

# 同期機の制動特性

## Damping Characteristics of Synchronous Machines

奥田 健三\*  
Kenzo Okuda

### 内容梗概

電力系統内のアドミタンス負荷により同期機のトルク特性がどのような影響を受けるかについて、二反作用理論を適用して解析を行った。この結果を日立製作所の IBM 7070 を用いて同期並列時につき数値計算を行ない、次の諸点を明らかにすることができた。

- (1) 独立制動巻線付の場合には線路抵抗が無視できる場合は、線路リアクタンスや負荷と無関係に制動トルク係数  $T_d \approx 0$  であるが、線路抵抗の大きい場合には負荷の増加に伴い負制動の傾向がみられる。
- (2) 完全制動巻線付の場合には  $T_d$  は正の値となり、負制動発生のお機会はまれである。線路インピーダンスのうちリアクタンス分と抵抗分とが  $T_d$  に及ぼす影響は同程度で、 $T_d$  を減少させるように作用する。

### 1. 緒言

同期機の制動トルク係数は電氣的振動の発散または減衰の程度を知るうえで不可欠のものであるが、従来研究されたものは1機-無限大系統の簡単な場合に限られている。このような計算条件は同期電動機の場合には一応妥当であるが、同期発電機の場合には送電系統内の並列機器を無視することができず、従来の理論ではその影響が不明であり、現象の説明を十分に行なうことはできない。

そこで、さきに筆者は送電系統内の抵抗負荷が同期機の制動特性に及ぼす影響につき、理論と実験との両面から検討を行なったが<sup>(4)</sup>、本稿ではこれを一般化して二反作用理論、瞬時値対称座標法ならびに Forward and Backward Components など従来から用いられている手法<sup>(5)</sup>により、送電系統内のアドミタンス負荷の影響を論じたものである。系統内のアドミタンス負荷を考慮した同期機の制動特性の解析は従来なされておらず、理論的解析はかなりやっかいであり、結論式も複雑であるが、計数形計算機を使用することにより、従来著しくめんどろであった数値計算を比較的容易に処理することができ、広範な回路条件における検討を行なうことができた。

### 2. 一般式の誘導

二反作用理論では  $d$ ,  $q$ ,  $o$  成分が同期機の回転軸を基準としているため、外部回路が複雑になるとその解析は非常に困難である。本章では回転機に関する式と外部回路網に関する式とを導びき、両者を組合わせて第1図に示すように1台の同期機が送電回路網を通して無限大系統に接続される場合の解析を行なう。その結果に基づき次章において系統内のアドミタンス負荷を考慮する場合の同期機のトルク特性について述べる。

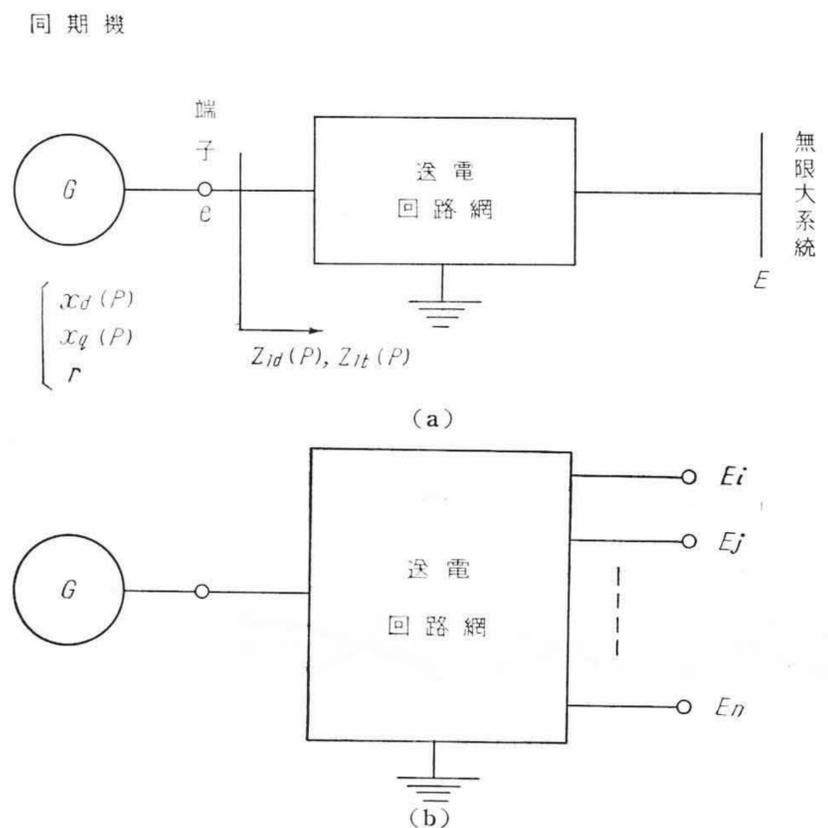
#### 2.1 外部回路網の方程式

同期機の端子に接続される任意の三相平衡せる受動回路網は次式に示すように、瞬時値対称座標法を用いて表わすことができる。なおこの場合零相分は考慮する必要はない。

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{e_1}{Z_{1d}(p)} - \frac{E_1}{Z_{1t}(p)} \\ i_2 &= \frac{e_2}{Z_{1d}(p)} - \frac{E_2}{Z_{1t}(p)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

上式において

- $i$  : 同期機から回路網に流れこむ電流
- $e$  : 同期機端子電圧
- $E$  : 回路網内で指定された点の電圧で、ここでは無限大系統電圧



第1図 系統図

なお(1)式は容易に拡張して、第1図(b)に示すように回路網内の任意の箇所の電圧を指定することが可能である。

$Z_{1d}(p)$  : 同期機端子から眺めた回路網の正(逆)相分駆動点インピーダンス

$Z_{1t}(p)$  : 同期機端子と電圧  $E$  を指定した点との間の回路網の正(逆)相分伝達インピーダンス

添字 1, 2 はそれぞれ正逆相分に関する量を示す。なおインピーダンスは演算子  $p = d/dt$  を用いて表示する。

三相量 ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  相の量) と瞬時値対称座標量との関係は次式で示される。(2)式は電圧について示してあるが、電流に関しても同様の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} e_a &= e_1 + e_2 \\ e_b &= a^2 e_1 + a e_2 \\ e_c &= a e_1 + a^2 e_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに添字  $a$ ,  $b$ ,  $c$  はそれぞれ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  相を示す。

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

また(1)式を数値計算に便利な形に改めると

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= Z_{1d}(p) i_1 + A_1(p) E_1 \\ e_2 &= Z_{1d}(p) i_2 + A_1(p) E_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

\* 日立製作所日立研究所

ここに

$$A_1(p) = Z_{1a}(p) / Z_{1t}(p)$$

もし回路網が集中定数で表わされるならば、駆動点ならびに伝達アドミタンスは  $p$  に関する有理分数で表わされ、その分母は相等的しい。すなわち

$$\left. \begin{aligned} 1/Z_{1a}(p) &= b(p)/a(p) \\ 1/Z_{1t}(p) &= c(p)/a(p) \\ A_1(p) &= c(p)/b(p) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $a(p)$ ,  $b(p)$ ,  $c(p)$  などは  $p$  に関する多項式で、(4)式を(3)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{a(p)}{b(p)} i_1 + \frac{c(p)}{b(p)} E_1 \\ e_2 &= \frac{a(p)}{b(p)} i_2 + \frac{c(p)}{b(p)} E_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

がえられる。

2.2 同期機の方程式

同期機内部の方程式を三相量で表わすと

$$\left. \begin{aligned} e_a - p\psi_a + r i_a &= 0 \\ e_b - p\psi_b + r i_b &= 0 \\ e_c - p\psi_c + r i_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

で表わされる。

ここに  $\psi$ : 磁束鎖交数

$r$ : 電機子回路の抵抗

上式に(2)式の対称座標法の関係を代入すると

$$\left. \begin{aligned} e_1 - p\psi_1 + r i_1 &= 0 \\ e_2 - p\psi_2 + r i_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

すなわち対称座標法による関係式(7)式と三相量で表わした(6)式とは同じ形になる。

次に対称座標を  $d, q$  座標に変換する方法について述べる。通常この変換に当ってはまず第1段階として、 $f, b$  座標に変換し、第2段階においてこれを  $d, q$  座標に変換する。

$f, b$  座標と  $d, q$  座標との関係式は

$$\left. \begin{aligned} i_f &= \frac{1}{2}(i_d + j i_q) \\ i_b &= \frac{1}{2}(i_d - j i_q) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

または

$$\left. \begin{aligned} i_d &= i_f + i_b \\ i_q &= -j(i_f - i_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

他方三相量と  $d, q$  座標間の関係は周知のとおり<sup>(5)</sup>

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_d \cos \theta - i_q \sin \theta \\ i_b &= i_d \cos(\theta - 120^\circ) - i_q \sin(\theta - 120^\circ) \\ i_c &= i_d \cos(\theta + 120^\circ) - i_q \sin(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

であり上式に(9)式を代入すると

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_f \varepsilon^{j\theta} + i_b \varepsilon^{-j\theta} \\ i_b &= a^2 i_f \varepsilon^{j\theta} + a i_b \varepsilon^{-j\theta} \\ i_c &= a i_f \varepsilon^{j\theta} + a^2 i_b \varepsilon^{-j\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

上式と対称座標の(2)式とを比較すると

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_f \varepsilon^{j\theta} \\ i_2 &= i_b \varepsilon^{-j\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

なる関係が成立し、正逆相成分と  $f, b$  成分とはかなり似た性質のあることがうかがわれる。ただし両者の相違は正逆相成分は静止軸にとっているのに対し  $f, b$  成分では、回転軸を基準としている点にある。

(7)式に(12)式を代入すると

$$\left. \begin{aligned} e_f \varepsilon^{j\theta} - p\psi_f \varepsilon^{j\theta} + r i_f \varepsilon^{j\theta} &= 0 \\ e_b \varepsilon^{-j\theta} - p\psi_b \varepsilon^{-j\theta} + r i_b \varepsilon^{-j\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

上式において

$$\begin{aligned} p\psi_f \varepsilon^{j\theta} &= \varepsilon^{j\theta}(p\psi_f) + \psi_f(p \varepsilon^{j\theta}) \\ &= \varepsilon^{j\theta}(p\psi_f) + \varepsilon^{j\theta} j(p\theta)\psi_f \\ &= \varepsilon^{j\theta}\{p + jp\theta\}\psi_f \end{aligned}$$

なる関係(推移定理)を用い書き改めると

$$\left. \begin{aligned} e_f - p\psi_f + r i_f - \psi_f(jp\theta) &= 0 \\ e_b - p\psi_b + r i_b + \psi_b(jp\theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となり、 $f, b$  成分で表わした同期機の方程式が得られる。これを  $d, q$  成分に変換するには上式に(8)式を代入すればよい。すなわち

$$\left. \begin{aligned} e_d - p\psi_d + r i_d + \psi_q(p\theta) &= 0 \\ e_q - p\psi_q + r i_q - \psi_d(p\theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となる。

2.3 同期機と外部回路網との組合せ

対称座標法で表わした同期機の(7)式と回路網の(5)式とを組合わせ  $f, b$  成分で表わすと

$$\left. \begin{aligned} c(p + jp\theta)E_f - b(p + jp\theta)\{(p + jp\theta)\psi_f - r i_f\} + a(p + jp\theta)i_f &= 0 \\ c(p - jp\theta)E_b - b(p - jp\theta)\{(p - jp\theta)\psi_b - r i_b\} + a(p - jp\theta)i_b &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

上式において、角速度  $p\theta$  は同期運転時には一定であるが、過渡状態においては一般に変化するから演算には細心の注意が必要である。

次に同期機と回路網とを組合わせた(16)式に(8)式を代入して  $d, q$  座標に変換すると

$$\begin{aligned} c(p + jp\theta)(E_d + jE_q) - b(p + jp\theta)[p\psi_d - \psi_q(p\theta) \\ + j\{p\psi_q + \psi_d(p\theta)\} - r(i_d + j i_q)] + a(p + jp\theta)(i_d + j i_q) \\ = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

なお(16)式の第2式は第1式と共役であるから演算する必要はない。(17)式に(15)式を代入すると

$$\begin{aligned} c(p + jp\theta)(E_d + jE_q) - b(p + jp\theta)(e_d + j e_q) + a(p + jp\theta)(i_d + j i_q) \\ = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (18)$$

上式において

$$a(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots\dots\dots (19)$$

ここに  $a_0, a_1, a_2$  は実係数であって、 $b(p), c(p)$  も  $a(p)$  に準ずる。3章で扱う回路条件では  $p$  の二次の項までとればよく、これを実数部と虚数部とに分離すると

$$\begin{aligned} c_a E_d - b_a e_d + a_a i_d + p(c_1 E_d - b_1 e_d + a_1 i_d) - (p\theta)(c_1 E_q \\ - b_1 e_q + a_1 i_q) + \{p^2 - (p\theta)^2\}(c_2 E_d - b_2 e_d + a_2 i_d) \\ - \{2(p\theta)p + (p^2\theta)\}(c_2 E_q - b_2 e_q + a_2 i_q) = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} c_a E_q - b_a e_q + a_a i_q + p(c_1 E_q - b_1 e_q + a_1 i_q) + p\theta(c_1 E_d \\ - b_1 e_d + a_1 i_d) + \{p^2 - (p\theta)^2\}(c_2 E_q - b_2 e_q + a_2 i_q) \\ + \{2(p\theta)p + (p^2\theta)\}(c_2 E_d - b_2 e_d + a_2 i_d) = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (21)$$

次に(20)式および(21)式に対する微少変化分を求めるとまず(20)式から

$$\begin{aligned} (c_a \Delta E_d - b_a \Delta e_d + a_a \Delta i_d) + p(c_1 \Delta E_d - b_1 \Delta e_d + a_1 \Delta i_d) \\ - \omega_0(c_1 \Delta E_q - b_1 \Delta e_q + a_1 \Delta i_q) - (c_1 E_{q0} - b_1 e_{q0} + a_1 i_{q0}) p \Delta \theta \\ + (p^2 - \omega_0^2)(c_2 \Delta E_d - b_2 \Delta e_d + a_2 \Delta i_d) - 2\omega_0(c_2 E_{d0} - b_2 e_{d0} \\ + a_2 i_{d0}) p \Delta \theta - 2\omega_0 p(c_2 \Delta E_q - b_2 \Delta e_q + a_2 \Delta i_q) \\ - (c_2 E_{q0} - b_2 e_{q0} + a_2 i_{q0}) p^2 \Delta \theta = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \{c_a + p c_1 + (p^2 - \omega_0^2) c_2\} \Delta E_d - \omega_0 \{c_1 + 2c_2 p\} \Delta E_q \\ - \{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_0^2) b_2\} \Delta e_d + \omega_0 \{b_1 + 2b_2 p\} \Delta e_q \\ + \{a_a + a_1 p + (p^2 - \omega_0^2) a_2\} \Delta i_d - \omega_0 \{a_1 + 2a_2 p\} \Delta i_q \\ - [\{c_1 E_{q0} - b_1 e_{q0} + a_1 i_{q0}\} + 2\omega_0(c_2 E_{d0} - b_2 e_{d0} + a_2 i_{d0})] p \\ + (c_2 E_{q0} - b_2 e_{q0} + a_2 i_{q0}) p^2 \Delta \theta = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (22)$$

同様に (21) 式から

$$\begin{aligned} & (c_a \Delta E_q - b_a \Delta e_q + a_a \Delta i_q) + p(c_1 \Delta E_q - b_1 \Delta e_q + a_1 \Delta i_q) \\ & + \omega_o(c_1 \Delta E_d - b_1 \Delta e_d + a_1 \Delta i_d) + (c_1 E_{do} - b_1 e_{do} + a_1 i_{do}) p \Delta \theta \\ & + (p^2 - \omega_o^2)(c_2 \Delta E_q - b_2 \Delta e_q + a_2 \Delta i_q) - 2\omega_o(c_2 E_{qo} - b_2 e_{qo} \\ & + a_2 i_{qo}) p \Delta \theta + 2\omega_o p(c_2 \Delta E_d - b_2 \Delta e_d + a_2 \Delta i_d) + (c_2 E_{do} \\ & - b_2 e_{do} + a_2 i_{do}) p^2 \Delta \theta = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega_o \{c_1 + 2c_2 p\} \Delta E_d + \{c_a + c_1 p + (p^2 - \omega_o^2)c_2\} \Delta E_q \\ - \omega_o \{b_1 + 2b_2 p\} \Delta e_d - \{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} \Delta e_q \\ + \omega_o \{a_1 + 2a_2 p\} \Delta i_d + \{a_a + a_1 p + (p^2 - \omega_o^2)a_2\} \Delta i_q \\ + [\{c_1 E_{do} - b_1 e_{do} + a_1 i_{do}\} - 2\omega_o(c_2 E_{qo} - b_2 e_{qo} + a_2 i_{qo})] p \\ + (c_2 E_{do} - b_2 e_{do} + a_2 i_{do}) p^2 \Delta \theta = 0 \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

他方微少変化する際の同期機の式は (15) 式から

$$\begin{aligned} \Delta e_d &= p \Delta \phi_d - r \Delta i_d - \omega_o \Delta \phi_q - \phi_{qo} p \Delta \theta \\ &= p G(p) \Delta e_{fd} - p x_d(p) \Delta i_d - r \Delta i_d + \omega_o x_q(p) \Delta i_q + x_q i_{qo} p \Delta \theta \\ &= p G(p) \Delta e_{fd} - \{p x_d(p) + r\} \Delta i_d + \omega_o x_q(p) \Delta i_q + x_q i_{qo} p \Delta \theta \\ &\dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta e_q &= p \Delta \phi_q - r \Delta i_q + \omega_o \Delta \phi_d + \phi_{do} p \Delta \theta \\ &= -p x_q(p) \Delta i_q - r \Delta i_q + \omega_o \{G(p) \Delta e_{fd} - x_d(p) \Delta i_d\} \\ &+ \{G(p) e_{fd} - x_d i_{do}\} p \Delta \theta \\ &= -\{p x_q(p) + r\} \Delta i_q + \omega_o G(p) \Delta e_{fd} - \omega_o x_d(p) \Delta i_d \\ &+ \{G(p) e_{fd} - x_d i_{do}\} p \Delta \theta \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

(24), (25) 式を (22), (23) 式に代入すれば,  $\Delta E_d, \Delta E_q, \Delta i_d, \Delta i_q$  および  $\Delta \theta$  を未知数とする 2 つの方程式が得られる。いま  $E$  を無限大系統電圧と  $i, \delta$  を同期機の直軸が無限大系統の  $a$  相軸に対して進む角とすれば

$$\begin{cases} E_d = E \sin \delta \\ E_q = E \cos \delta \end{cases} \dots\dots\dots (26)$$

したがってその微少変化分は

$$\begin{cases} \Delta E_d = E \cos \delta_o \cdot \Delta \delta \\ \Delta E_q = -E \sin \delta_o \cdot \Delta \delta \end{cases} \dots\dots\dots (27)$$

となる。なお上式において

$$\Delta \theta = \Delta \delta \dots\dots\dots (28)$$

とおくことができるので, 結局  $\Delta i_d, \Delta i_q$  および  $\Delta \delta$  を未知数とする 2 つの方程式が得られることになる。すなわち (22) 式から

$$\begin{aligned} & [\{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} \{p x_d(p) + r\} - \omega_o^2(b_1 + 2b_2 p) x_d(p) \\ & + \{a_a + a_1 p + (p^2 - \omega_o^2)a_2\}] \Delta i_d \\ & - [\{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} x_q(p) + (b_1 + 2b_2 p) \{p x_q(p) + r\} \\ & + (a_1 + 2a_2 p)] \omega_o \Delta i_q \\ & = [-\{c_a - \omega_o^2 c_2\} E \cos \delta_o - \omega_o c_1 E \sin \delta_o \\ & + \{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} x_q i_{qo} p \\ & - \omega_o(b_1 + 2b_2 p) \{E_{fd} - x_d i_{do}\} p \\ & + (-b_1 e_{qo} + a_1 i_{qo}) p + 2\omega_o(-b_2 e_{do} + a_2 i_{do}) p \\ & + (-b_2 e_{qo} + a_2 i_{qo}) p^2] \Delta \delta \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ただし上式を導くにあたり, 同期機の界磁電圧は一定  $\Delta e_{fd} = 0$  とし, かつ

$$\begin{cases} E_{do} = E \sin \delta_o \\ E_{qo} = E \cos \delta_o \end{cases} \dots\dots\dots (30)$$

なる関係を用いて整理してある。

同様に (23) 式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} & [\{b_1 + 2b_2 p\} \{p x_d(p) + r\} + \{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} x_d(p) \\ & + (a_1 + 2a_2 p)] \omega_o \Delta i_d + [-\omega_o^2(b_1 + 2b_2 p) x_q(p) + \{b_a + b_1 p \\ & + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} \{p x_q(p) + r\} + \{a_a + a_1 p + (p^2 - \omega_o^2)a_2\}] \Delta i_q \\ & = [-\omega_o c_1 E \cos \delta_o + (c_a - \omega_o^2 c_2) E \sin \delta_o + \omega_o(b_1 + 2b_2 p) x_q i_{qo} p \\ & + \{b_a + b_1 p + (p^2 - \omega_o^2)b_2\} \{E_{fd} - x_d i_{do}\} p \\ & - (-b_1 e_{do} + a_1 i_{do}) p + 2\omega_o(-b_2 e_{qo} + a_2 i_{qo}) p \\ & - (-b_2 e_{do} + a_2 i_{do}) p^2] \Delta \delta \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

すなわち, (29) 式と (31) 式とを  $\Delta i_d, \Delta i_q$  について解けば, それらは  $\Delta \delta$  の関数として求められる。そこで得られた解を

$$\begin{cases} \Delta i_d = K_d \cdot \Delta \delta \\ \Delta i_q = K_q \cdot \Delta \delta \end{cases} \dots\dots\dots (32)$$

とおく。

### 2.4 トルク係数

次に同期機のトルクを  $d, q$  成分を用いて表わすと, 周知のとおり<sup>(5)</sup> 次式のようになる。

$$T = i_q \phi_d - i_d \phi_q \dots\dots\dots (33)$$

微少変化分について求めると ( $\Delta e_{fd} = 0$  とする)

$$\begin{aligned} \Delta T &= \phi_{do} \Delta i_q + i_{qo} \Delta \phi_d - \phi_{qo} \Delta i_d - i_{do} \Delta \phi_q \\ &= \{G(p) e_{fd} - x_d i_{do}\} \Delta i_q + i_{qo} \{-x_d(p) \Delta i_d\} + x_q i_{qo} \Delta i_d \\ &+ i_{do} x_q(p) \Delta i_q \\ &= \{x_q - x_d(p)\} i_{qo} \Delta i_d + \{x_q(p) - x_d\} i_{do} \Delta i_q + G(p) e_{fd} \Delta i_q \\ &\dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

上式に (32) 式を代入してトルク係数を求めると

$$\begin{aligned} T_e(p) &= T_s + p T_d \\ &= \{x_q - x_d(p)\} i_{qo} K_d + \{x_q(p) - x_d\} i_{do} K_q + E_{fd} K_q \dots (35) \end{aligned}$$

上式において,

$T_s$ : 同期化トルク係数

$T_d$ : 制動トルク係数

$E_{fd}$ : 界磁電圧の定常値 (電機子側に換算)

持続的な正弦波振動を行ない, 振動周波数が  $s$  であるときは  $p = js$  となり (35) 式は

$$\begin{aligned} T_e(js) &= \frac{\Delta T}{\Delta \delta} = T_s + js T_d \\ &= \{x_q - x_d(js)\} i_{qo} K_d + \{x_q(js) - x_d\} i_{do} K_q + E_{fd} K_q \\ &\dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

で表わされる。

(36) 式が同期機の同期化トルクおよび制動トルク係数を決定する式で, 本章の結論式である。次章においてはここに提示された一般式を用いて, 代表的なアドミッタンス負荷に対する計算を進める。

## 3. IBM 7070 による数値計算

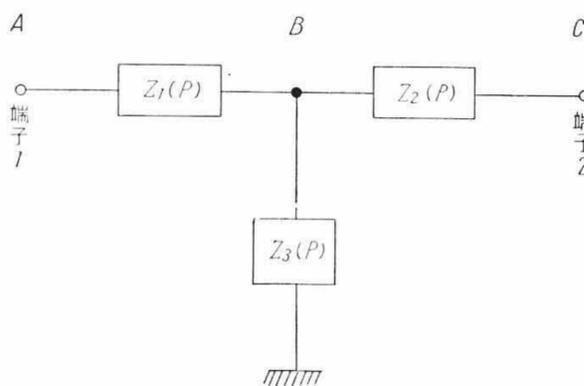
前章において, 同期機と無限大系統との間に受動回路網を有する場合, これが同期機に及ぼす影響について解析し, 一般式を導いたが, 本章では比較的簡単な場合について考察する。

### 3.1 駆動点, 伝達インピーダンス

第 2 図に示すように  $Z_1(p), Z_2(p)$  および  $Z_3(p)$  からなる回路網において, 端子 1 における駆動点インピーダンスおよび端子 1, 2 間の伝達インピーダンスを求める。

駆動点インピーダンス

$$\begin{aligned} Z_d(p) &= \frac{Z_1(p) Z_2(p) + Z_2(p) Z_3(p) + Z_3(p) Z_1(p)}{Z_2(p) + Z_3(p)} \\ &= \frac{a(p)}{b(p)} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$



第 2 図 外部回路網図

第1表 外部回路網インピーダンス

$Z_1(p)$		0		
$Z_2(p)$		$r_2 + px_2$		
$Z_3(p)$		$r_3$	$px_3$	$x_c/p^*$
$a(p)$	$a_a$	$r_2 r_3$	0	$r_2 x_c$
	$a_1$	$r_3 x_2$	$r_2 x_3$	$x_2 x_c$
	$a_2$	0	$x_2 x_3$	0
$b(p)$	$b_a$	$r_2 + r_3$	$r_2$	$x_c$
	$b_1$	$x_2$	$x_2 + x_3$	$r_2$
	$b_2$	0	0	$x_2$
$c(p)$	$c_a$	$r_3$	0	$x_c$
	$c_1$	0	$x_3$	0

\*  $Z_3(p) = x_c/p$  の場合は  $a(p), b(p), c(p)$  に  $p^{-1}$  の項があるので、 $p$  を乗じたものを表示してある。

第2表 同期機定数一覧表

定数	単位	独立制動巻線機	完全制動巻線機
$x_d$	(p.u.)	1.15	1.15
$x_d'$		0.37	0.37
$x_d''$		0.24	0.24
$x_q$		0.75	0.75
$x_q''$		0.75	0.30
$x_e$		0.20	0.20
$r$		0.005	0.005
$T_{do}'$		(s)	5.6
$T_{do}''$	0.0525		0.0525
$T_{qo}''$			0.0611
$T_a$	0.15		0.15
$M$	(s)	7.0	7.0

伝達インピーダンス

$$Z_l(p) = \frac{Z_1(p)Z_2(p) + Z_2(p)Z_3(p) + Z_3(p)Z_1(p)}{Z_3(p)} = \frac{a(p)}{c(p)} \dots \dots \dots (38)$$

第2図において、端子1に同期機が接続され、端子2に無限大系統が接続され、 $Z_1(p), Z_2(p)$  は抵抗およびリアクタンスの直列接続からなり送電線を表わすものとする。 $Z_3(p)$  は系統内のアドミッタンス負荷を示す。いま  $Z_1(p)$  を同期機の中に含めてB点を等価同期機の端子と考えれば、 $Z_1(p) = r_1 + px_1 = 0$  となるから、数値計算が多少容易になる。

第1表は  $Z_1(p) = 0$ 、 $Z_2(p)$  が抵抗、リアクタンスの直列接続からなり、 $Z_3(p)$  が抵抗、リアクトルまたはコンデンサからなる場合の  $a(p), b(p)$  および  $c(p)$  をとりまとめたものである。

3.2 数値計算

計算条件は第3図に示すように、いま考察の対象としている同期機の同期並列時のトルク特性を調べることにする。この際の仮定は

- (a)  $i_{do} = i_{qo} = 0$  電機子電流の平均値は零
- (b)  $e_{to} = 1.0$  同期機および負荷端子電圧の平均値が 1.0 に

なるように無限大系統電圧を決める。

- (c)  $\Delta e_{fd} = 0$  界磁電圧は一定
- (d)  $\omega_o = 1.0$  系統周波数は基準値とする。
- (e)  $p = js$  同期機は振動周波数  $s$  で正弦波状に振動するものとする。

計算条件

(a) 同期機定数は第2表に示すように標準の大形水車発電機を想定し<sup>(6)</sup>、独立制動巻線付 (Nonconnected Damper Winding) と完全制動巻線付 (Connected Damper Winding) とについて比較する。

(b) 送電線インピーダンスは  $Z_2 = 0 + j0.2, 0 + j0.5, 0.2 + j0.2$  および  $0.5 + j0.5$  の4ケースとする。

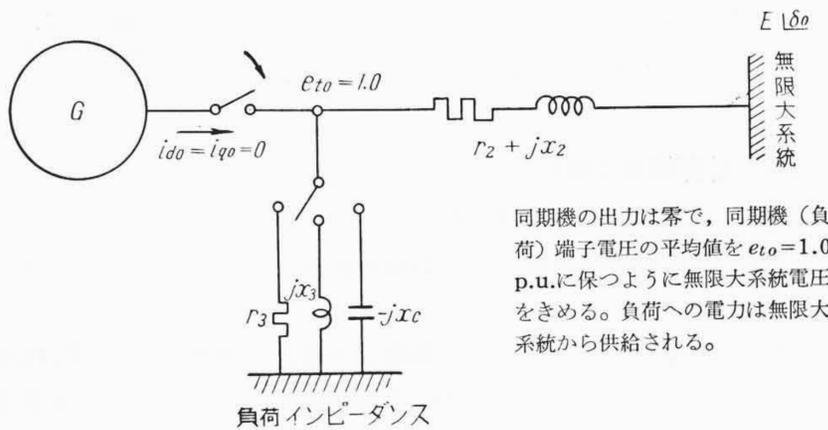
(c) 負荷インピーダンスは抵抗、リアクトルおよびコンデンサを選び、その値は 5.0, 1.0, 0.5, 0.25 とする。したがって、負荷容量としては同期機の定格容量の 20, 100, 200, 400% に相当する。なおこれら負荷への電力は無限大系統から供給される。

数値計算の手順は、①定常状態における運転条件の計算 ②同期機のオペレーショナル・インピーダンスの計算 ③回路定数からきまる方程式の諸係数の計算 ④  $\Delta i_d, \Delta i_q$  に関する二元連立一次方程式 (複素数のため計算機にかける場合は四元一次になる) の計算 ⑤  $T_s, T_d, s_n$  の計算に大別され、②以降を計算機に行なわせることとし、振動周波数は通常  $s = 0.01 \sim 0.10$  の範囲にはいるから、この範囲を 0.01 ごとに計算する。なお  $s_n$  の計算は次式による。

$$s_n \doteq \sqrt{\frac{T_s}{2\pi f M}} = \sqrt{\frac{T_s}{2\pi 50 M}} \dots \dots \dots (39)$$

これらの結果を用いて種々の  $s$  に対する  $s_n$  を求め、 $s = s_n$  を満足する場合がそのケースの解となり、 $T_s, T_d$  がえられる。

第4図は IBM 7070 による計算結果の一例で、同期機のオペレーショナル・インピーダンスと  $T_s, T_d, s_n$  が記録されている。第5～16図は数値計算結果をとりまとめたもので、各種負荷容量に対する  $T_s, T_d, s_n$  を示す。第3表および第4表は送電線インピーダンスおよび負荷による影響を検討したものである。



第3図 計算回路図

CASE NUMBER	705						
S	XDR	XDI	XQR	XQI	TS	TD	SN
0.01	0.358728	-0.061954	0.733991	-0.083354	0.969022	0.02174371	0.0210
0.02	0.348871	-0.056300	0.692140	-0.150632	0.994398	0.02237795	0.0213
0.03	0.337323	-0.060967	0.637841	-0.194663	1.033895	0.02129173	0.0217
0.04	0.324914	-0.064984	0.582982	-0.217406	1.082664	0.01969707	0.0222
0.05	0.312990	-0.066864	0.534106	-0.224823	1.136161	0.01788273	0.0227
0.06	0.302308	-0.066846	0.493299	-0.222764	1.190603	0.01601384	0.0233
0.07	0.293124	-0.065502	0.460280	-0.215501	1.243284	0.01419766	0.0238
0.08	0.285403	-0.063353	0.433890	-0.205739	1.292552	0.01249838	0.0242
0.09	0.278983	-0.060778	0.412834	-0.195061	1.337603	0.01094808	0.0247
0.10	0.273664	-0.058030	0.395966	-0.184338	1.378221	0.00955685	0.0250
0.11	0.269252	-0.055266	0.382357	-0.174022	1.414555	0.00832120	0.0254

S=振動周波数, XDR=Re{xa(js)}, XDI=Im{xa(js)}, XQR=Re{xq(js)}, XQI=Im{xq(js)}, TS=Ts, TD=Td, SN=Sn

第4図 IBM 7070 による計算例

第 3 表 検 討 結 果 一 覧 表 (独立制動巻線機)

負荷の種類	ケース番号	L 負荷容量 (p.u.) 送電線 $Z_2=r_2+jx_2$	同期化トルク係数 $T_s$			制動トルク係数 $T_d (\times 10^{-3})$			固有振動周波数 $s_n$			$T_d$ に及ぼす送電線抵抗分の影響 ( $\times 10^{-3}$ )			$T_d$ に及ぼす送電線リアクタンス分の影響 ( $\times 10^{-3}$ )		$T_d$ に及ぼす負荷の影響 ( $\times 10^{-3}$ )	
			0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	( $T_d$ ) <sub>L=0.2</sub>	( $T_d$ ) <sub>L=2.0</sub>
												上欄( $T_d$ ) <sub>A</sub> -( $T_d$ ) <sub>C</sub> 下欄( $T_d$ ) <sub>B</sub> -( $T_d$ ) <sub>D</sub>			上欄( $T_d$ ) <sub>A</sub> -( $T_d$ ) <sub>B</sub> 下欄( $T_d$ ) <sub>C</sub> -( $T_d$ ) <sub>D</sub>		( $T_d$ ) <sub>L=2.0</sub>	( $T_d$ ) <sub>L=4.0</sub>
抵抗	101~104	(A) 0 +j0.2	1.053	1.072	1.183	0.005	0.022	-0.207	0.0219	0.0221	0.0226	1.69	1.88	1.43	-0.07	0.10	-0.02	0.23
	201~203	(B) 0 +j0.5	0.801	0.903		0.070	-0.074		0.0191	0.0203						0.14		
	301~304	(C) 0.2+j0.2	0.988	1.095	1.175	-1.680	-1.853	-1.640	0.0212	0.0223	0.0231	2.34	3.73		0.59	1.95	0.17	-0.21
	401~403	(D) 0.5+j0.5	0.674	0.947		-2.270	-3.800		0.0175	0.0208						1.53		
リアクトル	105~108	(A) 0 +j0.2	1.062	1.121	1.162	-0.019	-0.022	-0.023	0.0220	0.0226	0.0230	2.28	5.18	6.08	-0.01	-0.005	0.002	0.002
	204~206	(B) 0 +j0.5	0.830	1.000		-0.012	-0.017		0.0194	0.0213						0.005		
	305~308	(C) 0.2+j0.2	0.957	0.797	0.656	-2.30	-5.20	-6.10	0.0208	0.0191	0.0173	2.78	5.43		0.49	0.25	2.90	0.90
	404~406	(D) 0.5+j0.5	0.619	0.442		-2.79	-5.45		0.0168	0.0142						2.66		
コンデンサ	109~112	(A) 0 +j0.2	1.043	1.000	0.570	-0.020	-0.023	-0.035	0.0218	0.0213	0.0161	1.78	2.51	15.66	-0.01	-0.004	0.004	0.01
	207~208	(B) 0 +j0.5	0.766	0.571		-0.012	-0.019		0.0187	0.0161						0.007		
	309~312	(C) 0.2+j0.2	0.963	0.913	0.927	-1.80	-2.53	-15.70	0.0209	0.0203	0.0205	2.39	9.13		0.60	6.62	0.73	13.17
	407~408	(D) 0.5+j0.5	0.594	0.280		-2.40	-9.15		0.0164	0.0113						6.75		

注： 負荷がコンデンサの場合に限り，負荷容量  $L=2.0$  の欄に  $L=1.0$  における値を記す  
 $(T_d)_A$  ……送電線インピーダンス  $Z_2$  が A の条件における  $T_d$  を示す  
 $(T_d)_{L=0.2}$  ……負荷容量  $L=0.2$  における  $T_d$  を示す

第 4 表 検 討 結 果 一 覧 表 (完全制動巻線機)

負荷の種類	ケース番号	L 負荷容量 (p.u.) 送電線 $Z_2=r_2+jx_2$	同期化トルク係数 $T_s$			制動トルク係数 $T_d (\times 10^{-3})$			固有振動周波数 $s_n$			$T_d$ に及ぼす送電線抵抗分の影響 ( $\times 10^{-3}$ )			$T_d$ に及ぼす送電線リアクタンス分の影響 ( $\times 10^{-3}$ )		$T_d$ に及ぼす負荷の影響 ( $\times 10^{-3}$ )	
			0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	4.0	0.2	2.0	( $T_d$ ) <sub>L=0.2</sub>	( $T_d$ ) <sub>L=2.0</sub>
												上欄( $T_d$ ) <sub>A</sub> -( $T_d$ ) <sub>C</sub> 下欄( $T_d$ ) <sub>B</sub> -( $T_d$ ) <sub>D</sub>			上欄( $T_d$ ) <sub>A</sub> -( $T_d$ ) <sub>B</sub> 下欄( $T_d$ ) <sub>C</sub> -( $T_d$ ) <sub>D</sub>		( $T_d$ ) <sub>L=2.0</sub>	( $T_d$ ) <sub>L=4.0</sub>
抵抗	501~504	(A) 0 +j0.2	1.095	1.120	1.172	29.00	30.13	32.55	0.0224	0.0226	0.0231	5.35	0.60	-2.20	12.20	9.63	-1.13	-2.42
	601~603	(B) 0 +j0.5	0.826	0.937		16.80	20.50		0.0194	0.0206					12.20	9.63	-3.70	
	701~704	(C) 0.2+j0.2	1.032	1.152	1.242	23.65	29.53	34.75	0.0217	0.0229	0.0238	7.30	1.05		14.15	10.08	-5.88	-5.22
	901~903	(D) 0.5+j0.5	0.693	0.993		9.50	19.45		0.0177	0.0213							-9.95	
リアクトル	505~508	(A) 0 +j0.2	1.109	1.174	1.219	29.50	32.93	35.45	0.0225	0.0231	0.0236	7.20	15.75	21.90	11.55	6.83	-3.43	-2.52
	604~606	(B) 0 +j0.5	0.856	1.042		17.95	26.10		0.0197	0.0218							-8.15	
	705~808	(C) 0.2+j0.2	0.998	0.830	0.680	22.30	17.18	13.55	0.0213	0.0194	0.0176	9.56	20.78		13.91	11.86	5.12	3.63
	904~906	(D) 0.5+j0.5	0.635	0.455		8.39	5.32		0.0171	0.0144							3.07	
コンデンサ	509~512	(A) 0 +j0.2	1.090	1.040	0.578	28.50	26.10	8.40	0.0223	0.0218	0.0163	6.20	7.05	2.30	13.15	17.55	2.40	17.70
	607~608	(B) 0 +j0.5	0.787	0.582		15.35	8.55		0.0190	0.0163							6.80	
	809~812	(C) 0.2+j0.2	1.004	0.952	0.993	22.30	19.05	6.10	0.0214	0.0208	0.0212	8.53	16.05		15.48	26.55	3.20	12.95
	907~908	(D) 0.5+j0.5	0.605	0.285		6.82	-7.50		0.0166	0.0114							14.32	

注： 負荷がコンデンサの場合に限り，負荷容量  $L=2.0$  の欄に  $L=1.0$  における値を記す  
 $(T_d)_A$  ……送電線インピーダンス  $Z_2$  が A の条件における  $T_d$  を示す  
 $(T_d)_{L=0.2}$  ……負荷容量  $L=0.2$  における  $T_d$  を示す

3.3 計算結果の検討

3.3.1 同期化トルク係数  $T_s$

- (a) 独立制動巻線機と完全制動巻線機との間にはほとんど差がない。
- (b) 抵抗およびリアクトル負荷では負荷の増加に伴い  $T_s$  は増加する。ただしリアクトル負荷で送電線インピーダンスが大きくかつ抵抗分が大きい場合には逆の傾向を有する。
- (c) コンデンサ負荷では負荷の増加に伴い  $T_s$  は減少する。
- (d) 負荷の種類にかかわらず，同一負荷容量に対しては送電線インピーダンスの増加に伴い， $T_s$  は減少する。これは伝達インピーダンスの増加によるものである。

3.3.2 固有振動周波数  $s_n$

- (a)  $s_n$  は  $T_s$  の平方根にほぼ比例するので， $T_s$  に述べたことが  $s_n$  でも成立する。
- (b)  $s_n$  の値は大体  $0.02 \text{ p.u.} = 50 \times 0.02 = 1.0 \sim (50 \sim \text{系において})$  であって，コンデンサ負荷で送電線インピーダンスが大きい場合には  $0.01$  程度まで低下する。ただし供試機の単位慣性定数  $M=7s$  で， $s_n$  は  $M$  の平方根に逆比例する。

3.3.3 制動トルク係数  $T_d$

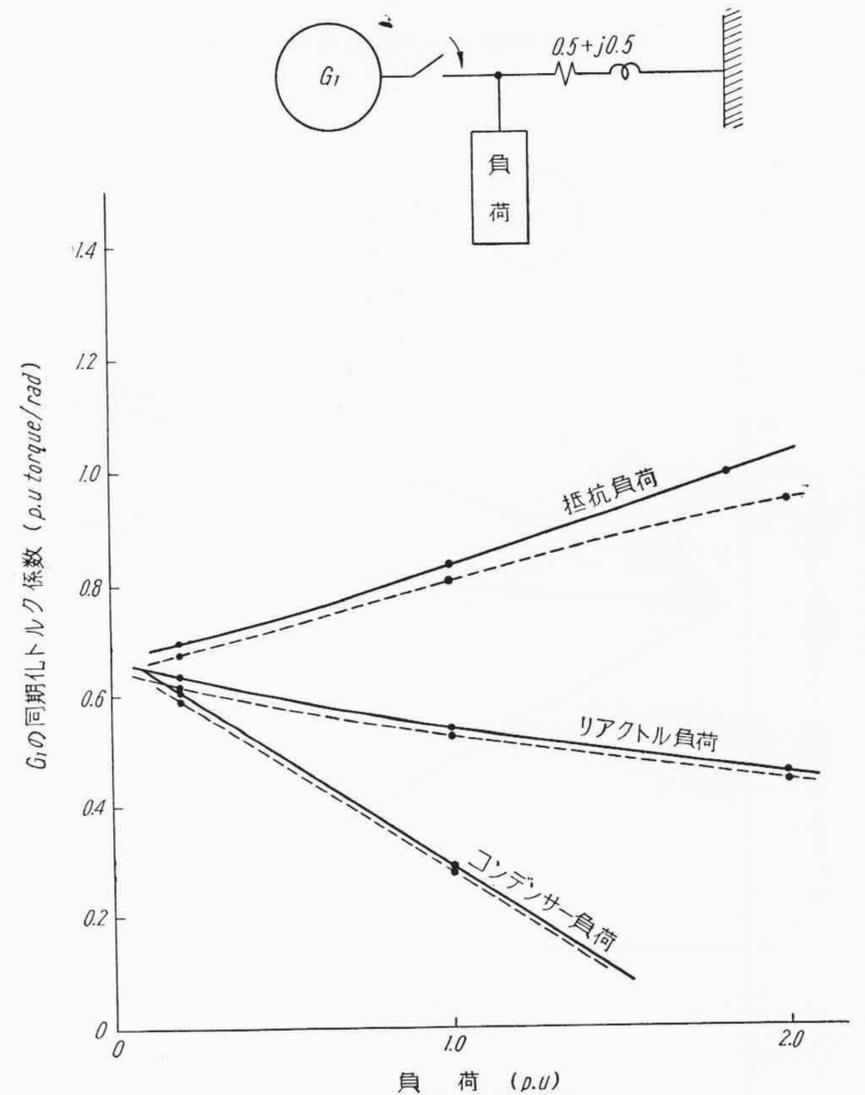
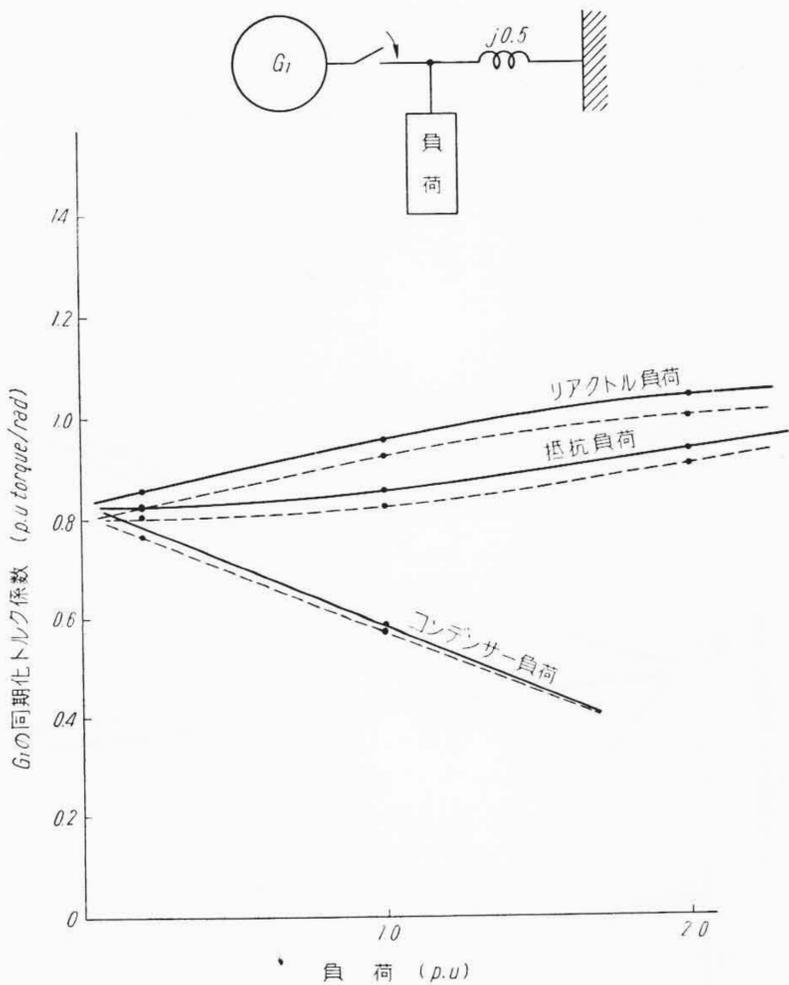
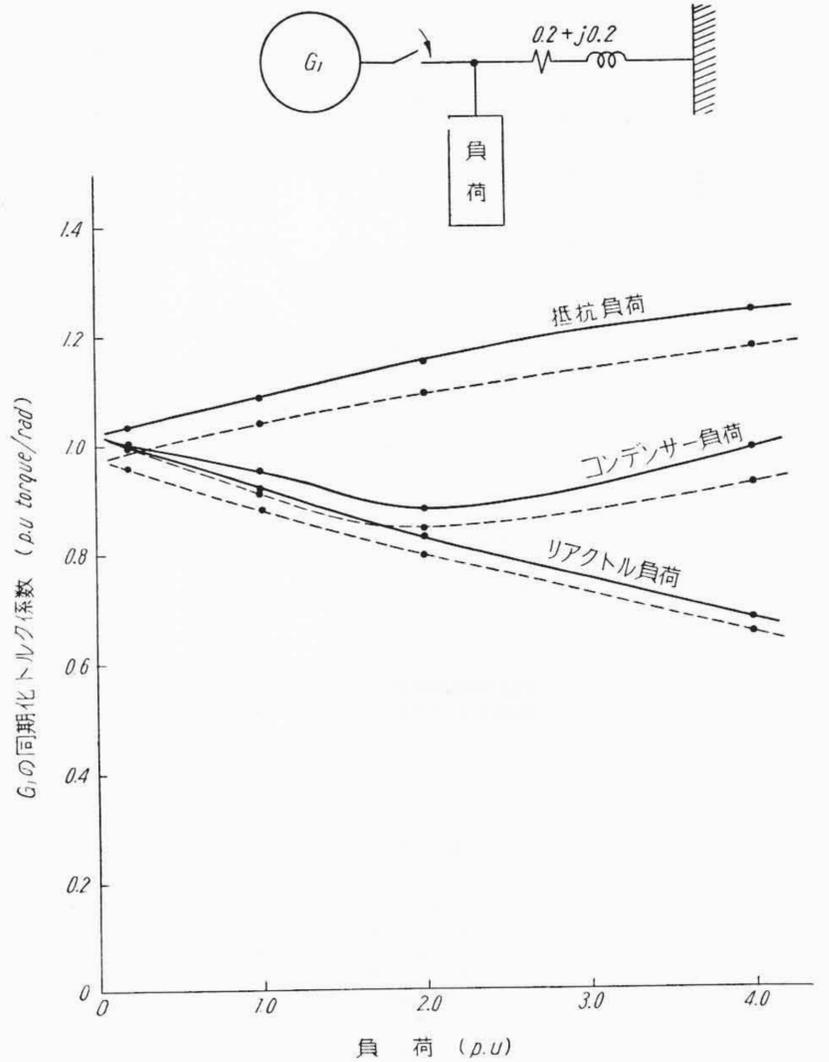
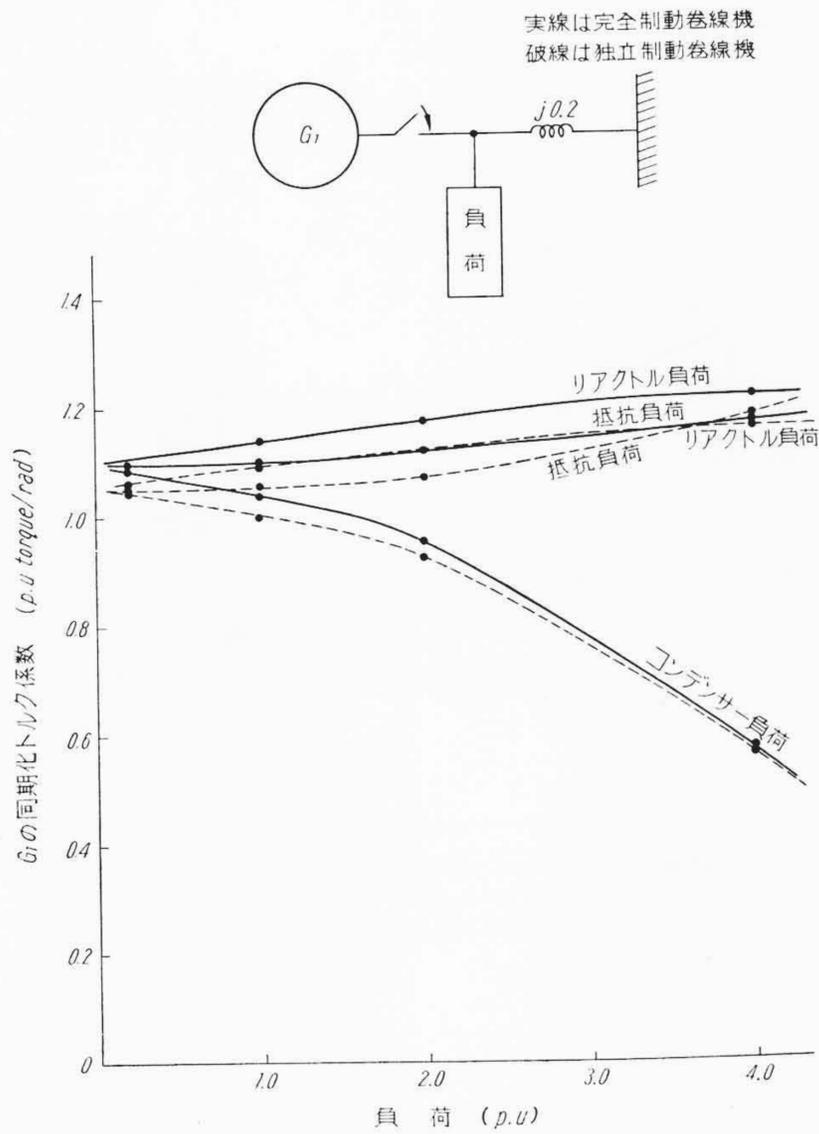
$T_d$  は本稿の中心的課題であるからやや詳細に検討を行なう。

(A) 独立制動巻線機

- (a) 送電線の抵抗分を無視する場合，負荷の種類および容量による影響は無視しうる程度であって， $T_d$  の値は第 3 表に示すように略零である。
- (b) 送電線の抵抗分を考慮する場合，負荷の種類いかんにかかわらず，負荷の増加に伴い負制動の傾向がみられ，とくにコンデンサ負荷の場合がはなはだしい。
- (c) 送電線インピーダンスの影響のうち，リアクタンス分の影響は通常少ないが，抵抗分の影響は大きい。

(B) 完全制動巻線機

- (a)  $T_d$  は独立制動巻線機に比べはるかに大きく，したがって減衰振動となる場合がほとんどで， $T_d < 0$  になる場合はきわめてまれである。
- (b) 負荷による影響は，①抵抗負荷では線路インピーダンスと無関係に  $T_d$  は増加する。②リアクトル負荷では負荷の増加に伴い，線路抵抗を無視するときは  $T_d$  は増加し，抵抗分が大きい場合は逆に減少する。③コンデンサ負荷では負荷の増加に伴い，線路インピーダンスと無関係に  $T_d$  は減少しその程度は抵抗やリアクトル負荷に比べはなはだしい。
- (c) 送電線インピーダンスの増加に伴い，いずれの負荷でも



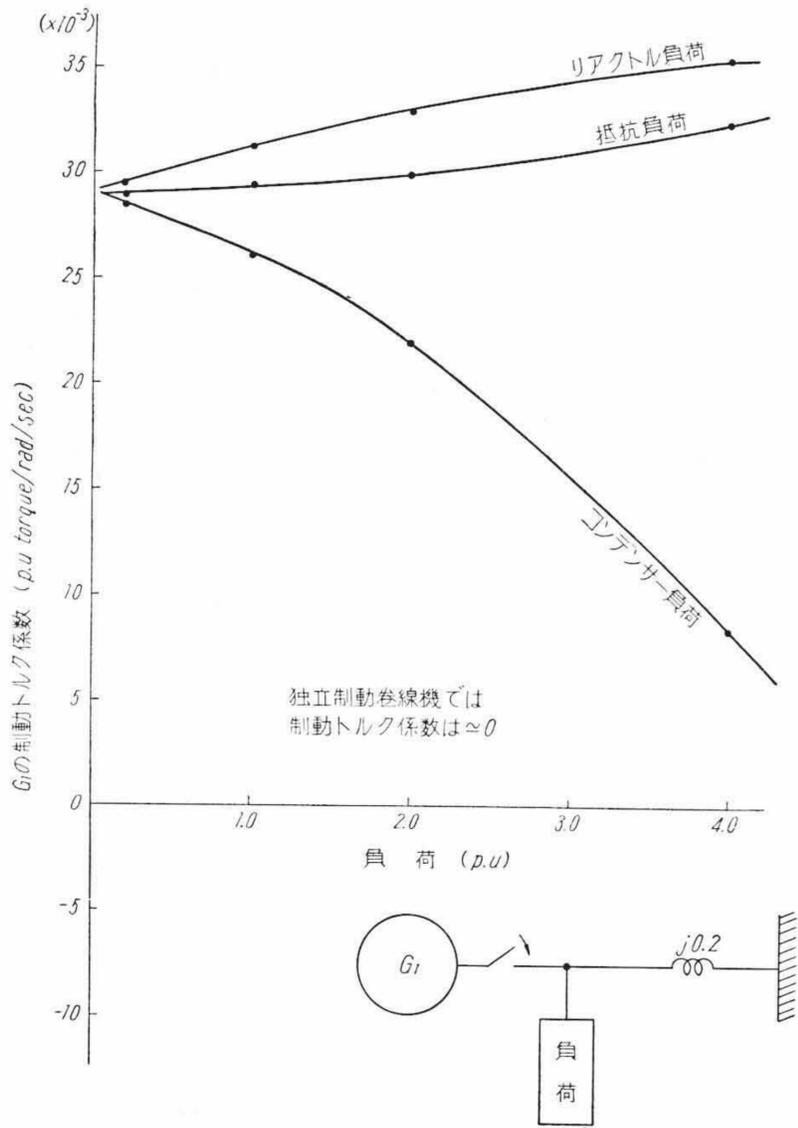
$T_d$  は減少する。このうち、独立制動巻線機の場合と異なり、線路リアクタンスによる影響と線路抵抗分による影響とは同程度である。

#### 4. 結 言

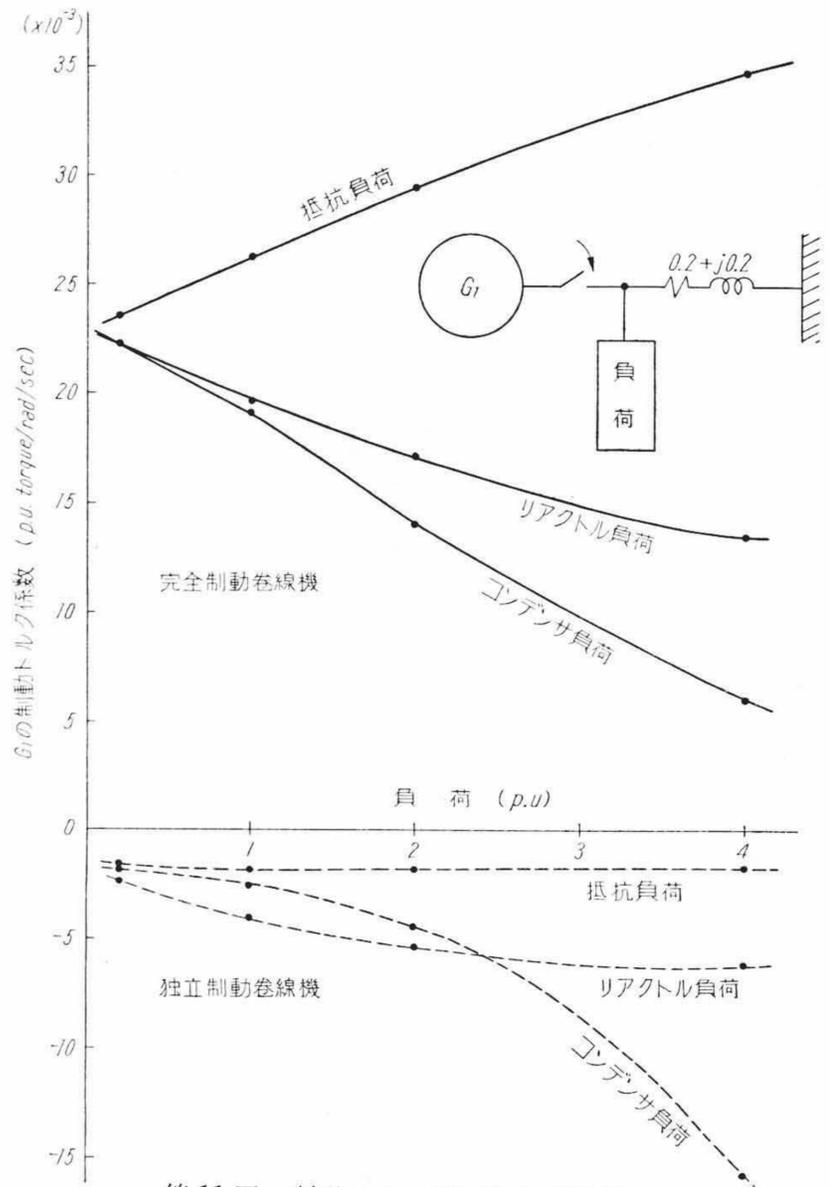
1 台の同期機が送電線を介して無限大系統に接続され、その中間

にアドミタンス負荷を有する回路における、同期機のトルク特性の一般式を導き、これを用いて同期並列時のトルク特性が負荷や送電線インピーダンスおよび制動巻線の種類によりどのような影響をうけるかにつき、数値計算を行ない次の諸点を明らかにすることができた。

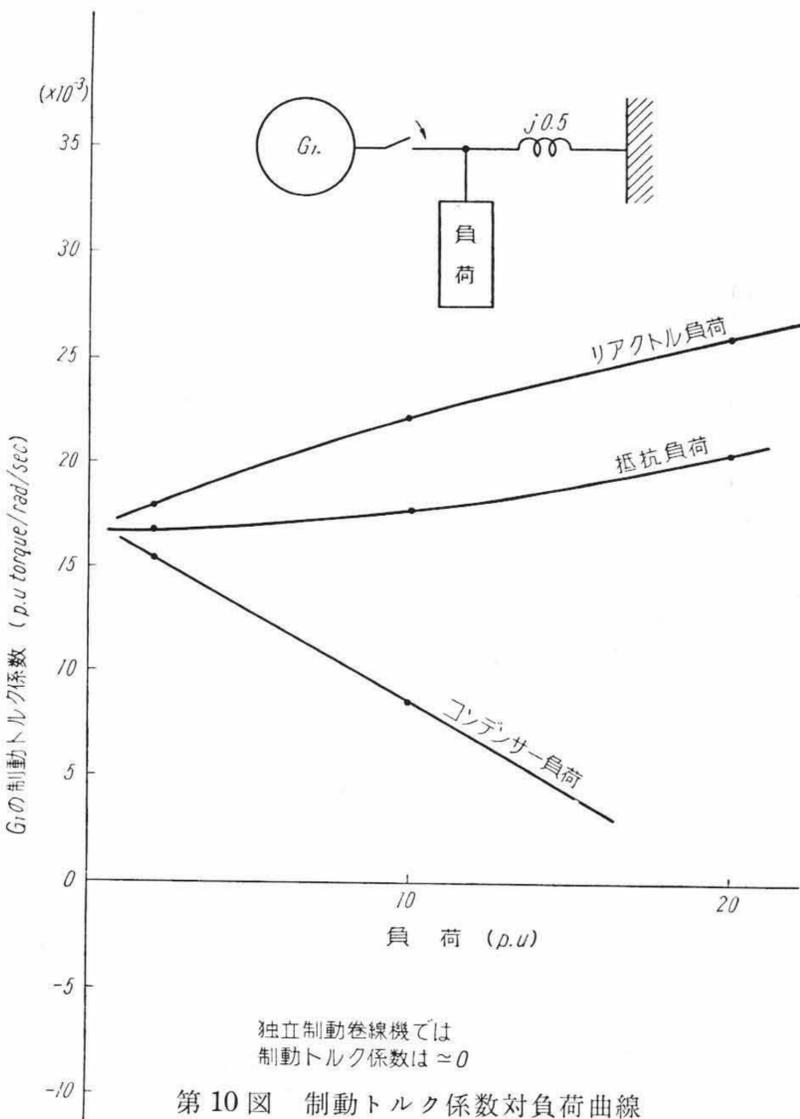
(1) 同期化トルク係数  $T_s$  に対する制動巻線の影響は大きくな



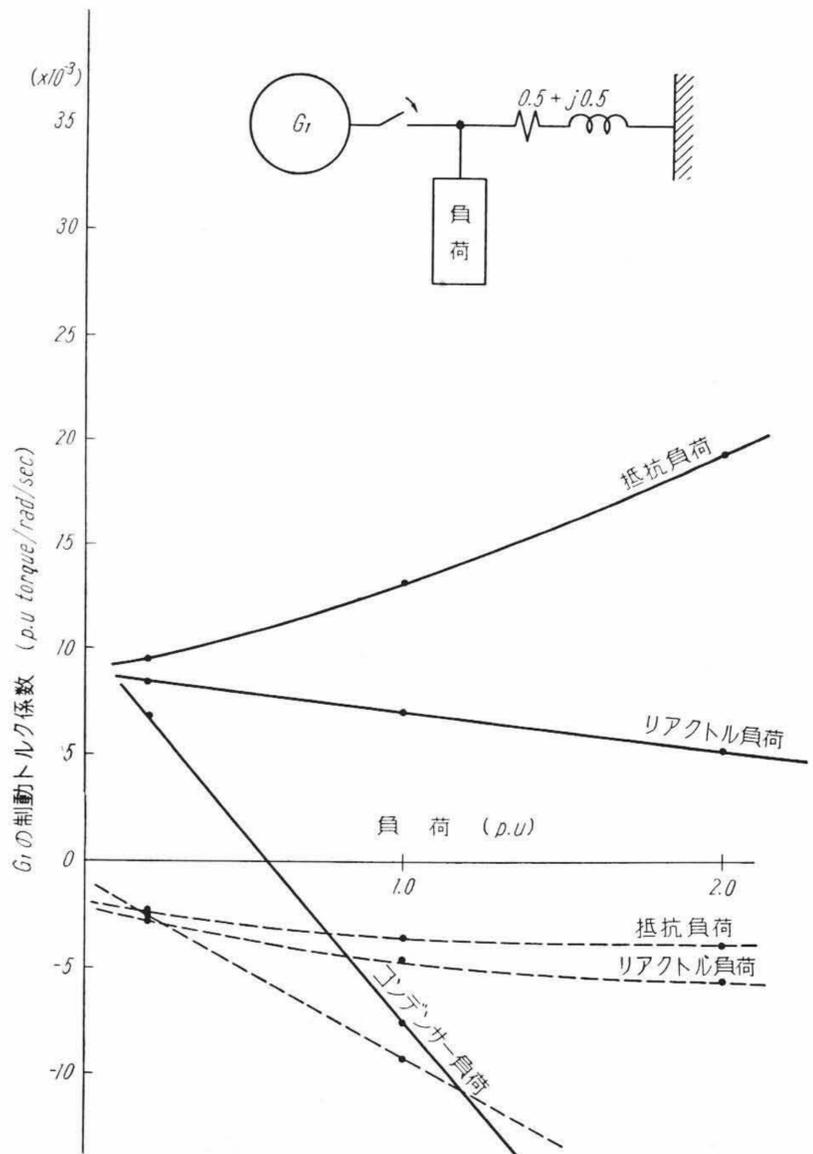
第 9 図 制動トルク係数対負荷曲線



第 11 図 制動トルク係数対負荷曲線



第 10 図 制動トルク係数対負荷曲線



第 12 図 制動トルク係数対負荷曲線

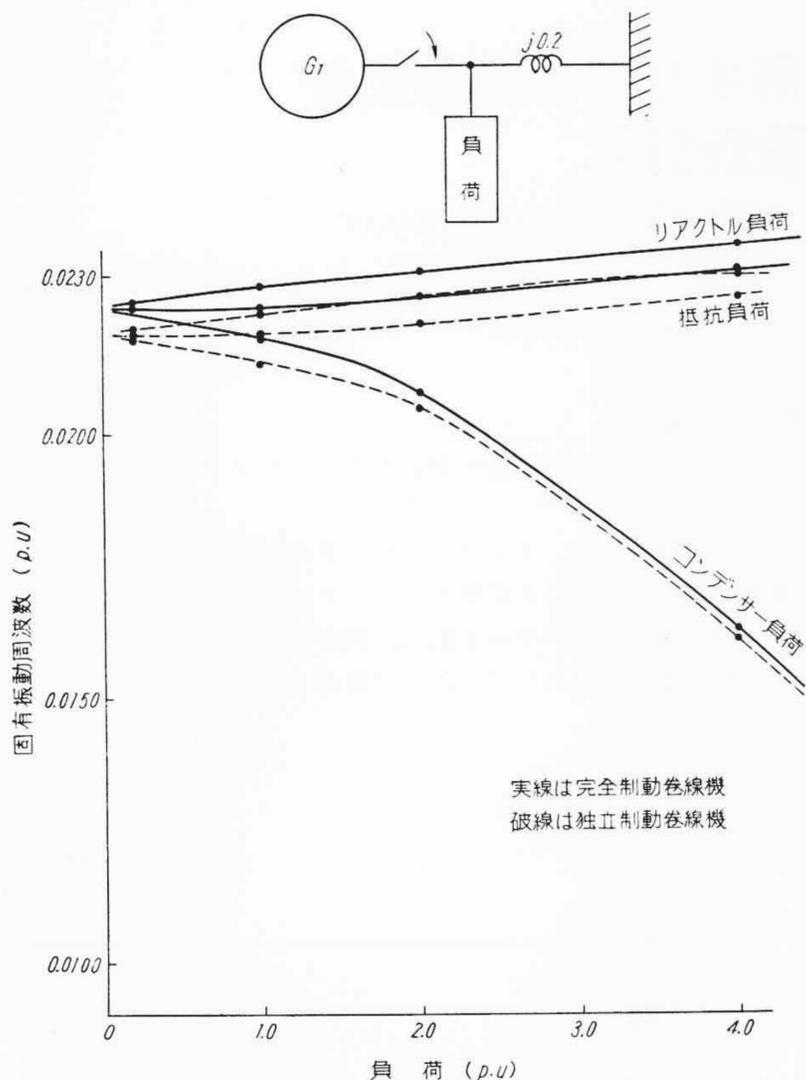
い。

(2) 制動トルク係数  $T_a$  に関しては

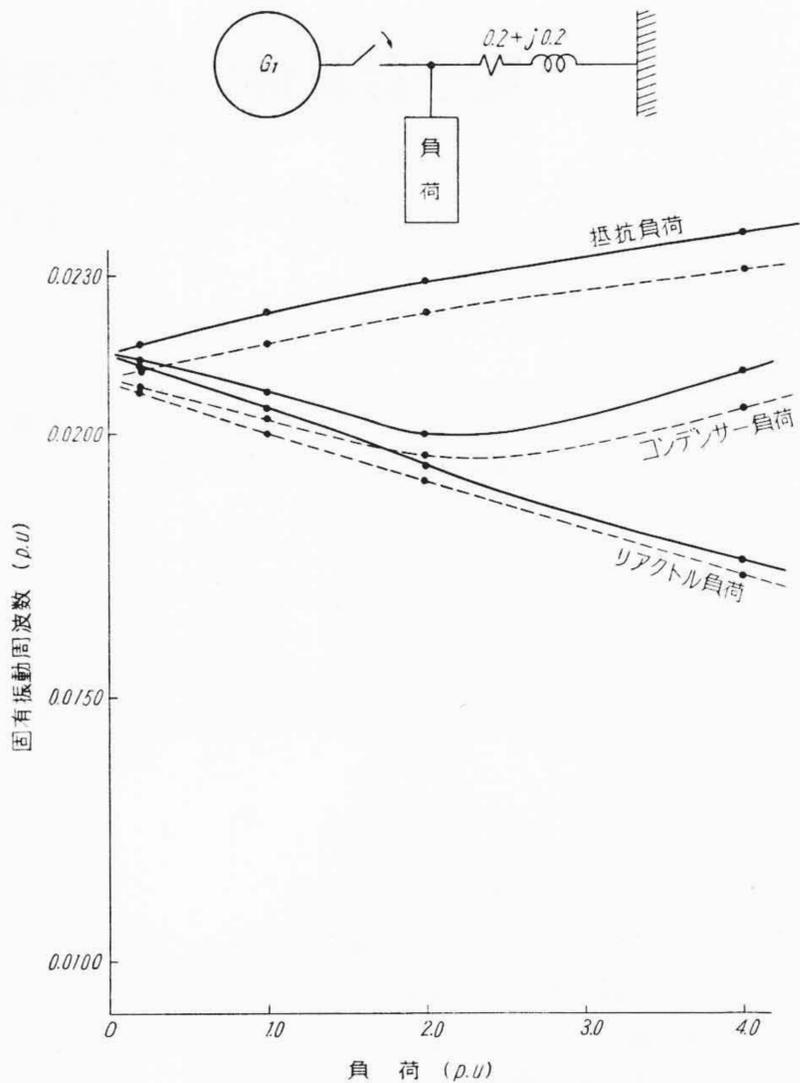
(a) 独立制動巻線機では送電線の抵抗分が無視しうる場合には  $T_a \approx 0$  で、抵抗分が大きい場合には負荷の増加とともに負制動の傾向がみられる。送電線インピーダンスの影響のうち、抵抗分

による  $T_a$  の減少はリアクタンス分 비해 顕著である。

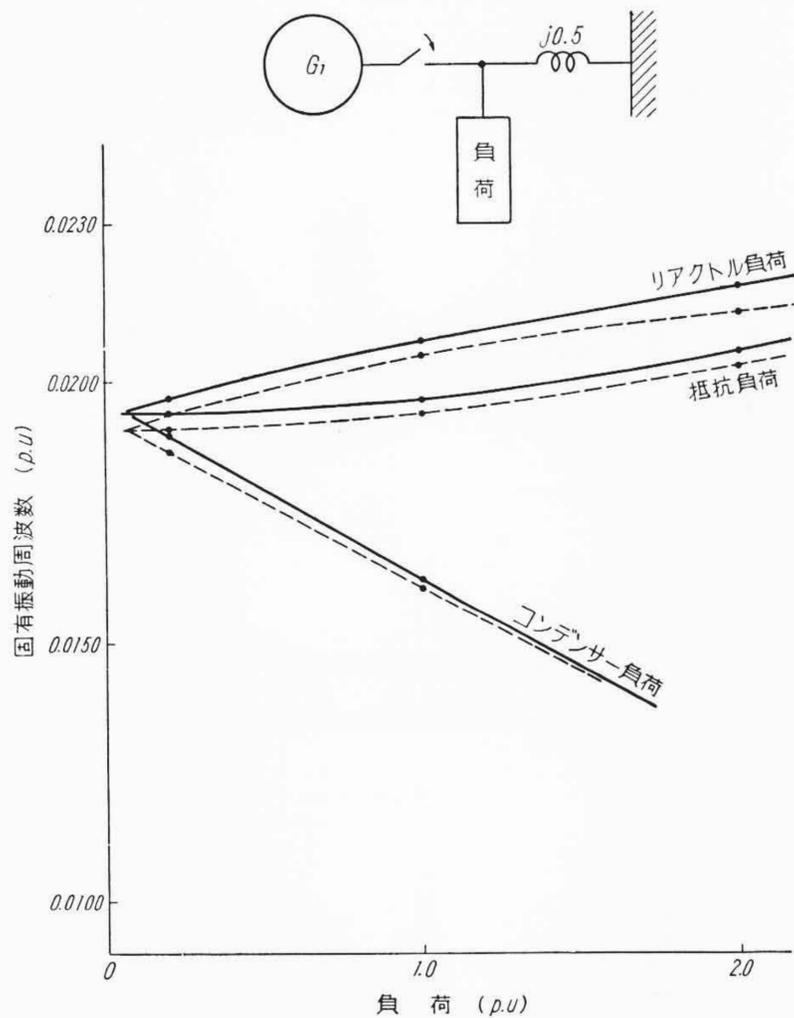
(b) 完全制動巻線機では  $T_a$  は独立制動巻線機に比べ 大き



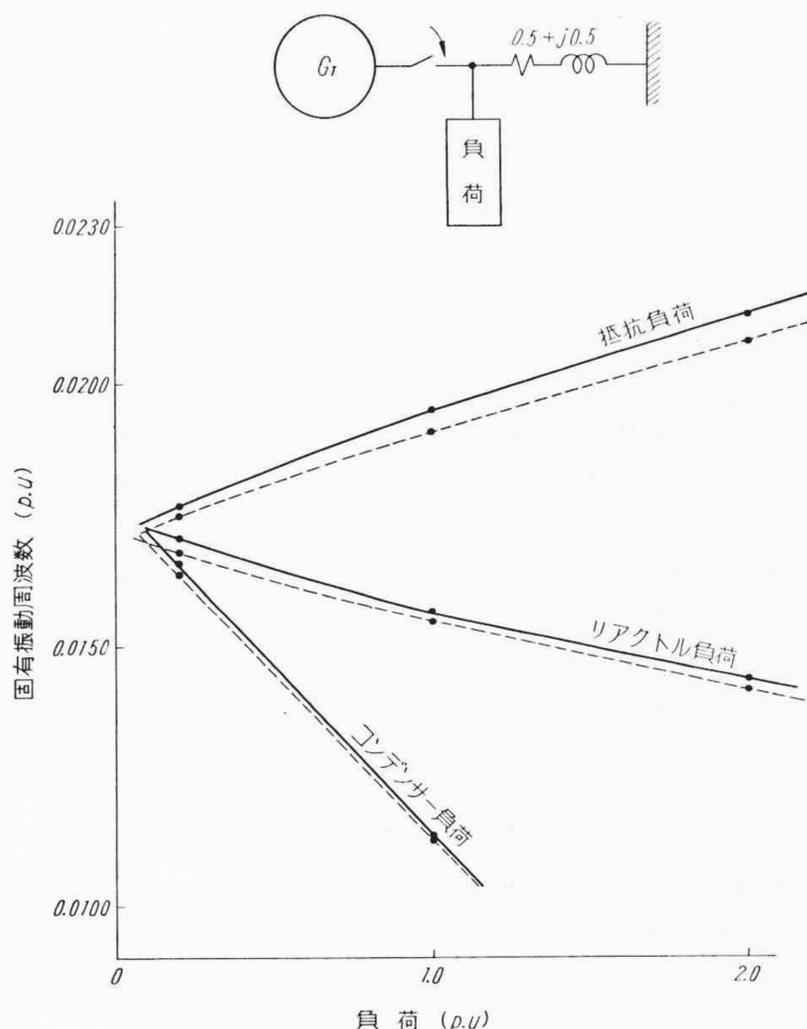
第13図 固有振動周波数対負荷曲線



第15図 固有振動周波数対負荷曲線



第14図 固有振動周波数対負荷曲線



第16図 固有振動周波数対負荷曲線

く、負制動発生のお機は非常に少ない。線路インピーダンスの影響は独立制動巻線機のおときと異なり、線路リアクタンス分の影響と抵抗分の影響とは同程度である。

終りに臨み終始ご激励を賜った日立研究所小林部長、高林主任研究員に対し衷心より謝意を表す。また IBM 7070 のプログラム作成に助力された当研究室の村田氏(現在中国電力株式会社勤務)ならびに資料の整理に当られた野原、竹田両技術員に厚くお礼申しあげる。

## 参考文献

- (1) R. H. Park: TAIEE 48, 1929
- (2) R. H. Park: TAIEE 52, 1933
- (3) R. E. Doherty, C. A. Nickle: TAIEE 45, 1926
- (4) 奥田: 電気学会東京支部大会 昭35 No. 238
- (5) C. Concordia: Synchronous Machines—Theory and Performance John Wiley and Sons 1951
- (6) 電気学会編: 電気工学ハンドブック p. 613