

鑄鋼における冷し金の効果について

Effect of Chills on the Solidification of Steel Castings

篠 田 忠 夫*
Tadao Shinoda

内 容 梗 概

鑄物に肉厚の差があれば、薄い部分は早く凝固し、厚肉の部分は凝固がおくれる。このような場合、肉厚の内部に巣のない健全な鑄物を鑄造するには種々な方法がある。簡単な一つの方法として、肉の厚い部分に冷し金を用い、肉の薄い部分と同時に冷却するようにすればよい。

従来、鑄鋼に用いる冷し金の厚さと鑄物の肉厚とについては、経験または実験によって求められているが、しかしこれだけでは不明確な点が多々あり、また、このようなものでは正しい冷し金の使用はできがたいと思われた。したがって鑄物の肉厚と冷し金の厚さとの関係を明らかにしておくことが必要である。

このような観点から、鑄鋼に用いる冷し金の厚さと鑄物の肉厚とについて理論的に解析を行うとともに実験値と比較検討した結果、理論計算が実験値とよく一致していることを確認した。したがってこの理論計算にもとづいて、現場の方案者が実際に使用する場合、便利でしかも簡単に使用できる計算図表を作成した。

本報告はこれらのものを取りまとめたものである。

1. 緒 言

鑄物に肉厚の差があれば、薄い部分は早く凝固し、厚肉の部分は凝固がおくれる。もし鑄物の一部がほかの部分よりも長時間熔融状態のままであると、後からの湯の補給ができなくなり、したがって厚肉の部分に引け巣ができたりきれつを生じたりする。また、この部分はガス作用により海綿状を呈し、ち密でなくなる。これを防止するため肉の厚い部分を肉の薄い部分と同時に冷却させるために冷し金を用いる。

従来、鑄鋼における冷し金に関しては、松本⁽¹⁾、網谷⁽²⁾氏の研究があるし、寺沢氏⁽³⁾は冷し金の使用基準について述べている。このほかにも数多くの研究がある。しかしながら、これらのものはほとんど従来の経験や実験などによって行われたものであるため完全なものとはいいいにくい。したがって現場の方案者が実際に活用する場合に不便をきたすことや不明確な点が多々ある。

以上のような観点から、前報⁽⁴⁾で述べた鑄鋼の凝固ならびに押湯の問題に引続き、本報では鑄鋼の凝固に及ぼす冷し金の影響について、これを理論的に解析し、冷し金の厚さと肉厚との関係ならびにその肉厚に対する冷し金の効果の限界を明らかにした。さらにこの研究結果にもとづき現場で簡単に使用できる計算図表を作成した。

2. 冷し金による湯の凝固

2.1 接 触 面 温 度

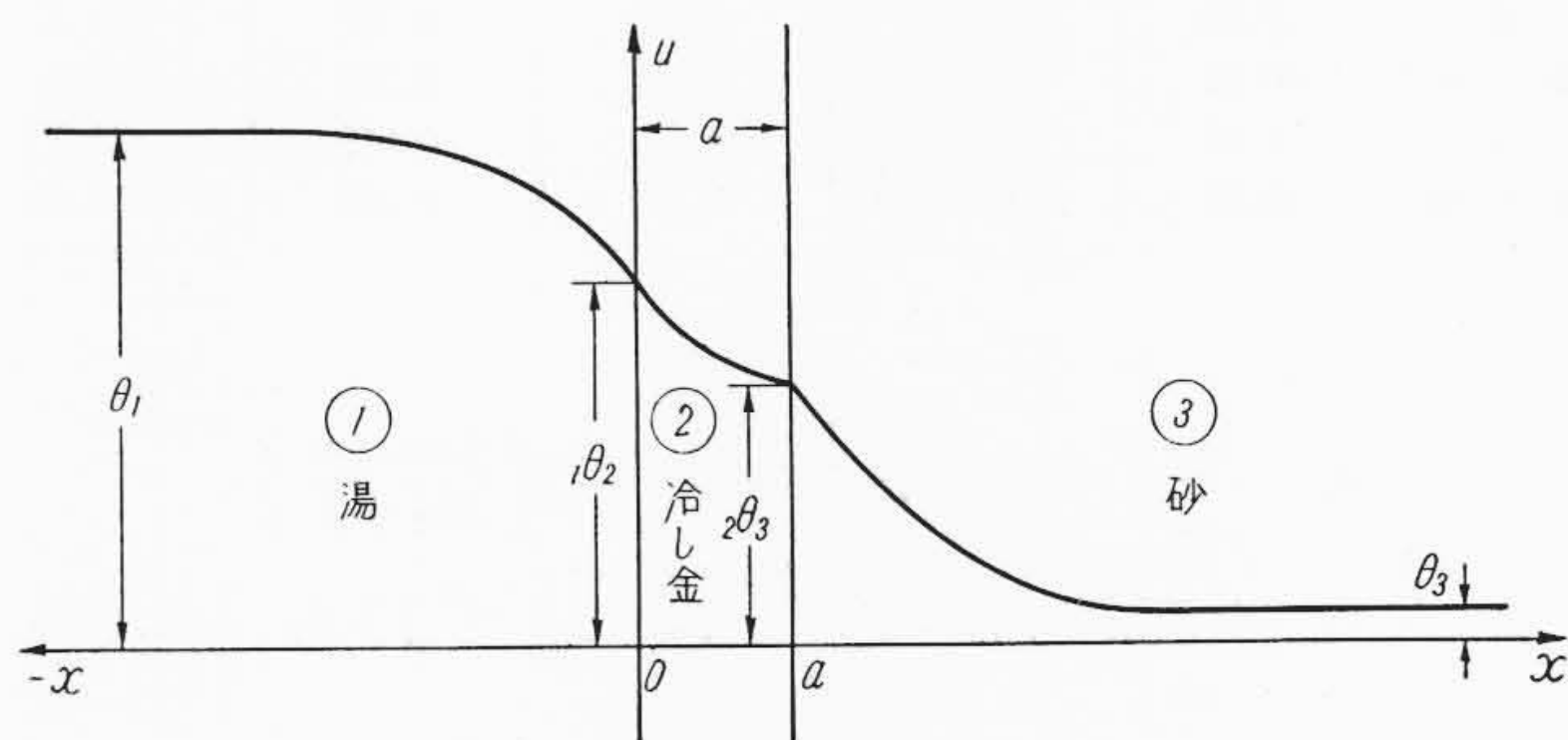
まず、第1図に示すように厚さ a なる冷し金を用いて作った鑄型に湯を鑄込んだ場合の温度分布を解析した。湯、冷し金、砂の熱伝導率は温度には無関係で一定であるとし、湯および砂を半無限固体とみなして解析を行った。解析に用いた符号を示すと次のとおりである。

x : 距離	c : 比熱
t : 時間	ρ : 比重
u : 温度	λ : 熱伝導率
$k = \sqrt{\frac{\lambda}{c\rho}}$	$b = \sqrt{\lambda c\rho}$

添字①, ②, ③はそれぞれ湯, 冷し金, 砂を表わす。

熱伝導の微分方程式は

湯に対しては ($x < 0$)



第1図 接 触 面 温 度 の 説 明

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = k_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

冷し金に対しては ($0 < x < a$)

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = k_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

砂に対しては ($a < x$)

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = k_3^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

初期条件ならびに境界条件は

$$(u_1)_{t=0} = \theta_1 \text{ (鑄込温度)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(u_2)_{t=0} = (u_3)_{t=0} = \theta_3 \text{ (鑄型温度)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} u_1 = \theta_1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} u_3 = \theta_3 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(u_1)_{x=0} = (u_2)_{x=0} = \theta_2 \text{ (湯と冷し金との接触面温度)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)_{x=0} \quad \dots\dots\dots (8)$$

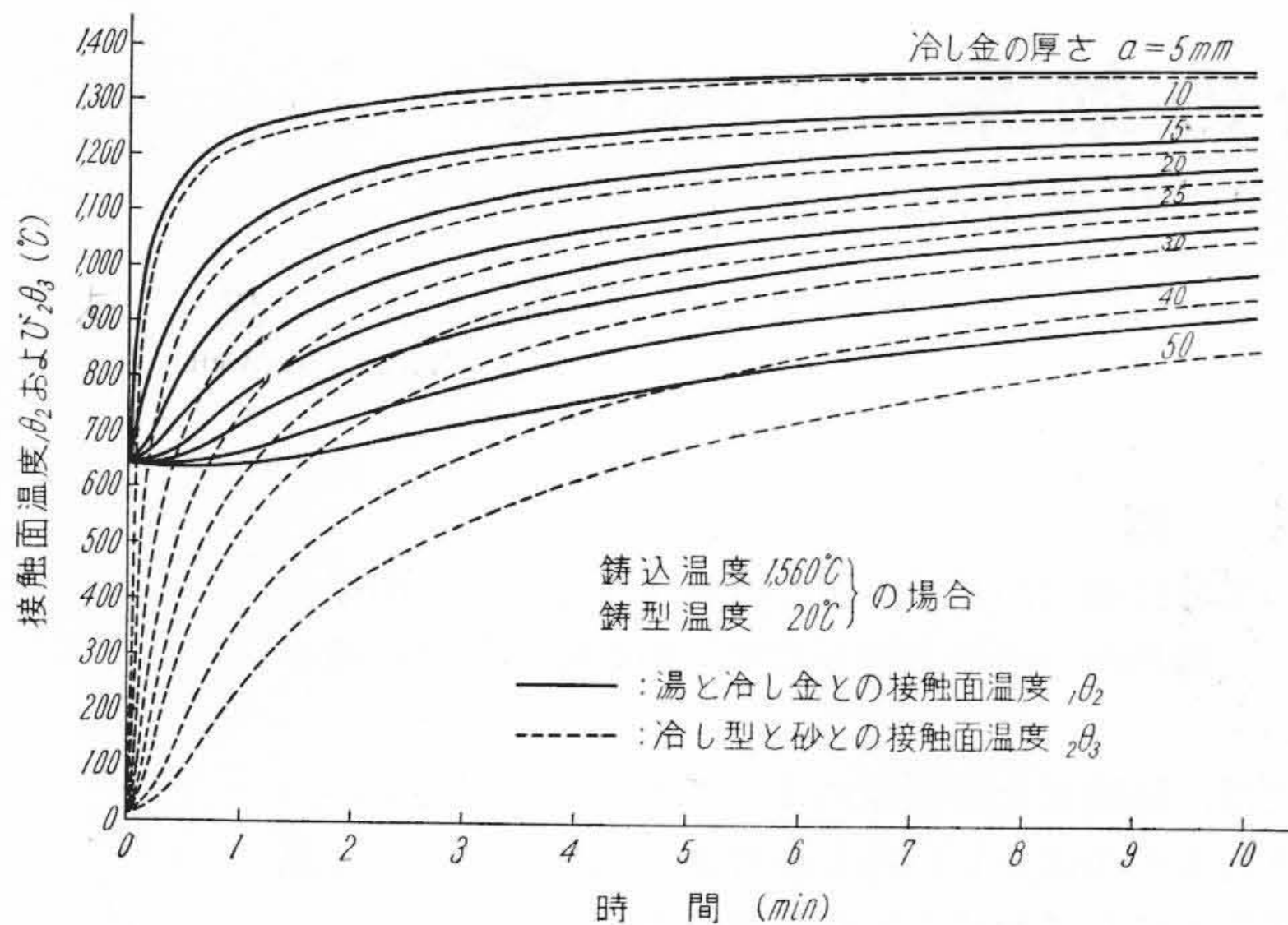
$$(u_2)_{x=a} = (u_3)_{x=a} = \theta_3 \text{ (冷し金と砂との接触面温度)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\lambda_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)_{x=a} = \lambda_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)_{x=a} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(4)~(10)式の条件を満足するように方程式(1), (2), (3)式を解けば求める解は次のようになる。

$$u_1 = \frac{1-\alpha}{2} (\theta_1 - \theta_3) \left[\sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{t}} \left(\frac{-x}{k_1} + \frac{2an}{k_2} \right) \right\} + \beta \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{t}} \left(\frac{-x}{k_1} + \frac{2a(n+1)}{k_2} \right) \right\} \right] + (\theta_1 - \theta_3) \operatorname{erf} \left(\frac{-x}{2k_1\sqrt{t}} \right) + \theta_3 \quad \dots\dots\dots (11)$$

* 日立製作所笠戸工場



第 2 図 冷し金の両面における接触面温度

第 1 表 数値計算に使用した各係数の値

符 号	λ	c	ρ	k	b
単 位	kcal/mh°C	kcal/kg°C	kg/m³	cm/√s	kcal/m²°C√h
種 類					
湯	12.23	0.20	6,900	0.157	130.4
冷し金	40.00	0.12	7,800	0.345	193.4
砂	0.37	0.23	1,600	0.053	11.7
凝固層	24.37	0.165	7,580	0.274	174.2

$$u_2 = \frac{1-\alpha}{2} (\theta_1 - \theta_3) \left[\sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2an+x}{2k_2\sqrt{t}} \right\} + \beta \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2a(n+1)-x}{2k_2\sqrt{t}} \right\} \right] + \theta_3 \quad \dots (12)$$

$$u_3 = \frac{1-\alpha}{2} (\theta_1 - \theta_3) (1+\beta) \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{t}} \left(\frac{2(n+1)a}{k_2} + \frac{x-a}{k_3} \right) \right\} \quad \dots (13)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{b_2 - b_1}{b_2 + b_1} : \quad \beta = \frac{b_2 - b_3}{b_2 + b_3}$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\lambda^2} d\lambda : \text{余誤差関数}$$

したがって接触面温度 θ_2 および θ_3 は次のようになる。

(1) 湯と冷し金との接触面温度

$$\theta_2 = \frac{1-\alpha}{2} (\theta_1 - \theta_3) \left[\sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{an}{k_2\sqrt{t}} \right\} + \beta \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{a(n+1)}{k_2\sqrt{t}} \right\} \right] + \theta_3 \quad \dots (14)$$

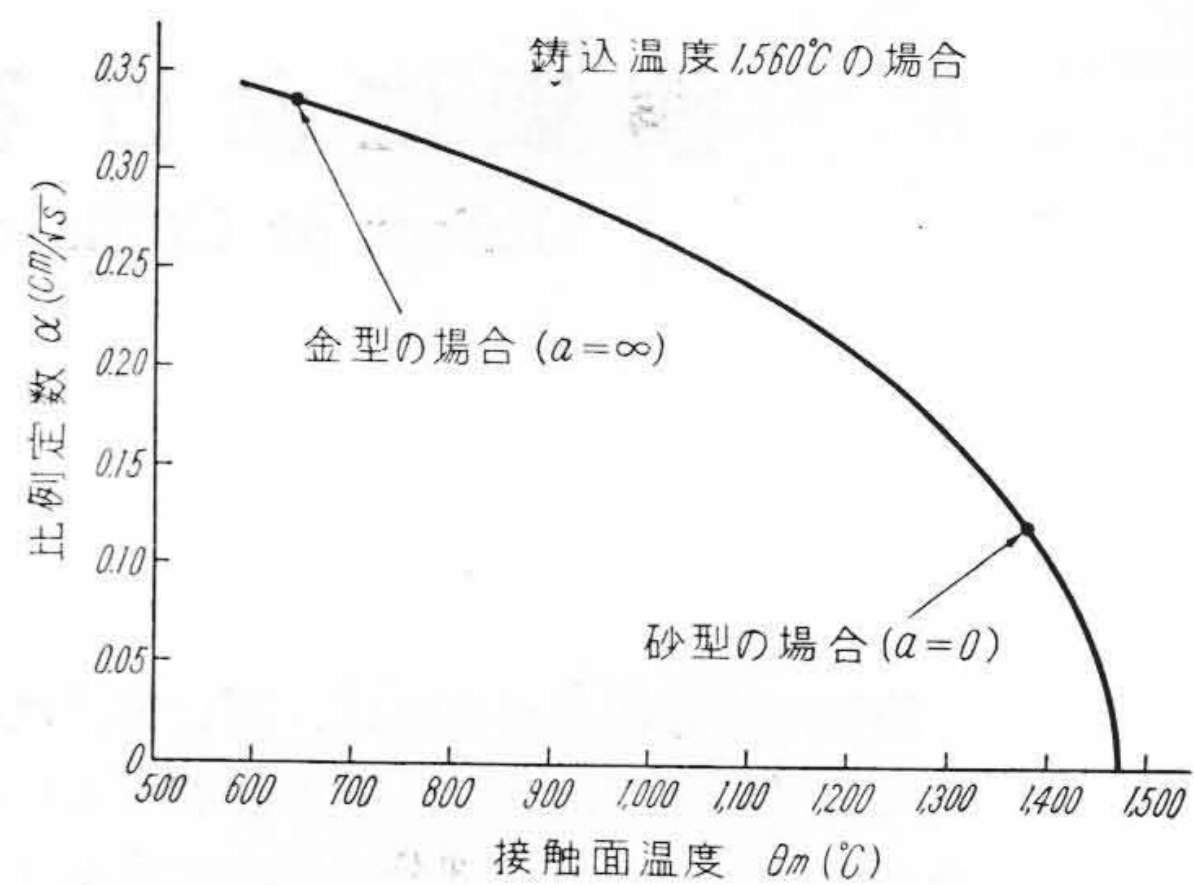
(2) 冷し金と砂との接触面温度

$$\theta_3 = \frac{1-\alpha}{2} (\theta_1 - \theta_3) (1+\beta) \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha\beta)^n \operatorname{erfc} \left\{ \frac{(2n+1)a}{2k_2\sqrt{t}} \right\} + \theta_3 \quad \dots (15)$$

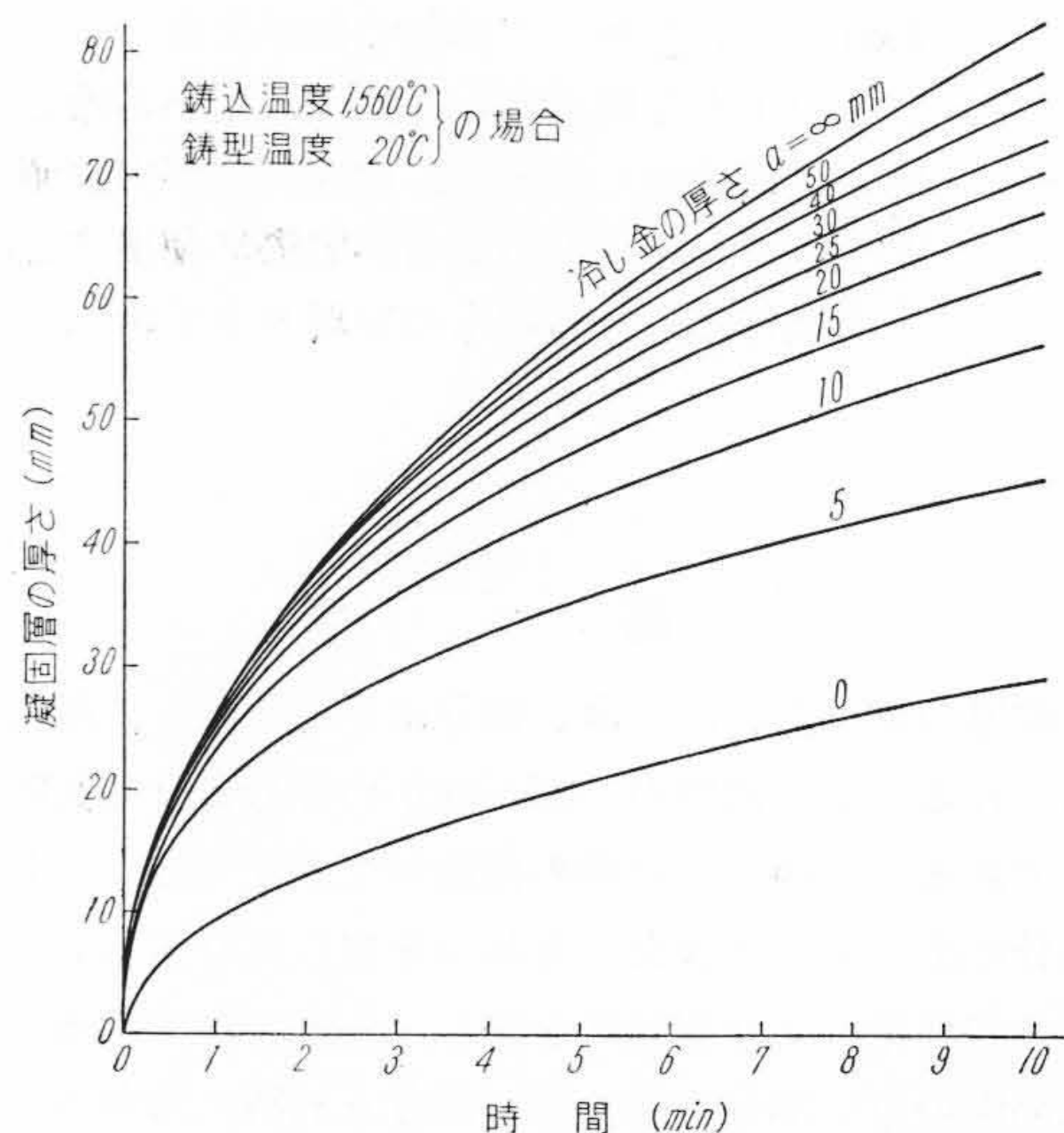
第 2 図は鋳込温度 1,560°C、鋳型温度 20°C とし、第 1 表に示す数値にて接触面温度 θ_2 および θ_3 を (14) 式および (15) 式から計算して求めたものである。

第 2 図から次のことがわかる。

- (1) 接触面温度は鋳込初期においては急激に上昇するが、ある程度時間が経過すると、その温度上昇はゆるやかとなる。
- (2) 冷し金の厚さが薄いほど、接触面の温度上昇が大きい。したがって同じ時間における温度は高くなる。
- (3) 鋳込初期においては、冷し金の両面の温度にはかなりの温度差がある。しかしある程度時間が経過するとその温度差は少なくなり、冷し金の内部は同じ温度に近づく。



第 3 図 接触面温度と比例定数との関係



第 4 図 冷し金における凝固状況

2.2 冷し金の厚さと湯の凝固との関係

砂型あるいは金型のように同じもので作られた鋳型内に湯が鋳込まれた場合には、湯と型との接触面温度は一定温度となる⁽⁴⁾。したがって湯と型との接触面温度を一定として、熱伝導の微分方程式から湯の凝固層の厚さ ε と時間 t との関係を求めると、次式のように凝固層の厚さは時間の平方根に比例する⁽⁴⁾。

$$\varepsilon = \alpha \sqrt{t} \quad \dots (16)$$

ここで、 α は比例定数であり、大体の α の値を求めるには、次の二曲線をかき、その交点の横座標を求めればよい。

$$y = b_s \cdot \frac{\theta_0 - \theta_m}{\operatorname{erf} \left(\frac{\alpha}{2k_s} \right)} e^{-\frac{\alpha^2}{4k_s^2}} - b_1 \cdot \frac{\theta_1 - \theta_0}{1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\alpha}{2k_1} \right)} \cdot e^{-\frac{\alpha^2}{4k_1^2}} \quad \dots (17)$$

ここで、 θ_1 : 鋳込温度 θ_0 : 凝固温度

θ_m : 接触面温度 L : 凝固潜熱

添字 s : 凝固層

を表す。

(17) 式から明らかとなおり、鋳込温度 θ_1 が一定温度であれば比例定数 α は接触面温度 θ_m の関数となる。したがって、もし θ_m が時間の関数であるならば、当然 α は t の関数となる。ゆえに α が t の関数の場合、 $\alpha = f(t)$ とすれば (17) 式は次のようになる。

$$\varepsilon = f(t) \sqrt{t} \quad \dots (18)$$

ここで、冷し金を使用した場合を考えてみると、砂型の場合とは異なり接触面温度は時間の関数である。したがって、冷し金を使用した場合の湯の凝固状況は (18) 式で表わされる。しかし数値計算を

行う場合には、関数 $f(t)$ を求めなければならないが、これは数式が非常に複雑となるため、解を求めるのがなかなか困難である。したがって直接関数 $f(t)$ を求めずに近似計算から凝固層の厚さと時間との関係を求めた。

いま、厚さ a なる冷し金を使用した場合、時間 t_{i-1} から t_i までの間に湯と冷し金との接触面温度は $_{1}\theta_{2i-1}$ から $_{1}\theta_{2i}$ まで変化し、これにともなう比例定数は α_{i-1} から α_i まで変化したとする。ここで $\alpha_{mi} = \frac{\alpha_{i-1} + \alpha_i}{2}$ 、 $t_{i-1} \sim t_i$ 間に凝固した凝固層の厚さを $\Delta \varepsilon_i$ とすれば、 $\Delta \varepsilon_i$ は近似的に次のように表わされる。

$$\Delta \varepsilon_i = \alpha_{mi} (\sqrt{t_i} - \sqrt{t_{i-1}}) \quad (19)$$

したがって凝固層の全体の厚さ ε は次のようになる。

$$\varepsilon = \sum \Delta \varepsilon_i = \sum \alpha_{mi} (\sqrt{t_i} - \sqrt{t_{i-1}}) \quad (20)$$

第3図は鋳込温度 $\theta_1 = 1,560^\circ\text{C}$ 、凝固温度 $\theta_0 = 1,475^\circ\text{C}$ 、凝固潜熱 $L = 70.1 \text{ kcal/kg}^{(5)}$ として(17)式から接触面温度と比例定数との関係を求めたものである。

第4図は冷し金の厚さを変えて凝固層の厚さと時間との関係を(20)式から計算して求めたものである。

第3図および**第4図**から次のことがわかる。

(1) 砂型あるいは金型のように鋳型が同じもので作られている場合には、接触面温度は一定温度となるから凝固の計算には(16)式が適用できる。そしてその関係式は、鋳込温度 $1,560^\circ\text{C}$ の場合次のようになる。

$$(a) \text{ 砂型の場合 } (a=0) \quad \varepsilon = 0.120 \sqrt{t} \text{ cm}$$

$$(b) \text{ 金型の場合 } (a=\infty) \quad \varepsilon = 0.336 \sqrt{t} \text{ cm}$$

(2) 冷し金の厚さが有限の場合、すなわち普通現場で使用する範囲では、接触面温度が時間とともに変化する。したがって(16)式における比例定数は時間とともに変化することになるから、凝固の計算には(16)式は適用できない。ゆえに冷し金を使用した場合の凝固計算は(18)式あるいは(20)式を用いなければならない。

(3) 冷し金の厚さが厚くなるほど凝固速度は速くなる。しかし金型($a=\infty$)の場合より速くなることはない。また、ある時間内における凝固は冷し金の厚さがある程度あればよい。必要以上に冷し金を厚くしてもその効果は非常に少なくむだな結果となる。たとえば、2分間までの凝固について考えてみるに、冷し金の厚さを 15 mm とした場合と、15 mm 以上にした場合とを比較してみると、凝固には大した差はない。したがって冷し金の厚さは肉厚に応じて必要以上に厚くしても効果はない。

2.3 結果の検討

松本⁽¹⁾氏は厚さ $3/4$ " の冷し金で、鋳込温度 $1,550^\circ\text{C}$ の場合について、冷し金が鋳鋼の凝固に及ぼす影響を鋳造実験から求めている。したがって、同氏の実験結果にもとづいて計算値と実験値とを比較し、計算結果の検討を行った。

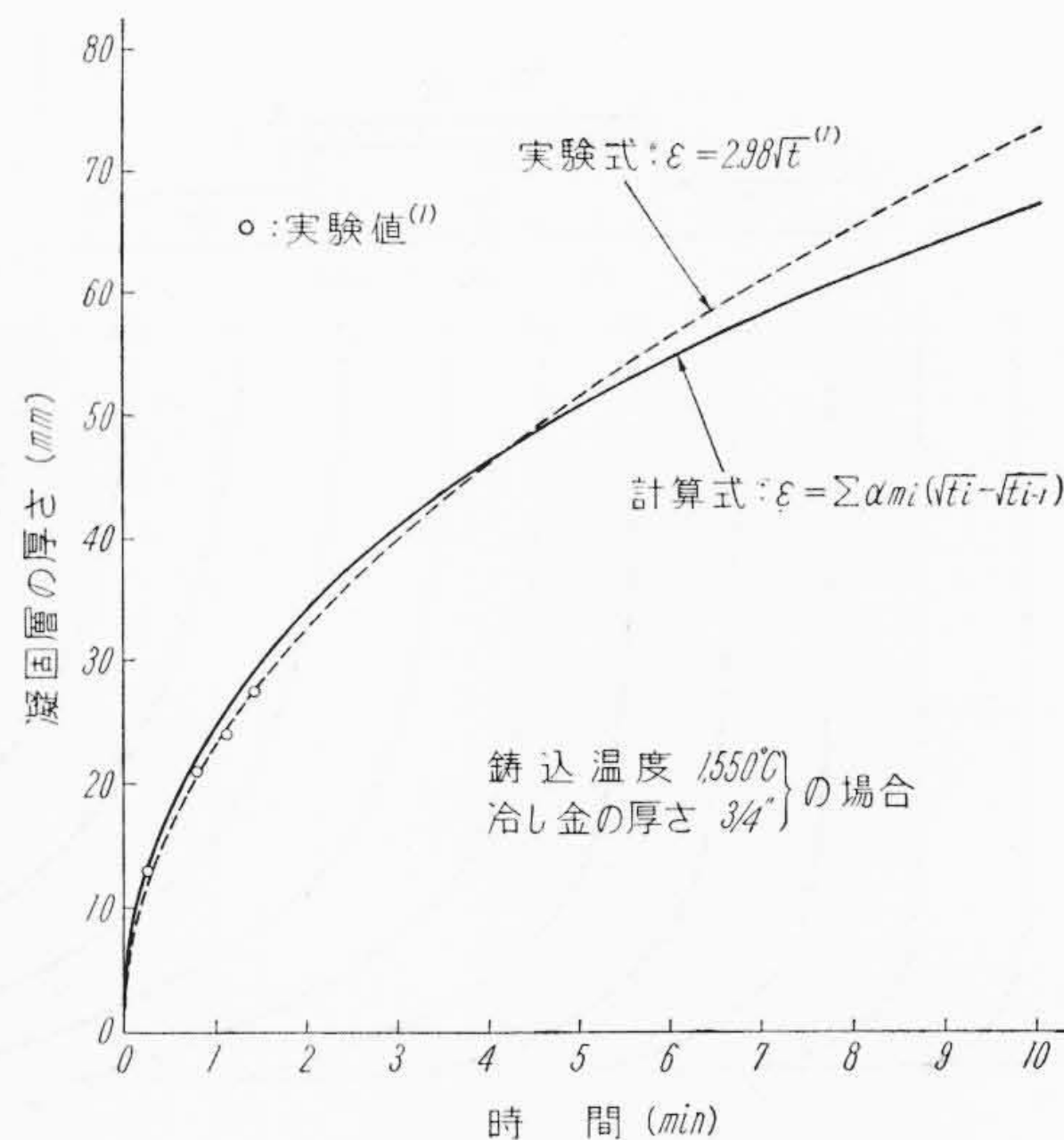
第5図は実験値ならびに実験式と計算値とを比較したものである。

同図から次のことが考察される。

(1) 実験値と計算値とはよく一致している。したがって理論から求めた計算式(20)式は実際に十分使用できるものと考えられる。

(2) 実験式と計算式とを比較してみると、凝固初期においては両者はよく一致している。しかし時間の経過とともに、その差はだんだん大きくなっている。この違いは次の理由によるものと考えられる。実験式では冷し金の場合も砂型の場合とまったく同様、凝固は $\varepsilon = \alpha \sqrt{t}$ なる関係式が成立するものと考えて、凝固初期の実験値にもとづいて比例定数 α を求めている。これに反して理論計算式では α を時間の関数としているからである。

また、経験的に厚肉のものに対しては冷し金の効果は減少する



第5図 冷し金における凝固実験と計算との比較

といわれている。したがって、冷し金を用いた場合の凝固計算は凝固初期の間は $\varepsilon = \alpha \sqrt{t}$ なる関係にて計算しても大してさしつかえないが、時間が長くなった場合には同式は適用できなくなる。それで α を時間の関数として計算しなければならない。

3. 冷し金の効果

3.1 冷し金と肉厚との関係

鋳物に肉厚の差がある場合、肉の厚い部分が肉の薄い部分と同時に凝固させるため冷し金を用いるが、しかし**第4図**から明らかなように冷し金による湯の凝固にも限界がある。したがって肉厚の差が大きくなり、冷し金の限界以上の肉厚の差が用じた場合には、冷し金だけで問題を解決することはできない。このように冷し金の効果にも限界があるから、冷し金と肉厚との関係を明らかにしておく必要がある。

冷し金と肉厚の関係は**第4図**からただちに求められるが、これは現場の方案者が実際に使用する場合不便である。また、現場では便利で簡単に使用できるものでなければなかなか利用されない。したがって**第4図**にもとづいて、便利で簡単に使用できるような計算図表を作成した。

第6図および**第7図**は鋳物に肉厚の差がある場合、肉の薄い部分 t_1 と肉の厚い部分 t_2 とが同時に凝固するようにするために用いる冷し金の必要にして最小の厚さと肉厚との関係を示したものである。

3.2 計算図表について

第6図は片面冷しの場合、**第7図**は両面冷しの場合の計算図表である。この計算図表から例をあげて冷し金の厚さを求めると次のようになる。

[例1] 片面冷しの場合

$$t_1 = 16 \text{ mm}, t_2 = 30 \text{ mm}$$

の場合、必要にして最小の冷し金の厚さは

$$a = 20 \text{ mm}$$

[例2] 両面冷しの場合

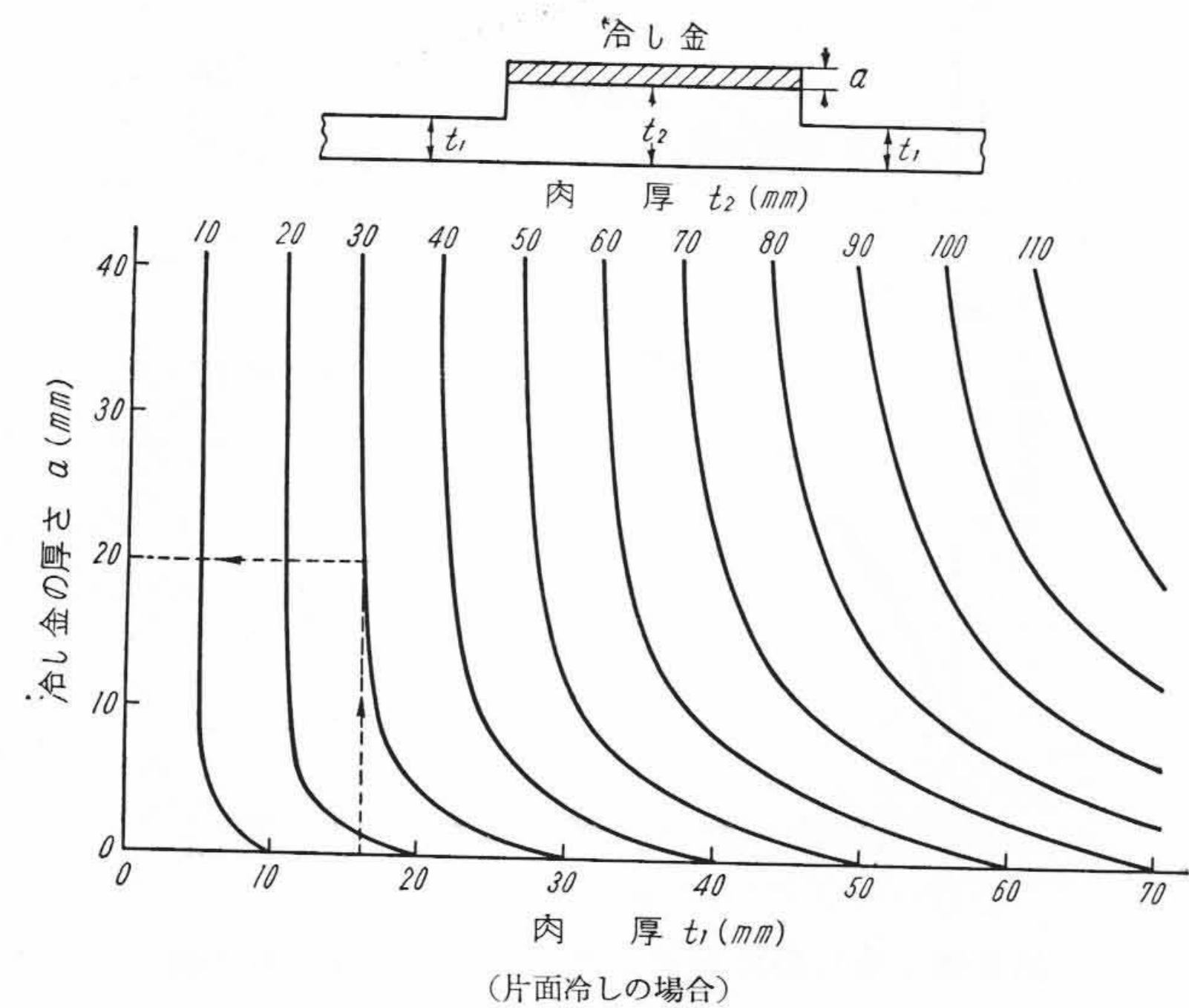
$$t_1 = 20 \text{ mm}, t_2 = 50 \text{ mm}$$

の場合、必要にして最小の冷し金の厚さは

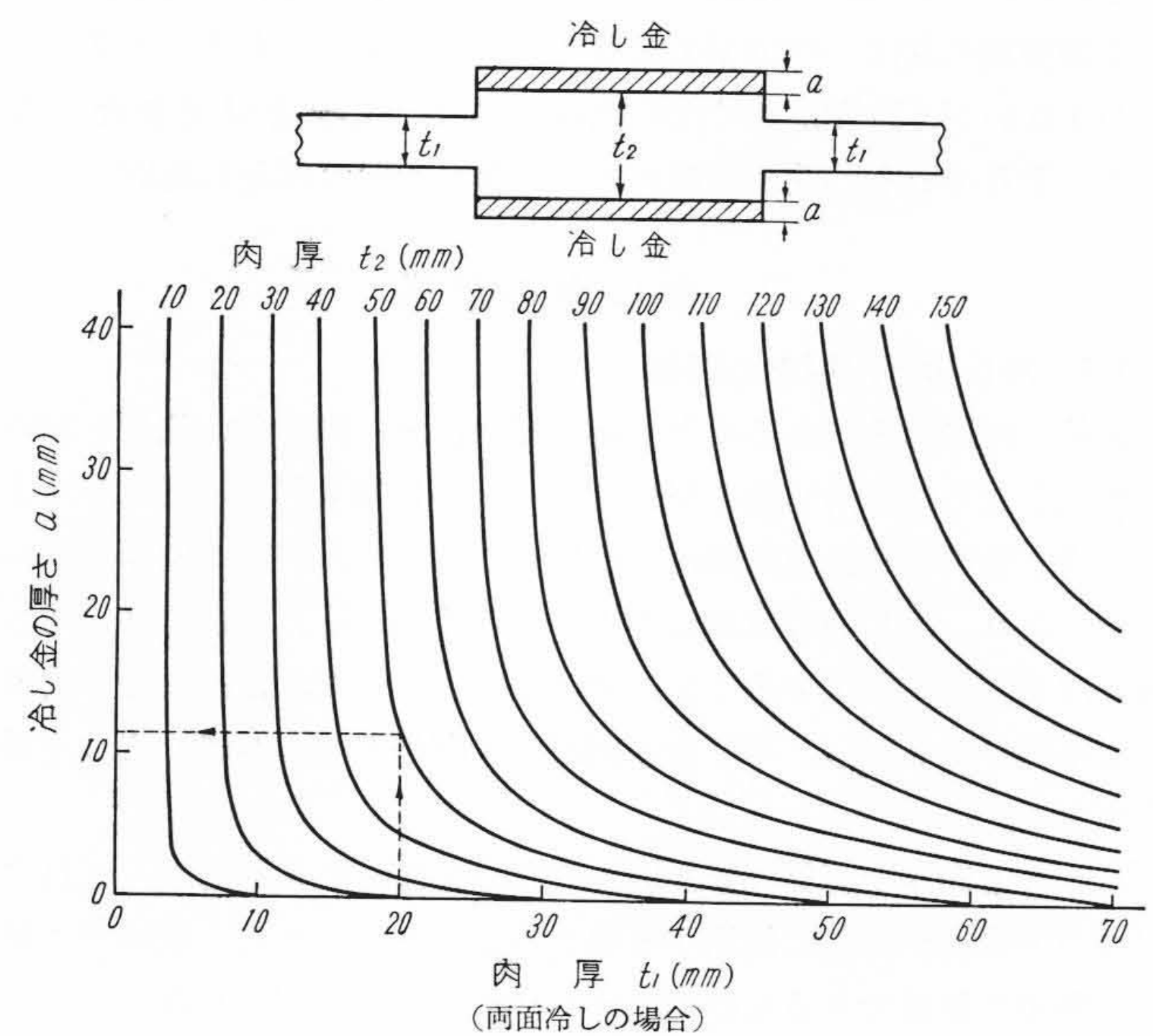
$$a = 11.5 \text{ mm}$$

また、同計算図表から次のことがわかる。

(1) 片面冷しで $t_1 = 16 \text{ mm}$ 、 $t_2 = 30 \text{ mm}$ の場合には冷し金の厚さは最小 $a = 20 \text{ mm}$ 、両面冷しで $t_1 = 20 \text{ mm}$ 、 $t_2 = 50 \text{ mm}$ の場合には冷し金の厚さは最小 $a = 11.5 \text{ mm}$ 必要である。したがって、もし冷し金の厚さがこれ以下(片面冷しの場合は $a < 20$ 、両面冷



第 6 図 冷し金の厚さと肉厚との関係



第 7 図 冷し金の厚さと肉厚との関係

しの場合は $a < 11.5$) であれば、肉の厚い部分が肉の薄い部分よりも凝固がおくれるため、肉の厚い部分 t_2 の内部に引け巣が発生することになる。

(2) また、もし肉の厚い部分に対して肉の薄い部分がある限界以下に小さくなると、あるいは t_2 が t_1 にくらべてある限界以上に大きくなると (片面冷しの例では $t_2 = 30$ の場合 $t_1 < 11.5$, 両面冷しの例では $t_2 = 50$ の場合 $t_1 < 18$), t_1 の線と t_2 の線とはまじわらない。このような場合には非常に厚い冷し金を用いても、 t_2 の部分が t_1 の部分より凝固がおくれるため、肉の厚い部分 t_2 の肉部に引け巣が発生することになる。

以上のことから、計算図表にて必要な冷し金の厚さ、あるいは冷し金の限界や肉の薄い部分と厚い部分との割合に応じて、冷し金だけで十分であるか否かの限界を求めることができる。

3.3 検討ならびに考察

網谷氏⁽²⁾は鋳鋼の肉厚と冷し金の厚さとの関係について第 2 表に示す値を求め、また次に示すような概算式を求めている。

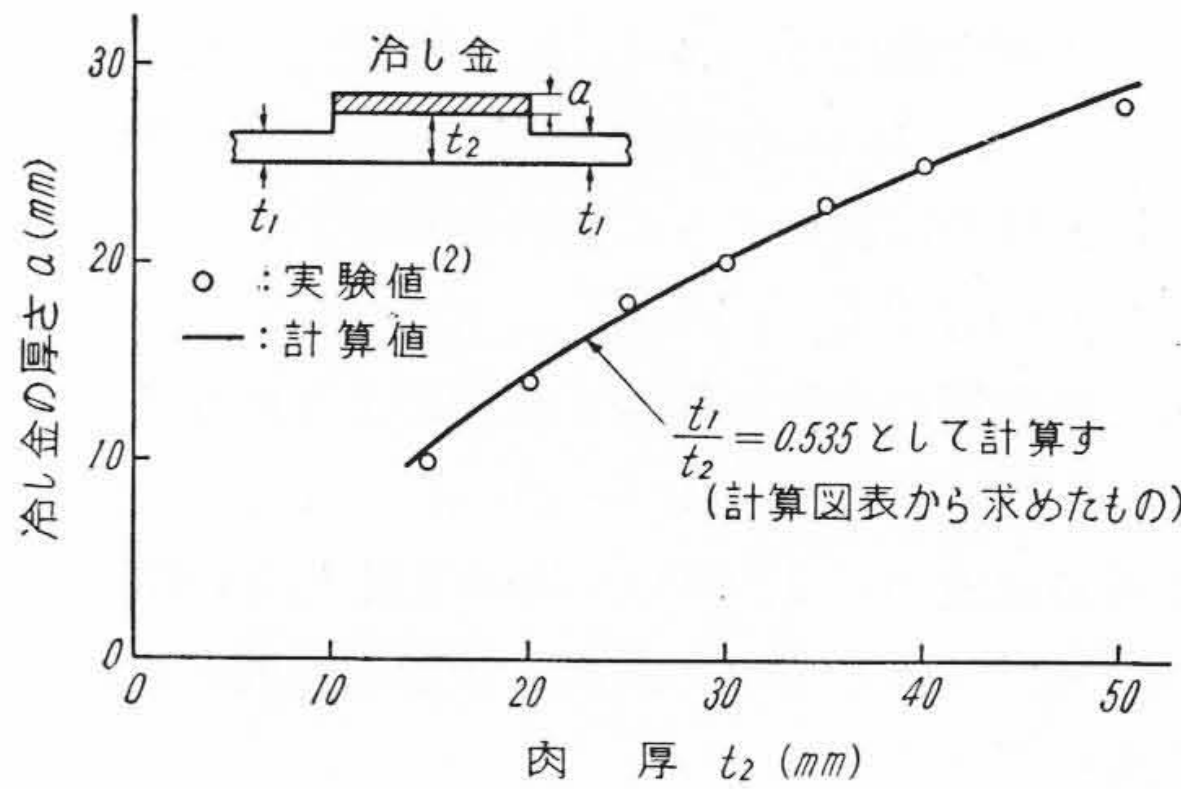
$$a = 34 \log t_2 - 30 \dots \dots \dots (21)$$

しかし、同氏が求めたものは肉の厚い部分 t_2 と冷し金の厚さ a との関係のみである。したがってこれだけでは肉の薄い部分との関係がどうなるかわからない。しかし一応理論計算から求めた計算図表

第 2 表 冷し金の厚さと肉厚との関係

肉 厚 t_2 (mm)	15	20	25	30	35	40	50
冷し金の厚さ a (mm)	10	14	18	20	23	25	28
計算図表から求めた t_1 (mm)	8.0	10.7	13.3	16.0	18.7	21.4	27.0
肉 厚 の 比 t_1/t_2	0.533	0.535	0.533	0.534	0.534	0.535	0.540

(網谷氏⁽²⁾による)



第 8 図 冷し金の厚さについての計算値と実験値との比較

と比較するため次のような検討を行った。

すなわち、同氏が求めている冷し金の厚さと肉厚とから、これに対する最小の肉厚 t_1 を計算図表から求め、肉厚の比 t_1/t_2 を求めてみた。その結果は第 2 表の中に一括して示した。

計算結果から明らかなように、 t_1/t_2 の値は大体 0.53~0.54 であり、肉厚の比 t_1/t_2 はほとんど一定のようである。このことから考えて、実験的に求めたものと理論計算から求めたものとは大体一致しているものと考えられる。

したがって、肉厚の比 $t_1/t_2 = 0.535$ と仮定して、肉厚 t_2 と冷し金の厚さ a との関係を計算図表から求めて実験値と比較した。

第 8 図は計算値と実験値との比較を示したものであるが、同図から明らかなように、計算図表から求めた値と実験値とはよく一致している。したがって理論計算から求めた計算図表は実際に十分使用できるものと思われる。

4. 結 言

以上、鋳鋼に用いる冷し金の厚さと肉厚との関係について理論的に解析を行い、かつ実験値と比較検討した結果、次のことが明らかとなった。

- (1) 冷し金のように、鋳込後、湯と冷し金との接触面温度が時間の経過とともに上昇するような場合、湯の凝固計算は実験式 $\epsilon = \alpha \sqrt{t}$ を用いて計算したのでは、鋳込初期では実際とよく一致するが、鋳込後時間がかなり経過した場合には相当の差が生ずる。したがって α を時間の関数として計算しなければならない。
- (2) 冷し金を使用した場合の湯の凝固について、理論から求めた計算値と実験値とを比較してみるとよく一致している。したがって、理論から求めた計算式は実際に十分使用できると考えられる。
- (3) 理論計算にもとづいて、冷し金の厚さと肉厚との関係を明らかにするとともに、現場の方案者が使用する場合、便利で簡単に使用できる計算図表を作成したが、この計算図表から求めた値と実験から求めた値とはよく一致している。したがって同計算図表は実際に十分活用できると考えられる。

参 考 文 献

- (1) 松本寅雄：日立評論 22, 昭 14
- (2) 網谷俊平：鉄と鋼 29, No. 11 昭 17 附録 109~115
- (3) 寺沢吉郎：金属 21, No. 1~3 昭 26
- (4) 篠田忠夫：日立評論 41 No. 3 昭 34
- (5) Victor Paschke: Trans. A. F. S. 55 (1947)