U. D. C. 621-253.1 : 534.1

シュラウド板で架構した回転翼の振動に関する近似計算と模型実験

Approximate Calculation and Model Tests Concerning Vibrations of Rotating Blades with Shroud Band

小堀与一* 大森基次* 粂野幸三**
Yoichi Kobori Motoji Ômori Kôzô Kumeno

内容梗概

シュラウド板で架構した翼の1次固有振動数が回転中遠心力のため静止時に比較してどう変わるかを明らかにする目的で，遠心力係数に関し近似計算と実験を均一断面および翼幅一定のくさび状先薄断面翼について行なった。シュラウド板の質量を0，剛性を無限大とした近似的条件すなわち根元固定翼端ローラという条件で，周知の計算法により係数を求め，これと自由翼の係数と比較した。係数は翼厚比(翼端厚と根元厚の比)が1.00～0.25の範囲では差が数％で一致し，翼厚比が0.25より小になると架構翼の係数が数十％高くなった。7枚を一群として架構した模型翼について実験的に係数を定めた結果では翼厚比が1および0.5の場合では，前記架構翼の計算値より2～3％低くなったが，ほぼ一致した。

1. 緒言

蒸気タービン翼は翼端がシュラウド板で架構されるものが多い。このような翼の静止時の固有振動数に関しては，計算，実験ともすでに数多く研究されているが(1)~(3)，回転時の固有振動数がどうなるかについてはあまり研究されていないようである。タービン翼の設計において振動数計算をする場合，最終的に必要なのは回転中の固有振動数である。前に回転翼の振動として自由翼すなわち翼端が架構されていない状態の，翼幅一定，翼厚が直線状に先薄となったくさび状翼について1次振動の計算および実験結果を報告した(4)。本報ではこれと同じ形状で翼端がシュラウドで架構された場合の回転時の1次振動（ただし振動方向が回転面と直角の振動）の固有振動数について実験および近似計算（計算はシュラウドのこわさ無限大，質量零とするすなわちローラ端の条件とした）を行なった結果を報告する。

2. 遠心力係数の計算

2.1 計算式

回転時の翼の固有振動数f(c/s)を求めるには，通常静止時の振動数f_0(c/s)を周知の式

$$f_0^2=\frac{g}{(2\pi)^2}\frac{\int_0^l EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2dx}{\int_0^l \gamma Ay^2dx} \quad \cdots\cdots(1)$$

により，また翼に弾性がなく遠心力による復原力のみ作用したと考えた場合の項$B(\omega/2\pi)^2$の係数B(これを遠心力係数という)を

$$B=\frac{\int_0^l A(R+x)\,dx\int_0^x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2dx}{\int_0^l Ay^2dx} \quad \cdots\cdots(2)$$

により求め，最後に

$$f^2=f_0^2+B\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^2 \quad \cdots\cdots(3)$$

としてfを求めるのが普通である(5)。

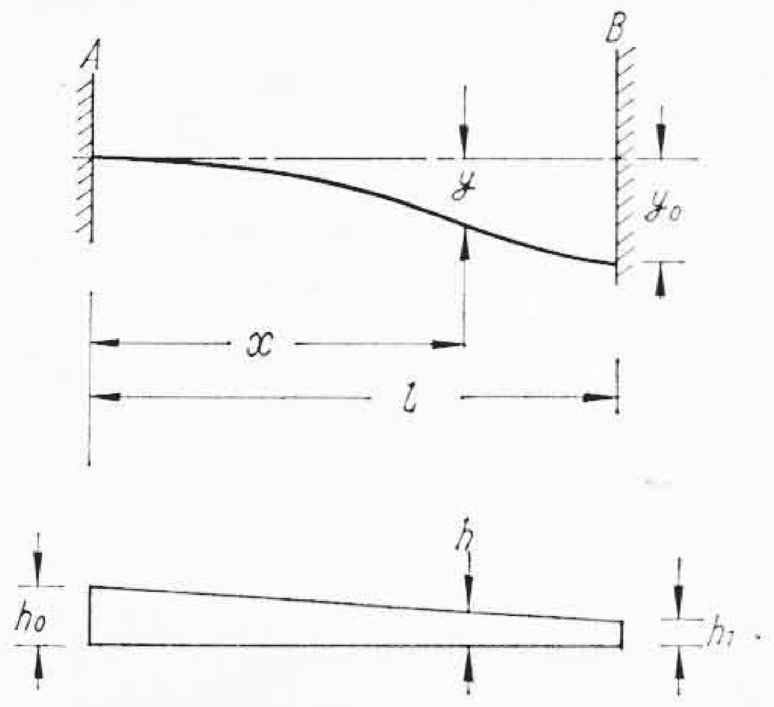
ここに
l: 翼長
x: 翼根元から測った翼上の位置
A: x点における翼断面積
y: xの関数で翼の振動のたわみ曲線を表わす
R: ボス半径すなわち軸心から翼根元までの距離
g: 重力の加速度

本報において，翼はくさび状としたからxなる位置の断面積Aは根元の断面積をA_0とすれば

$$A=A_0(1+mx) \quad \cdots\cdots(4)$$

ここに，mは厚さのこう配を表わす負の定数である。

(2)式の右辺を計算するのが主目的で，そのためにはたわみ曲線yをxの簡単な関数として表わさなくてはならない。一般にシュラウドで架構された翼のたわみ形状は複雑であるが，シュラウドのこわさが十分大で，質量が十分小さく，翼数が十分多ければ翼のたわみ形状は近似的に1端固定1端ローラ，すなわち翼は**第1図**のように両端固定のくさび状はりの厚さの薄いほうの端をはりと直角にずり下げるようなたわみ方をすると仮定してよいであろう。**第1図**ははりのB側端に集中荷重と曲げモーメントが加わった場合のたわみを表わす。振動数計算からは自重と曲げモーメントによるたわみ曲線を採用したほうが正しい結果が得られるが，たわみの式が複雑になりBの計算が困難になる。しかし，その割合に集中荷重の作用した場合と変わらないので，**第1図**のたわみを仮定して計算をすることにする。



このたわみ曲線は両端固定はりの中央に集中荷重のある場合の左半分のたわみ曲線に等しい。
第1図 一端固一定端ローラはりのたわみ曲線

第1図を参照し，曲げモーメントの公式より

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{M}{EI},\quad M=-M_A+R_Ax$$

であるから

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{12}{bh_0^3E}\cdot\frac{M_A-R_Ax}{(1+mx)^3}$$
$$=k\cdot\frac{M_A-R_Ax}{(1+mx)^3} \quad \cdots\cdots(5)$$

* 日立製作所日立研究所
** 日立製作所日立工場

ただし

$$h=h_0-\frac{h_0-h_1}{l}x=h_0(1+mx)$$

$$m=-\frac{h_0+h_1}{h_0 l}$$

$$I=\frac{1}{12}bh^3=\frac{bh_0{}^3}{12}(1+mx)^3=I_0(1+mx)^3$$

R_A および M_A はそれぞれA点に作用するせん断力およびモーメントである。

均一断面翼では $m=0$ であるから，(5)式を積分し端条件

$$x=0;\quad \frac{dy}{dx}=y=0$$

$$x=l;\quad \frac{dy}{dx}=0,\ \ y=y_0$$

を用い，

$$y=\frac{x^2}{l^3}y_0(3l-2x)$$

$$=k_5(3lx^2-2x^3) \quad \cdots\cdots(6\text{-}1)$$

を得る。ただし

$$k_5=\frac{y_0}{l^3}$$

$m \fallingdotseq 0$ または $m \fallingdotseq -1/l$ なる場合の一般式としては

$$\frac{1}{k}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M_A-R_Ax}{(1+mx)^3}$$

$$=\frac{1}{m}\cdot\frac{mM_A+R_A}{(1+mx)^3}-\frac{R_A}{m}\cdot\frac{1}{(1+mx)^2}$$

となる。前と同様の端条件を用い，

$$y=k_2\left\{\frac{(1+ml)}{(1+mx)}-mx-(1+ml)+(2+ml)\log(1+mx)\right\}$$

$$\cdots\cdots(7)$$

(これを $=k_2X$ とおく)

を得る。ここで $k_2=\dfrac{M_Ak}{lm^3}$，$R_A=\left(\dfrac{2}{l}+m\right)M_A$ で y_0 は M_A の中に含まれている。

(7)式以降は m のいろいろな場合について数値計算を進める。くさび断面形状として次の五つの場合を考える。

$h_1/h_0=0$，$m=-1/l$ の場合(ただし，$x \fallingdotseq l$ とする)

$$y=k_2\left\{\frac{x}{l}+\log\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\} \quad \cdots\cdots(6\text{-}2)$$

$h_1/h_0=0.0625$，$m=-15/16\,l$ の場合

$$y=k_2\left\{\frac{l}{16l-15x}+\frac{15}{16}\cdot\frac{x}{l}-\frac{1}{16}+\frac{17}{16}\log\left(1-\frac{15}{16}\cdot\frac{x}{l}\right)\right\} \quad \cdots\cdots(6\text{-}3)$$

$h_1/h_0=1/4$，$m=-3/4\,l$ の場合

$$y=k_2\left\{\frac{l}{4(l-0.75x)}+\frac{3x}{4l}-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\log\left(1-\frac{3x}{4l}\right)\right\}$$

$$\cdots\cdots(6\text{-}4)$$

$h_1/h_0=2/4$，$m=-1/2\,l$ の場合

$$y=k_2\left\{\frac{l}{2(l-0.5x)}+\frac{x}{2l}-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\log\left(1-\frac{x}{2l}\right)\right\}$$

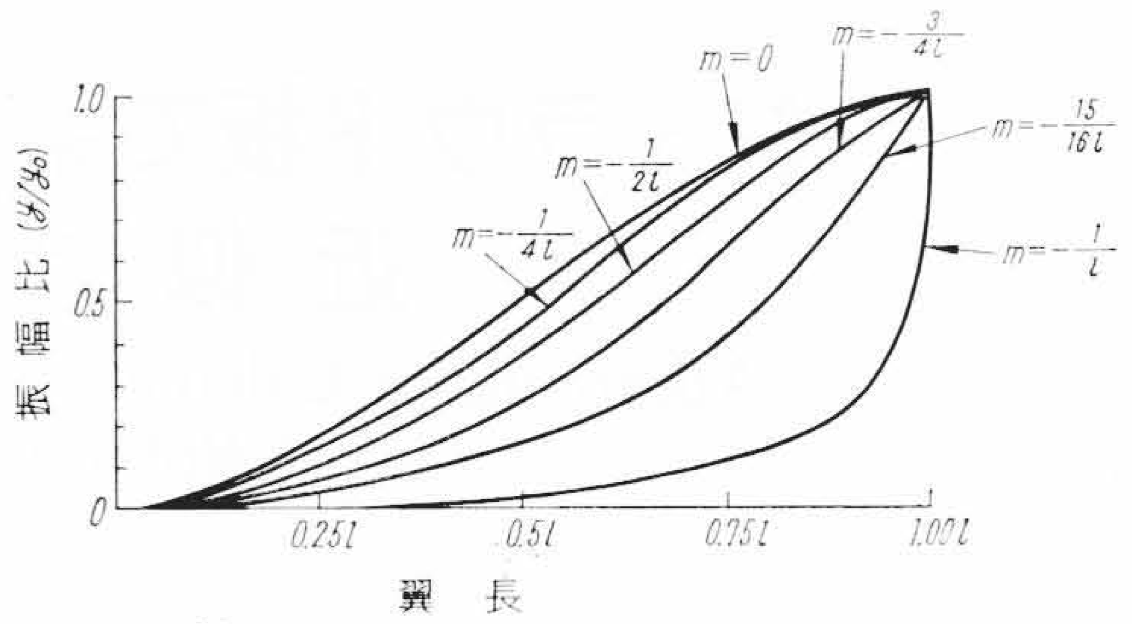
$$\cdots\cdots(6\text{-}5)$$

$h_1/h_0=3/4$，$m=-1/4\,l$ の場合

$$y=k_2\left\{\frac{3l}{4(l-0.25x)}+\frac{x}{4l}-\frac{3}{4}+\frac{7}{4}\log\left(1-\frac{x}{4l}\right)\right\}$$

$$\cdots\cdots(6\text{-}6)$$

(6-1)～(6-6)式を用い，たわみ形状すなわち振幅分布を求めると第2図に示すようになり，当然のことながら m が大なほど翼端付近の傾斜が大になることがわかる。



第2図　くさび状翼のたわみ分布

2.2 計算結果

(2)式により B を計算する。まず均一面翼ではたわみは(6-1)式で与えられるが，B を計算するうえからは $k_5=y_0/l^3$ を1としてよく，(6-1)式の代わりに $X=3lx^2-2x^3$ としてよい。そこで(2)式の分母は

$$\int_0^l X^2dx=\frac{13}{35}l^7 \quad \cdots\cdots(8\text{-}1)$$

となる。分子は

$$\left(\frac{dX}{dx}\right)=6lx-6x^2$$

$$\int_0^x\left(\frac{dX}{dx}\right)^2dx=36\left(\frac{l^2}{3}x^3-\frac{l}{2}x^4+\frac{1}{5}x^5\right)$$

であるから

$$\text{分子}=\int_0^l(R+x)dx\int_0^x\left(\frac{dX}{dx}\right)^2dx=RI_1+I_2 \quad \cdots\cdots(8\text{-}2)$$

$I_1=3l^6/5$，$I_2=3l^7/7$ より

$$B=1.615\frac{R}{l}+1.154 \quad \cdots\cdots(9)$$

となる。

くさび状翼に対しては，前記同様にして(7)式で $k_2=1$ とおいて

$$X=\frac{1+ml}{1+mx}-mx-(1+ml)+(2+ml)\log(1+mx)$$

とし分母を計算すると，

$$\text{分母}=\int_0^l(1+mx)X^2dx$$

$$=\frac{1}{m}\left[\frac{ml}{18}(-30-9ml+65m^2l^2+43m^3l^3)\right.$$

$$+\frac{1}{6}(10-4ml-51m^2l^2-50m^3l^3-13m^4l^4)\log(1+ml)$$

$$\left.+\frac{1}{2}(4+12ml+13m^2l^2+6m^3l^3+m^4l^4)\{\log(1+ml)\}^2\right]$$

$$=I_0 \quad \cdots\cdots(10\text{-}1)$$

となる。分子は，

$$\left(\frac{dX}{dx}\right)=\frac{-m(1+ml)}{(1+mx)^2}-m+\frac{m(2+ml)}{1+mx}$$

$$\int_0^x\left(\frac{dX}{dx}\right)^2dx=m\left\{-\frac{(1+ml)^2}{3(1+mx)^3}+\frac{(1+ml)(2+ml)}{(1+mx)^2}\right.$$

$$-\frac{6+6ml+m^2l^2}{1+mx}-2(2+ml)\log(1+mx)$$

$$\left.+mx+\frac{13+11ml+m^2l^2}{3}\right\}$$

であるから，

$$\text{分子}=\int_0^l(1+mx)(R+x)dx\int_0^x\left(\frac{dX}{dx}\right)^2dx$$

$$=RI_1+(mR+1)I_2+mI_3 \quad \cdots\cdots(10\text{-}2)$$

$$I_1=10ml+7m^2l^2+\frac{1}{3}m^3l^3$$

$$-(10+12ml+3m^2l^2)\log(1+ml)$$

第1表　くさび状翼の遠心力係数計算値

翼厚比＝先端厚/根元厚 $1+ml=h_1/h_0$	厚さこう配 $m=-(h_0-h)/h_0l$	遠心力係数 $B=B_1(R/l)+B_2$		備考：翼端が自由な翼の遠心力係数 $B_{F1}=B_{F1}(R/l)+B_{F2}$			
		B_1	B_2	B_{F1}	B_{F2}	B_1/B_{F1}	B_2/B_{F2}
0.0	$-1/l$	(2.50)	(1.98)	2.000	1.333	(1.250)	(1.485)
0.0625	$-15/16\,l$	2.1982	1.7276	(1.903)	(1.318)	(1.155)	(1.310)
0.25	$-3/4\,l$	1.8246	1.3700	1.749	1.280	1.043	1.070
0.50	$-1/2\,l$	1.6912	1.2378	1.652	1.232	1.023	1.005
0.75	$-1/4\,l$	1.6391	1.1824	1.596	1.198	1.027	0.987
1.00	0	1.6154	1.1538	1.558	1.173	1.036	0.984

注：　この計算値は1端固定1端ローラという条件での値である。
(　)内数値はカッコ以外の数値より推定した。
$R/l=1.25$ なるときの B は，$h_1/h_0=1.00$ では3.173，$h_1/h_0=0.5$ では3.352 となる。

$$I_2=\frac{1}{m}\left\{-10\,ml-5\,m^2l^2+\frac{5}{3}m^3l^3+\frac{1}{6}m^4l^4\right.$$
$$\left.+(10+10\,ml-m^3l^3)\log(1+ml)\right\}$$

$$I_3=\frac{1}{m^2}\left\{\frac{35}{3}ml+\frac{15}{2}m^2l^2+\frac{5}{9}m^3l^3+\frac{43}{36}m^4l^4\right.$$
$$+\frac{1}{9}m^5l^5-\frac{1}{3}(35+40\,ml$$
$$\left.+10\,m^2l^2+4\,m^3l^3+2\,m^4l^4)\log(1+ml)\right\}$$

(10-1)式および(10-2)式を用いてmに0または $-1/l$ でない任意の値を与えてBを計算することができる。実際計算をするにあたってはつぎのようにすると便利である。

$$B=\frac{RI_1+(mR+1)I_2+mI_3}{I_0}=\frac{mRI_x+I_y}{I_0'}=B_1\frac{R}{l}+B_2 \qquad \cdots\cdots(11)$$

とする。ただし

$$I_0'=mI_0,\quad I_x=I_1+mI_2,\quad I_y=mI_2+m^2I_3$$

$$I_x=ml\left\{ml\left(2+2\,ml+\frac{1}{6}m^2l^2\right)\right.$$
$$\left.+(-2-3\,ml-m^2l^2)\log(1+ml)\right\}$$

$$I_y=ml\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{2}ml+\frac{20}{9}m^2l^2+\frac{49}{36}m^3l^3+\frac{1}{9}m^4l^4\right)$$
$$+\left(-\frac{5}{3}-\frac{10}{3}ml-\frac{10}{3}m^2l^2-\frac{7}{3}m^3l^3-\frac{2}{3}m^4l^4\right)$$
$$\times\log(1+ml)$$

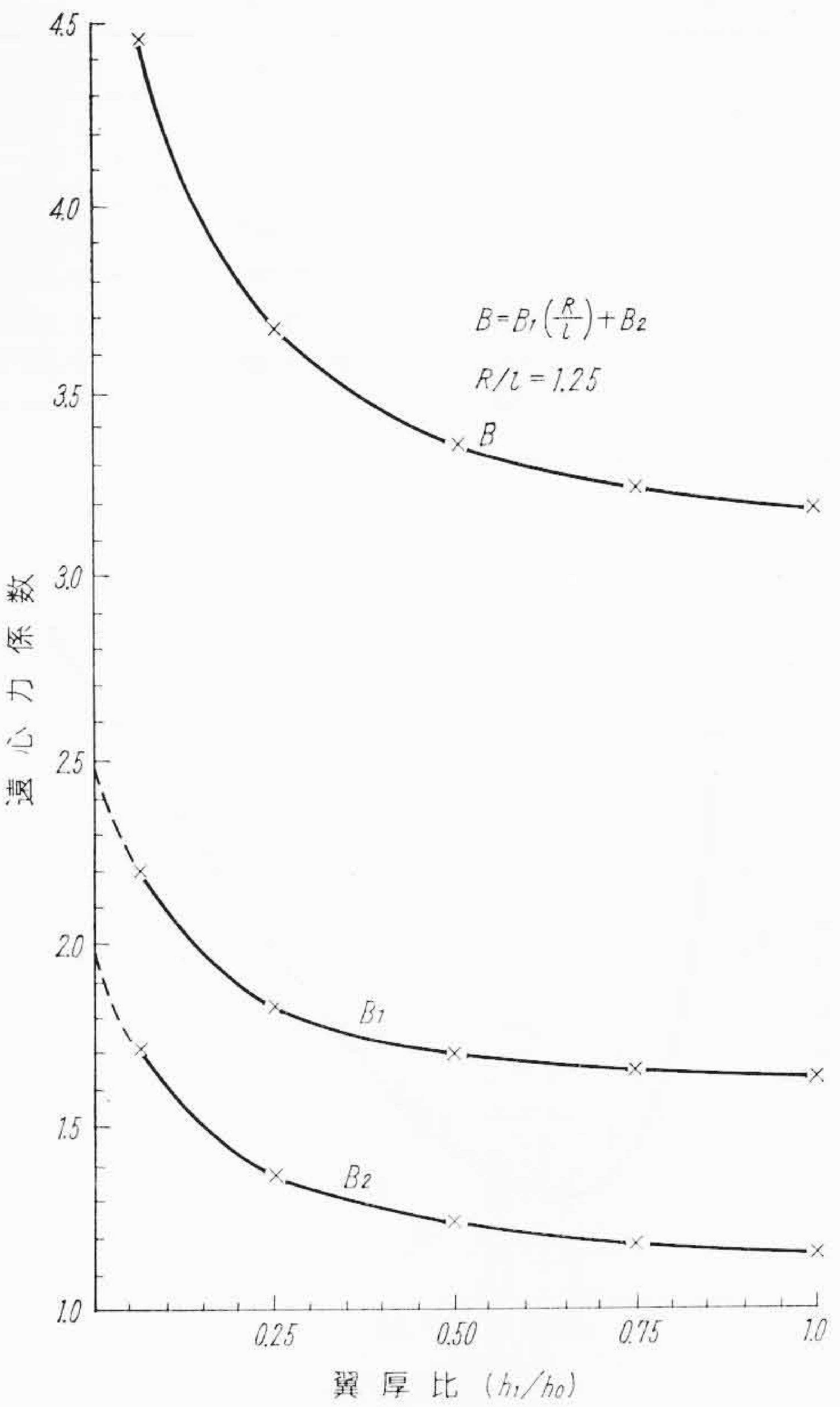
B_1 および B_2 は無次元係数である。

くさび状断面の形状を $m=-1/4\,l$，$-1/2\,l$，$-3/4\,l$ および $-15/16\,l$ の4種とし，これについて(11)式によりBを定めるファクタ B_1 および B_2 を計算した結果を**第1表**に示す。**第1表**より翼端がこわさ無限大，質量0なるシュラウドで架構された翼の遠心力係数のファクタ B_1 および B_2 と翼端が自由な翼のファクタ B_{F1} および B_{F2} とを比較すると，翼厚比が0.5～1.00では B_1 と B_{F1}，B_2 と B_{F2} はいずれも数％以下の差で大体同様であり，翼厚比が0.5より小さくなると翼端架構の場合の係数が翼端自由の場合より大きくなり（特に第2のファクタ B_2 が大きい），翼厚比0では B_1 は B_{F1} より約25%，B_2 は B_{F2} より約50%大きくなることがわかる。

第1表の B_1 および B_2 を図示すると**第3図**のようになり，供試翼のボス半径と翼長の比を $R/l=1.25$ としてBを求めた結果もあわせて記す。

3.　静止時の翼の振動数係数の計算

回転翼の振動数計算では静止時の振動数を(1)式のような近似式によらず，シュラウドのこわさや質量のほかに翼数を考慮した正しい計算法より求めることが必要であるが，これは実際は煩雑で，設計上の目安としてはシュラウドのこわさが無限大で質量がないとした特別な場合について，特定の翼の振動数係数を定めておくと好つごうである。この場合の振動数係数は一端固定他端ローラという条件のはりの振動数係数に等しい（均一断面はりについてはこの係数は既知で機械工学便覧に $\lambda_1=2.365$ という正しい値が与えられている）。この係数λがくさび状はりではどうなるかについて以下に計算してみる。まず翼は均一断面はりとして(1)式を計算する。(6-1)式より



第3図　翼厚比と遠心力係数

$$y=k_5(3\,lx^2-2\,x^3)\qquad \therefore\quad y''=6\,k_5(l-2\,x)$$

$$\int_0^l EI(y'')^2dx=12\,EIk_5^2l^3;\quad \int_0^l\gamma A\,y^2dx=k_5^2\frac{13}{35}l^7A\gamma$$

$$f_0^2=\frac{g}{(2\pi)^2}\cdot\frac{12\times35\,EI}{l^4\,13\,\gamma A};\quad f_0=\frac{\lambda^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EI_g}{\gamma A}}$$

$$\lambda^2=\sqrt{\frac{12\times35}{13}};\quad \lambda=\left(\frac{420}{13}\right)^{\frac{1}{4}}=2.384$$

となり，前記の正しいλの値2.365とほぼ一致する（正しい値より0.8%高くなる）ことがわかる。はりの自重を考慮するときは，そのたわみとして均一分布荷重をもつ両端固定はりの左半分のたわみ曲線を用い，これに $x=0$；$y'=y=0$ および $x=l$；$y'=0$，$y=y_0=wl^4/384\,EI$ なる条件を入れてたわみの式を定めれば

$$y=\frac{y_0}{3}\left\{4\left(\frac{x}{l}\right)^2-4\left(\frac{x}{l}\right)^3+\left(\frac{x}{l}\right)^4\right\}\cdots\cdots(12)$$

これを(1)式に入れ，$\lambda=2.369$をうる。この値は真の値2.365より約0.2%高い。

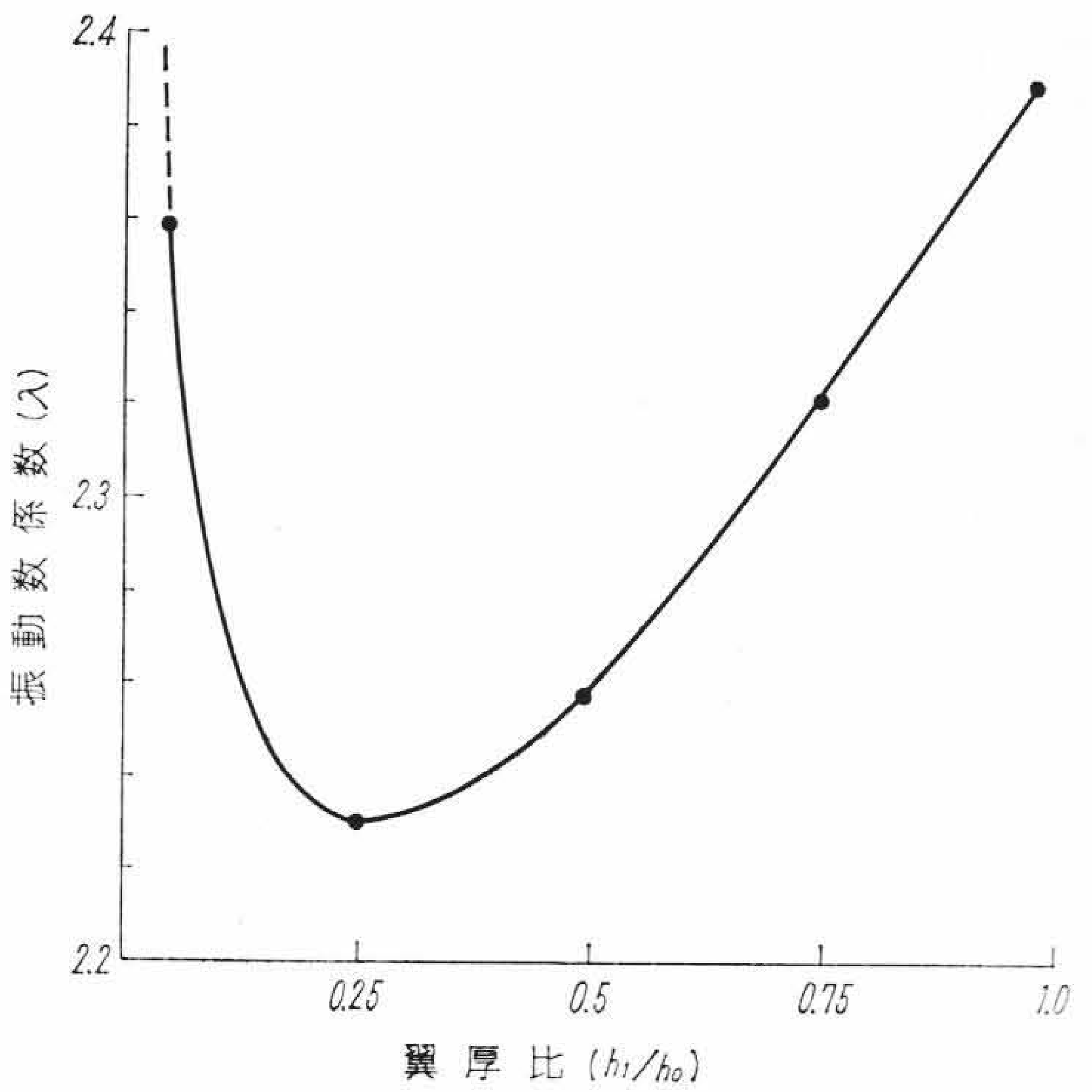
次にくさび状断面の場合の振動数係数を求める。(1)式の分母，分子の定積分をそれぞれ I_A および I_B とすると次のようになる。

$$I_A=\int_0^l EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2dx=EI_0\int_0^l\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2(1+mx)^3dx$$
$$=EI_0k_2^2m^3[-2\,ml(2+ml)+(2+ml)^2\log(1+ml)]$$
$$=EI_0k_2^2m^3I_A'\cdots\cdots(13)$$

第2表　振動数係数 λ

翼厚比 h_1/h_0	厚さこう配 m	λ	備考 I'_A	備考 I'_B
0.0	$-1/l$	——	——	——
0.0625	$-15/16\,l$	2.364	-1.137805	-2.81480×10^{-2}
0.25	$-3/4\,l$	2.229	-0.291084	-0.37288×10^{-2}
0.50	$-1/2\,l$	2.256	-0.059581	-1.43824×10^{-4}
0.75	$-1/4\,l$	2.316	-0.006026	-0.81778×10^{-6}
1.00	0	2.384	——	——

備考：　$h_1/h_0=1.00$ の場合の λ の正しい値は 2.365 である。



第4図　翼厚比と振動数係数

$$I_B=\gamma A_0 k_2^2\left(\frac{1}{m}\right)\left[\frac{ml}{18}(-30-9\,ml+65\,m^2l^2+43\,m^3l^3)\right.$$
$$+\frac{1}{6}(10-4ml-51m^2l^2-50m^3l^3-13m^4l^4)\log(1+ml)$$
$$\left.+\frac{1}{2}(4+12ml+13m^2l^2+6m^3l^3+m^4l^4)\{\log(1+ml)\}^2\right]$$
$$=\frac{\gamma A_0 k_2^2 I_B'}{m}\quad\cdots\cdots(14)$$

$$(1)\text{式}=\frac{g}{(2\pi)^2}\cdot\frac{I_A}{I_B}=\frac{g}{(2\pi)^2}\cdot\frac{EI_0m^4}{\gamma A_0}\cdot\frac{I_A'}{I_B'}$$
$$=\frac{g}{(2\pi)^2}\cdot\frac{EI_0}{\gamma A_0 l^4}\cdot\frac{m^4l^4I_A'}{I_B'}\quad\cdots\cdots(15)$$

これを

$$\frac{g}{(2\pi)^2}\cdot\frac{EI_0}{l^4\gamma A_0}\lambda^4$$

とおく。

$$\lambda^4=l^4m^4\frac{I_A'}{I_B'}\quad\cdots\cdots(16)$$

となり，(16)式右辺を計算すれば振動数係数 λ を定めることができる。計算結果を**第2表**および**第4図**に示す。

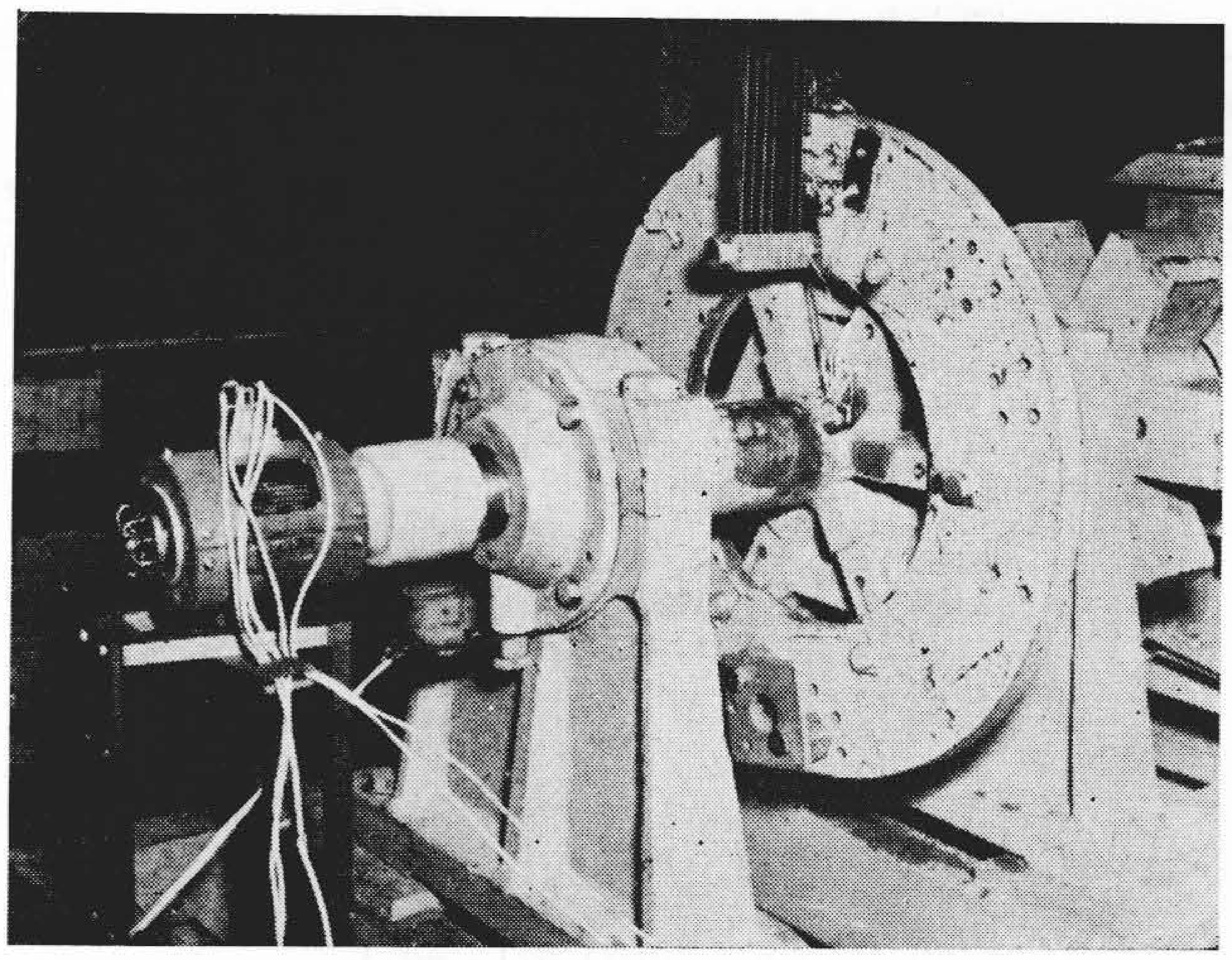
4. 回転翼の振動数に関する実験

4.1 実験方法

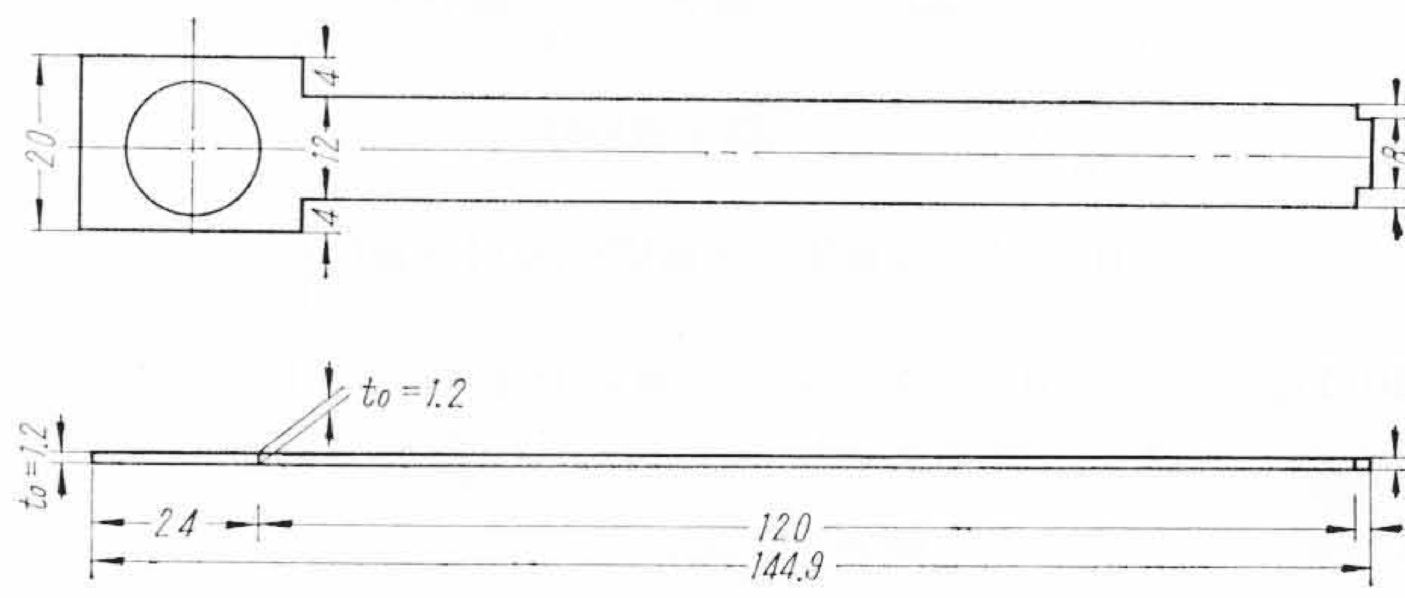
4.1.1 装置

第5図に回転翼の振動の測定装置を示す。

供試翼として**第6図**に示すような翼長 120 mm，幅 12 mm で厚さが均一のものと，翼端の厚さが直線状に根元の1/2になったもの($h_1/h_0=1/2$, $m=-1/2l$) の2種を各7枚作り，これらを7枚一群として，**第7図**に示す幅が翼幅に等しく，厚さの異なったシュラウド板で，各翼間が平行で，かつ等間隔に，振動面が回転面と一致するように架構して4種の翼群を作り，**第8図**のように車盤に組み立てた。この翼の加振は車盤に取り付けた電磁石（この

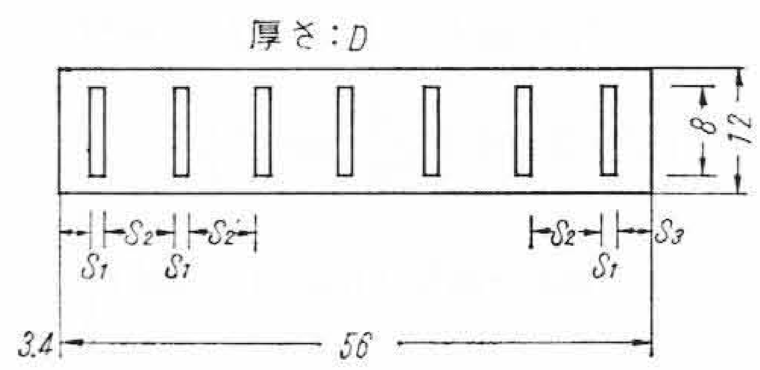


第5図　回転翼振動測定装置



軟鋼板，均一断面翼 $t_0=t_1=1.2$ およびくさび状翼 $t_0=1.2$, $t_1=0.6$ ―2種，数字の単位は mm　以下同様

第6図　供　試　翼



Mo.	寸法 S1	寸法 S2	寸法 S3	寸法 D	翼に対する剛化	備考
1	1.2	6.8	3.4	0.69	3.35	均一断面翼の翼厚の0.57倍の厚さのシュラウド
2	1.2	6.8	3.4	0.44	0.87	均一断面翼の翼厚の0.37倍の厚さのシュラウド
3	0.6	7.4	4.0	0.67	5.49	くさび状翼の翼端厚の1.1倍の厚さのシュラウド
4	0.6	7.4	4.0	0.39	1.08	くさび状翼の翼端厚の0.65倍の厚さのシュラウド

第7図　供試シュラウド板

交流電力は回転軸端に設置したスリップリングを通して与えられる）により与え，翼の振動は電磁石を利用した電磁形ピックアップおよびその下方，翼面に対向して車盤に取り付けた容量形振動計ピックアップ（電極板）により電流変化としたのちスリップリングを通して，電磁オシログラフに導いて測定した。

4.1.2 静止時の振動測定

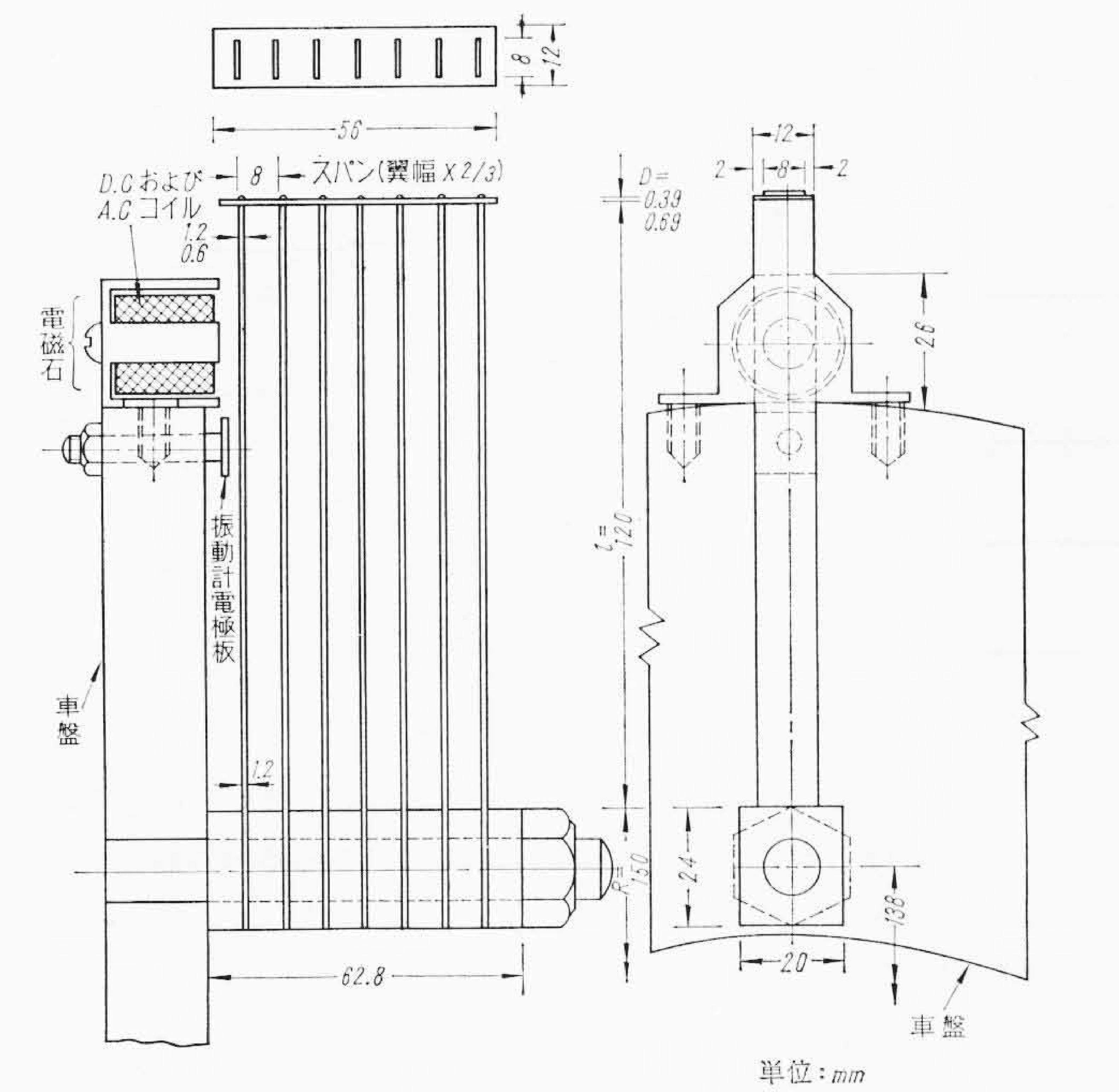
まず，静止時の翼の固有振動数を知る必要あり，これは翼を加振し，その基本振動数で共振状態となったとき，電磁石の入力を切って生ずる減衰固有振動をオシログラムに撮影して定めた。また振動モードすなわち翼長に対する振幅分布（たわみ曲線）は，加振側より3枚目の翼についてこの翼の測面8個所の共振状態における振幅の大きさを顕微鏡により直接読みとって定めた。

4.1.3 回転時の振動測定

前記2種の翼群を取り付けた車盤を直流電動機により回転し，回転数約650, 約1,300および約1,950 rpm において，翼を電磁石により加振し，翼が基本振動の振動数で共振状態になるのを容量

第3表　静止時の振動たわみ曲線から定めた遠心力係数

翼種 No.	翼種 翼	翼種 シュラウド板(mm)	振幅比測定値 $x=1.0$	振幅比測定値 $x=0.75$	振幅比測定値 $x=0.5$	たわみ曲線	遠心力係数計算値
(1)	7枚グループ均一断面 $h_1/h_0=1.0$, $m=0$	厚さ 0.69	1.000	0.781	0.463	$X=3.004x^2-2.605x^3+0.601x^4$	$B=1.57(R/l)+1.13$ $R/l=1.25:B=3.09$
(2)	7枚グループ均一断面 $h_1/h_0=1.0$, $m=0$	厚さ 0.44	1.000	0.764	0.436	$X=2.598x^2-1.819x^3+0.221x^4$	$B=1.57(R/l)+1.14$ $R/l=1.25:B=3.10$
(3)	7枚グループくさび状断面 $h_1/h_0=0.50$, $m=-1/2l$	厚さ 0.67	1.000	0.751	0.391	$X=1.703x^2+0.147x^3-0.850x^4$	$B=1.67(R/l)+1.21$ $R/l=1.25:B=3.30$
(4)	7枚グループくさび状断面 $h_1/h_0=0.50$, $m=-1/2l$	厚さ 0.39	1.000	0.713	0.365	$X=1.620x^2-0.019x^3-0.601x^4$	$B=1.66(R/l)+1.21$ $R/l=1.25:B=3.29$



電磁石は車盤とともに回転し，回転中の翼を加振する。翼の振動は軸端にあるスリップリングを介して電気的に変換して取出され，電磁オシログラフに記録される。

第8図　車盤に固定した翼群

形振動計で監視し，共振状態になったとき電磁石の交流側入力電源を切り，そのときに生ずる減衰固有振動を電磁石に発する振動電圧として取り出しこれを電磁オシログラフにより，オシログラムに記録し，このときの振動数を求めた。次にこの値とそのとき同時に記録した回転数および既知である翼根元部の軸心からの距離と翼長の比 R/l を基にして既知の関係式(3)より遠心力係数を定めた。

4.2 実験結果

4.2.1 静止時の振動のたわみ曲線から定めた遠心力係数

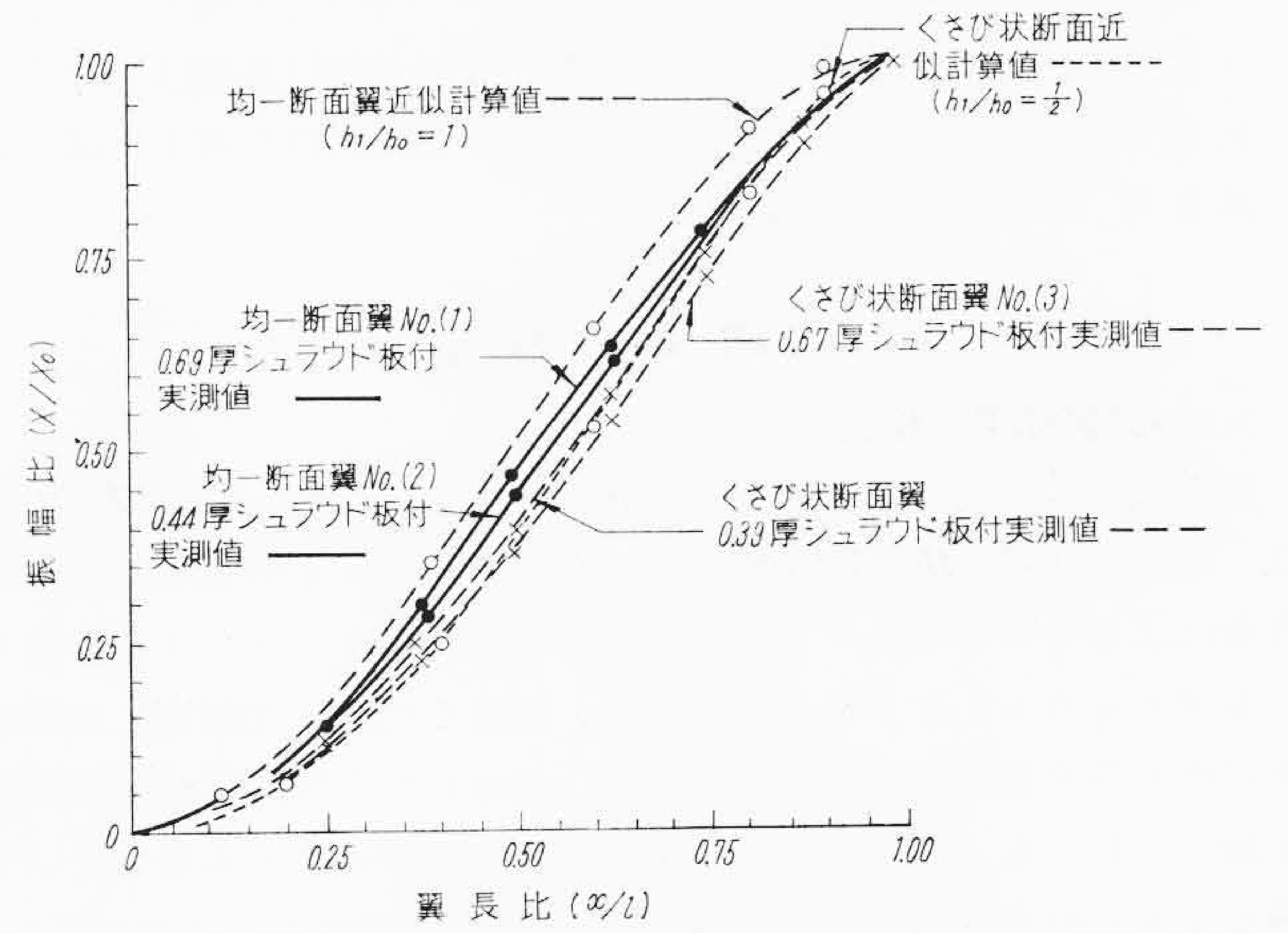
たわみ曲線は x を根元から測った距離，X を x の位置のたわみとすれば近似的に

$$X=ax^2+bx^3+cx^4 \qquad (17)$$

で表わされる。(17)式の係数 a，b および c は $x=1.00$ すなわち翼端の振幅 $X_{1.00}$ を1.00として，$x=0.75$ および0.50なる位置の振幅 $X_{0.75}$ および $X_{0.50}$ を実測すれば定められる。実測したたわみ分布を第9図に示す。これらの測定値から定めたたわみの式を基にして，遠心力係数を求めた結果を第3表に示す。第3表よりシュラウド板で架構したグループ翼の遠心力係数は翼断面の形状には関係するが，シュラウド板の厚さにほとんど関係しないこと，翼断面がくさび状に先薄となった場合は均一断面の場合より高くなることがわかる。

第4表　回転時の固有減衰振動から定めた遠心力係数

翼種 No.	翼種 翼	翼種 シュラウド板(mm)	回転数(c/s)	固有振動数(c/s)	遠心力係数
(1)	7枚グループ均一断面 $h_1/h_0=1.00$ $m=0$	厚さ 0.69	0	95.0	—
			10.62	96.8	3.06
			21.45	102.2	3.09
			32.02	110.2	3.04
					平均 3.06
(2)	7枚グループ均一断面 $h_1/h_0=1.00$ $m=0$	厚さ 0.44	0	90.7	—
			10.76	92.6	3.01
			21.44	98.0	3.00
			31.85	106.2	3.01
					平均 3.01
(3)	7枚グループくさび状断面 $h_1/h_0=0.50$ $m=-1/2l$	厚さ 0.67	0	90.2	—
			10.66	92.3	3.37
			21.58	98.0	3.15
			32.12	107.5	3.31
					平均 3.28
(4)	7枚グループくさび状断面 $h_1/h_0=0.50$ $m=-1/2l$	厚さ 0.39	0	92.5	—
			10.69	94.5	3.27
			21.38	100.2	3.25
			31.85	108.7	3.21
					平均 3.24

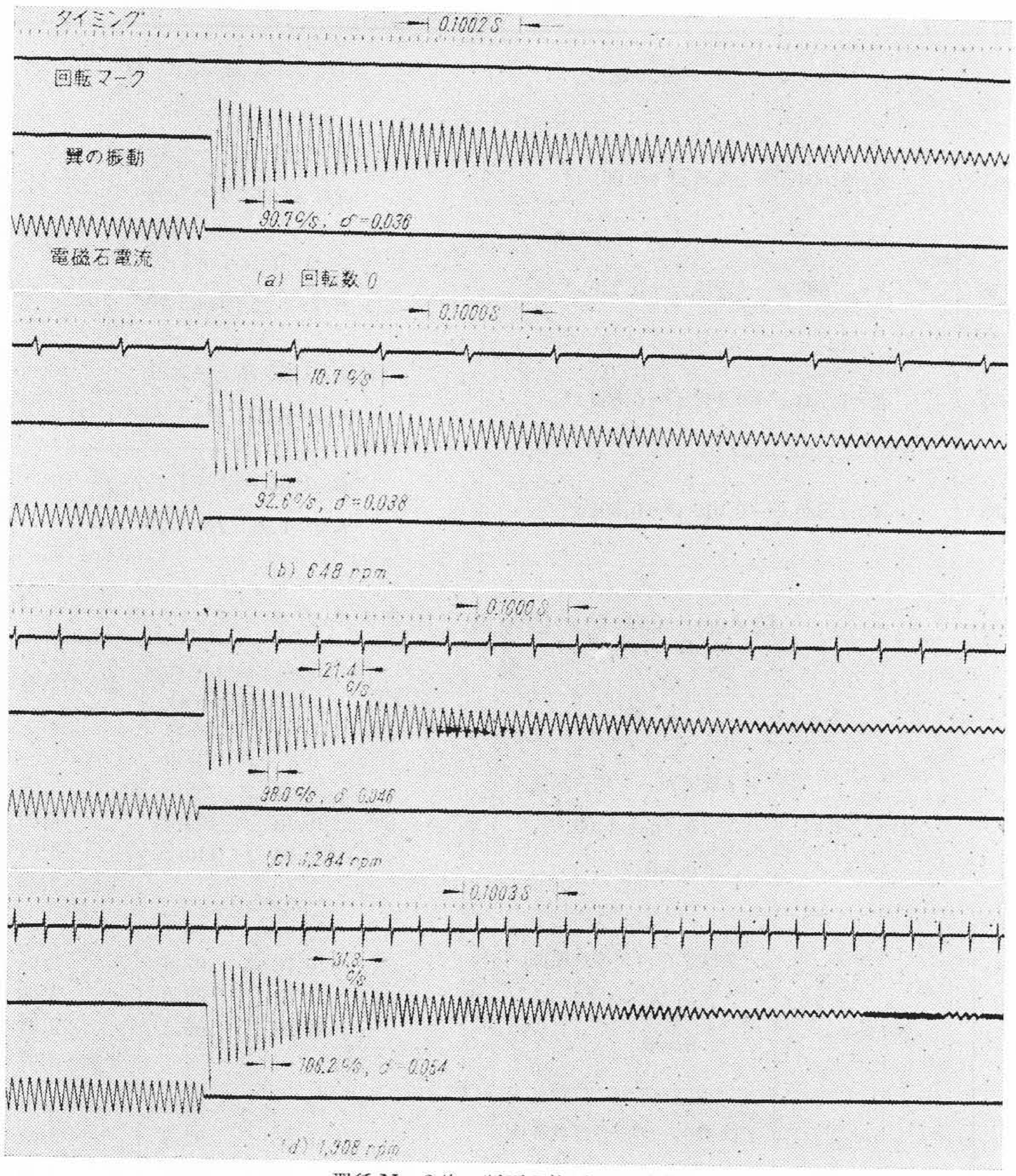


計算は1端固定1端ローラはりという条件での値である。

第9図　静止時共振振動における振幅分布の計算値と測定値の比較

4.2.2 回転時の振動から定めた遠心力係数

回転数0〜1,950 rpm において各翼の減衰固有振動数を測り(第10図参照)この値とそのときの回転速度とを(3)式に代入し，遠心力係数を定めた結果を第4表に示す。第4表より，遠心力係数は翼種(1)，(2)，(3)および(4)に対しそれぞれ3.06，3.01，3.28および3.24であり，同じ翼でもシュラウド板が薄い場合は厚い場合よりいくらか低くなることがわかる。またこれらの値は第



翼種No.2均一断面7枚グループ翼

第10図　回転時の翼の減衰固有振動オシログラム

3表に示す静止時の振動たわみ曲線より求めた値に比較し，いくらか低めであるが，大差がないことがわかる。

以上に記した遠心力係数の計算値および実測値を一括して図示すれば第11図のようになる。図より，シュラウド板が質量0，こわさ無限大という条件の翼（すなわち1端固定1端ローラという境界条件を有するはり）の遠心力係数の近似計算値は少なくとも本実験におけるシュラウド板に対する架構翼群に対しては，誤差数%で一致することがわかる。

5. 結果の検討

5.1 計算結果の検討

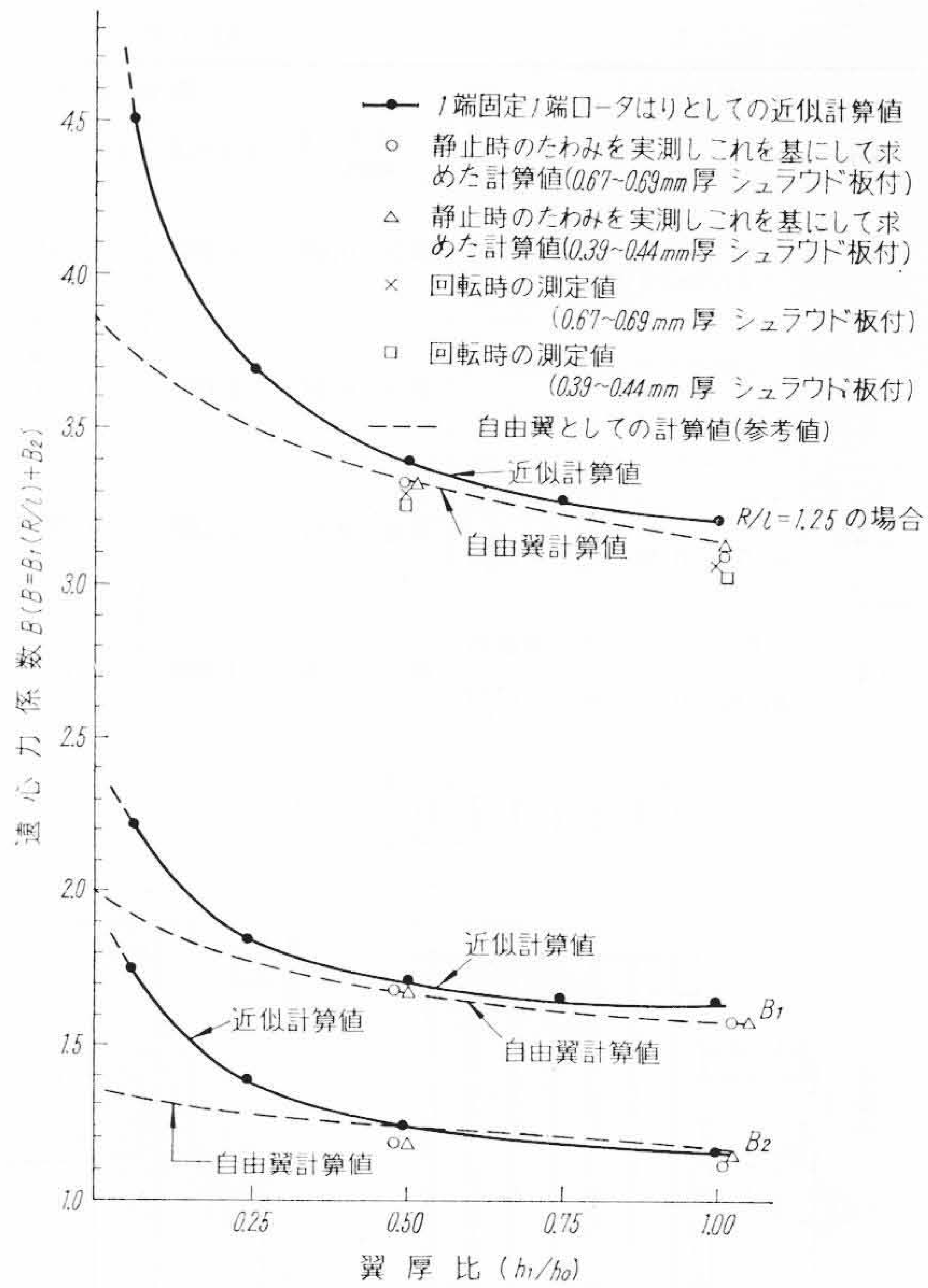
第1表で遠心力係数として翼厚比1すなわち均一断面翼の場合は，$B_1=1.6154$，$B_2=1.1538$ なる値が得られた。この値はたわみが自重によるものでなく，ローラ端に集中荷重とモーメントが作用して生ずるものとして求めた値である。振動のたわみは厳密には回転中のたわみを採用すべきであるが，これはわからないので便宜上静止時で，しかも上記の条件から定まる集中荷重によるものでない自重によるものを採用すれば（このほうが真の振動のたわみに近い），(6-1)式の代わりに

$$y=\frac{K}{l^4}\,(4\,x^2l^2-4\,x^3l+x^4)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(12)'$$

なる式を採用すればよい（この式は長さ $2\,l$ の均一断面両端固定はりの左半分を表わす式である）。(12)′式と(2)式より B を求めれば

$$B=1.6323\frac{R}{l}+1.1520$$

なる値が得られる。この値は前記値と1%程度の差しかないから，たわみ曲線は自重によるものを用いても，集中荷重によるものを用いても大差ないことがわかる。ただし先薄断面翼についてもこうなるかどうかわからない。



翼厚比が0.50~1.00の範囲ではBは架構翼でも自由翼でも値はあまり変わらない。

第11図　遠心力係数の計算値と測定値の比較

なおシュラウド板で架構された翼には根元固定先端支持あるいは極端な場合は両端固定の振動形の振動も生じ得る。この場合の係数はどうなるであろうか。均一断面翼の場合，前者に対するたわみは

$$y=\frac{K}{l^4}\,(3\,l^2x^2-5\,lx^3+2\,x^4)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(13)'$$

であり，(2)式より係数を求めると，

$$B=4.2653\frac{R}{l}+2.8955$$

となる。すなわちローラ端あるいは自由端を有する翼の係数より約2.6倍大になる。次に後者の場合はたわみ曲線は

$$y=\frac{K}{l^4}\,(l^2x^2-2\,lx^3+x^4)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(14)'$$

となり，係数は

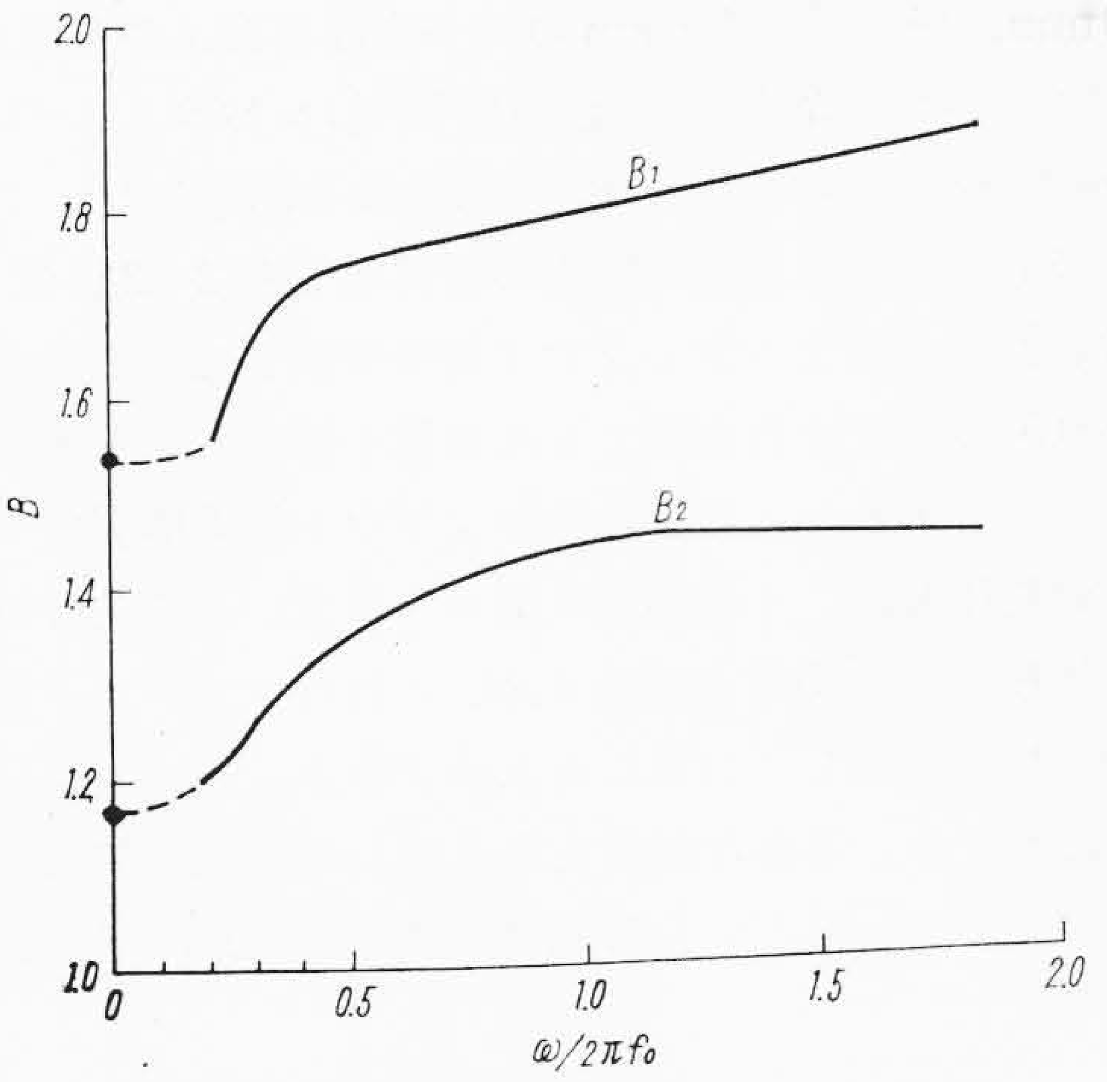
$$B=6.000\frac{R}{l}+4.000$$

となり，ローラ端あるいは自由端の場合の係数より約3.5倍大となる。

本計算ではシュラウドの質量を0としたが，実際は若干の質量を有している。自由翼の場合では翼端に集中質量が付着していれば遠心力係数はいくらか低くなる。極端の場合自重0のはりの先端にのみ集中質量のある状態での係数は(2)式と同様の計算によれば

$$B=1.000\frac{R}{l}+1.000$$

となる。実際のタービン翼ではシュラウド板の翼1本あたりに対する質量は翼の質量の2~3%程度である。本供試翼の場合，シュラウド板の質量は翼の3.3%(No.1翼)および2.1%(No.2翼)である。したがって，この質量を考慮した場合の係数の低下は B_1 で2%程度，B_2 で0.5%程度であり，シュラウド板の質量の係数に及ぼす効果は実際上無視してよいであろう。



静たわみ曲線を用いた場合の係数は$B_1=1.558$, $B_2=1.137$であり，振動たわみ曲線を用いた場合の係数は$B_1=1.540$, $B_2=1.150$となり，後者の場合がいくらか値が小さい。

第12図　回転速度と遠心力係数の関係
(均一断面自由翼についての計算)

5.2 計算式について

(3)式は近似式であり[6]，Bは回転速度に無関係な係数となっている。厳密にはBは回転速度によって変わるであろう。というのは，(2)式でyとして静たわみを用いているが，正しくは回転時のたわみを用いるべきであって回転時のたわみは回転速度によって変わってくるからである。(2)式とは別な計算方法によって[7]，均一断面片持はりの係数を求めると（はりを7等分に分割し，根元から翼長の6/7, 4/7および2/7の各位置に，それぞれ翼自重の2/7の三つの質量が，無質量でこわさのみあるはりに付着したとした3質点系としてのはりに近似置換して，回転中の固有振動数を求め，この結果よりB_1およびB_2を定める方法による），第12図のような結果が得られる。これより静たわみをもとにして（2）式より得られる係数は，回転速度と静止時固有振動数の比$\omega/2\pi f_0$が0.0〜0.2のときに相当することになる。実際上タービン翼で係数が考慮されるのは$\omega/2\pi f_0$が0.15〜0.5ぐらいの場合が多い。したがって実用上は(2)式により定めた係数を用いて，回転時の固有振動数を計算して大なる誤りはないと考えてよいであろう。

5.3 実験結果の検討

5.3.1 翼種 No.(1)，No.(2)の振幅分布と遠心力係数

第9図に示すように，共振時における振幅分布の測定値と近似計算値とを比較すると，均一断面翼No.(1)およびNo.(2)では，計算値の振幅比は翼端付近で特に実験値より大きくなっている。これは計算値が1端固定，1端ローラという特殊条件を前提としているため，翼端に生ずる曲げモーメントが実際より過大となるからで，当然予期されることである。

遠心力係数は第11図のB_1およびB_2に見るように，静止時のたわみより求めた計算値が実測値（$h_1/h_0=1.0$における○，△印）よりいくらか高くなってしまうのは前記の理由によると考えられる。しかし，この差は試料No.(1)(厚さ0.69 mmシュラウド板)ではB_1で$\dfrac{1.615-1.57}{1.615}=2.8(\%)$であり，$B_2$で$\dfrac{1.154-1.13}{1.154}=2.1(\%)$である。また，試料No.(2)(厚さ0.44 mmのシュラウド板)ではB_1で$\dfrac{1.615-1.57}{1.615}=2.8(\%)$, B_2で$\dfrac{1.154-1.14}{1.154}=1.4(\%)$であるから，比較的小さい。したがって，遠心力係数は前記の特殊条件の近似計算によっても，翼を静止状態で共振振動させ，たわみ分布を求めて計算しても大差はないということができる。なお試料(1)および(2)に対する剛比β

$$\beta=\frac{n}{m}=\frac{\dfrac{\text{シュラウド板の断面2次モーメント}}{\text{1スパンのシュラウド板の長さ}}}{\dfrac{\text{翼の断面2次モーメント}}{\text{翼の長さ}}}$$

は第7図の中に記したようにそれぞれ3.35および0.87であり，翼種No.(3)およびNo.(4)の剛比はそれぞれ5.49および1.08である（ただし，この場合翼の断面2次モーメントは根元，中央，翼端3点の和の算術平均をとってある）。本実験により得られた遠心力係数は剛比がこの範囲での値であることに注意する必要がある。次に第11図より，$h_1/h_0=1$, $R/l=1.25$なる場合の遠心力係数の実験値（図の×□印）と近似計算値との差は比較的小さく，その値は（第1，4表参照），No.(1)翼で$\dfrac{3.174-3.06}{3.174}=3.6(\%)$，No.(2)翼で$\dfrac{3.174-3.01}{3.174}=5.1(\%)$となることがわかる。これより剛比が0.87〜3.3であるシュラウド板架構均一断面翼の遠心力係数の実測値は1端固定1端ローラはりとして計算した翼の遠心力係数に比較し，4〜5%低くなることがわかる。

5.3.2 翼種 No.(3)，No.(4)の振幅分布と遠心力係数

くさび状翼である試料No.(3)およびNo.(4)について近似計算値と実験値を比較する。第9図に示すように，振幅比が翼端付近で計算値が実験値より大きくなることは均一断面翼の場合と同様で，この理由は計算上翼端に加わる曲げモーメントが実際より過大に評価されているからである。根元付近で振幅比の計算値が比較的小さいのは，翼端から加わるモーメントによるたわみの拘束の影響が根元付近に至ってきわめて小さくなるためと考えられる。

遠心力係数については，第11図の曲線B_1, B_2に見るように静止時のたわみより求めた計算値（$h_1/h_0=0.50$における○，△印）はいずれも近似計算値より少し低いがほぼ一致しているといえる。その差は試料No.(3)（厚さ0.67 mmのシュラウド板）ではB_1は$\dfrac{1.691-1.67}{1.691}=1.2(\%)$であり，$B_2$は$\dfrac{1.238-1.21}{1.238}=1.5(\%)$である。

また第11図より，$h_1/h_0=0.5$, $R/l=1.25$なる場合の遠心力係数の実験値(図の×，□印)と近似計算値との差は比較的小さく，その値は(第1,4表参照) No.(3)翼では$\dfrac{3.352-3.28}{3.352}=2.1(\%)$，No.(4)翼では$\dfrac{3.352-3.24}{3.352}=3.3(\%)$となることがわかる。

第11図をみると遠心力係数の実験値は翼厚比が1.00および0.5の場合では，ともに近似計算値よりむしろ，自由翼としての計算値に近い。したがって，この剛比のシュラウド板で架構した翼の遠心力係数は計算上翼厚比が0.5〜1.00の場合は自由翼としての遠心力係数の値を採用してよいことがわかる。

翼厚比が0.5より小さい場合の実験値がはたして近似計算値に近くなるかあるいは，自由翼としての計算値に近くなるかについては，本実験では架構翼の組立工作上の困難があって行なっていない。これについては次の機会に明らかにしたい。

5.3.3 振動数係数

静止時の固有振動数は第4表に示すように翼種No.(1)，(2)，(3)および(4)に対しそれぞれ95.0, 90.7, 90.2および92.5 c/sである。これらの値をf_0とし，翼根本の断面2次モーメントおよび断面積をそれぞれI_0およびA_0とすると

$$\lambda=\left[\frac{2\pi l^2 f_0}{\sqrt{\dfrac{EI_0 g}{\gamma A_0}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

なる関係より，翼種No.(1)，(2)，(3)および(4)に対して上記λの値はそれぞれ2.201, 2.151, 2.145および2.172となる。このうち前の二つの値は第2表の$h_1/h_0=1.00$の値2.384より2.3〜4.4%低く，あとの二つの値は第2表の$h_1/h_0=0.500$の値2.256よ

り4.8～3.7% 低くなる。実験値が計算値より低いのは計算でシュラウド板の質量を0とし，こわさを無限大としたからで，実際は質量は0でなく，こわさも無限大でなく，この条件のうち前者は翼の質量を増すように作用し，後者は翼端の拘束を減ずることに作用するもので，いずれも翼の固有振動数を低下する効果によるものと解釈される。なお対数減衰率は，初期変位から第6波と第20波の平均をとれば**第10図**に示すように，静止時 $\delta=0.036$ に対し，回転中は回転速度の高いほど増加し，1,908 rpm で $\delta=0.054$ となっている。この増加は主として回転中作用する空気の抵抗力が，翼と空気との相対速度に比例した粘性抵抗的性質を示すためであると考えられる。

6. 結　　言

シュラウド板で架構した翼の固有振動数が回転中遠心力のため静止時に比較しどう変わるかを明らかにするため，遠心力係数の計算と実験を均一断面およびくさび状先薄断面翼について行なった。シュラウド板の質量を0，こわさを無限大とした近似的条件すなわち，1端固定1端ローラという条件で，既知の計算法により遠心力係数を求め，これと自由翼の場合の計算値と比較した。その結果遠心力係数は翼厚比が1.00～0.25の範囲では差が数%で一致するが(架構のほうがだいたい高くなる)，翼厚比が0.25より小さくなると架構翼の遠心力係数が数十%高くなった。7枚を1群として架構した，翼長120mm，根元厚さ1.2mmの均一断面翼および翼厚比0.5のくさび状翼について，R/l (翼根元半径/翼長)＝1.25として回転数0～1,950 rpm において翼の1次の固有振動数を測定した。この結果より求めた遠心力係数は前記架構翼の計算値より2～3% 低くなるが，ほぼ一致した。これよりシュラウド板で架構した翼の遠心力係数は翼厚比が0.5～1.0では自由翼としての値を採用しても大なる誤差はないということがわかった。なおシュラウド板架構翼の1次固有振動数の振動数係数は，1端固定1端ローラという端条件の翼の場合の係数に比較し，2～5% 低かったが，これはシュラウド板の質量とこわさの効果を無視して計算したためである。

本研究にあたり，有益な助言を与えられた東京工業大学谷口修教授，ごべんたつをいただいた日立研究所北川部長に厚くお礼申しあげる。

参　考　文　献

(1) M. A. Prohl: Trans of ASME., 169-180 (1958)
(2) 藤野，河野: 日本機械学会論文集，23，533～537 (昭32-7)
(3) 小堀: 日本機械学会誌，56，326～332 (昭28-6)
(4) 小堀，大森: 日立評論，42，No. 5，527-533 (昭35-5)
(5) エス・ティモシエンコ，谷下訳: 工業振動学，321～322(昭27-8，コロナ社)
(6) 妹沢，内田: 航研い報，14，181 (1939)
(7) W. T. Thomson: Mechanical Vibrations., p. 190 (1960 Prentice-Hall. Inc.)

特許の紹介

特許第248253号 (特公昭33-7333)
特許第289081号 (特公昭36-13476)

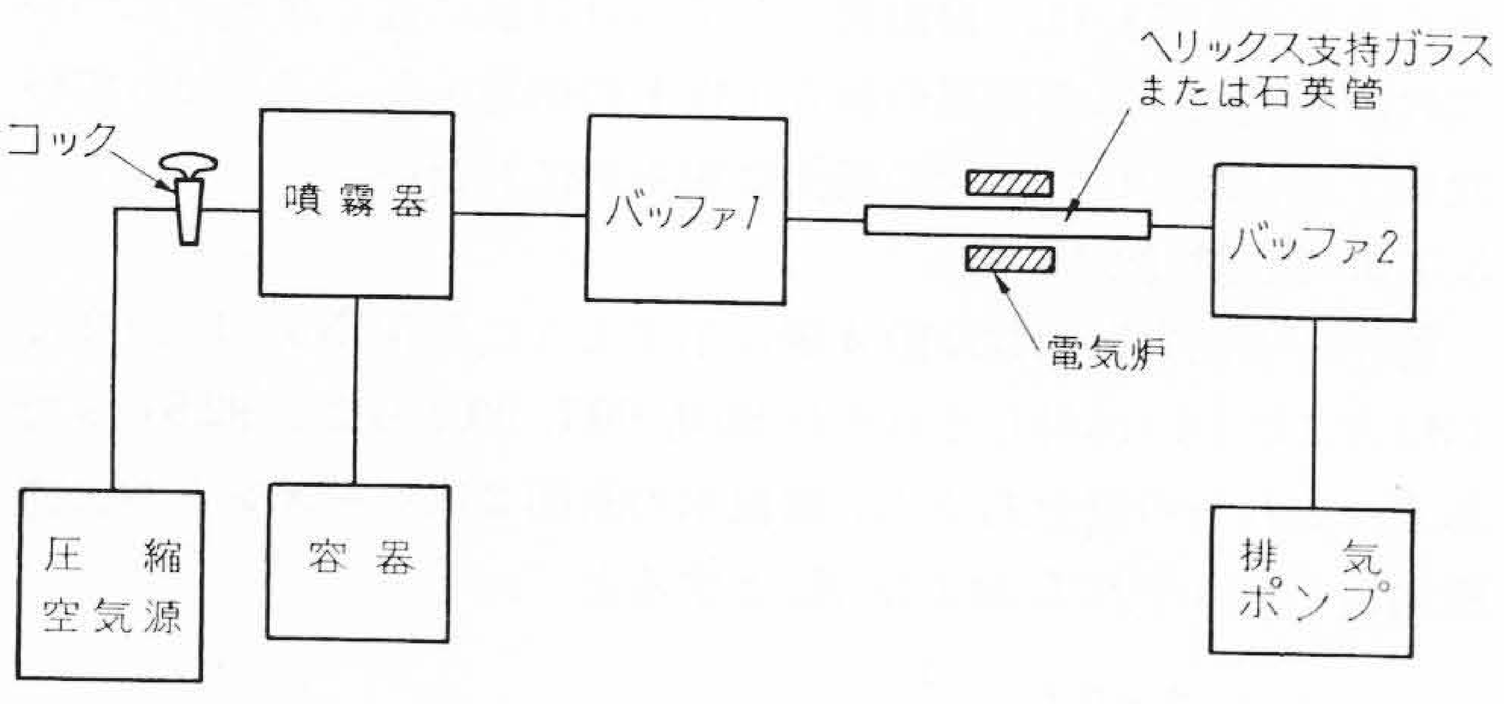
沢田良嘉・鈴木喜久
高田昇平・関口存哉

進行波管における発振防止減衰部 (及びその製作法)

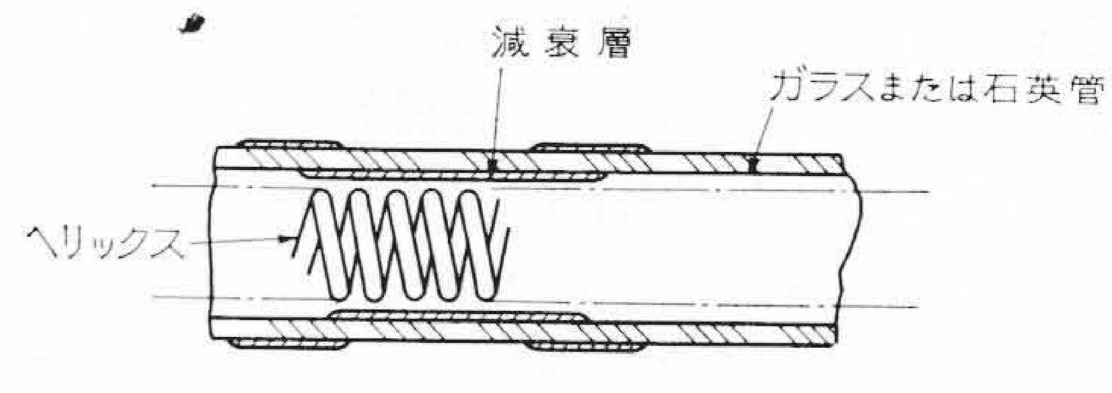
一般に進行波管において，ヘリックス支持ガラスまたは石英管などにおける発振防止用減衰層はアカダックの塗布あるいは金属膜の蒸着などにより形成せられていたが，これらの減衰層はヘリックスのそう入，あるいは振動などによりはく離しやすい欠点があった。

この発明は上記減衰層をネサ処理によって形成したものであって，**第1図**に示すように容器内の塩化錫を主成分とする溶液を噴霧器で吸い揚げ，圧縮空気源からコックを介して送られる空気により微細な霧をつくりバッファ1に貯える。一方排気ポンプによりバッファ2に真空部分をつくると，両バッファの圧力差により，たとえば支持石英管内に前記塩化錫溶液の霧の流れをつくり，ここで上記石英管を電気炉で加熱すれば管内に減衰層を形成することができる(特許第248253号)。このようにして得られた発振防止減衰部 (特許第289081号) の構成例は**第2図**および**第3図**に示すとおりであり，きわめて安定にして強固な減衰部が得られる特長がある。

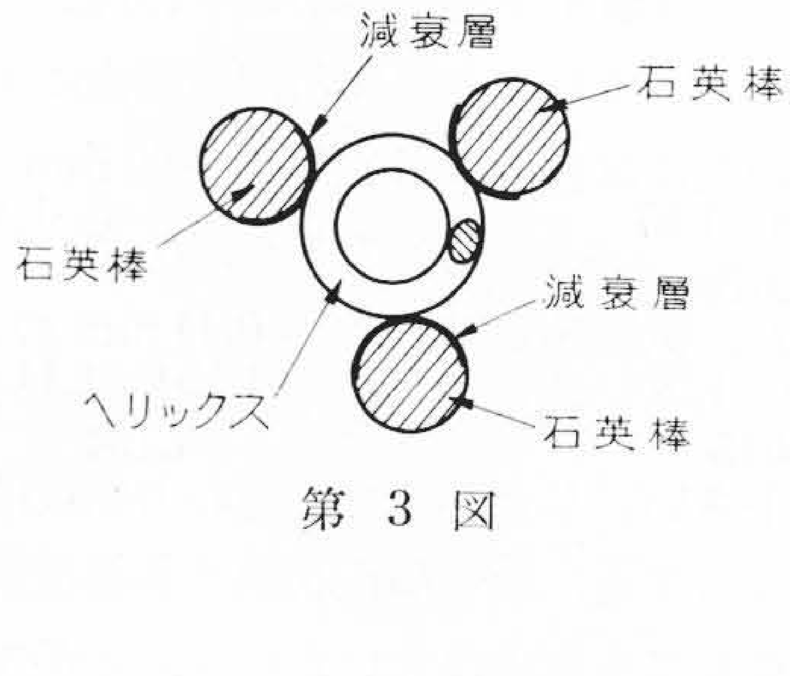
(水本)



第1図



第2図



第3図