

— 77 —

$$\varphi_{(r,z)}^n = \frac{1}{4} \left\{ \varphi_{(r-1,z)}^n + \varphi_{(r,z-1)}^n + \varphi_{(r+1,z)}^{n-1} + \varphi_{(r,z+1)}^{n-1} \right. \\ \left. + \frac{1}{2R} \left(\varphi_{(r+1,z)}^{n-1} - \varphi_{(r-1,z)}^n \right) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

加速の予測係数 α とすれば次の φ^n として得る。

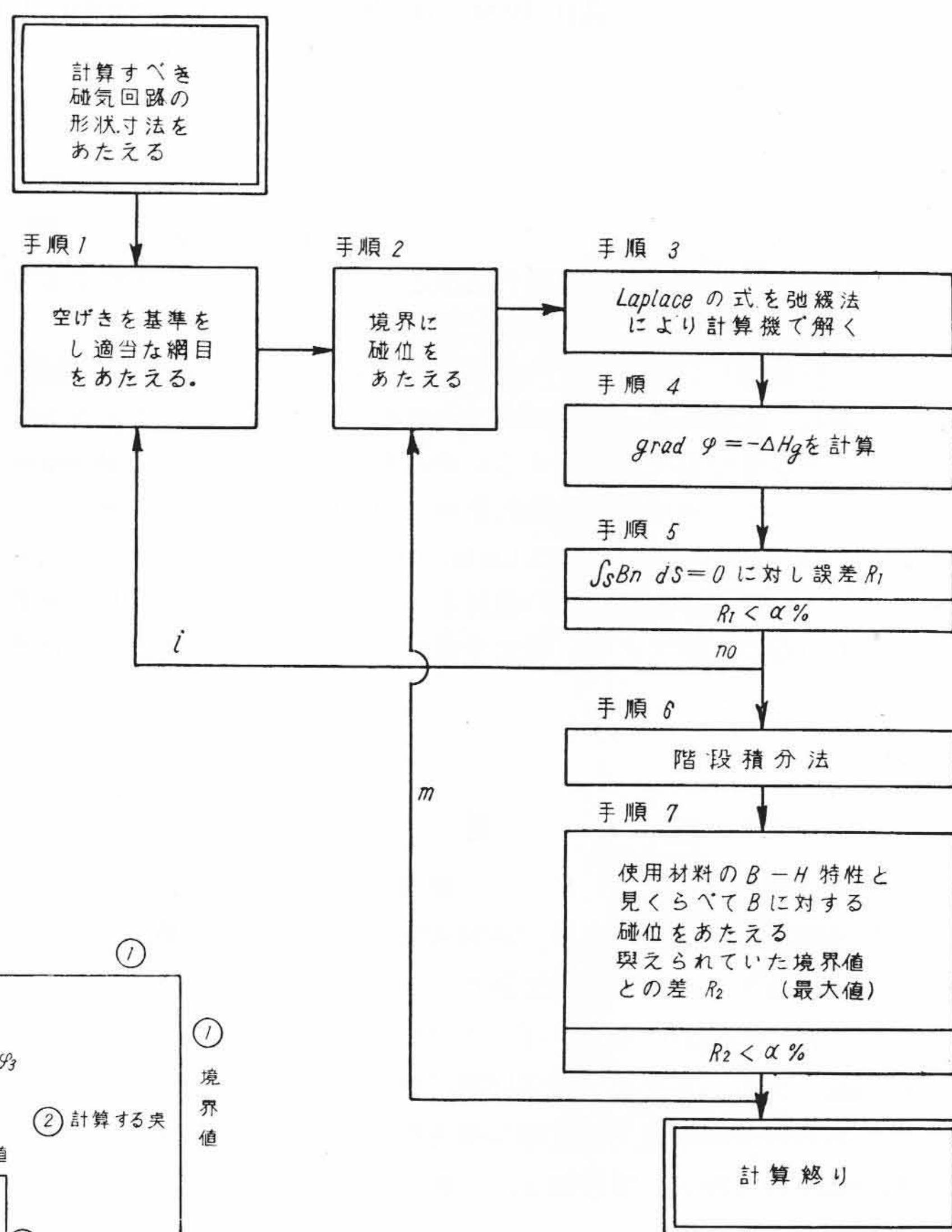
$$\varphi^n = \varphi^{n-1} + \alpha(\varphi^{n'} - \varphi^{n-1}) \dots\dots\dots (15)$$

この α は(14)式の収れんの速度にきわめて重要な役割をするので計算すべき網目の大きさにつき最適値を決定しておく必要がある。 $\varphi^{n'}$ は第3図 φ_5 に相当する。

計算のフローチャートを第2図に示す。本来なら非線形 Poisson 方程式であるが Poisson となる磁石、鉄心の部分を階段積分法で置きかえたものである。以下このフローチャートにつき説明する。

2.1 手 順 1

空げきを基準として計算すべき磁気回路の r 軸、 z 軸に対する網目をきめる。スピーカ磁気回路では磁気回路内部と外部に分けて別に計算する。



第2図 磁気回路計算のフローチャート

2.2 手 順 2

境界に磁位をあたえる必要がある。しかし第1次計算では何ら磁位がわかっていない。ゆえにまず継鉄部には磁位降下なく、磁石部分は直線的に磁位降下ありとして境界値を与え次の手順で解く、正確には m 次近似を必要とする。しかしできるだけ磁位の予測を適切にして与えれば m 回近似が少なくすむわけである。

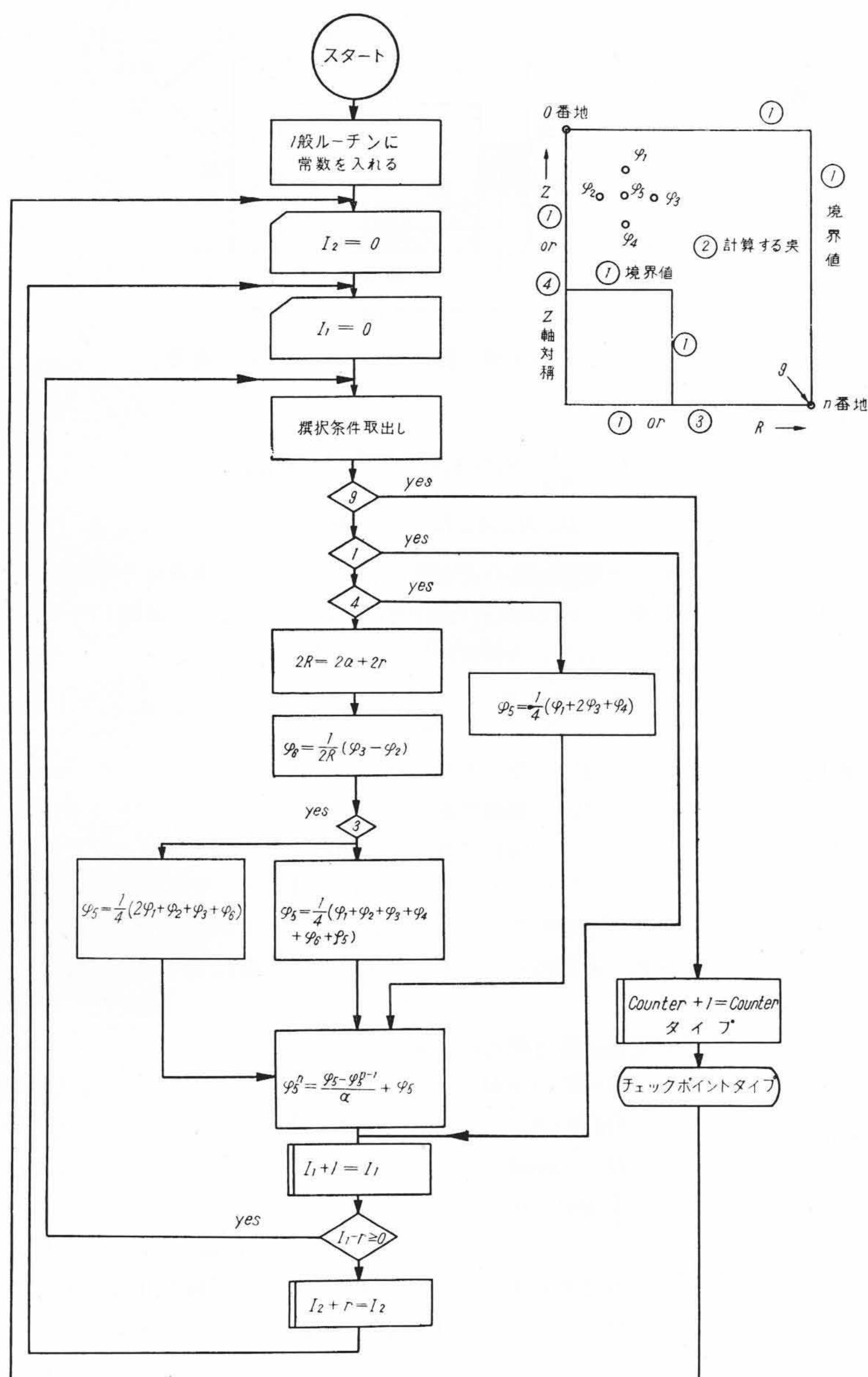
2.3 手 順 3

(14), (15) 式を電子計算機で解く。逐次近似のフローチャートは第3図による。図において(14)式の計算をするに全区域に境界値①, 計算すべき網目②, r 軸対称③, z 軸対称④という撰択条件を与えた。これにより複雑な形状も容易に指定できて便利である。逐次近似一回終了ごとにチェックポイントの φ の値を打ち出し収れんを監視し所期の精度まで収れんさせる。(15) 式の加速 Liebmann の α の決定については4節で述べる。

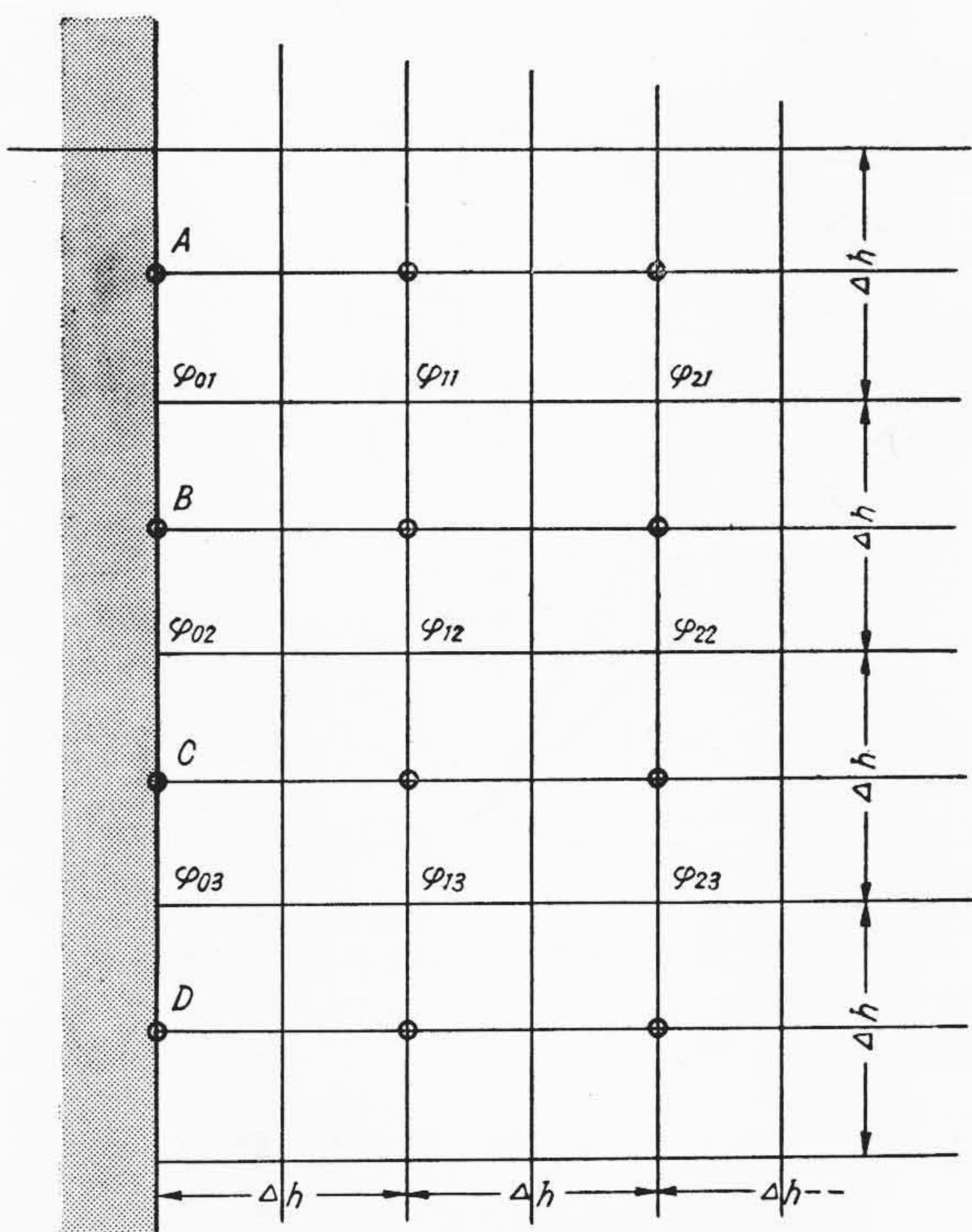
2.4 手順 4: 漏えい磁束の計算

手順3により各格子点の磁位が求まる。これより全磁位差 10,000 ~ 0 と置いた状態で境界のある A, B, C, ……点を例として第4図で説明する。格子区間 Δh とし各格子点の磁位を $\varphi_{01}, \varphi_{02}, \dots\dots$ とする。区間 AB の漏えい磁束は(16)式で与えられる。

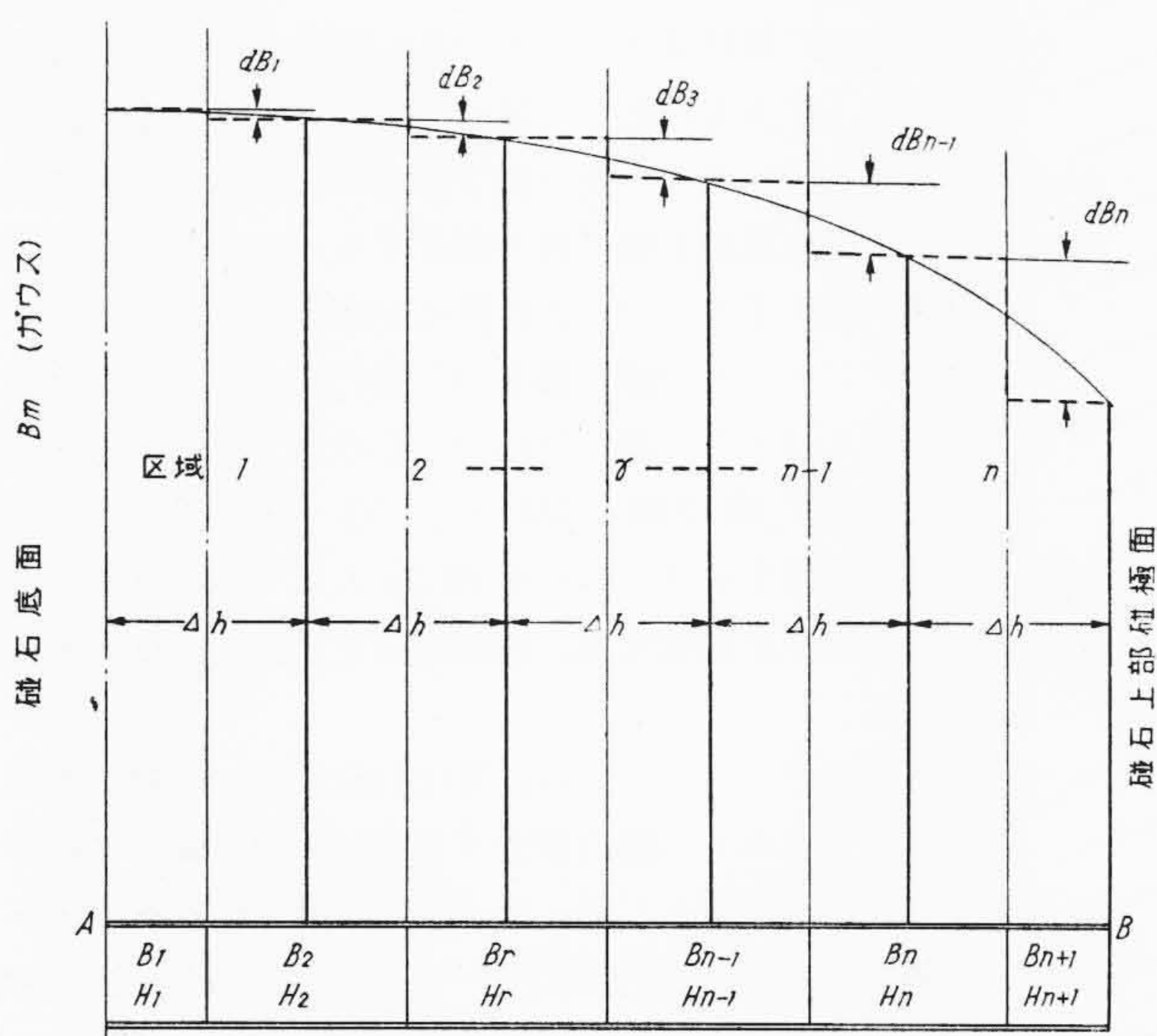
$$\Delta\phi_{AB} = \text{grad } \varphi_{AB} \times \text{表面積} = \frac{\varphi_{01} - \varphi_{11}}{\Delta h} \times \Delta h \times 2\pi r_1 \dots\dots\dots (16)$$



第3図 スカラーポテンシャル, Laplace 方程式 数値計算フローチャート



第4図 網目と漏えい磁束計算区間



第5図 階段積分法における磁石表面の記号

精度をあげるには網目をこまかくとる。

2.5 手順 5

手順4から求めた漏えい磁束、有効磁束の総量を計算する。すなわち+磁極から出た磁束+ $\sum_{i=1}^n \Delta\phi_i$ と一極に入る磁束- $\sum_{i=n+1}^{2n} \Delta\phi_i$ は等しい。

$$\int_S B_n dS = 0 \quad (17)$$

なるように網目のこまかさをかえて計算する。誤差の理論からある曲線を一波長と考えた場合それに8点程度の網目をとるとよい。

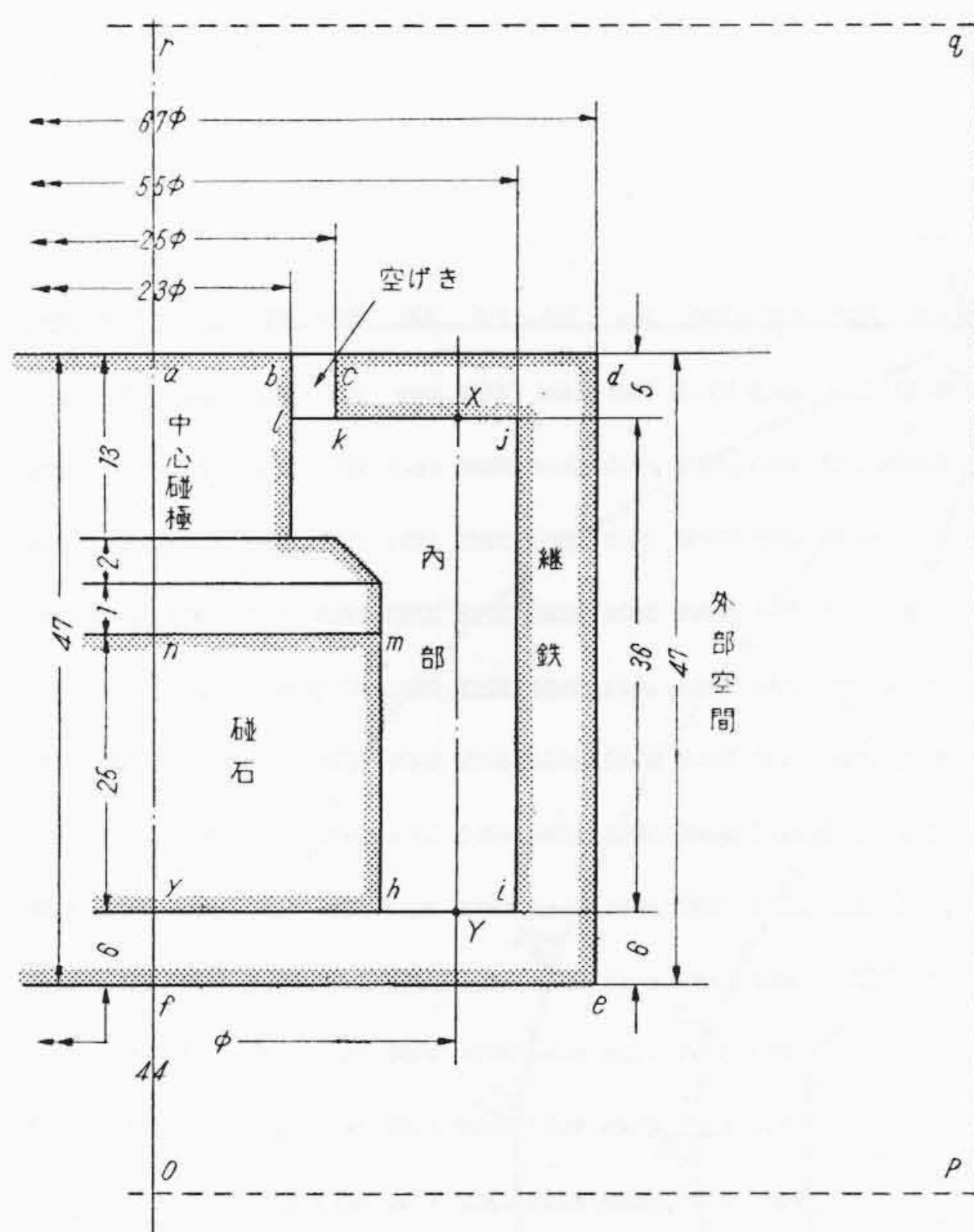
2.6 手順 6: 階段積分法

磁石各部は漏えい磁束のため磁束密度が違うが Δh 区間磁束密度一定と考えその区間のパーミアンスを(18)式により求めて第5図、第1表の階段積分法を適用する。

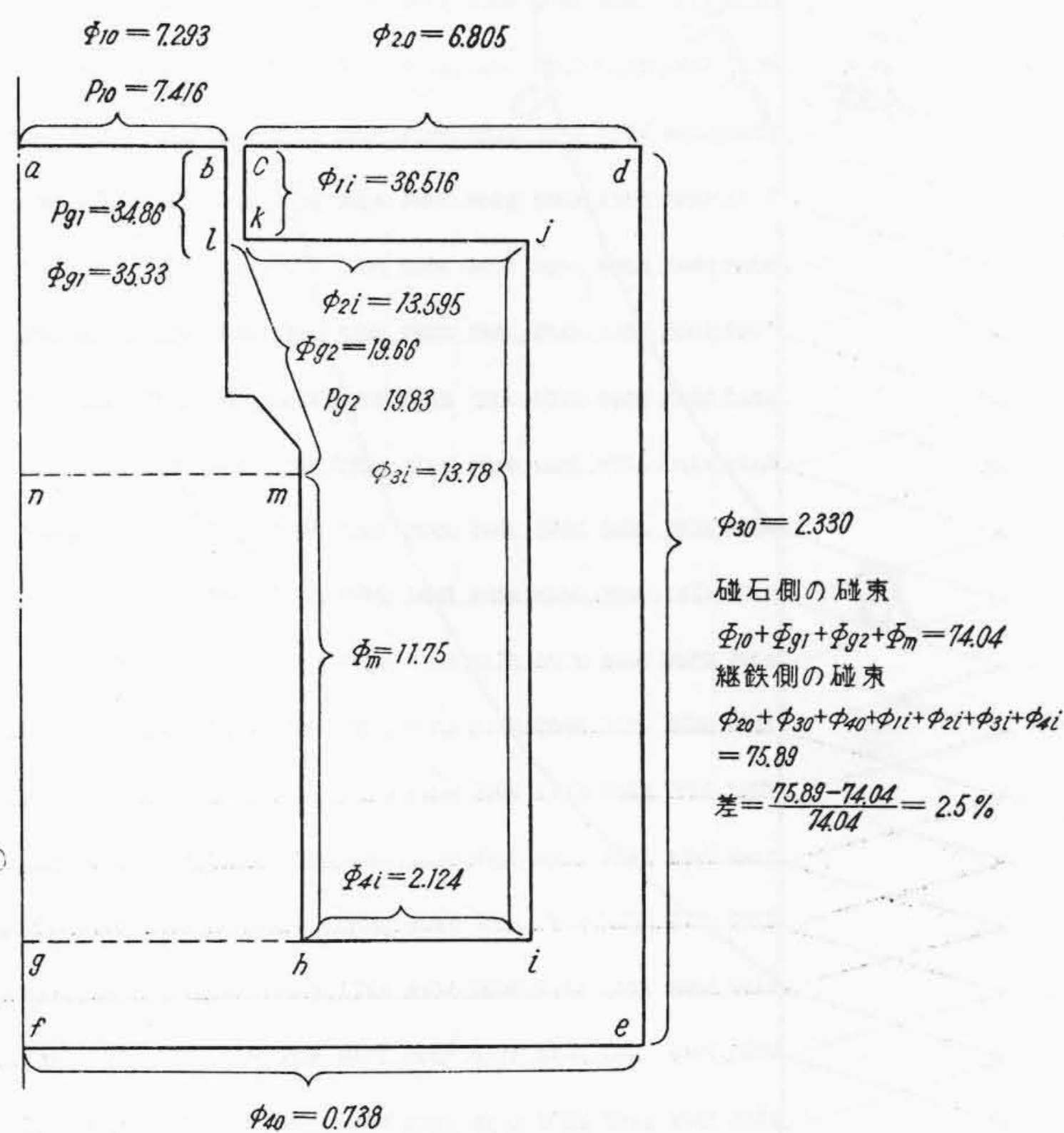
$$\Delta P_i = \frac{\Delta\phi_i}{\phi_i} \quad (18)$$

第1表 磁石についての階段積分法

区域番号	磁束 Φ	断面積 S	磁束密度 B_m	磁位差の増加			磁束の減少	
				反磁場 H_m	H_m 一定と見なした区域長 l	区域中央の磁位差 V	漏えい磁束 $\Delta\Phi = V \times P$	漏えいパーミアンス ΔP
1	$\Phi_1 - \Delta\Phi_1$	S_1	B_{m1}	H_{m1}	$\Delta h/2$	$+H_{m1} \cdot \Delta h/2$ V_1	$\Delta\Phi_1$	P_1
2	$\Phi_2 - \Delta\Phi_2$	S_2	B_{m2}	H_{m2}	Δh	$+H_{m2} \cdot \Delta h$ V_2	$\Delta\Phi_2$	P_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
r	$\Phi_r - \Delta\Phi_r$	S_r	B_{mr}	H_{mr}	Δh	$+H_{mr} \cdot \Delta h$ V_r	$\Delta\Phi_r$	P_r
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	$\Phi_{n-1} - \Delta\Phi_{n-1}$	S_{n-1}	$B_{m,n-1}$	H_{n-1}	Δh	$+H_{m,n-1} \cdot \Delta h$ V_{n-1}	$\Delta\Phi_{n-1}$	P_{n-1}
n	$\Phi_n - \Delta\Phi_n$	S_n	$B_{m,n}$	H_n	Δh	$+H_{m,n} \cdot \Delta h$ V_n	$\Delta\Phi_n$	P_n
	Φ_{n+1}	S_{n+1}	$B_{m,n+1}$	H_{n+1}	$\Delta h/2$			
磁極面磁束 Φ_{n+1}						磁極面 V_{n+1}		



第6図(a) 20 cm スピーカ磁気回路



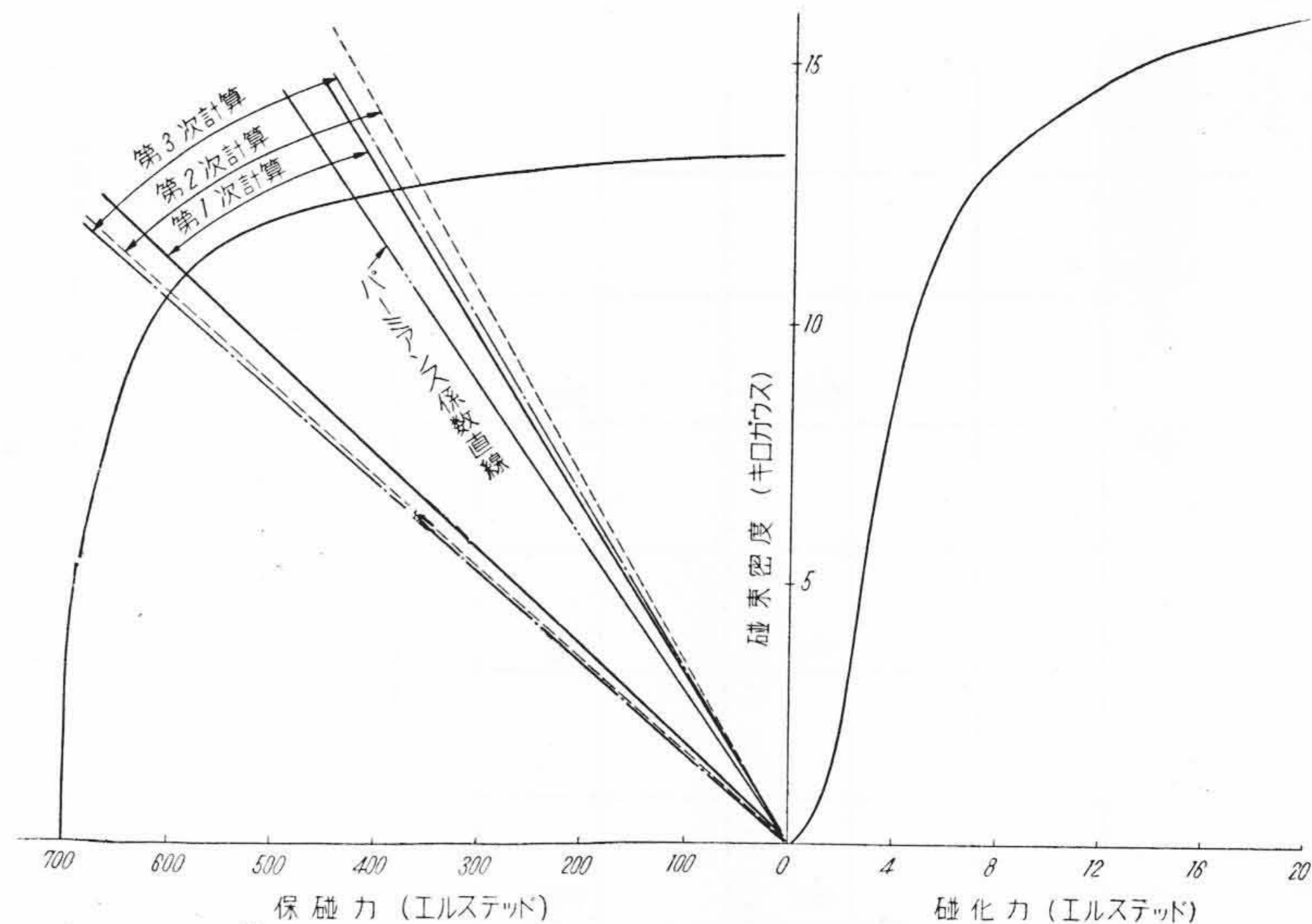
第6図(b) 20 cm スピーカ磁気回路
div $B=0$ の検定

第1表の階段積分法より動作点を求めるには第1表より求めた P_g' と(18)式の方法で求めた磁極空けき間の全パーミアンス P_g が所要の精度内で一致するよう B_m をかえて第1表の階段積分法を行えばよい。

$$P_g' = \frac{\phi_{n+1}}{V_{n+1}} \div P_g \dots\dots\dots (19)$$

動作点より磁石の全磁位差 $\Sigma H_m l_m$ がわかり、これが数値計算の場合の全磁位差 10,000 と等しいとおけばよいのであるから、これによって磁石の特性と Laplace の方程式による磁界の計算とを結合することができる。ゆえに使用材料の B から $B-H$ 曲線に対する H がわかり、その HI を境界値として与えなおす。この手順 6, 7 から手順 2 にもどって磁気回路の第 m 回近似まで行えば正しい境界値が得られ計算が終了する。

この方法は階段積分法を用い Δh 区間だけ B 一定という仮定をいれただけであとは何らの仮定、省略がないから実用的な最も一般性のある解法と言える。



第 7 図 磁石の特性と 20 cm スピーカの動作点

3. 計算結果

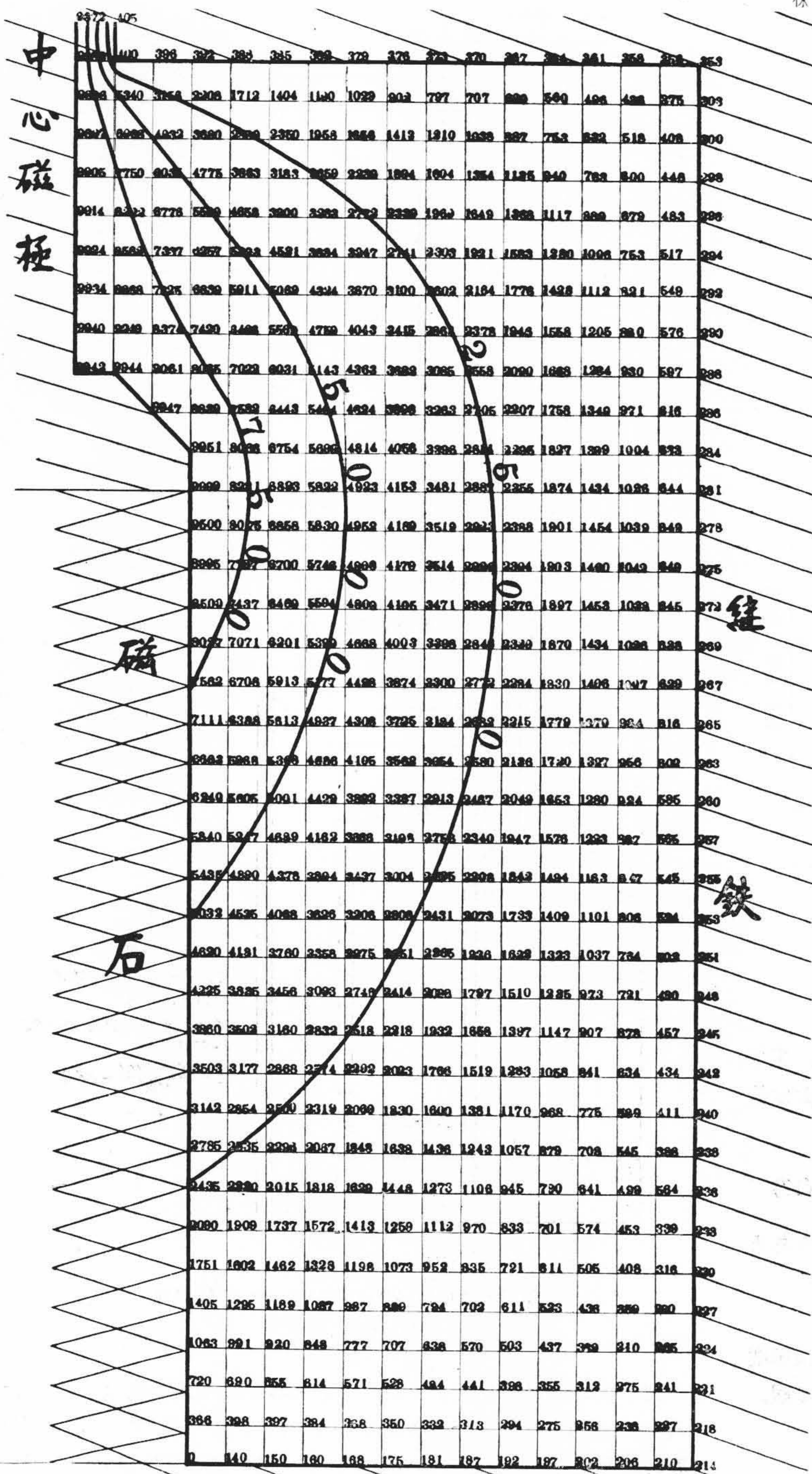
3.1 20 cm 内磁石形スピーカの計算

第 6 図に 20 cm スピーカの構造、寸法を示す。図において境界値の磁位はまず磁石両端で 0~10,000 とし継鉄、中心磁極に磁位降下なしとする。磁石の磁位降下も直線的に降下するものとして第一次近似をすすめる。磁気回路計算フローチャート (第 2 図) にしたがって第二次近似、第三次近似と境界値を修正する。その動作点の変化を第 7 図に示す。第三次計算における磁界計算のスカラポテンシャルの値を第 8~11 図に示す。第三次近似で動作点もほとんど動かないのでこの値で実験と比較検討してみる。第 12 図に試料として①~④ 4 種類の磁石特性の実測値を示す。これを 20 cm スピーカ磁気回路に組込んで空げき磁束密度、内部磁界を実測し計算結果と比較する。

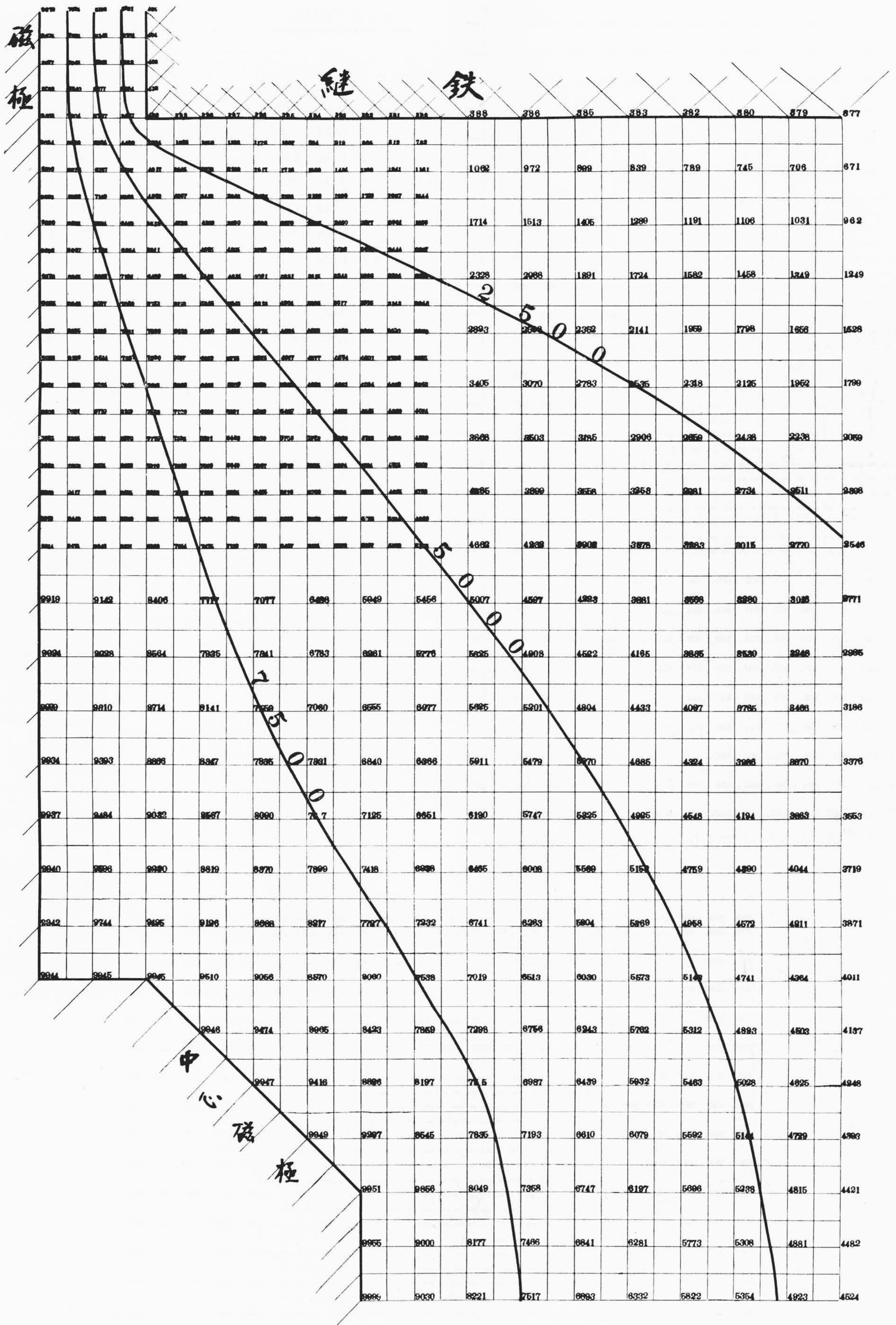
各部のパーミアンスの計算は (18) 式により第 2 表のように計算される。階段積分するに Δh の区域では細かすぎるので 8 区域とした。空げき部の漏えいパーミアンスは第 10, 11 図の外部漏えいパーミアンス P_{a-b} と有効磁束を得る有効空げきパーミアンス P_{b-l} および第 8, 9 図よりの中心磁極と継鉄間の内部空げきパーミアンスからなる。この階段積分法による計算は第 3 表になる。ここで検討のため磁石両端に 0.05mm の継ぎ目による空げきがあると想定した場合も計算してみた。第 2 表はその継ぎ目リラクタンスを R_y として空げきパーミアンスに加えた場合も併記してある。

実測値と計算値の結果を第 4 表に示す。継ぎ目空げき R_y なしとした場合も境界値としては第 9 図 磁石継ぎ目部でわかるよう、表面に 0.05 mm 空げきがある。すなわち 10,000 に対し 45 (第 3 表 (a) 区域 1 より算出する) の磁位差があることにして計算してある。この場合 1% 以内で完全に一致していると見てよい。磁石内部まで 0.05 mm の継ぎ目空げきがあるとして鉄心リラクタンス R_y を入れて計算すれば 3.5~2% の差があるようになる。いいかえれば磁石継ぎ目の工作が悪く 0.05 mm の空げきがつくと B_g で 3% 前後損をすることがわかる。

第 13 図に磁気回路内部の磁界分布につき第 6 図の $X-$

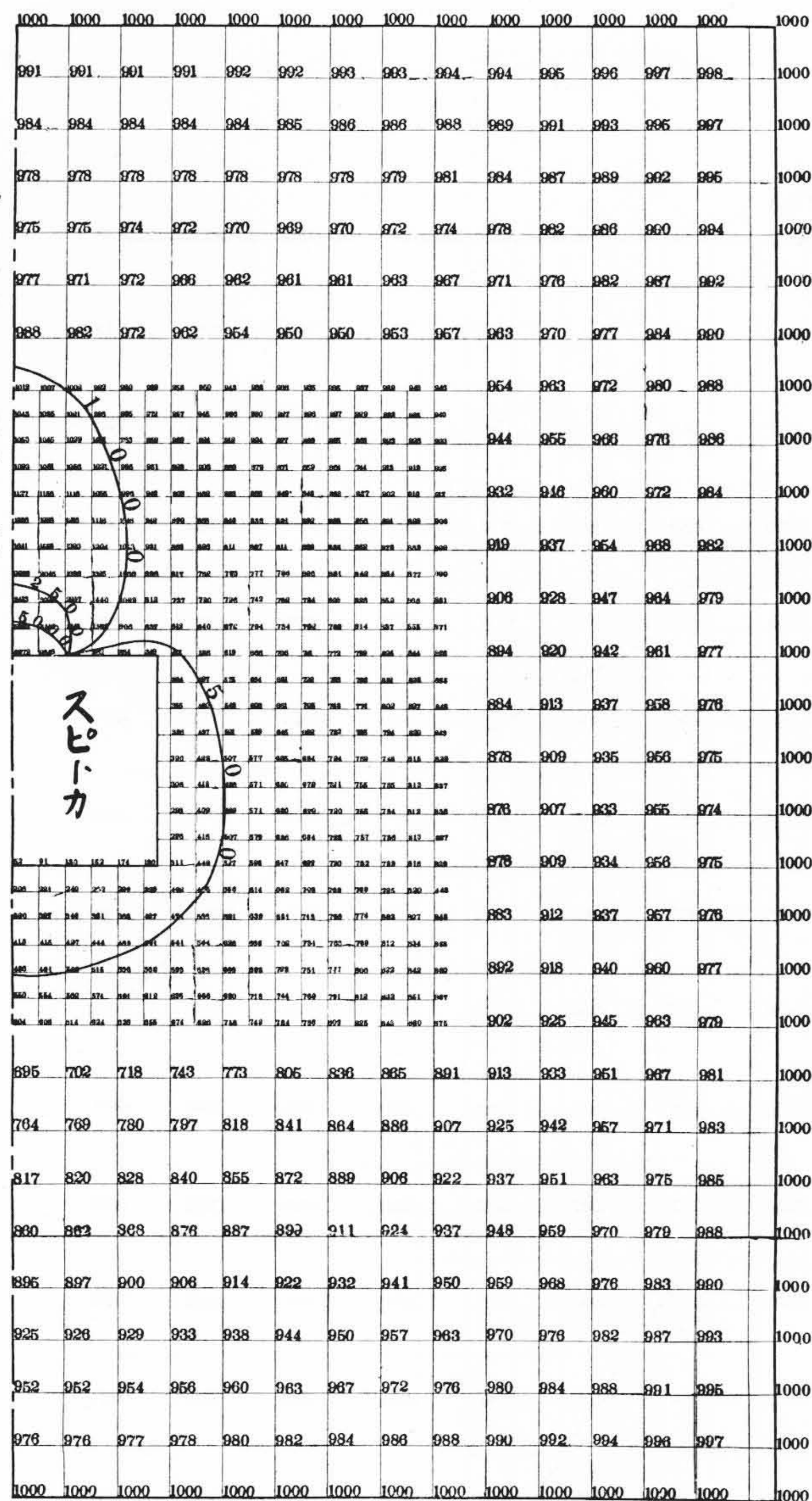


第 8 図 20 cm スピーカ内部スカラポテンシャル



第9図 20 cm スピーカスカラーポテンシャル

内磁石型20cmスピーカ外部スカラーポテンシャル(ナ-1)

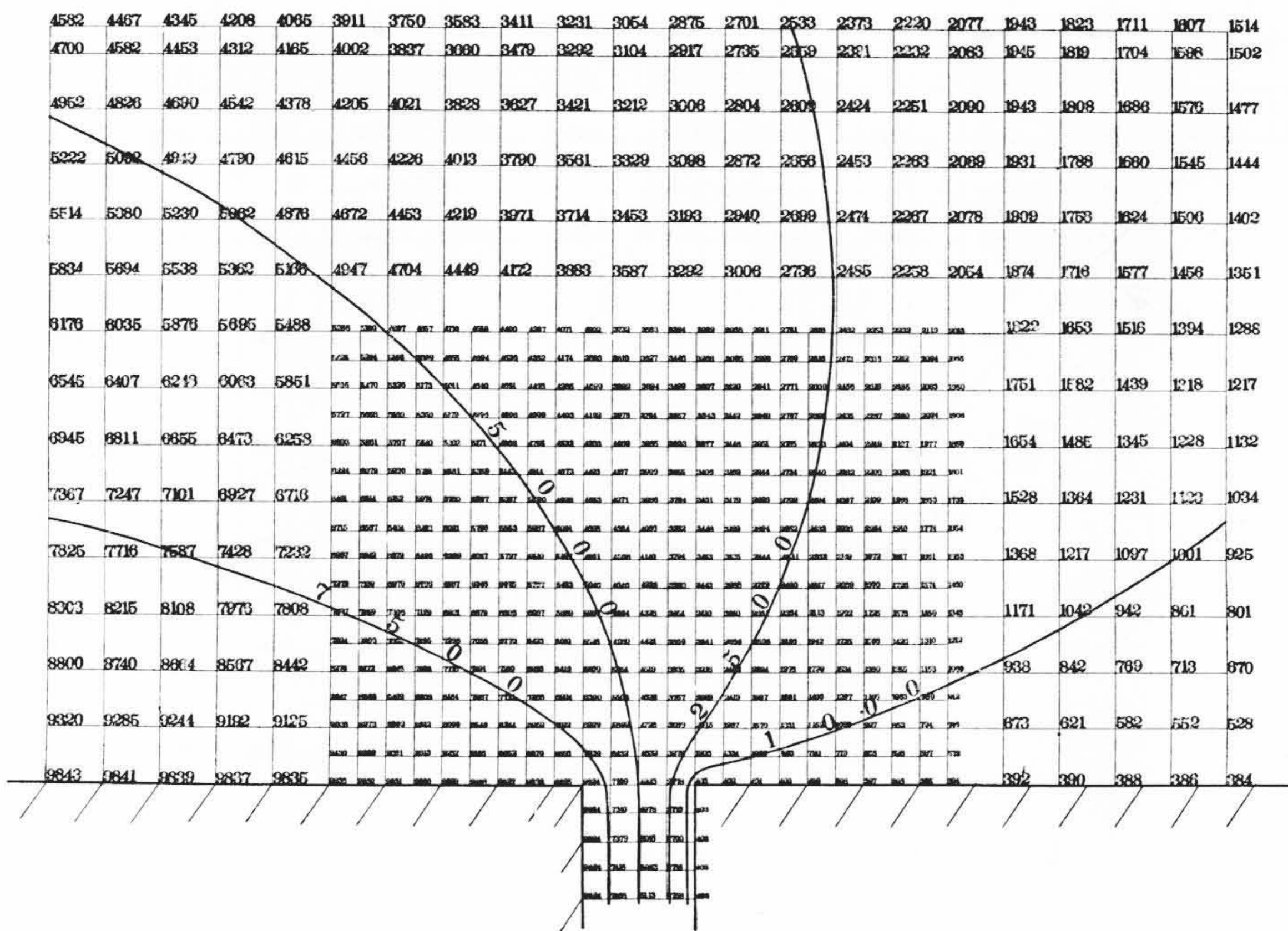


第10図 20cmスピーカ外部スカラーポテンシャル

第2表 各部のパーミアンスの計算(第4図の記号による)

区 分		φ_{0i} 境界値	φ_{1i} $h=0.2$	$\text{grad } \varphi$ $=\frac{\varphi_{01}-\varphi_{12}}{h}$	表面積 $2\pi r \times h$ (cm)	漏えい 磁 束 $\Delta\Phi$	パーミアンス $\Delta P=\frac{\Delta\Phi}{\varphi}$	
磁 石 部 分 (h より0.2cmピッチで m まで)	$h=0.2$	0.0366	0.0398	-0.032	1.822	-0.0583	-1.59	-1.59
	0.2	1,063	991	0.072	1.822	0.1312	1.234	2.785
	0.2	1,751	1,602	0.149	1.822	0.2715	1.55	
	0.2	2,435	2,220	0.215	1.822	0.3917	1.61	
	0.2	3,142	2,854	0.288	1.822	0.5247	1.67	3.23
	0.2	3,860	3,502	0.358	1.822	0.6523	1.69	
	0.2	4,620	4,181	0.439	1.822	0.7999	1.73	3.42
	0.2	5,435	4,890	0.545	1.822	0.9930	1.83	
	0.2	6,240	5,605	0.635	1.822	1.157	1.85	3.68
	0.1	6,887	6,514	0.373	1.822	0.6796	0.987	
	0.1	7,337	6,923	0.414	1.822	0.7543	1.028	3.09
	0.1	7,792	7,332	0.460	1.822	0.8381	1.076	
	0.1	8,153	7,718	0.435	1.822	0.7926	0.972	2.15
	0.1	8,743	8,179	0.564	1.822	1.0276	1.175	
空 げ き 部	$a-b$	中心磁極外側の漏えいパーミアンス					P_{a-b}	7.416
	$b-l$	有効空げきパーミアンス					P_{b-l}	34.86
	$l-m$	中心磁極内部の漏えいパーミアンス					P_{l-m}	19.83
		空げき部パーミアンス合計					P_g	62.11
空げき部を リラクタン スとして計 算すれば		磁石面積 30.9 ϕ で $m-n$ 面と $g-h$ 面に0.005cmの 空げきがあり					$2R_y$	0.001334
		全リラクタン					R_g+2R_y	0.01744
継目のある 場合の空げ き全パーミ アンス		$\frac{1}{R_g+2R_y}$					P_g	57.35

備考: このパーミアンスの値で第3表は計算される。



第11図 20cmスピーカ空けき外部スカラーポテンシャル

第3表(a) 試料 No. ① 磁石の空げき磁束密度 B_g の計算

	区域	磁石の 束 ϕ	磁石の 断面 積 S	磁石の B (Gauss)	磁石の H	区域の 長 さ (cm)	磁位差 $V=$ $H \cdot \Delta h$	漏えい パーミ アンス P_{lm}	漏えい 磁 束 $\Delta \phi$	磁石表 面の磁 位
磁石端面に継ぎ目なき場合	h 点より1	84,420	7.4	11,400	377	0.2	75.4	-1.59	-120	671
	2	84,540	7.4	11,420	373	0.4	149.2 224.6	2.78	626	1,999
	3	83,910	7.4	11,335	393	0.4	157.2 381.8	3.28	1,252	3,398
	4	82,660	7.4	11,167	428	0.4	171.2 553.0	3.42	1,892	4,922
	5	80,770	7.4	10,910	474	0.4	189.6 742.6	3.68	2,734	6,609
	6	78,035	7.4	10,540	520	0.3	156 898.6	3.09	2,778	7,997
	7	75,260	7.4	10,170	550	0.2	110.6 1,009	2.15	2,170	8,982
	8	73,090	7.4	9,870	570	0.2	114.4 1,124	2.88	3,230	10,000
	ϕ_g	69,860	磁界計算より求めた $P_g=6,211$ 実測 $B_g=10,420$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{69,860}{1,124} = 62.18 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 10,400$									
磁石端面上下に0.005cmの継ぎ目ある場合	1	83,420	7.4	11,270	407	0.2	81.4	-1.59	-130	687
	2	83,550	7.4	11,290	403	0.4	161.2 242.6	2.78	676	2,047
	3	82,874	7.4	11,195	422	0.4	168.8 411.4	3.28	1,349	3,472
	4	81,525	7.4	11,010	458	0.4	183.2 594.6	3.42	2,034	5,018
	5	79,491	7.4	10,740	497	0.4	198.8 793.4	3.68	2,921	6,695
	6	76,570	7.4	10,345	538	0.3	161.4 954.8	3.09	2,951	8,057
	7	73,620	7.4	9,945	567	0.2	113.4 1,068.2	2.15	2,293	9,014
	8	71,330	7.4	9,635	584	0.2	116.8 1,185.0	2.88	3,407	10,000
	ϕ_g	67,920	磁界計算より求めた $P_g=57.30$ 実測 $B_g=10,420$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{67,920}{1,185.0} = 57.31 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 10,110$									

第3表(b) 試料 No. ② 磁石の空げき磁束密度 B_g の計算

	区域	磁石の束 ϕ	磁石の断面 積 S	磁石の B (Gauss)	磁石の H	区域の 長 さ (cm)	磁位差 $V=H \cdot \Delta h$	漏えいミ アンス P_{lm}	漏えい 磁 束 $\Delta \phi$	磁石表 面の磁 位
磁石端面に継ぎ目なき場合	h 点より1	82,000	7.07	11,660	390	0.2	78	-1.59	124	713
	2	82,550	7.07	11,680	387	0.4	154.8 232.8	2.78	648	2,130
	3	81,900	7.07	11,590	400	0.4	160.4 393.2	3.28	1,290	3,600
	4	80,610	7.07	11,400	425	0.4	170.0 563.0	3.42	1,930	5,150
	5	78,680	7.07	11,130	450	0.4	181.0 744.0	3.68	2,740	6,807
	6	75,940	7.07	10,740	480	0.3	145.0 889.0	3.09	2,750	8,133
	7	73,190	7.07	10,350	500	0.2	1,008 990	2.15	2,125	9,054
	8	71,070	7.07	10,050	517	0.2	103.4 1,093.5	2.87	3,140	10,000
	ϕ_g	67,930	磁界計算より求めた $P_g=62.11$ 実測 $B_g=10,050$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{67,930}{1,093.5} = 62.12 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \cdot \frac{P_{g1}}{P_g} = 10,110$									
磁石端面上下に0.005 cm の継ぎ目ある場合	1	81,300	7.07	11,500	456	0.2	91.2	-1.59	-145	794.7
	2	81,440	7.07	11,520	410	0.4	164.0 255.2	2.78	711	2,220
	3	80,730	7.07	11,400	423	0.4	169.2 424.4	3.28	1,392	3,700
	4	79,340	7.07	11,220	444	0.4	177.6 602.0	3.42	2,060	5,250
	5	77,280	7.07	10,900	472	0.4	189.0 791.0	3.68	2,910	6,890
	6	74,370	7.07	10,500	496	0.3	149.0 939.6	3.09	2,904	8,190
	7	71,460	7.07	10,110	515	0.2	103.0 1,042.5	2.15	2,240	9,085
	8	69,220	7.07	9,790	525	0.2	105 1,147.6	2.87	3,300	10,000
	ϕ_g	65,920	磁界計算より求めた $P_g=57.09$ 実測 $B_g=10,050$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{65,920}{1,147} = 57.45 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 9,815$									

第3表(c) 試料 No. ③ 磁石の空げき磁束密度 B_g の計算

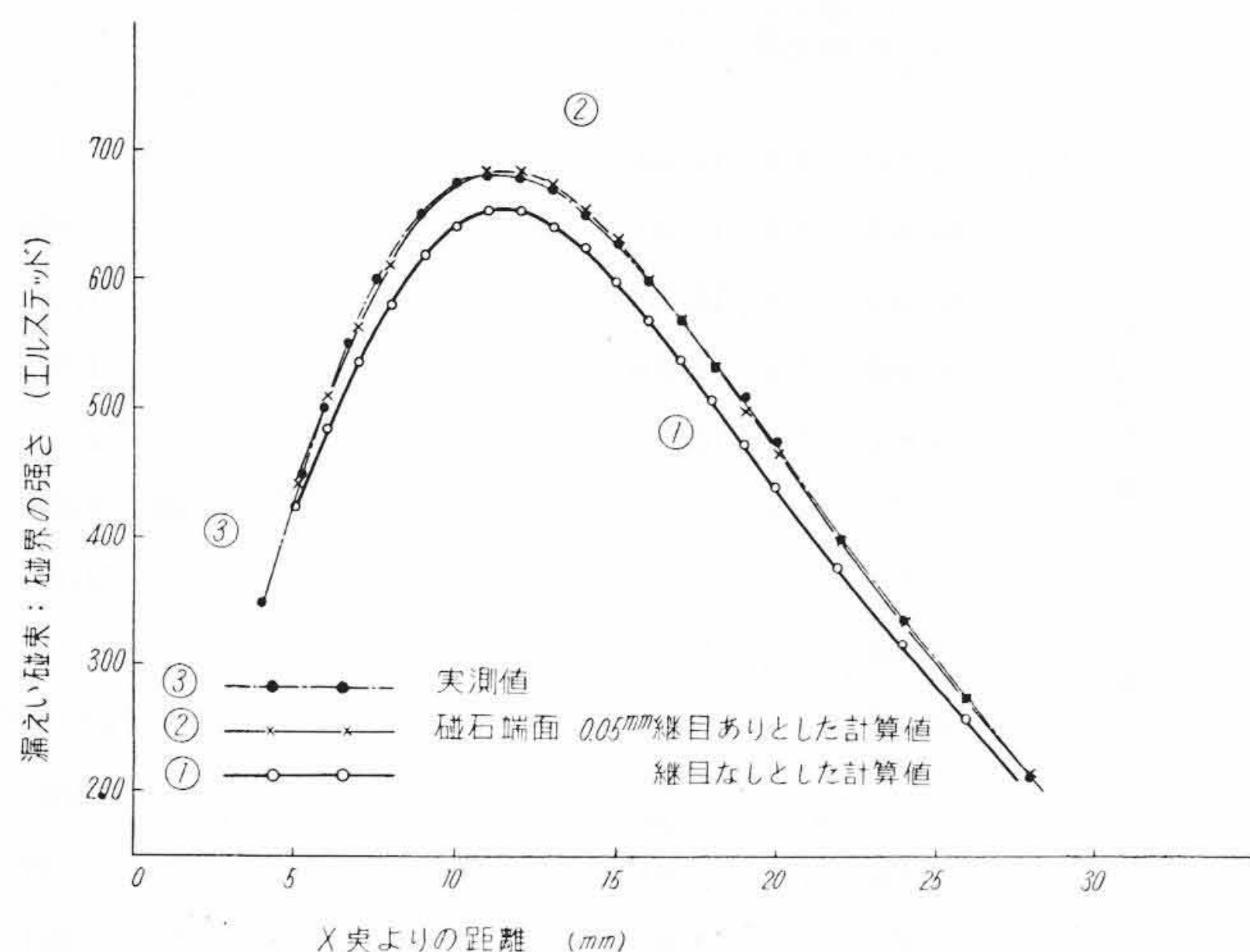
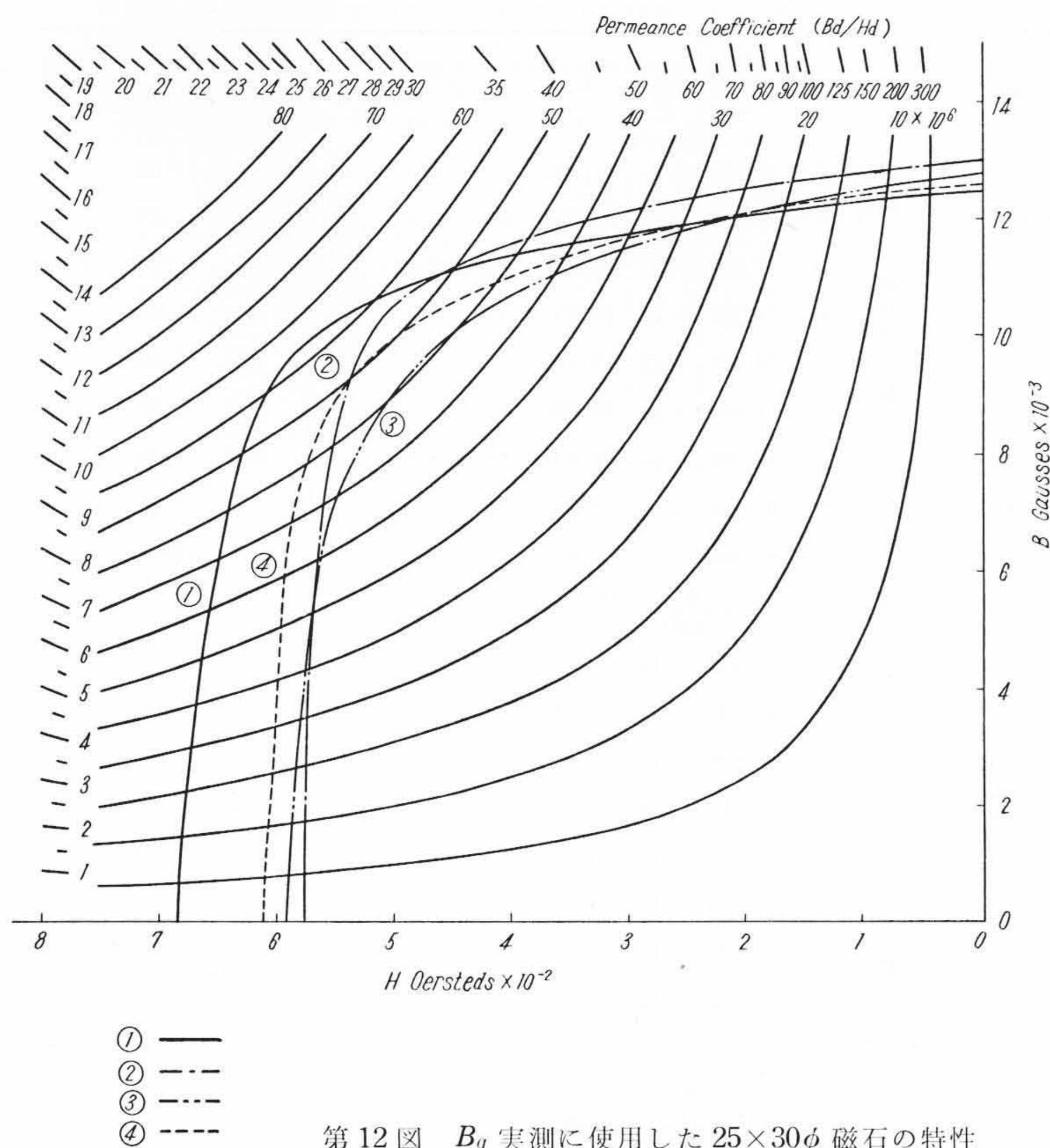
	区域	磁石の 磁 束 ϕ	磁石の 断面積 S	磁石の B (Gauss)	磁石の H	区域の 長 さ (cm)	磁位差 $V=$ $H \cdot \Delta h$	漏えい パーミ アンス P_{lm}	漏えい 磁 束 $\Delta \phi$	磁石表 面の磁 位
磁石端面に継ぎ目なき場合	h 点より 1	78,080	7.16	10,900	376	0.2	75.2	-1.59	-120	729
	2	78,200	7.16	10,910	374	0.4	149.6 224.8	2.78	626	2,180
	3	77,570	7.16	10,830	383	0.4	153.2 378.0	3.28	1,239	3,665
	4	76,330	7.16	10,650	400	0.4	160.4 538.4	3.42	1,842	5,220
	5	74,500	7.16	10,400	424	0.4	169.6 708	3.68	2,600	6,870
	6	71,880	7.16	10,180	440	0.3	132.3 840	3.09	2,597	8,150
	7	69,290	7.16	9,670	470	0.2	94 934	2.15	2,006	9,060
	8	67,280	7.16	9,390	480	0.2	96.6 1,031	2.875	2,964	10,000
	ϕ_g	64,320	磁界より求めた $P_g=62.11$ 実測 $B_g=9,463$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{64,320}{1,031} = 62.4 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 9,576$									
磁石端面上下に 0.005 cm の継ぎ目ある場合	1	76,465	7.16	10,675	399	0.2	79.8	-1.593	-127	735
	2	76,590	7.16	10,690	397	0.4	158.8 238.6	2.785	665	2,196
	3	75,930	7.16	10,600	406	0.4	162.4 401.0	3.28	1,315	3,049
	4	74,610	7.16	10,415	422	0.4	168.8 570.0	3.42	1,949	5,245
	5	72,660	7.16	10,140	443	0.4	177.2 747	3.68	2,750	6,876
	6	69,910	7.16	9,760	466	0.3	139.8 886.8	3.09	2,741	8,163
	7	67,170	7.16	9,377	483	0.2	96.6 983.4	2.15	2,111	9,052
	8	65,060	7.16	8,526	515	0.2	103.0 1,086.4	2.875	3,123	10,000
	ϕ_g	61,940	磁界計算より求めた $P_g=57.15$ 実測 $B_g=9,463$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{61,940}{1,086} = 57.01 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 9,222$									

第3表(d) 試料 No. ④ 磁石の空げき磁束密度 B_g の計算

	区域	磁石の束 ϕ	磁石の断面 積 S	磁石の B (Gauss)	磁石の H	区域の 長 さ (cm)	磁位差 $V=H \cdot \Delta h$	漏えい パーミ アンス P_{lm}	漏えい 磁 束 $\Delta \phi$	磁石表 面の磁 位
磁石端面に継ぎ目なき場合	h 点より1	82,790	7.5	11,040	395	0.2	79	-1.59	-127	720
	2	82,915	7.5	11,060	392	0.4	156.8 235.8	2.78	665	2,150
	3	82,260	7.5	10,970	403	0.4	161.2 397	3.28	1,318	3,616
	4	80,960	7.5	10,800	424	0.4	169.6 566.6	3.42	1,962	5,160
	5	79,020	7.5	10,540	450	0.4	180.0 746.6	3.68	2,781	6,800
	6	76,270	7.5	10,170	480	0.3	144.9 891.5	3.09	2,787	8,120
	7	73,510	7.5	9,800	510	0.2	101.6 993.1	2.15	2,155	9,045
	8	71,380	7.5	9,520	524	0.2	104.8 1,098	2.87	3,189	10,000
	ϕ_g	68,225	磁界計算より求めた $P_g=62.11$ 実測 $B_g=10,090$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{68,220}{1,098} = 62.14 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{P_g} = 10,160$									
磁石端面上下に0.005 cmの継ぎ目ある場合	1	81,440	7.5	10,860	416	0.2	83.2	-1.59	-133	726
	2	81,570	7.5	10,880	414	0.4	165.6 248.8	2.78	693	2,176
	3	80,880	7.5	10,785	425	0.4	170.0 418.8	3.28	1,373	3,654
	4	79,500	7.5	10,600	445	0.4	178 596.8	3.42	2,042	5,208
	5	77,460	7.5	10,330	470	0.4	188.0 748.8	3.68	2,890	6,848
	6	74,575	7.5	9,940	500	0.3	150 934.8	3.09	2,890	8,157
	7	71,690	7.5	9,560	521	0.2	104 1,039	2.15	2,230	9,072
	8	69,455	7.5	9,260	535	0.2	107 1,146	2.87	3,290	10,000
	ϕ_g	66,160	磁界計算より求めた $P_g=57.35$ 実測 $B_g=10,090$							
	$P_g = \frac{\phi_g}{\Sigma Hl} = \frac{66,160}{1,146} = 57.7 \quad B_g = \frac{\phi_g}{S} \times \frac{P_{g1}}{S} = 9,850$									

Y線に沿って測定した値と計算値の比較を示す。継ぎ目なしとした場合値としては4%程度差があるが傾向としては全く一致しているし、値としても0.05継ぎ目ありとした条件では値も一致している。実測値の誤差もこの測定では避けられないのでこの程度の一致が見られればまず全体としてこの理論計算方法で十分に判定できる。

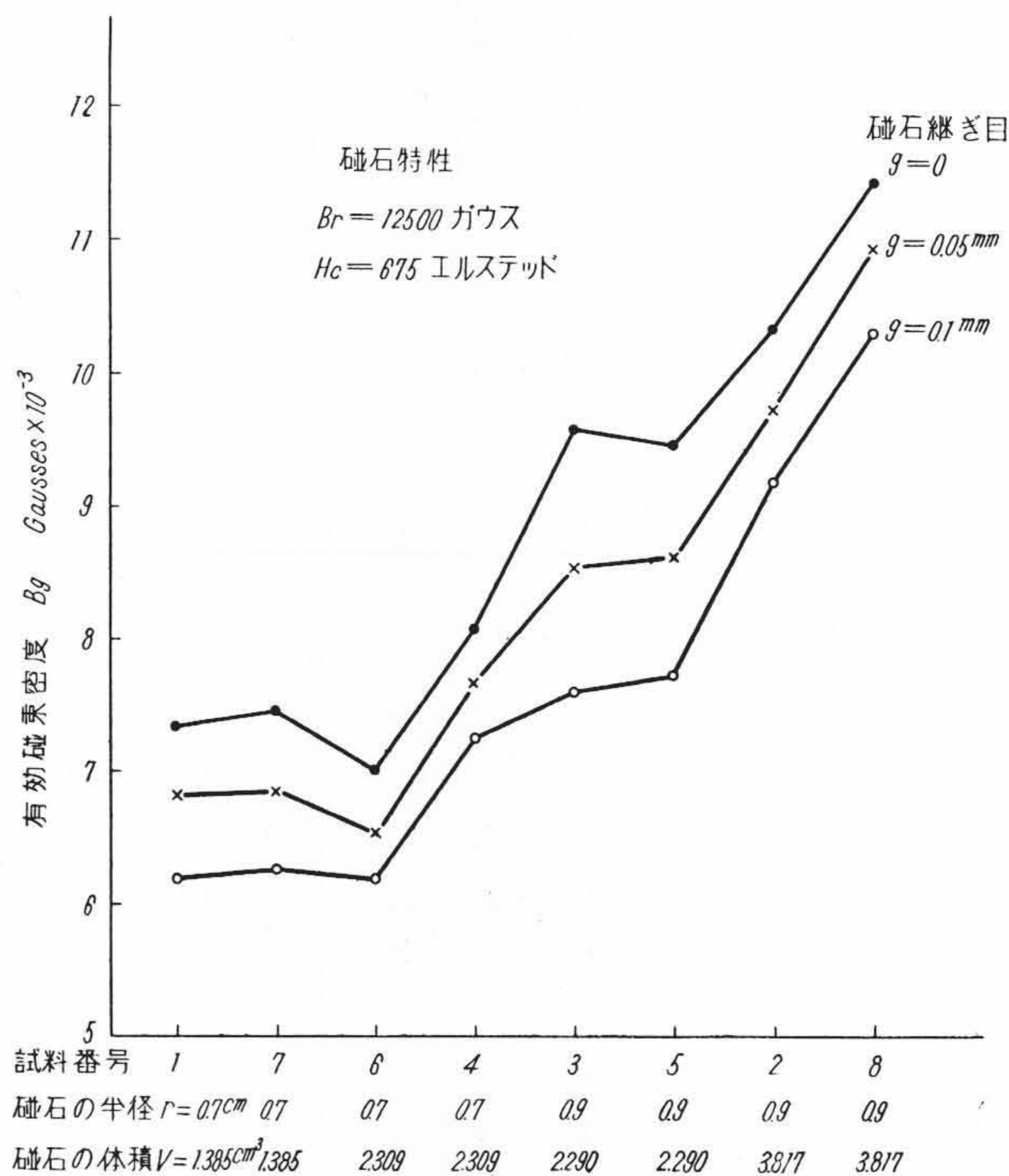
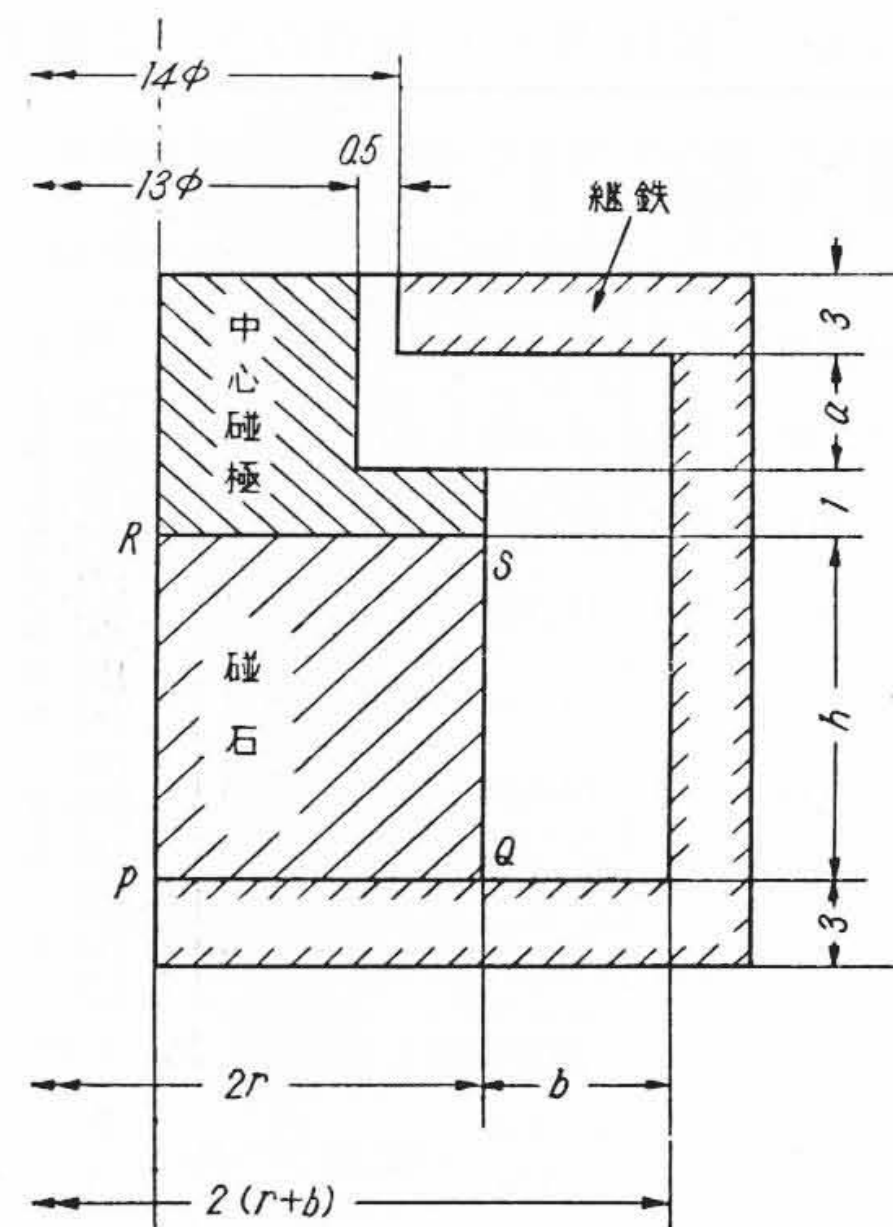
第5表に漏えい係数を示す。本計算に使ったものでは全磁束に対し有効利用率は46.2%程度であることがわかる。この方法により磁石の特性の変化、いかなる特性が必要であるか、安全率はどの程度か、起磁力損失係数、漏えい係数などすべて明確にわかる。



3.2 内磁石形スピーカ形状、寸法と B_g の関係

内磁石形スピーカ磁気回路設計にこの計算法を適用し一例をあげる。第 14 図の実験計画の割付表を利用すれば変数 a, b, h, r の B_g に対する理論式が最も能率よく得られる。

磁石の特性は $Br=12,500$ ガウス, $Hc=675$ エルステッドのものとする。数値計算結果を第 6 表に示す。空げきが 0.5 mm で空げき部継鉄の厚さ、すなわち空げきの深さが 3 mm 程度では利用率は $55 \sim 65\%$ 程度になることがわかる。その B_g を分散分析してみると第 7 表のようになり、磁石の面積が 80% 程度のきき方を示している。 B_g —磁石の体積の関係にして示せば第 15 図となり、これを変数に対する理論式の形になおせば(20)式となる。



$$B_g = 2,050(b-0.45) + 1,225(h-1.2) + 13,700(r-0.8) + 20,160(b-0.45)(a-0.3) + 5,200(h-1.2)(b-0.45) + \bar{x} \dots\dots\dots (20)$$

ただし $\bar{x}=8,830$ ガウス

これにより磁石断面積または体積などに関する B_g を求めることができる。空げき長さ、空げき深さも変数となるようにして 3 水準、27 要因など適当な割付を選定してさらに有効な関係式を求めることができる。

4. 加速 Liebmann 法の収れんについて⁽⁴⁾

2 章(15)式より加速 α , 最大個有値 K^* , 収れん回数 η を検討してみる。(15)式は(21)式として表現できる。

$$\varphi_{jk}^{n+1} = \varphi_{jk}^n + \alpha [\varphi_{j-1,k}^{n+1} + \varphi_{j+1,k}^n + \varphi_{j,k-1}^{n+1} + \varphi_{j,k+1}^n - 4\varphi_{jk}^n] \dots\dots\dots (21)$$

φ_{jk} を真の値とし ε_{jk}^n を反復 n 回目における誤差とする。

第4表 20 cm 内磁石形スピーカ B_g の計算値と実測値の比較
(単位 Gauss)

測定区分 磁石	実測値	磁石端面に空けき0.05mm		判定
		なし	あり	
① Br=12,560 Hc=685	10,420	10,400	10,110	つぎ目に 0.05 mmの空けきなしと判定できる
実測値との差 %		0.19	3.6	
② Br=13,000 Hc=575	10,050	10,110	9,815	つぎ目に 0.05 mmの空けきなしと判定できる
実測値との差 %		0.6	2.4	
③ Br=12,800 Hc=590	9,460	9,576	9,220	つぎ目に 0.05 mmの空けきなしと判定できる
実測値との差 %		1.1	2.7	
④ Br=12,640 Hc=610	10,090	10,160	9,850	つぎ目に 0.05 mmの空けきなしと判定できる
実測値との差 %		0.7	2.4	

第5表 漏えい係数 σ (%)

磁石特性	項目	磁石つぎ目 $g=0$	$g=0.05$ mm
標準値 第7図による	Φ_m	88,280	87,230
	Φ_g	41,000	39,820
	$\sigma = \Phi_g / \Phi_m$ %	46.44	45.65
① 第12図による	Φ_m	84,540	83,550
	Φ_g	39,210	38,120
	σ %	46.38	45.63
② 第12図による	Φ_m	82,920	81,570
	Φ_g	38,300	37,140
	σ %	46.19	45.53
③ 第12図による	Φ_m	82,550	81,430
	Φ_g	38,130	37,090
	σ %	46.19	45.55
④ 第12図による	Φ_m	78,200	76,590
	Φ_g	36,100	34,770
	σ %	46.16	45.40

$$\varepsilon_{jk}^n = \varphi_{jk}^n - \varphi_{jk}$$

$$\varepsilon_{jk}^{n+1} = \varepsilon_{jk}^n + \alpha [\varepsilon_{j-1,k}^{n+1} + \varepsilon_{j+1,k}^n + \varepsilon_{j,k-1}^{n+1} + \varepsilon_{j,k+1}^n - 4\varepsilon_{jk}^n] \quad (22)$$

(22)式は一次変換であり、次のように表わせる。

$$\varepsilon_{jk}^{n+1} = K_{(\alpha)} \varepsilon_{jk}^n$$

これを(22)式に代入して

$$K \varepsilon_{jk} = \varepsilon_{jk} + \alpha [K \varepsilon_{j-1,k} + \varepsilon_{j+1,k} + K \varepsilon_{j,k-1} + \varepsilon_{j,k+1} - 4 \varepsilon_{jk}] \quad (23)$$

網目を正方形として ε_{jk} を次のようにおく。

$$\varepsilon_{jk} = A^{j+k} \sin \frac{\pi r(j+k)}{2N}$$

ただし $j, k: 1, 2, \dots, r \dots N-1$

これを(23)式に代入して

$$(K-1+4\alpha) A^{j+k} \sin \frac{\pi r(j+k)}{2N} = 2\alpha A^{j+k+1} \left[\sin \frac{\pi r(j+k-1)}{2N} + \sin \frac{\pi r(j+k+1)}{2N} \right]$$

$$K-1+4\alpha = 4\alpha A \cos \frac{\pi r}{2N}$$

ただし $A^2 = K$ とする。

$$t = 2 \cos \frac{\pi r}{2N} \quad \text{とおけば}$$

第6表 B_g と利用率 (%)

試料 No.	磁石の動作点				空けきの部		パーミアンス		利用率 $= \frac{\Phi_g}{\Phi_m}$ (%)
	$B_{\max}$ (Gauss)	$B_{\min}$ (Gauss)	S_m (cm ²)	$\Phi_{\max}$ (マックスウェル)	B_g (Gauss)	Φ_g (マックスウェル)	全部分	空けき部分	
1	11,500	9,480	1.539	17,700	7,320	9,320	36.280	23.527	52.7
2	12,070	9,025	2.545	30,720	10,320	13,130	42.011	24.018	42.7
3	9,650	8,210	2.545	24,560	9,600	12,220	40.797	23.848	49.7
4	12,160	10,200	1.539	18,730	8,060	10,260	36.793	24.037	54.8
5	9,550	7,360	2.545	24,310	9,460	12,040	36.120	23.230	49.5
6	12,360	9,690	1.539	19,030	6,990	8,900	40.345	24.071	46.7
7	11,280	9,900	1.539	17,370	7,465	9,495	37.598	23.428	54.7
8	11,770	9,650	2.545	29,950	11,420	14,530	40.791	24.138	48.5

第7表 分散分析表

要目	水準1	水準2	SS	f	WS	FO	判定 $F_{1=18.51(5\%)}^1$ $F_{2=98.49(1\%)}^2$	変動比 (%)
SA	3,530	3,534	2	1	2			
SB	3,409	3,655	7,564	1	7,564		**	4.2
SH	3,385	3,679	10,804	1	10,804		**	6.0
SR	2,984	4,080	150,152	1	150,152		**	83.3
SAXB	3,653	3,411	7,320	1	7,320		**	4.1
SAXH	3,533	3,531	1	1	1			
SBXH	3,626	3,438	4,418	1	4,418		**	2.4
Se			3	2	1.5			
ST			180,261					100

$$A^2 - 2\alpha t A + 4\alpha - 1 = 0 \quad (24)$$

$\alpha = \frac{1}{4}$ のとき加速なし Liebmman 法である。

加速ある場合、すなわち $\alpha > \frac{1}{4}$ のときにつき考える。

$\alpha^2 t^2 - (4\alpha - 1) < 0$ の場合

$$A = \alpha t \pm \sqrt{\alpha^2 t^2 - (4\alpha - 1)}$$

$$|A| = \sqrt{4\alpha - 1} \quad |K| = 4\alpha - 1 \quad |A| \text{ は増加関数}$$

$\alpha^2 t^2 - (4\alpha - 1) > 0$ の場合

$$\frac{dA}{d\alpha} = \frac{At-2}{A-t\alpha}$$

$$At-2 < 0$$

$$A-t\alpha = +\sqrt{\alpha^2 t^2 - (4\alpha - 1)} > 0$$

ゆえに A は α の減少関数である。以上のことから (25) 式の最小根が A を最大にする。

$$\alpha^2 t_{\max}^2 - 4\alpha + 1 = 0 \quad (25)$$

$$t_{\max} = 2 \cos \frac{\pi}{2N} \approx 2 - \frac{\pi^2}{4N^2}$$

$$\alpha = \frac{2 - \sqrt{4 - t_{\max}^2}}{t_{\max}^2} \approx \frac{2 - \pi/N}{4} \quad (26)$$

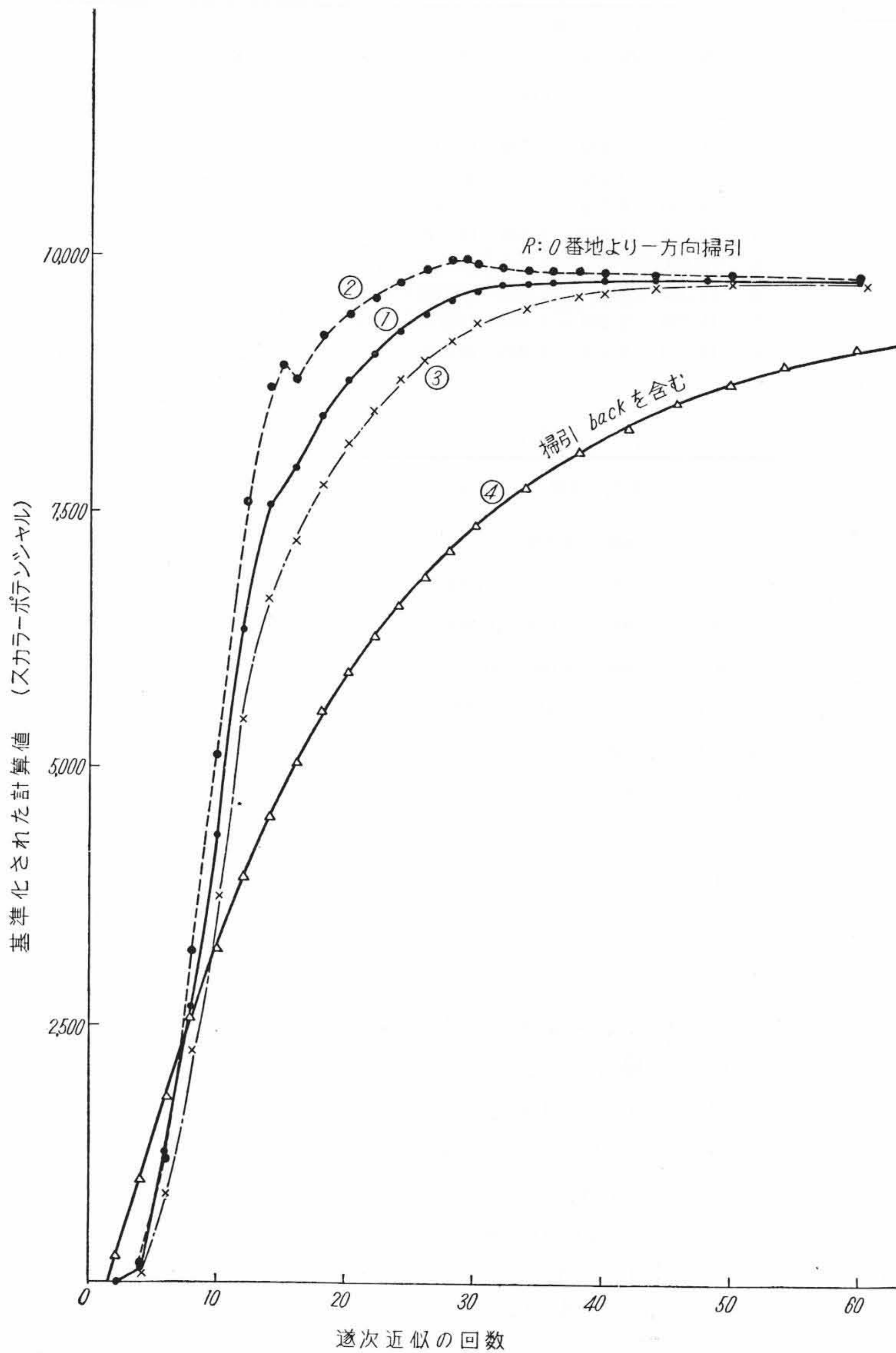
$$K^* = 4\alpha - 1 = 1 - \frac{\pi}{N} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{\nu}{\log_{10} \frac{1}{K^*}} \approx \frac{2.3\nu N}{\pi} \quad (28)$$

ただし η : 収れん回数 ν : 精度のけた数

(26), (27), (28) 式より一例として 30×30 網目の場合を計算すると $\alpha = 0.474$, $K^* = 0.885$, $\eta \doteq 88$ (精度 4 けた) となる。

実際に収れんする状態を 30×26 網目のもので HITAC-301 で計算させてみると第16図となる。境界条件が複雑になると α は若干修正を要し $\alpha = 0.45 \sim 0.458$ 付近が適当な値である。本計算では網目の大きさ 40×40 まで可能でその範囲に形状、寸法が入るようにしてある。軸対称磁気回路ではこの程度の大きさで実用になる計算が可能であり、 26×30 程度では逐次近似の回数 60 回程度、 40×40 で 80 回



第 16 図 加速 Liebmann 法の α の検討

程度で 4 けたの精度がとれている。

5. 結 言

従来磁気回路の解析は簡単な磁路を仮定し、パーミアンスを求め等価電気回路的に概算をするか、漏えい係数、磁位損失係数を既存の形状寸法類似のものから推定して求めていたが本報告で電磁基礎方程式の形のままで取扱う方法の一例としてスピーカ磁気回路を解析してみた。

(1) スピーカ磁気回路はスカラーポテンシャルの問題として取扱えるので空間は境界値を磁気回路の条件に適合するよう逐次修正する Laplace の方程式を解くことにより解析できる。

(2) Laplace 方程式を解くには加速 Liebmann 法を用いた。

$$\begin{aligned} \varphi_{(r,z)}^n = & \frac{1}{4} \left\{ \varphi_{(r-1,z)}^n + \varphi_{(r,z-1)}^n + \varphi_{(r+1,z)}^{n-1} + \varphi_{(r,z+1)}^{n-1} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2R} \left(\varphi_{(r+1,z)}^{n-1} - \varphi_{(r-1,z)}^n \right) \right\} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\varphi^n = \varphi^{n-1} + \alpha (\varphi^{n'} - \varphi^{n-1}) \dots\dots\dots (15)$$

(14), (15) 式において網目の大きさ 30×30 前後では $\alpha = 0.45 \sim 0.46$ 付近で収れんがいちばん早い。

(3) 磁石、鉄心部分の特性読み込みは Laplace の方程式より求められたパーミアンスと階段積分法の結合による。

$$\Delta\phi = -\text{grad } \varphi \times \text{計算すべき微小区域表面積}$$

$$\Delta P_i = \frac{\Delta\phi_i}{\varphi_i} \quad i \text{ 番目区域の漏えいパーミアンス}$$

階段積分法より求めた全磁位差 = 10,000

により鉄心、磁石部分と空間の Laplace 方程式と結合する。

(4) 20 cm 内磁石形スピーカの場合、逐次近似は第 3 次近似で空げき磁束密度 B_g を実験と比較した。4 種類の特性の異なる磁石に対し 1 % 以内の精度で一致した。磁気回路内部の磁界分布も値において 4 % 以内、傾向は完全に一致している。ゆえに理論計算により精度よくスピーカ磁気回路は設計、検討できることがわかる。Laplace の方程式と階段積分法の結合によれば 2,000 語程度の計算機でも実用になる計算ができる。

(5) 数値計算の変数は実験計画法の割付け表を利用すれば最少の組合せで磁石の高さ h 、半径 r 、継鉄と磁石間の空げき b 、中心磁極底面と継鉄間の距離 a 、または空げきの長さ l_g 、空げきの深さ t などに対する関係式を求めることができる。一例として l_g 、 t を一定として a 、 b 、 h 、 r をかえた計算例を示せば内磁形スピーカ空げき磁束密度 B_g に対し次式が得られる。

ただし $Br = 12,500$ 、 $Hc = 675$ の磁石を用いる。

$$\begin{aligned} B_g = & 2,050(b-0.45) + 1,225(h-1.2) + 13,700(r-0.8) \\ & + 20,160(b-0.45)(a-0.3) + 5,200(h-1.2) \\ & (b-0.45) + \bar{x} \end{aligned}$$

これにより磁石体積 $-B_g$ など必要な諸関係、係数を求めることができる。

以上スカラーポテンシャルの問題として Laplace の方程式だけによる場合の計算方法を述べ、実用上この方法が最も一般性のある解法であることを報告した。

終りに検討の機会を与えていただいた横浜工場ラジオ部加藤部長、真利課長、米村主任に厚くお礼申しあげる。計算に関し種々ご便宜をいただいたコンピュータ部高田部長、太田課長に深謝する。

参 考 文 献

- (1) 茂木晃：“磁気回路”基礎電気工学講座 14 共立 (昭 34-7)
- (2) R. K. Tenzer：“漏えい係数計算式” Conf. on Mag. and Magnets (1956)
- (3) 二見二郎：“磁石を含む回転対称磁気回路の磁気特性” 信学誌 (昭 34-12)
- (4) S. P. Frankel：“Convergence Rates of Iterative Treatments of Partial Equations” Mathematical tables and other aids to Computations, IV No. 20, 1950