

電話機ダイヤルのウォーム歯車の解析

An Analysis of the Worm Gear for Telephone Dial

松 永 一 雄*
Kazuo Matsunaga

内 容 梗 概

電話機ダイヤルに用いられている増速ウォーム機構の接触条件を解析し、ウォーム歯車からウォームへの回転速度の伝達不同に及ぼす機構寸法の影響を検討した。はじめに接触点の軌跡を求めこの軌跡をなかだちとして回転伝達を論じているから、実用上传達不同を無視しうるような機構寸法の組合わせの設計を容易にしている。結果の式の数値計算例をいくつか示し、現在のダイヤルへの改良を明らかにした。

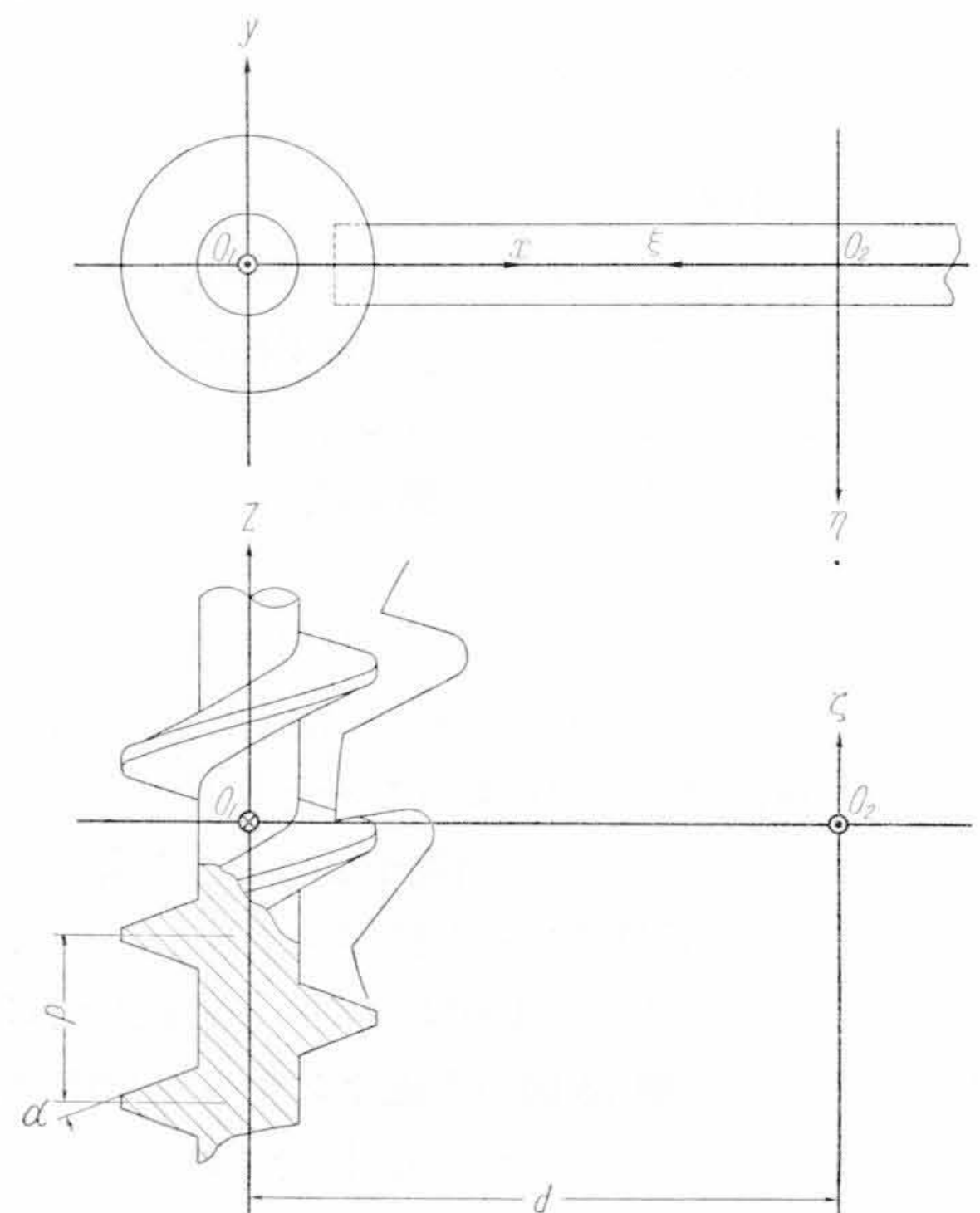
1. 緒 言

電話機のダイヤルは自動交換機を動作させるための、任意の要望されたインパルス列を、あらかじめ定められた速度とメーク率をもって発生送出する機構である。したがってインパルス列を機械的な方法で発生させる限り発生機構の速度の安定な制御が必要であり、小重量・小容積でこの目的を達成するためにガバナは高速となり、したがって指転軸からガバナ軸までの増速機構が必要となる。この増速歯車列の最終段にわが国のダイヤルではウォームを用いている。一般的に増速ウォーム機構は難点が多く、このダイヤルに用いられている場合についても機構学的必要条件を満足しない点が指摘されている⁽¹⁾。しかし、この機構は小容積で大きな増速比の得られるという設計上の利点、また実際工作上簡便であるという利点などから、わが国のダイヤルのほか、外国にも多くの使用例がある。

筆者はこの増速ウォーム機構の欠点を解析し、これが実用上さしつかえない程度におさえられるような設計常数のとり方を検討した。まず接触点の軌跡を求め、これに基づいて回転速度の変化を計算し、その不同に及ぼす各部寸法の影響を論じて、速度変化を実用上許容しうる限界内にとどめうるような機構諸元の設計法について検討した。これにより従来発表されていたように^{(2),(3)} 回転伝達の変化は単純な $\cos$ 関数のようなものではなく、各部寸法によりきまる複雑な形のものであることが明らかになった。

2. 接触点の軌跡

ウォームおよびウォーム歯車に対して第1図に示すとおり座標を設定する。すなわち、それぞれの回転軸の共通垂線の足を原点としてウォーム軸について (xyz) 、ウォーム歯車について $(\xi\eta\zeta)$ の直角座標を空間に固定して設定する。 (xyz) 系について $(r\theta z)$ 、 $(\xi\eta\zeta)$ 系について $(\rho\psi\zeta)$ の円筒座標を任意に流用する。ウォームのこの座



第1図 構造と座標

ウォーム軸を z 軸ウォーム歯車の軸を η 軸にとる。回転方向は双方とも反時計回りになる。

標に対する回転を φ で表わし、ウォーム歯車の回転を ϕ で表わす。

2.1 歯面の式

いま xz 平面内で母線が原点を通る位置にあるウォーム歯面の式は(解析上必要なのはウォーム歯車に当る面、すなわち z の+側に向いた面のみであるから裏面については論じない。)

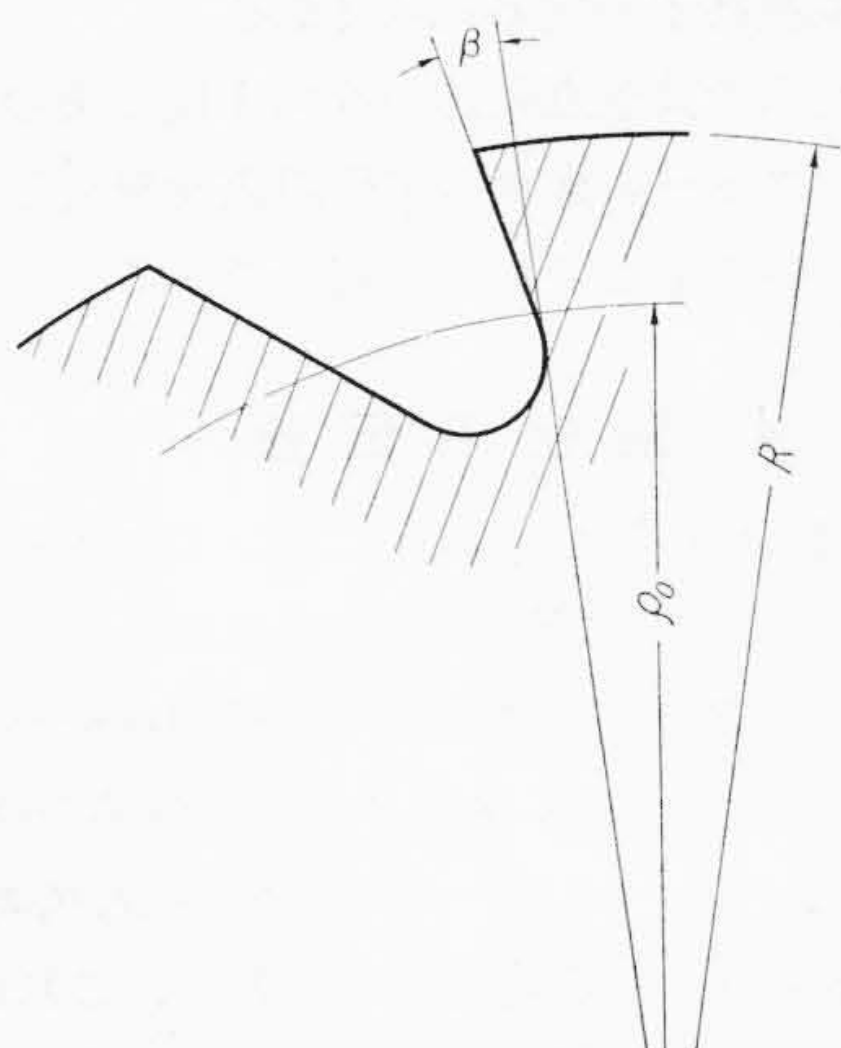
$$z = \frac{p}{2\pi} \theta - r \tan \alpha \dots \dots \dots (1)$$

ここに p : ウォームのピッチ

α : 母線の傾斜角

ウォーム歯車は第2図に示す形状の歯を右ネジに成歯してあり、接触はもっぱら歯先線のみにおいて生ずる。したがってこの歯先線のみを考える。いま $\xi\zeta$ 面内で歯先線が ξ 軸上にあるような位置を基準にとり、これから ϕ だけ回転した位置での歯先線は次式で与えられる。

* 日立製作所戸塚工場



第2図 ウォーム歯車の歯形

$$\begin{cases} \rho = R & \dots\dots\dots (2) \\ \psi = \kappa\eta + \phi & \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

ここに R : ウォーム歯車の外半径

κ : ねじり常数, すなわちねじり角を γ , 切削ピッチ半径を ρ_p としたとき

$$\kappa = \frac{1}{\rho_p} \tan \gamma$$

で与えられる。

この式を直角座標($\xi\eta\zeta$)に書き直せば

$$\begin{cases} \xi = R \cos(\kappa\eta + \phi) & \dots\dots\dots (4) \\ \zeta = -R \sin(\kappa\eta + \phi) & \dots\dots\dots (5) \end{cases}$$

2.2 接触軌跡

ウォーム歯車がウォームを駆動回転する際, 両歯面の接触点の空間軌跡はウォーム歯車の回転角 ϕ をパラメータとする曲線になる。いまウォーム歯車が任意の ϕ においてウォームと接触する位置を求める (この際, ウォーム歯車は一つの歯のみに注目し干渉を考えない。相続く歯の接触の交替はあとに述べる)。ウォーム歯車を ϕ なる位置で空間に固定しウォームを z 方向に移動して接触せしめると考えれば, 接触点は(1)式と(5)式との差を表わす式,

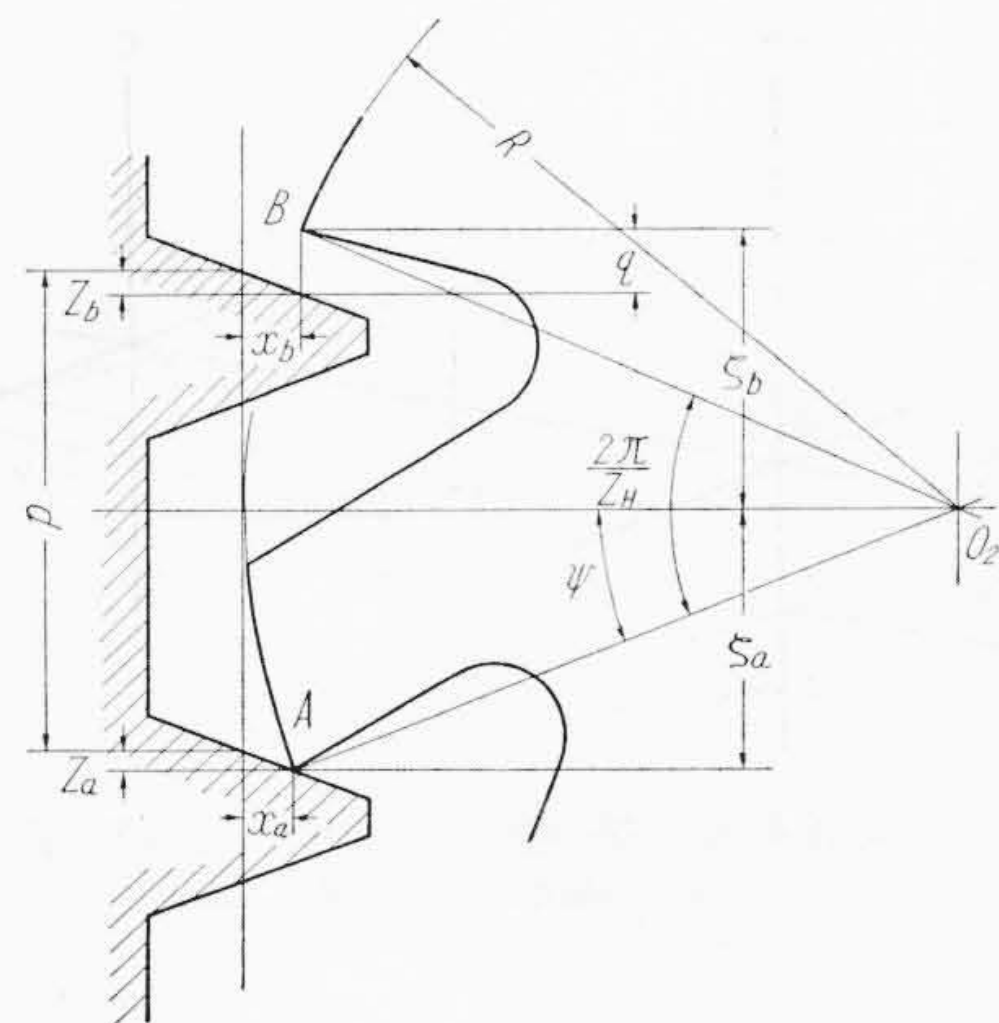
$$G = \frac{p}{2\pi} \theta - r \tan \alpha + R \sin(\kappa\eta + \phi) \dots\dots\dots (6)$$

の極小値を求めることにより定まる。第1図の座標の関係を用いて変数を η に統一すれば

$$\begin{aligned} G = & \frac{p}{2\pi} \arctan \left\{ \frac{-\eta}{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)} \right\} \\ & - \sqrt{\{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)\}^2 + \eta^2} \cdot \tan \alpha + R \sin(\kappa\eta + \phi) \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

となる。この G の極小は

$$\frac{dG}{d\eta} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

第3図 接触の開始と終了
(ウォーム歯車に厚みを考えない場合)

を解いて得られる。左辺を表出すれば

$$\begin{aligned} \frac{dG}{d\eta} = & \frac{p}{2\pi} \cdot \frac{1}{\{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)\}^2 + \eta^2} \cdot [\kappa\eta R \sin(\kappa\eta + \phi) \\ & - \{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)\}] - \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)\}^2 + \eta^2}} \\ & [\{d - R \cos(\kappa\eta + \phi)\} \kappa R \sin(\kappa\eta + \phi) + \eta] \\ & + \kappa R \cos(\kappa\eta + \phi) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

である。(8)式を解いて η を求めこれを(4), (5)式に代入して ξ, ζ が得られ, ϕ をパラメータとする接触点軌跡が定まる。第1図の関係から, 空間軌跡は xyz 系座標あるいは円筒座標の値にもただちに換算しうる。この座標系は空間に固定し, したがって現実の歯車系の運動にかかわらず軌跡は固定したものである。

3. 接触の開始と終了

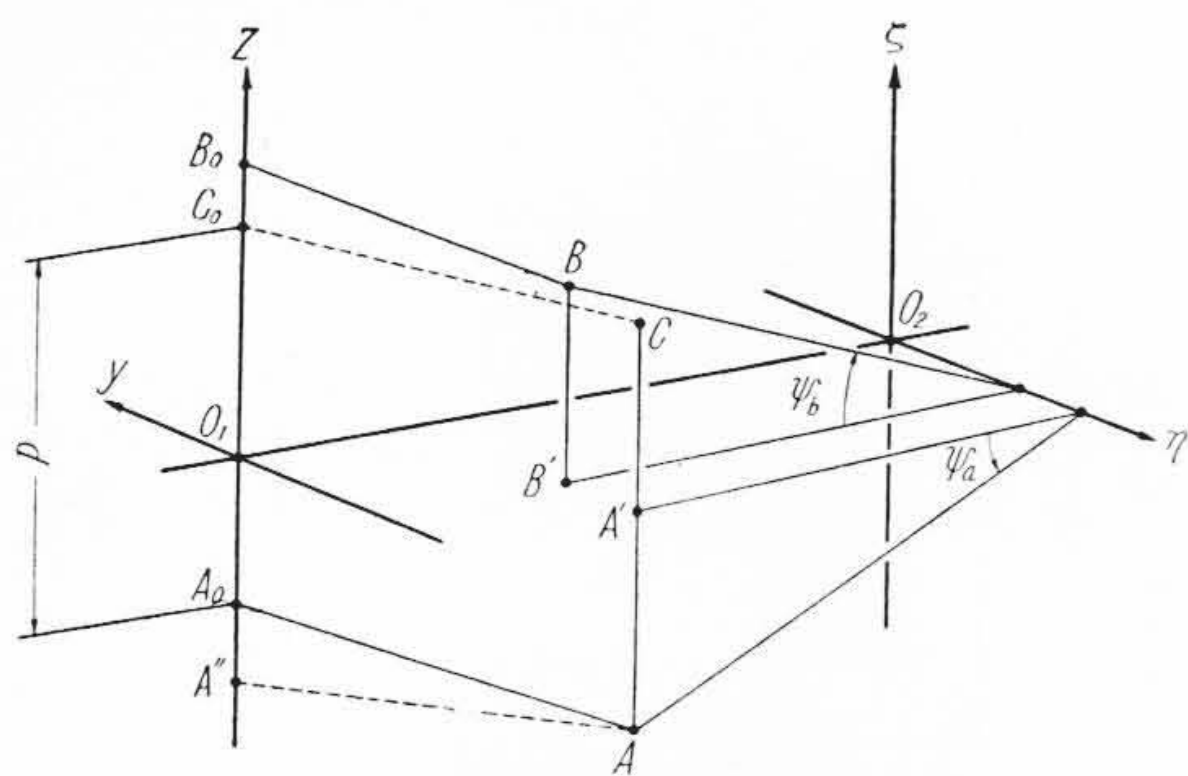
上述のところはウォーム歯車の1個の歯のみに着目して接触点の空間軌跡を求めたが, 実際にはウォーム歯車の n 番目の歯がある回転角 ϕ_a に達したとき $(n+1)$ 番目の歯が接触を開始する。その角度 ϕ_b はウォーム歯車の歯数を Z_H として,

$$\phi_b = \phi_a - \frac{2\pi}{Z_H} \dots\dots\dots (10)$$

である。したがって ϕ_a を求めればよい。

3.1 ウォーム歯車の厚さを考えない場合

まず, ウォーム歯車に厚さのない場合を考える。第3図のように基準位置から ψ の位置にある歯先 A にウォームを接触せしめて, この位置で次の歯先 B からウォーム歯面までの z 座標での距離を q とすると, q が正ならば A が当たっていることになり q が負ならば現実には B が当り A は離れることになる。 $q=0$ が歯の交替する角, すなわち求めようとする接触終了の角を与える。図



第4図 接触の開始と終了
(ウォーム歯車に厚さを考える場合)

から容易に、

$$q = \zeta_b + \zeta_a - (p - z_b + z_a)$$

右辺を角度で表わし $q=0$ とおけば

$$\sin\left(\frac{2\pi}{Z_H} - \psi\right) + \sin\psi + \left\{\cos\psi - \cos\left(\frac{2\pi}{Z_H} - \psi\right)\right\} \cdot \tan\alpha = \frac{p}{R} \quad (11)$$

をうる。これを解いて ψ_a が求められる。

3.2 ウォーム歯車に厚さを考える場合

次にウォーム歯車に厚さがあり接触点の η の値が回転角で異なる場合について述べる。前項の場合と同じ意味において $q=0$ となった状態を考え、これを第4図に示す。A点に関する量に添数 a を、B点について b をつけて示す。(3)式から

$$\left. \begin{aligned} \psi_a &= \kappa\eta_a + \phi_a \\ \psi_b &= \kappa\eta_b + \phi_b \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

で、A、Bが相続く2枚の歯であることから

$$\phi_a - \phi_b = \frac{2\pi}{Z_H} \quad (13)$$

次に図においてA、Bからそれぞれ母線を伝ってウォーム軸(z軸)に達した点を A_o 、 B_o とすると、

$$\overline{A_o B_o} = p - \frac{p}{2\pi} (\theta_a - \theta_b)$$

またA、Bのおおのからz軸へ下した垂線の足をそれぞれ A'' 、 B'' とすれば

$$\overline{A_o A''} = r_a \cdot \tan\alpha$$

$$\overline{B_o B''} = r_b \cdot \tan\alpha$$

$$\text{また } \overline{O_1 A''} = z_a$$

$$\overline{O_1 B''} = z_b$$

したがって

$$p - \frac{p}{2\pi} (\theta_a - \theta_b) = z_b - z_a + (r_b - r_a) \cdot \tan\alpha \quad (14)$$

をうる。これを(13)式の関係を用いてBに関する量をAに関する量に変換し、軌跡の値を用いて変数を ϕ_a に統

一して解けば接触終了の角 ϕ_a が求まる。

これにより前章の接触点軌跡のうち1枚の歯の占める部分が定まる。ウォーム歯車の工作誤差を無視しうるならばどの歯についてもこの範囲は同一である。

4. 回転の伝達

接触点の空間軌跡を知ればこれに基いてウォーム歯車からウォームへの回転の伝達の変化が求められる。第2章に述べたように空間軌跡は歯車の回転角 ϕ をパラメータとして得られているから、 ϕ を与えれば軌跡の (r, θ, z) が定まる。いま、ウォームの一つの母線が (r, θ, z) 系の原点 O_1 を通る位置にある時を基準にとり、これから反時計回りにウォームの回転角 ϕ を測ることにすれば、上記の母線が (r, θ, z) なる点を通る場合の ϕ の値は次式で与えられる。

$$\frac{p}{2\pi} \phi = -z - r \tan\alpha + \frac{p}{2\pi} \theta \quad (15)$$

回転速比はこの式を ϕ で微分して

$$\frac{d\phi}{d\theta} = -\frac{2\pi}{p} \frac{dz}{d\theta} - \frac{2\pi}{p} \frac{dr}{d\theta} \tan\alpha + \frac{d\theta}{d\phi} \quad (16)$$

で与えられる。もちろん、この値は ϕ の関数であってその具体的な値は後章に譲るが、右辺各項について若干検討する。 z と θ とは同値であるから(5)式を微分して

$$\frac{dz}{d\phi} = -R \left(1 + \kappa \frac{d\eta}{d\phi} \right) \cos(\kappa\eta + \phi) \quad (17)$$

ここで k が1に比して小さいことを考慮すれば $\frac{d\eta}{d\phi}$ が大きくない限り(後述の数値計算例でわかるとおり、この仮定はおおむね成り立つ)、(16)式第1項は

$$-\frac{2\pi}{p} \frac{dz}{d\phi} = \frac{2\pi R}{p} \cos\phi \quad (18)$$

とおける。この項が(16)式の主要部ではあるが、第2、第3の両項は一般に符号が逆であって絶対値が和の形で影響するので無視できない。これを無視し、(16)式右辺が(18)式であるとすれば西川氏の結果⁽²⁾と一致する。

5. 数値計算例

5.1 軌跡

現在の4号Fダイヤルの場合の寸法は

$$p = 2.52 \sim 2.60 \text{ mm}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

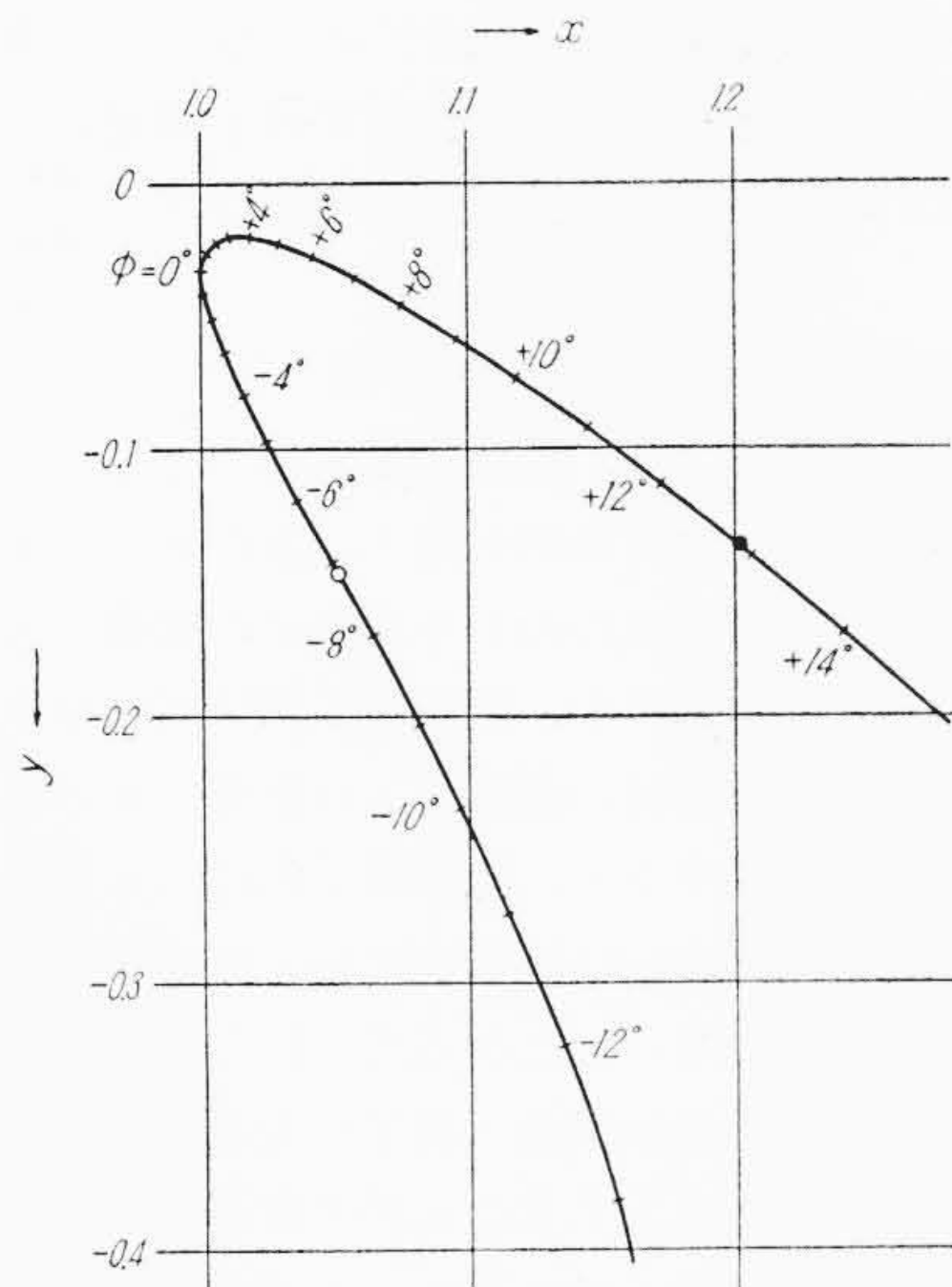
$$d = 8.5 \text{ mm}$$

$$R = 7.5 \text{ mm}$$

$$\kappa = 0.0556$$

$$Z_H = 18$$

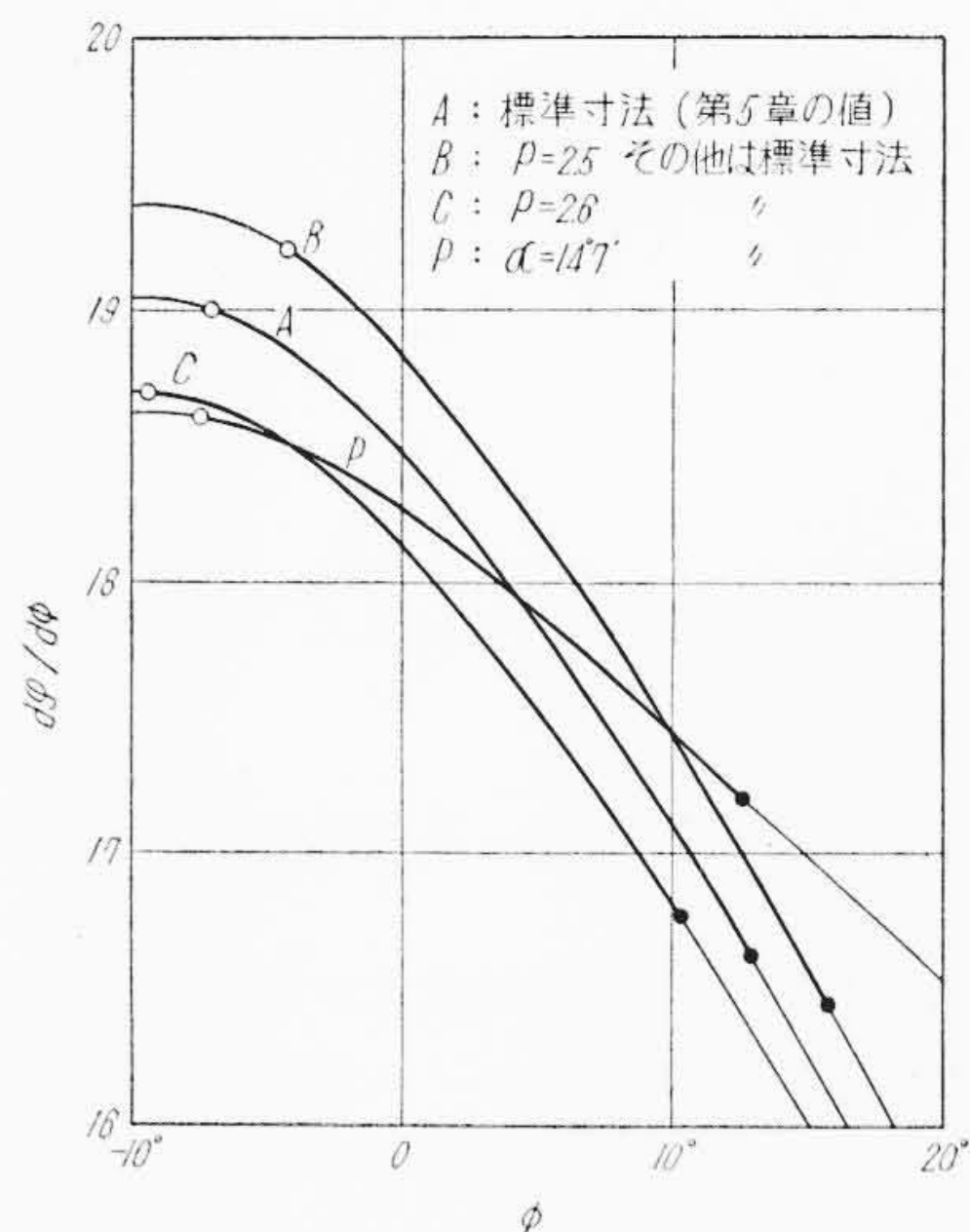
である。 $p=2.55$ として計算しこれを $x-y$ 面に投影した曲線を第5図に示す。曲線に沿って ϕ の値が示されてい



第5図 接触点の軌跡
 x - y 平面への投影, 曲線に沿っての数字は ϕ の値を示す。
 ○は接触開始点 ●は接触終了点

る。第3章に述べた方法により接触の開始と終了の角を求め、図中にそれぞれ○および●をもって示した。すなわち接触は y の負値をもってはじまり、 y の増加 x の減少 (θ の増加, r の減少) をもって進行し $\phi=0$ 付近でこの方向を反転する。 z は ϕ と同値で (5) 式で与えられ、大略 $-\sin\phi$ に比例して単純に減少する (したがって z - x 面または y - z 面への投影は省略した)。

この接触点軌跡に対し各部寸法の変化の及ぼす影響を第6図に示す。 p は単純な移動に近い影響をもち、 κ および α は複雑な (すなわち曲線の位置, 傾き) 変化を与えることがわかる。 R と d は相似の影響をもち等量の

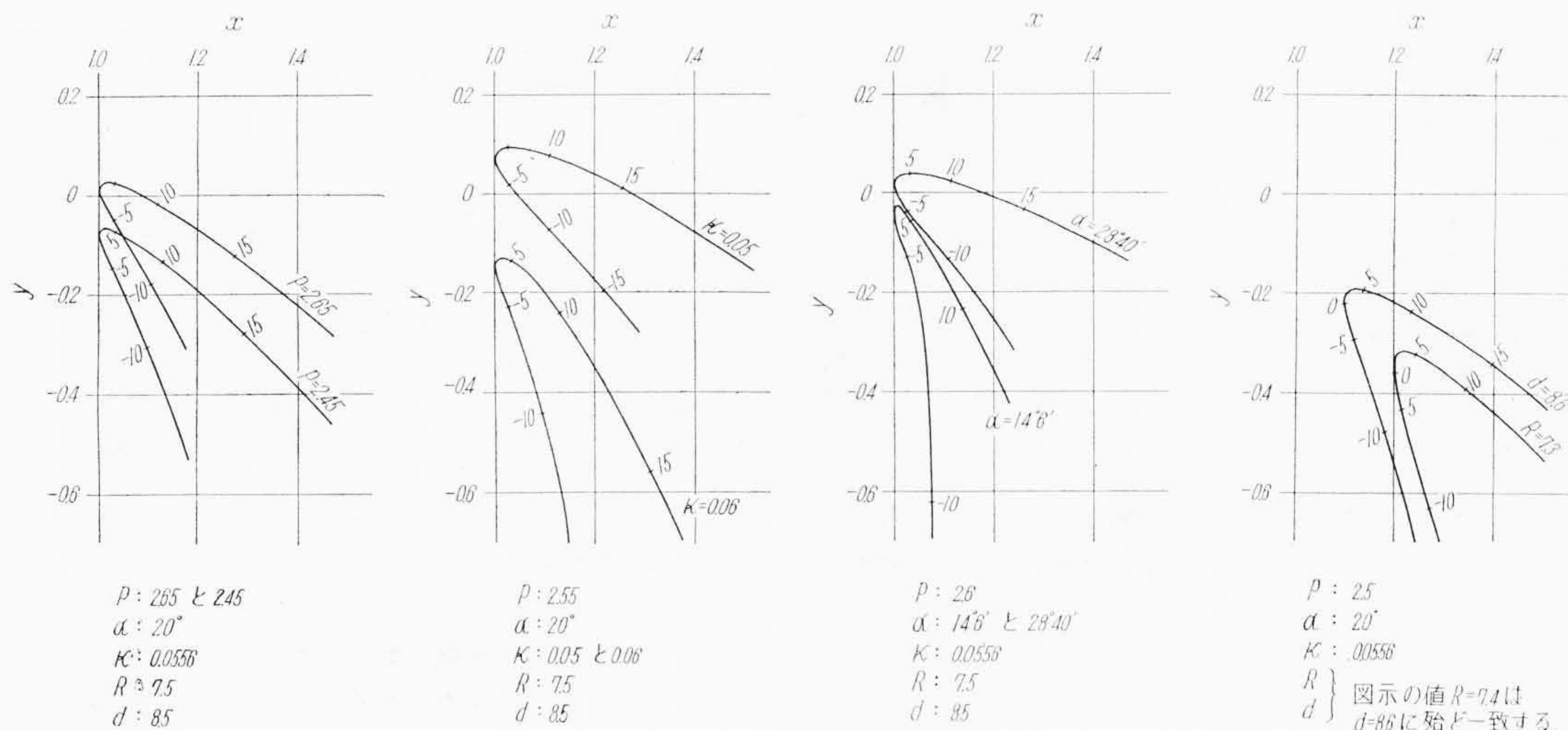


第7図 回転の伝達比の変化

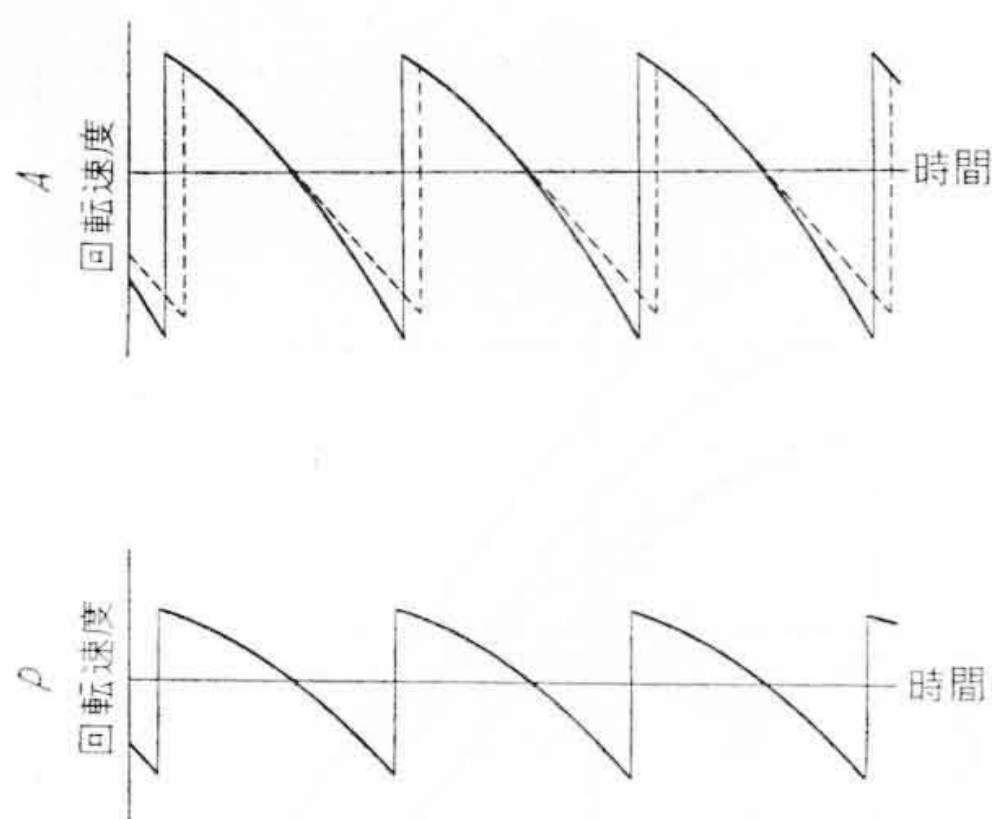
R の減少と d の増加はほとんど等しい。なお、これらの場合、軌跡がウォーム歯車の歯のない部分に相当する時は y 座標の最小点から水平に右へ折れることになる。現在のダイヤルではこの値は約 $y=-0.6$ である。

5.2 回転伝達の変化

準静的に回転伝達を考える限りではウォームの回転速比は (16) 式で与えられ、これを数値計算で求めると第7図のようになる。現在の寸法では図中 A 曲線に相当し歯の接触開始時には速比約 19, 終了時には約 16.6 となる。ここでウォーム歯車の歯の交替が行われるから、ウォームはこの変化の繰り返して駆動され第8図 A のような駆動をうける。ウォーム軸は回転中その慣性としゅう動摩擦を有するためこの駆動波形をそのまま回転速度の変化



第6図 機構寸法を変えた場合の接触点軌跡の変化



第8図 ウォームの回転速度

とはせず、点線のような速度変化をもつことになる。すなわちウォームの回転がウォーム歯車の駆動よりも先行する範囲が現われる。このところでは現実にはウォーム歯車の歯先がウォームと接触していないのであって、このため、次の歯先の駆動はウォームへの衝突をもって開始することになる。いま、機構寸法を変えて第7図 p の場合についてウォームの回転を示せば第8図 p の形になり、今度は歯先の接触は保持され、かつ脈動の幅も小さくなる。すなわちウォームの回転は駆動速度と一致し衝突は起らない。

6. 結 言

この駆動速度の脈動はダイヤル機構にウォーム回転速度に比例した振動(この場合90c/s)を誘発し、またウォーム歯車の歯先の特定部分のみに荷重(しかも繰り返し衝撃荷重)をかけることになる。これを防止するためには回転伝達比 $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化を小さくすること、および系のトルクをできるだけ小さくすることにより、ウォーム軸の

しゅう動摩擦よりも慣性の大きく効く設計とする必要がある。後者はウォーム以外の機構部分も関連し一概に選定できないが、ウォーム機構のみに依存する $\frac{d\phi}{d\phi}$ については、

- (1) ウォームのピッチ p の影響 p の大なるほど $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化は小さくなるが接触終了角が小となり、終了点の r が大きくなって効率が悪く、また摩耗にも悪い。
 - (2) ウォーム歯車のねじり常数 κ の影響 κ の大なるほど $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化は小、接触終了角は大となる。
 - (3) ウォーム母線の傾斜角 α の影響 α の小なるほど $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化が小さく、接触終了角は大となる。
- すなわち $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化は接触終了角と関連するが、その影響の程度が異なる。したがってこれらの設計常数の組み合わせ方によって接触開始・終了に大きな影響を与えずに $\frac{d\phi}{d\phi}$ の変化を小さくすることができる。現用のダイヤルについては第7図 p のように α を若干小さくすることで十分その効果がある。さらに α を小さくし、あるいは κ を大にする場合は同時に p を小にして接触開始・終了点の移動を抑え、ウォームの歯先幅の内に納める必要がある。

電話機ダイヤルに用いられている増速ウォーム機構の回転伝達の変化は第7図に示すような形のものであり、現用のダイヤル寸法ではこの変化範囲が10%をこえている。これに対しウォーム母線の傾斜角を小さくするのみで変化範囲を半減し、ウォームの惰性を考慮すればほとんど脈動を無視しうることを示した。

参 考 文 献

- (1) 太田勇吉: 機論集 21, 755 (昭 30)
- (2) 西川喜八郎: 沖時報 21, 14
- (3) 池田敏雄: FUJI 1, 14 (昭 25)

日立評論別冊 No. 32 「整流器特集号」 昭和34年10月20日発行予定

目 次

- ◎整流器の動向
- ◎整流器用ゲルマニウムおよびシリコン単結晶の諸問題
- ◎電力用シリコン整流器素子の問題点
- ◎電力用半導体整流素子の電気的特性の試験法
- ◎電気化学工業用電流シリコンおよびゲルマニウム整流器
- ◎電鉄用シリコン整流器とその保護方式
- ◎交直両用電管用シリコン整流器
- ◎大阪ガス納 2,350 kW 同期電動機励磁用半導体整流器

- ◎制御極付シリコン整流器による直流定電圧装置
- ◎単基水銀整流器による直流電動機の可逆運転
- ◎各種産業への水銀整流器の応用
- ◎交流車両用エクサイترون整流器とその応用
- ◎水銀整流器の性能
- ◎单相自励式インバータ
- ◎最近の直流変電所制御装置
- ◎水銀周波数変換装置の運転特性
- ◎風冷式高電圧水銀整流器
- ◎電力用整流器の取扱いと保守の実際

発行所 日立評論社 東京都千代田区丸ノ内1丁目4番地 振替口座東京 71824 番
取次店 株式会社オーム社書店 東京都千代田区神田錦町3丁目1番地 振替口座東京 20018 番