

極数変換機の分布巻係数および短節巻係数について

Distribution Factor and Short Pitch Factor of Pole-changing Machine

鈴木 登* 高橋 典義**
Noboru Suzuki Noriyoshi Takahashi

内 容 梗 概

揚水発電所用極数変換式発電電動機において、変換時空げき磁束波の中に、所要調波に対して奇数倍調波、偶数倍調波および分数調波成分が含まれる。

これらの調波のうち、偶数倍調波および分数調波は極数変換したために生ずるもので、正規運転時には生じないのが普通である。このような異状調波磁束が存在すると、機器の振動や電圧波形のひずみを大きくする原因となる。本稿は、かかる異状調波電圧が電機子コイルに混入しないための電機子溝数に課すべき条件を、図式的小および数式的に導いたものである。

1. 諸 言

揚水発電所用発電電動機に、極数変換形凸極同期機が用いられる場合がある。

この場合極数変換の方式として、界磁極は凸極形磁極の転極あるいは消極による方式、また電機子コイルは巻線グループの接続変更による方式が採用される。

この方式においては、極数変換時、不整磁束波に含まれている各種調波成分の一つを所要調波成分(基本波)として、電機子コイルで採り出しているから、ほかの残りの調波に対する電機子コイルの巻線係数が零でないときには、誘起電圧に調波成分が含まれる。

本文では磁束波形に分数調波および高調波を含む場合の、分布巻係数と短節巻係数を図式的小および数式的に導き、その結果電機子の毎極毎相の溝数が、整数あるいは任意の分数であることを問わず異状調波の混入しない条件が存在することを明らかにした。

2. 変換比と磁束高調波

いま、

P_1 : 正規運転時における全磁極数

P_2 : 極数変換時における全磁極数

とするとき、 P_1 と P_2 の最大公約数を λ とすれば

$$P_1 = \lambda p_1 \quad P_2 = \lambda p_2$$

したがって、

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\lambda p_2}{\lambda p_1} = \frac{p_2}{p_1} = \gamma \quad \dots\dots(1)$$

この γ を変換比と呼び p_1 と p_2 は互いに素数となる。また

p_1 : 極数変換時、界磁極グループの最小単位を示す磁極数であり、以後 p_1 極を1磁極グループと名付ける。

p_2 : 2磁極グループにまたがる空げき磁束波を基本波と考えたとき、極数変換時に利用する空げき磁束波の所要調波次数を表わす。

p_2 が奇数のとき、空げき磁束波の調波次数(n)は奇数(1, 3, 5, ...)となり、 p_2 が偶数のとき n は偶数(2, 4, 6, ...)となることは明らかである。

したがって、極数変換時に利用する空げき磁束波の所要調波次数を、基本波としてみるときは、 p_2 が奇数のときは、奇数倍調波次数と分数調波次数が存在し、 p_2 が偶数のときは、偶数倍調波次数および分数調波次数のほかに奇数倍調波次数も存在することがわかる。

3. 電機子コイル配分法

変換時の所要調波に対して通常のように、2層6相帯巻きで平衡三相電圧が得られるコイル配列を考える。

毎極毎相の溝数を q とすれば、

$$q = \frac{N_s}{3P_2} = \frac{N}{\beta} \quad N_s: \text{電機子全溝数} \quad N \text{ と } \beta \text{ は互いに素数とする} \quad \dots\dots(2)$$

となる。ここで以下の検討を簡単にするため、電機子コイルの並列回路数を1とし、 β を奇数と偶数に分けて考える。

3.1 β =奇数の場合

平衡巻線を構成しうる最小磁極数は 2β であり、この中に $6N$ 個のコイルが存在し、1 Repeatable groupを形成する。今 N_c を電機子コイル1相あたりの直列コイル数とし、Repeatable groupの数を b とすれば、

$$b = \frac{N_c}{2N} = \frac{P_2}{2\beta} \quad \dots\dots(3)$$

の関係がある。

また1 Repeatable groupのSlot star⁽¹⁾を描けば、1円周内に等間隔に並ぶ $6N$ 個のベクトルとなる。いまスロットに順次1, 2, 3, ...と番号をつけ、その番号をSlot starに書きこむとき、相隣り合う二つのstarの番号差を c とすれば、次式が成立する。

$$c \cdot \frac{2\beta\pi}{6N} - 2k\pi = \frac{2\pi}{6N} \quad (2)$$

ゆえに、

$$c = \frac{6Nk+1}{\beta} \quad \dots\dots(4)$$

ここに k は c を正の整数ならしめる最小の正の整数とする(零を含む)。

Slot star上に並ぶスロット番号の数列は、1, 1+c, 1+2c...となる。ただしこの数列が $6N$ を越すごとに、これから $6N$ を差引いた数がスロット番号となる。スロット番号はまた、コイル番号に対応させて考えることができる。

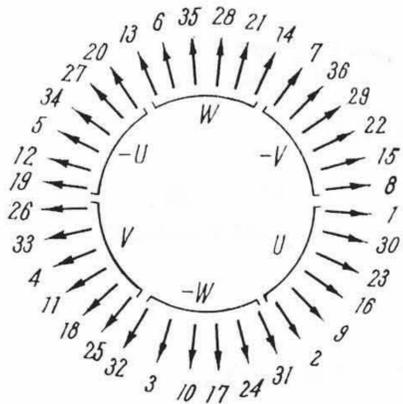
たとえば $q=6/5$ に対しては、 $k=4$, $c=29$ であり、1 Repeatable groupのSlot starおよびUVW相へのコイル配分法は第1図に示すようになり、これを略示図で示せば第2図のようになる。

3.2 β =偶数の場合

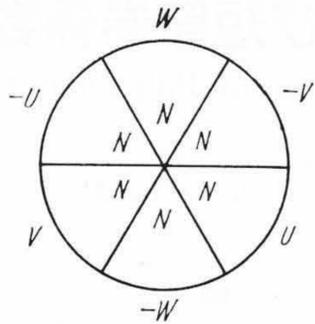
β 極間の $3N$ 個のコイルで1 Repeatable groupが構成され、そのSlot star上で相隣り合う二つのSlot star間の番号差 c' に対して、次式が成立する。

$$b = \frac{N_c}{N} = \frac{P_2}{\beta} \quad \dots\dots(5)$$

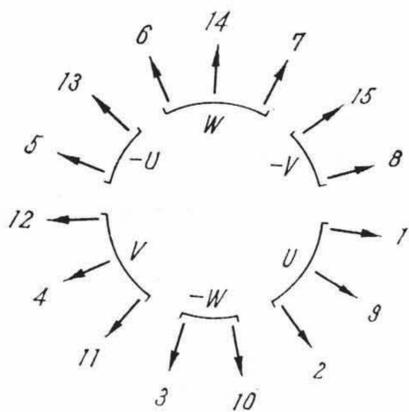
* 日立製作所日立工場
** 日立製作所日立研究所



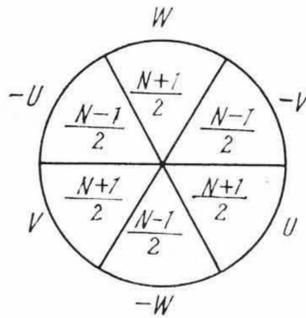
第1図 $q = \frac{6}{5}$ に対する 1 Repeatable group の Slot star



第2図 β が奇数の場合の基準配列に対する 1 Repeatable group 内のコイル配分略示図



第3図 $q = \frac{5}{4}$ に対する 1 Repeatable group の Slot star



第4図 β が偶数の場合の基準配列に対する 1 Repeatable group 内のコイル配分略示図

$$c' \cdot \frac{\beta\pi}{3N} - 2l\pi = \frac{2\pi}{3N} \quad (2)$$

$$c' = 2 \cdot \frac{3Nl+1}{\beta} = 2c'' \quad (6)$$

l は前節と同様に選ぶ。Slot star 上に並ぶコイル番号の数列は、 $1, 1+c', 1+2c' \dots$ となり、この数列の数が $3N$ を越すと、これから $3N$ を差引いた数で置きかえれば良い。たとえば $q=5/4$ に対しては、 $l=1, c''=4, c'=8$ となり、1 Repeatable group の Slot star およびコイル配分法は、第3図に示すようになり、第4図はその略示図である。

4. 分布巻係数の図式解法

4.1 所要調波次数 $n=p_2$ (基本波) の場合

3で述べた理論により、1 Repeatable group の Slot star を描く。このとき相隣り合う star の幾何学的角度 (ω) は次式で示される。

$$\beta = \text{奇数の場合} \quad \omega = \frac{360^\circ}{6N} = \frac{60^\circ}{N} \quad (7-1)$$

$$\beta = \text{偶数の場合} \quad \omega = \frac{360^\circ}{3N} = \frac{120^\circ}{N} \quad (7-2)$$

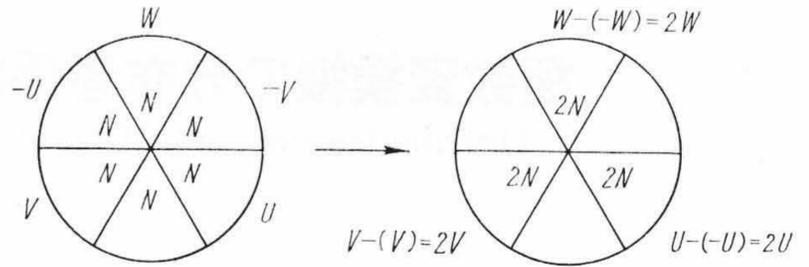
1 スロットあたりの電気角 (α_{p_2}) は $60^\circ/q$ となるゆえ、Slot star 上のベクトルで、スロット番号 (1, 2, 3, ...) は、順次、 β が奇数のとき、幾何学的角度 (ω) の $(60^\circ/q)/(60^\circ/N) = \beta$ 倍ごとに、 β が偶数のとき、同様に幾何学的角度 (ω) の $\beta/2$ 倍ごとに出てくる。

第2図および第4図に示したように、電機子コイルは(+)のU, V, W相と(-)のU, V, W相、すなわち6相帯に巻かれているが、実際には(-)のU, V, W相は逆接続して(+)のU, V, W相帯にそれぞれ相加するように結線して3相巻線としている。

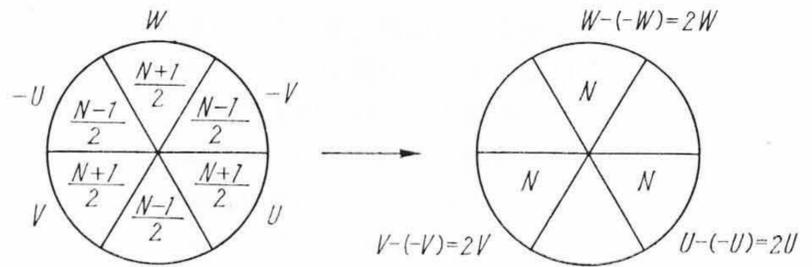
第5, 6図にその略示図を示す。すなわち 1 Repeatable group 内には、

$\beta = \text{奇数の場合}$, 各相 $2N$ 個のベクトル

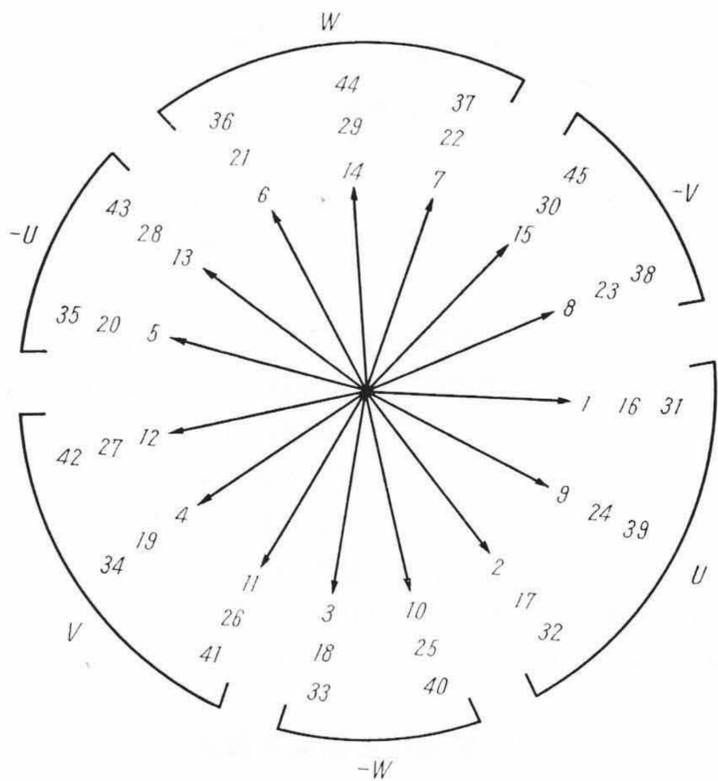
$\beta = \text{偶数の場合}$, 各相 N 個のベクトル



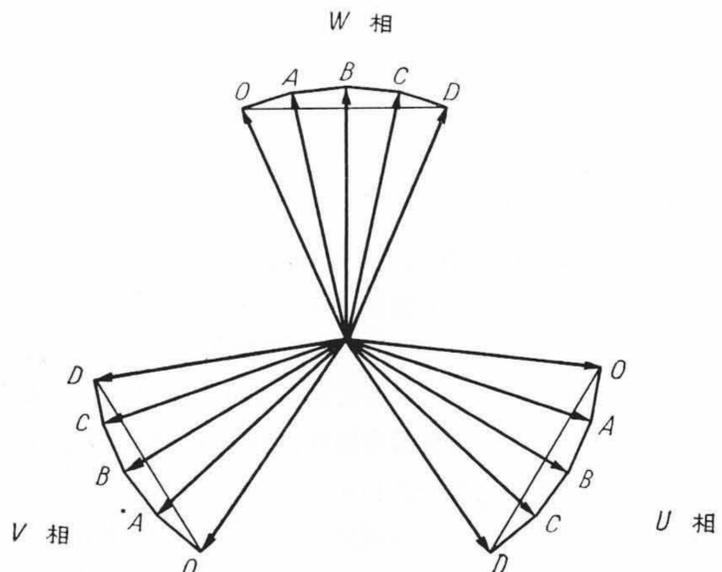
第5図 $\beta = \text{奇数}$ の場合



第6図 $\beta = \text{偶数}$ の場合



第7図 12/16極, $q = \frac{5}{4}$ の場合の 所要調波 p_2 に対する Slot star



第8図 第7図の例を三相巻線ベクトルに置換した図

が存在することになる。

たとえば、12/16極で $q=5/4$ の場合を考えると、その Slot star は、第7図および第8図のようになる。

この場合 $p_2/p_1=3/4, N=5, \beta=4$ なるゆえ $\omega=24^\circ, \beta\omega/2=48^\circ, l=1, c''=4, c'=8$ となる。また $\beta=4$ 極ごとに 1 Repeatable group を形成し、その中には、 $3N=15$ 個のベクトルが含まれる。

第8図のU相に対する分布巻係数 (K_{dn}) は次式で表わされる。

と表わされる。これを整理すれば、

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{E}_1 [1 - \varepsilon^{j\alpha_n 3 Nc}] \cdot \sum_{m=1}^b \varepsilon^{j\alpha_n(m-1)6Nc} \cdot \sum_{i=1}^N \varepsilon^{j\alpha_n(i-1)c} \\ &= \dot{E}_1 \frac{\sin(\alpha_n \cdot 3 Ncb)}{\cos(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc}{2})} \cdot \frac{\sin(\frac{\alpha_n Nc}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n c}{2})} \times \\ &\quad \varepsilon^{j\{3Nb - (N + \frac{1}{2})\} \alpha_n c + \frac{3}{2}\pi} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

一方 Nc 個のコイルに誘起する電圧の算術和 \dot{E}' は

$$\dot{E}' = Nc \dot{E}_1 = 2 Nb \dot{E}_1$$

となるから、求める分布巻係数 (K_{dn}) は、

$$K_{dn} = \left| \frac{\dot{E}}{\dot{E}'} \right| = \left| \frac{\dot{E}_1}{2 Nb \dot{E}_1} \cdot \frac{\sin(\alpha_n \cdot 3 Ncb)}{\cos(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc}{2})} \cdot \frac{\sin(\frac{\alpha_n Nc}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n c}{2})} \times \varepsilon^{j\{3Nb - (N + \frac{1}{2})\} \alpha_n c + \frac{3}{2}\pi} \right|$$

*

$$\therefore K_{dn} = \frac{1}{2 Nb} \cdot \frac{\sin(\alpha_n \cdot 3 Ncb)}{\cos(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc}{2})} \cdot \frac{\sin(\frac{\alpha_n Nc}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n c}{2})} \dots\dots\dots (11)$$

5.2 β が偶数の場合の分布巻係数

この場合も β が奇数の場合と同様の手段で求められる。ただし第4図に示したように各相帯に含まれるコイル数は $\frac{N+1}{2}$ 個のものと、 $\frac{N-1}{2}$ 個のものに分れ、1相のコイル数は N 個となる。

すなわち第1番目の Repeatable group 内にある (+) U相帯の i 番目のコイルの誘起電圧と、第2番目の Repeatable group 内にある (+) U相帯の i 番目のコイルの誘起電圧との位相差は、 $3 Nc \cdot \alpha_n$ である。また一相の直列コイル数 Nc には、 b 個の (+) 相帯および (-) 相帯が存在する。

よって、合成電圧を \dot{E} とすれば、

**

$$\begin{aligned} \dot{E} &= + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(i-1)c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(\frac{N-1}{2})c'} \\ &\quad - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(N + \frac{N+1}{2})c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(N + \frac{N+1}{2} + (i-1))c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(N + \frac{N+1}{2} + \frac{N-3}{2})c'} \\ &\quad + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n \cdot 3 Nc'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(3N+1)c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(3N + \frac{N-1}{2})c'} \\ &\quad - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(3N + N + \frac{N+1}{2})c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(3N + N + \frac{N+1}{2} + (i-1))c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n(3N + N + \frac{N+1}{2} + \frac{N-3}{2})c'} \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N+1]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + (i-1)]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + \frac{N-1}{2}]c'} \\ &\quad - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + N + \frac{N+1}{2}]c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + 1]c'} \dots\dots\dots \\ &\quad \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + (i-1)]c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(m-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + \frac{N-3}{2}]c'} \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N+1]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + (i-1)]c'} \dots\dots\dots + \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + \frac{N-1}{2}]c'} \\ &\quad - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + N + \frac{N+1}{2}]c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + 1]c'} \dots\dots\dots \\ &\quad \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + (i-1)]c'} \dots\dots\dots - \dot{E}_1 \varepsilon^{j\alpha_n[(b-1)3N + N + \frac{N+1}{2} + \frac{N-3}{2}]c'} \end{aligned}$$

† となり、これを整理して、

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{E}_1 \sum_{m=1}^b \varepsilon^{j\alpha_n(m-1)3Nc'} \times \\ &\quad \left(\sum_{i=1}^{\frac{N+1}{2}} \varepsilon^{j\alpha_n(i-1)c'} - \varepsilon^{j\alpha_n \frac{3N+1}{2} c'} \sum_{i=1}^{\frac{N-1}{2}} \varepsilon^{j\alpha_n(i-1)c'} \right) \\ &= \dot{E}_1 \frac{\sin(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'b}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2})} \cdot \frac{1}{\sin(\frac{\alpha_n c'}{2})} \times \\ &\quad \left[\sin^2\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N+1}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N+1}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2}\right) \times \right. \\ &\quad \left. \cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{j\varphi} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\alpha_n c'}{2} \left[3N(b-1) + \frac{N-1}{2} \right] \\ &\quad - \tan^{-1} \left[\frac{\sin(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}) \cdot \sin(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N+1}{2}) - \cos(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}) \sin(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2})} \right] \end{aligned}$$

††

をうる。

一方 Nc 個のコイルに誘起する電圧の算術和 \dot{E}' は、

$$\dot{E}' = Nc \dot{E}_1 = Nb \dot{E}_1$$

となるから求める分布巻係数 (K_{dn}) は、

$$\begin{aligned} K_{dn} &= \left| \frac{\dot{E}}{\dot{E}'} \right| \\ &= \frac{1}{Nb} \frac{\sin(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'b}{2})}{\sin(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2})} \cdot \frac{1}{\sin(\frac{\alpha_n c'}{2})} \times \\ &\quad \left[\sin^2\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N+1}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N+1}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2} \cdot \frac{N-1}{2}\right) \times \right. \\ &\quad \left. \cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となる。

5.3 分布巻係数が零となる条件

(11)式および(13)式は分布巻係数の一般式であるが、この式から所要調波 p_2 に対する分数調波次数 n ($n \neq zp_2 \cdot z =$ 任意の正の整数) に対する分布巻係数を零にするための条件を導き出すことができる。

上記両式を吟味するにあたり次の場合に分けて考える。

- (1) $\beta = \text{奇数}, p_2 = \text{奇数}$ (2) $\beta = \text{奇数}, p_2 = \text{偶数}$
- (3) $\beta = \text{偶数}, p_2 = \text{奇数}$ (4) $\beta = \text{偶数}, p_2 = \text{偶数}$

(1) $\beta = \text{奇数}, p_2 = \text{奇数}$ の場合

この場合、次の各式が適用される。

Slot star 上の番号差 $c = 6Nk + 1/\beta$ (4)

毎極毎相の溝数 $q = N/\beta$ (2)

スロットピッチ $\alpha_n = 60^\circ \frac{n}{qp_2}$ (9)

次数 $n = 1, 3, 5, \dots, p_2, p_2 + 2, \dots$ (奇数)

Repeatable group の数 $b = \frac{N_c}{2N} = \frac{P_2}{2\beta}$ (3)

次に(11)式を次の4項に分解し、各条件のもとでその4項の値を吟味する。

$$\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb) = \sin\left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) \cdot 3Ncb\right] = \sin\left(180^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} nb\right)$$

..... (11-I)

$$\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right) = \cos \frac{1}{2} \left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) 3Nc\right] = \cos\left(90^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} n\right)$$

..... (11-II)

$$\sin\left(\frac{\alpha_n Nc}{2}\right) = \sin \frac{1}{2} \left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) Nc\right] = \sin\left(30^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} n\right)$$

..... (11-III)

$$\sin\left(\frac{\alpha_n c}{2}\right) = \sin \frac{1}{2} \left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) c = \sin\left(30^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} \frac{n}{N}\right)$$

..... (11-IV)

このことから、吟味する条件として次の場合が考えられる。

$\frac{\beta c}{p_2} = \text{整数のとき}$ $\frac{\beta c}{p_2} \neq \text{整数のとき}$	$\left\{ \begin{array}{l} \beta c \text{ と } p_2 \text{ が互いに素でないとき} \\ \beta c \text{ と } p_2 \text{ が互いに素のとき} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} b = tp_2 \\ b \neq tp_2 \end{array} \right.$
		$\left\{ \begin{array}{l} b = tp_2 \\ b \neq tp_2 \end{array} \right.$

$t = \text{正の整数}$

おのおの場合を吟味の結果、所要調波 p_2 に対する分数調波 ($n \neq zp_2$) の分布巻係数が零となる条件は

- (i) βc と p_2 が互いに素
- (ii) $b = tp_2$

を同時に満すことである。このとき所要調波 p_2 およびこれに対する奇数倍調波のみ存在する。なおこの場合 p_2 が奇数なるゆえ、所要調波 p_2 に対する偶数倍調波は、空けき磁束の中には含まれていないので、当然この偶数倍調波は存在しない。

上記条件の証明

$$\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb) = \sin(180^\circ \cdot \beta cnt) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right) = \cos\left(90^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} n\right) \neq 0$$

($\because \beta c$ と p_2 は互いに素, 分数調波ゆえ $n \neq zp_2$)

$$\sin\left(\frac{\alpha_n Nc}{2}\right) = \sin\left(30^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} n\right) \neq 0$$

($\because \beta c$ と p_2 は互いに素, 分数調波ゆえ $n \neq zp_2$)

$$\sin\left(\frac{\alpha_n c}{2}\right) = \sin\left(30^\circ \cdot \frac{\beta c}{p_2} \frac{n}{N}\right) \neq 0$$

($\because \beta c$ と p_2 は互いに素, 分数調波ゆえ $n \neq zp_2$)

すなわち、所要調波 p_2 に対する分数調波の分布巻係数は、分子 $\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb)$ のみが零となりほかの項は有限値となるゆえこの分布巻係数は零となる。

(2) $\beta = \text{奇数}, p_2 = \text{偶数}$ の場合

この場合、(1)と同様の式を用いて吟味すれば良い。

ただし次数 n は次の値をとる。

$$n = 2, 4, 6, \dots, p_2, p_2 + 2, \dots \quad (\text{偶数のみ})$$

あるいは $n' = 1, 2, 3, \dots, p_2', p_2' + 1, \dots$ (正の整数)

$$n = 2n' \quad p_2 = 2p_2'$$

すなわち、(1)で示した式中、 n の代わりに n' を、 p_2 の代わりに p_2' を用い、 n' が奇数と偶数の場合について吟味すれば良くその結果、所要調波 p_2 に対する分数調波 ($n \neq zp_2$) の分布巻係数が零となる条件は、

(i) βc と p_2' が互いに素 すなわち βc と $\frac{p_2}{2}$ が互いに素

(ii) $b = tp_2'$ すなわち $b = t \cdot \frac{p_2}{2}$

を同時に満すことである。このときはまた、所要調波 p_2 に対する偶数倍調波の分布巻係数も零となり、所要調波 p_2 およびこれに対する奇数倍調波のみ存在する(上記証明は(1)と同様にできるゆえ省略)。

(3) $\beta = \text{偶数}, p_2 = \text{奇数}$ の場合

この場合次の各式が適用される。

Slot star 上の番号差 $c' = 2 \cdot \frac{3Nl + 1}{\beta} = 2c''$ (6)

毎極毎相の溝数 $q = \frac{N}{\beta}$ (2)

スロットピッチ $\alpha_n = 60^\circ \frac{n}{qp_2}$ (9)

次数 $n = 1, 3, 5, \dots, p_2, p_2 + 2, \dots$ (奇数)

Repeatable group の数 $b = \frac{N_c}{N} = \frac{P_2}{\beta}$ (5)

次に(13)式を次の4項に分解し各条件のもとでその4項の値を吟味する。なお β が偶数ゆえこれを $\beta = 2\beta'$ として考える。

$$\sin\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc'b}{2}\right) = \sin \frac{1}{2} \left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) 3(q2\beta')2c''b\right]$$

$$= \sin\left(360^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} \cdot nb\right) \quad \dots\dots (13-I)$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc'}{2}\right) = \sin \frac{1}{2} \left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) 3(q2\beta')2c''\right]$$

$$= \sin\left(360^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} n\right) \quad \dots\dots (13-II)$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2}\right) = \sin \frac{1}{2} \left[\left(60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2}\right) \cdot 2c''\right]$$

$$= \sin\left(120^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} \cdot \frac{n}{N}\right) \quad \dots\dots (13-III)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc'}{2}\right) = \cos\left(360^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} \cdot n\right) \quad \dots\dots (13-IV)$$

このことから吟味する条件として次の場合が考えられる。

$\frac{\beta'c''}{p_2} = \text{整数のとき}$ $\frac{\beta'c''}{p_2} \neq \text{整数のとき}$	$\left\{ \begin{array}{l} \beta'c'' \text{ と } p_2 \text{ が互いに素でないとき} \\ \beta'c'' \text{ と } p_2 \text{ が互いに素のとき} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} b = tp_2 \\ b \neq tp_2 \end{array} \right.$
		$\left\{ \begin{array}{l} b = tp_2 \\ b \neq tp_2 \end{array} \right.$

ただし、 $t = \text{正の整数}$

おのおの場合を吟味の結果、所要調波 p_2 に対する分数調波 ($n \neq zp_2$) の分布巻係数が零となる条件は、

- (i) $\beta'c''$ と p_2 が互いに素 すなわち $\beta c'/4$ と p_2 が互いに素
- (ii) $b = tp_2$

を同時に満すことである。このとき所要調波 p_2 およびこれに対する奇数倍調波のみ存在する。なおこの場合 p_2 が奇数なるゆえ、所要調波 p_2 に対する偶数倍調波は空けき磁束の中には含まれていないので、当然この偶数倍調波は存在しない。

上記条件の証明

$$\sin\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'b}{2}\right) = \sin(360^\circ \cdot \beta'c''nt) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}\right) = \sin\left(360^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} n\right) \neq 0$$

(∵ β'c'' と p₂ は互いに素, 分数調波ゆえ n ≠ zp₂)

$$\sin\left(\frac{\alpha_n c'}{2}\right) = \sin\left(120^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} \cdot \frac{n}{N}\right) \neq 0$$

(∵ β'c'' と p₂ は互いに素, 分数調波ゆえ n ≠ zp₂)

$$\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'}{2}\right) = \cos\left(360^\circ \cdot \frac{\beta'c''}{p_2} n\right) \neq 0$$

(∵ β'c'' と p₂ は互いに素, 分数調波ゆえ n ≠ zp₂)

すなわち, 所要調波 p₂ に対する分数調波の分布巻係数は分子 $\sin\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc'b}{2}\right)$ のみが零となり, ほかの項は有限値となるゆえ, この分布巻係数は零となる。

(4) β=偶数, p₂=偶数の場合

この場合(3)と同様の式を用いて吟味すれば良い。

ただし次数 n は, p₂ が偶数ゆえ(2)と同一の値をとる。吟味の結果, 所要調波 p₂ に対する分数調波 (n ≠ zp₂) の分布巻係数が零となる条件は,

(i) β'c'' と p₂' が互いに素 すなわち $\frac{\beta c'}{4}$ と $\frac{p_2}{2}$ が互いに素

(ii) b = tp₂' すなわち $b = t \frac{p_2}{2}$

を同時に満すことである。このときは所要調波 p₂ およびこれに対する奇数倍調波が存在する。またこの場合は(1), (2), (3)と異なり, 偶数倍調波も存在し, これは極数変換機特有の現象であり, 極数および溝数の選定に一考を要すべき事柄である(証明略)。

なお, 上記は電機子コイルの並列回路数が1の場合について述べたが, 任意の並列回路数のときでも同じような考え方で吟味できます。

6. 短節巻係数

コイルピッチが所要調波に対して有効に誘起電圧が採り出され, かつコイルピッチが等しい場合の短節巻係数を考えてみる。

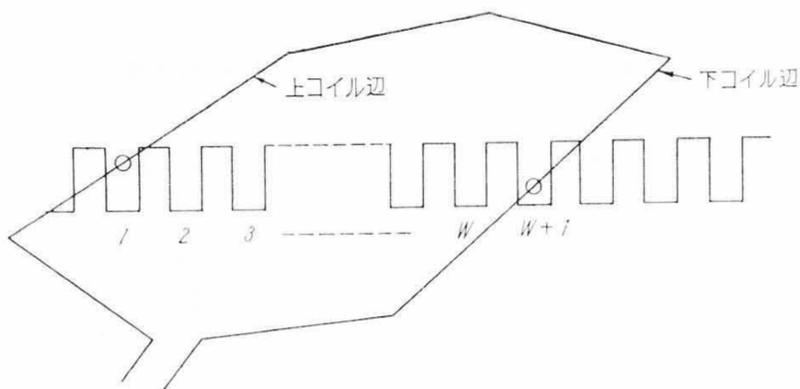
第11図に示すように, コイルピッチが W スロットピッチである1個のコイルを考える。所要調波次数 p₂ に対して1磁極ピッチに含まれるスロットの数は 3q である。

したがって, コイルピッチを所要調波に対する電気角で表わせば,

$$\text{所要調波に対するコイルピッチ} = \frac{W}{3q} \times 180^\circ \dots\dots (14)$$

一般に n 次調波に対しては,

$$n \text{ 次調波に対するコイルピッチ} = \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \times 180^\circ \dots\dots (15)$$



第11図 コイルピッチがWのコイル配置図

となる。したがって第11図に示すコイルの上コイル辺に誘起する電圧を基準にとって, これを \dot{E}_2 とすればこのコイルに誘起する電圧 \dot{E} は

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{E}_2 - \dot{E}_2 \varepsilon^{j \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \times 180^\circ} = E_2 (1 - \varepsilon^{j \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \times 180^\circ}) \\ &= 2 \dot{E}_2 \sin 90^\circ \cdot \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \varepsilon^{j \left(90^\circ \cdot \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} + 270^\circ\right)} \dots (16) \end{aligned}$$

となる。一方フルピッチの時の誘起電圧 \dot{E}' は,

$$\dot{E}' = 2 \dot{E}_2$$

であるから求める短節巻係数 K_{sn} は,

$$\begin{aligned} K_{sn} &= \left| \frac{\dot{E}}{\dot{E}'} \right| \\ &= \left| \frac{1}{2 \dot{E}_2} \cdot 2 \dot{E}_2 \sin \left[90^\circ \cdot \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \varepsilon^{j \left(90^\circ \cdot \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} + 270^\circ\right)} \right] \right| \\ &= \sin \left(90^\circ \cdot \frac{W}{3q} \cdot \frac{n}{p_2} \right) = \sin \left(30^\circ \cdot \frac{Wn}{qp_2} \right) \dots\dots (17) \end{aligned}$$

(17) 式は β および p₂ の奇数, 偶数に関係なく一般的に成り立つ。W を特別に選ばないかぎり, 所要調波 p₂ に対する分数調波の短節巻係数は零とならない。また零となる次数があっても, すべての分数調波に対して零とはならない。

ゆえに, 分数調波に対する巻線係数を零とするためには, 分布巻係数を零にするよう考えねばならない。

7. 結 言

凸極形同期機の極数変換の際に生ずる空けき磁束波の所要調波に対する分数調波が, 発生電圧に混入しないための条件を一般的に導いた。

その結果, 所要調波に対する分数調波電圧の混入を防ぐには, 主として分数調波に対する分布巻係数を零とすれば良く, 短節巻係数だけではいかに考慮をはらっても, 一般的に零とならない。

分数調波に対する分布巻係数を零にする条件は, 極数変換比および電機子溝数の採り方によって異なることを明らかにした。なお極数変換後の1磁極グループの磁極数 (p₂) と毎極毎相の溝数の分母 (β) がともに偶数のときは, 変換時, 所要調波 (p₂) に対する偶数倍調波が存在するゆえ, 極数変換機の計画にあたり特に考慮せねばならない。

極数変換時問題となる異状調波による機器の振動, 電圧波形のひずみ, 加えて機器の計画に本稿が役だてば幸いである。

終りに, 本稿執筆にあたり, 種々有益なご意見をいただいた日立研究所一木博士, 日立工場田附部長, 北野豊氏に感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- (1) M. M. LIWSHITZ: TAIEE. 62, 664~666 (Oct 1943)
- (2) 松山公一: 電学誌 79, 141~150 (昭34-2)

付 録

1. 整数溝巻で整数倍高調波に対する分布巻係数

本稿で述べた(11)および(13)式は整数溝巻を含む分数溝巻で所要調波(基本波)を含む分数調波に対する分布巻係数の一般式である。

この式より従来述べられている整数溝巻で整数倍高調波に対する分布巻係数を導くことができる。

整数溝巻の場合は明らかに, c=1, β=1なるゆえ分布巻係数はβが奇数の場合の(11)式である。すなわち

$$K_{dn} = \frac{1}{2Nb} \cdot \frac{\sin(\alpha_n \cdot 3 Ncb)}{\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3 Nc}{2}\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha_n Nc}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha_n c}{2}\right)}$$

である。また整数倍高調波ゆえ

$$n = zp_2 \quad z = 1, 2, 3, \dots \text{ (正の整数)}$$

$$\text{さらに } N = q\beta = q$$

$$\alpha_n = 60^\circ \cdot \frac{n}{qp_2} = \frac{60^\circ z}{q}$$

これより

$$\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb) = \sin\left\{\left(\frac{60^\circ z}{q}\right) 3qb\right\} = \sin(180^\circ zb)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right) = \cos\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{60^\circ z}{q}\right) 3q\right\} = \cos(90^\circ \cdot z)$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_n Nc}{2}\right) = \sin\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{60^\circ z}{q}\right) q\right\} = \sin(30^\circ \cdot z)$$

$$\sin\left(\frac{\alpha_n c}{2}\right) = \sin\frac{1}{2}\left(\frac{60^\circ z}{q}\right) = \sin\left(\frac{30^\circ \cdot z}{q}\right)$$

(1) $\frac{\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb)}{\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right)}$ の値

上式を変形すると、前述より

$$\frac{\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb)}{\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right)} = \frac{\sin(180^\circ \cdot zb)}{\cos(90^\circ \cdot z)} = \frac{0}{0} \dots \dots \text{不定形}$$

分母、分子とも連続関数ゆえ、この式の値は不定形の極限值として求められ $2b$ となる。

(2) K_{dn} を求めると

$$\begin{aligned} K_{dn} &= \frac{1}{2Nb} \frac{\sin(\alpha_n \cdot 3Ncb)}{\cos\left(\frac{\alpha_n \cdot 3Nc}{2}\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha_n Nc}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha_n c}{2}\right)} \\ &= \frac{1}{2qb} \cdot 2b \frac{\sin(30^\circ \cdot z)}{\sin\left(\frac{30^\circ \cdot z}{q}\right)} = \frac{\sin(30^\circ \cdot z)}{q \sin\left(\frac{30^\circ \cdot z}{q}\right)} \end{aligned}$$

2. 分数溝巻で整数倍高調波に対する分布巻係数

これは、(11)および(13)式より簡単に導くことができる。

(a) $\beta = \text{奇数の場合}$

$$K_{dn} = \frac{1}{N} \frac{\sin(30^\circ \cdot \beta cz)}{\sin\left(30^\circ \cdot \frac{\beta cz}{N}\right)} \dots \dots \dots \text{(付-1)}$$

ただし、 $z = 1, 2, 3, \dots$ (正の整数)

(b) $\beta = \text{偶数の場合}$

$$K_{dn} = \frac{1}{N} \cdot \frac{\cos(60^\circ \cdot \beta' c'' z)}{\cos\left(60^\circ \cdot \frac{\beta' c'' z}{N}\right)} \dots \dots \dots \text{(付-2)}$$

ただし、 $z = 1, 2, 3, \dots$ (正の整数)

~~~~~~~~~ 特 許 の 紹 介 ~~~~~~~~~

訂 正 本誌第43巻第11号32頁、50頁の“最近登録された日立製作所の特許”を“最近登録された日立製作所の実用新案”表中の特許番号を新案番号と訂正いたします。

最近登録された日立製作所の特許

| 特許番号   | 名 称             | 氏 名   | 登録年月日     | 特許番号   | 名 称             | 氏 名  | 登録年月日     |
|--------|-----------------|-------|-----------|--------|-----------------|------|-----------|
| 272140 | ひだ付導波管の精密工作法    | 沢田良嘉  | 36. 2. 28 | 272197 | 車両用腰掛転換装置       | 滝上巖  | 36. 2. 28 |
| 272194 | 分粒集塵装置          | 前川明嗣  | "         | 272161 | 自動鋳型取付装置        | 関谷愛三 | "         |
| 272153 | エレベータ自動着床装置     | 橋本清隆  | "         | 272148 | 金属接着合成樹脂化粧板製造方法 | 関谷上本 | "         |
| 272174 | 自在接手            | 大野長太郎 | "         | 272159 | 質量分析計用磁石装置      | 杉井千秀 | "         |
| 272175 | 指定速度における高抵速切換装置 | 酒井真平  | "         | 272181 | 多数共同加入電話装置      | 松尾千勝 | "         |
|        |                 | 村田師男  | "         |        |                 | 小池武  | "         |
|        |                 | 別府正人  | "         |        |                 | 田島喜平 | "         |
|        |                 | 佐橋一彦  | "         |        |                 | 清宮基一 | "         |
|        |                 | 蜂谷昌彦  | "         |        |                 | 長田弘耕 | "         |