一般に純粋な縦振動 ではないため,基本振動をさせた場合の等価定数を標準 にとり,高周波振動の場合との関係を求めた。基本振動 の等価定数に対しては実験値を用い,上に求めた関係か

第4表 等価定数実験値

	共振周波数	等	価 L	
水晶	(kc)	実 験 値	計算値	
А	425.760	9.3	9.3	
в	425.780	9.1	9.3	
С	427.221	13.0	13.3	
D	427.215	13.2	13.3	

ら高調波振動の等価定数を求めた。このようにすること により振動姿態に関する不完全さを幾分か少くすること ができたと思う。最後に第3高調波振動を利用した場合 について実験と比較した。その結果は上の考えによつて 導いた計算値と良く一致した。しかし共振周波数および 共振周数温度係数は基本振動を用いた場合とは異つてい た。すなわち実験例では周波数定数は 8,300 kc-mm で あり、これを単一振動姿態の場合に換算すると2,766kcmmとなる。一方辺比が 0.6 の水晶振動子の基本振動の 周波数定数は 2,660 kc-mm である。また共振周波数温 度係数は -12×10^{-6} °C⁽⁶⁾ であつて前者の場合の 2 倍の 値を示している。これらのことは上述せる仮定が完全に は成立していないことを意味しており、両者に対する境 界条件の異ることからむしろ当然のことと思われる。

最後に御検討いただいた横浜国大飯島健一教授に御礼 申上げるとともに,水晶の製作をしていただいた金石舎 研究所の方々,および御指導いただいている日立製作所 戸塚工場菅田氏に感謝の意を表する。

---- 63 -----



1150 昭和32年10月 日 立 論 評 第 39 巻 第 10 号

参考文献 (1) 尾上守夫: 電通誌 37, 113 (1954) (2) W.G.Cady: Piezoelectricity 304 (1946) (3) J. J. Vormer: Proc. I. R. E. 36, 802 (1948) (4) 古賀逸策: 圧電気と高周波

- (5) W. P. Mason: Phys. Rev. 788 Aprile (1939)
- (6) R.A. Heising: Quartz Crystals for Electric Circuits (1946)



日立製作所社員社外寄稿一覧

(昭和32年8月受付分)

		(昭和32	2年8月受付分)
寄 稿 先	題目	執筆者所属	執筆者
コロナ社	水力機械工学便覧応用編プロペラ水車およびカプラン水車 の構造,プロペラ水車およびカプラン水車の設計	日立工場	深栖俊一
日本機械学会	人工き裂のある軸材の疲れ強さ(続報)	日立研究所	大内田 又
オーム社	最近のターボ発電機の構造について	日立工場	是 井 良 朗
電気公論社	キュービクルの普及状況について	国分工場	丹 秀太郎
日本機械学会	The Fatique of Rubber Sandwiches on shear (znd	笠 戸 工 場	桑江和夫
	Report)		平塚幸哉
ロオ建筑機械ルカム		<i>梅</i> 十 〒 相	倉田信平
口 平 建 议 成 饭 化 励 云		甩 们 上 场 Ш 岐 エ 坦	
私・ハルノ 投術 励会 小 累 海 从 恣料 K K		川崎上場	宿 島 止 唯
小 傘 毋 介 員 仲 木 木	$1 - \pi \pi + \pi +$	川崎上場	松 本 源次即
生 未 依 恢 励 云	12 「「「「「「「「「」」」」」「「「」」」」「「「」」」」「「「」」」」」「「「」」」」	川崎上場	伊滕 埠 彦
白動市甘油人	自動 市田 ステアリングナイ リアクレイ	川呵上场	局上 昉 先 弗 市
日到平饭祝云		<i>少</i> 員 上 场 <i>& 加</i> 工 担	佐滕 忠 吉
十 一 人 社		夕 貝 丄 场 角 〒 T 坦	半野唯一
		电广工场	一
			大和利丸
日本繊維機会学会	ショックレススターターによる紡機の緩速起動	亀 戸 工 場	鈴 木 幸 治
オーム社	汎用モーターは材料でこう左右される	亀 戸 工 場	園 山 裕
日本事務能率協会	不良事故管理とクレーム処理	戸 塚 工 場	清 水 昌
化学工業社	フ ラ ン 樹 脂	絶縁物工場	鶴田四郎
日本金属学会	ク ロ ム 銅 の 研 究(第2報) クロム銅の焼鈍軟化と時効硬化について	中央研究所	土 井 俊 雄
日 科 技 連	自動制御への応用	中央研究所	只 野 文 哉
電気通信学会	A note on estimating the tolerance of turbines and determining the amount of spare tubes	中央研究所	島田正三
日本分析化学会	過塩素酸―リン酸法によるクロムの定量 Box-Wilson 法に よる酸化条件の決定	中央研究所	北川公柴田則夫
丸 善 KK	黒	中央研究所	牟 田 明 徳
オーム社	原子炉における制御の諸問題	中央研究所	鴨 井 章
			太組健児
直 公 子 受 △	退合溶催中のポリスチレンの速降しへて入への眼睛	나 바 때 까 ㅋㅋ	四肠耕治
阳 田 学 今	低口俗媒中のホリステレンの化碑と万丁会合の问題 雪 気 ル ミ オ オ ン ス と そ の 広 田 (結)	中央研究所	黑 呵 里 彦
日本物 田 学 今	电 X / 、 、 、 、 、 、 と こ ス こ こ の 心 用 (祝)	中央研究所	中 村 純之助
日本1初生于云	and Crystel Lattices	中天听死所	波 辺 広
日本電気協会	西 独 雜 感 (随 筆)	大営営業所	小宮義和
オーム社	最近のバブ日立型高温高圧ボイラ	バブ日立	村山三郎
モーター毎日出版局	自動車用点火プラグについて	本社	木 邑 仁
オーム社	日立の推奨するテレビ用受信管	本 社	河本誠一
電気商品連盟	電気井戸ポンプについて	本 社	黒 田 尚 次
豕庭龟気文化会	任 毛 に お け る 照 明 の あ り 方	本社	田中正次
 聞 産 兼	合 種 上 処 機 械	本 社	本田春生

---- 64 -----

