

高速回転懸垂軸の振動

Vibration of Vertically Suspended High Speed Shaft

山口 政 昭* 大 内 克 巳*
Masaaki Yamaguchi Katsumi Ouchi

内 容 梗 概

危険速度以上で回転する軸の振動について、多くの理論的研究が行なわれているが、実験によって検証されているのは、軸の回転数が危険速度の数倍程度までである。

われわれは危険速度の500倍のところまで回転できる駆動装置において発生した高速回転懸垂軸の振動について実験を行ない、理論解析を加えたところ、この振動はオイルウィップによるものであり、その振動数は軸の回転数とともに増大し、危険速度の4~5倍の振動数に落ち着く。振動数の増大するのはジャイロの効果によって、軸のスチフネスが増大するためであることがわかった。

1. 緒 言

回転軸の振動に関する理論、文献は多いが、危険速度の数十倍から数百倍という高速で回転される軸系の振動については、未だ明らかにされた例がない。

筆者らは超遠心機⁽¹⁾と呼ばれる理化学機械の特殊な駆動装置を用いて高速回転中に発生した軸の振動の測定を試みた。本装置は最高70,000 rpmの回転数が得られるものであるが、今回の実験では一次の危険速度の約400倍(60,000 rpm)まで回転し、回転中の振動特性を求めた。このような高速回転になると、回転軸の先端に取り付けたロータは、自動調心されて安定して回転すると考えられる。また万一、自励振動が生ずるとすれば、機械を破壊してしまうような大きい振動に成長するのではないかという心配もある。しかし実際には、0.01~0.05 mm ぐらいの微小な振動が絶えず発生しており、その振動はモータ、歯車などの駆動系および装置外からの加振によるものではないことがわかった。すなわち、軸系内において自励される振動であると推定し、振動系から理論式を導いて実験結果の検討を行なった。

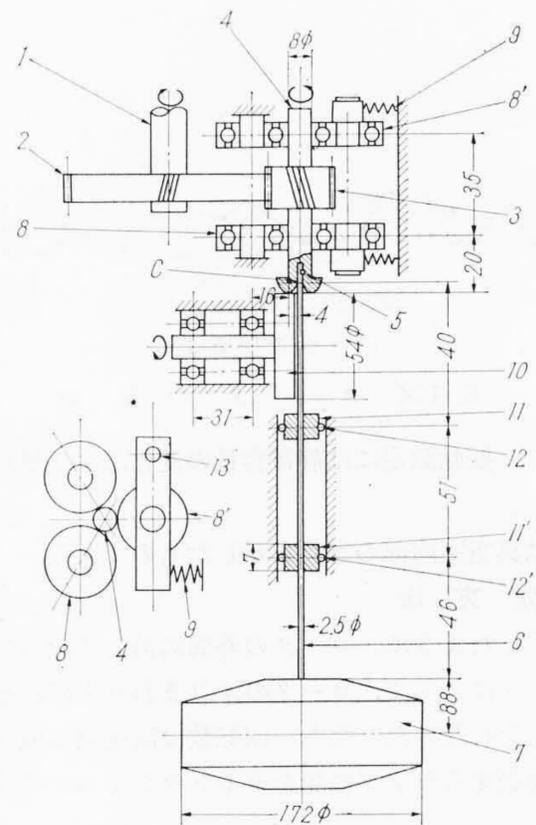
2. 実 験 方 法

2.1 実 験 装 置

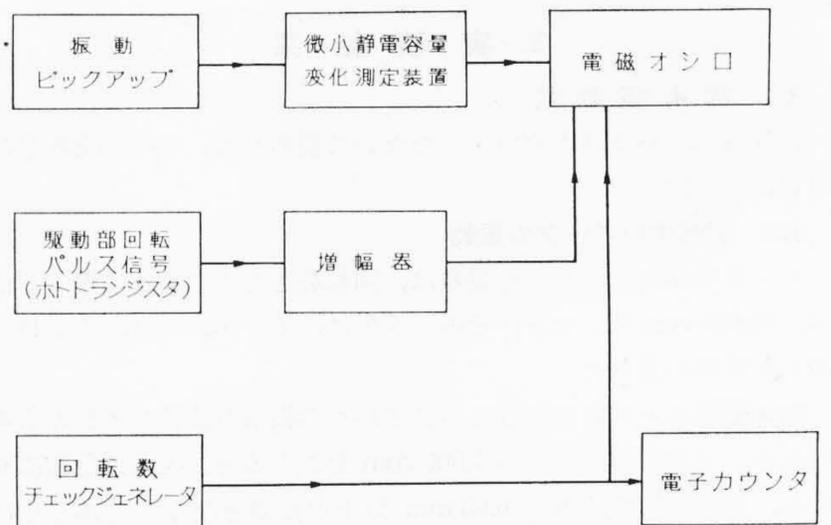
実験装置は歯車増速によってロータに回転を与える駆動装置と、振動を検出して増幅記録する測定装置とからなっている。

2.1.1 駆 動 装 置

第1図は実験に用いた駆動装置の駆動系統を示したものである。駆動モータ軸(1)にはギヤ(2)が取り付けられ、ピニオン(3)とかみ合ってピニオン軸(4)を増速する。ピニオン軸(4)には回転軸(6)がノックピン(5)にて結合されている。ガイドローラ(8)(8')は図の左側に示すように、ピニオン軸(4)を囲むように正三角形に配置され、2個のガイドローラ(8)は固定軸に取り付けられ、1個のガイドローラ(8')はピニオン軸(4)をバネ(9)で押している。このためピニオン軸が毎分60,000回転したときでもガイドローラのボールベアリングの回転数は11,000rpmにとどまり、安定した回転と長寿命が得られている。なお、ガイドローラによってピニオン軸は上下方向に拘束されない。回転軸の先端に取り付けられたロータ(7)の荷重はスラストローラ(10)でささえられている。すなわち、ピニオン軸(4)の下端とスラストローラ(10)が接触し、ほとんどお互いにすべることなく転動するようになっている。回転軸の中間はすべり軸受(潤滑油の中に浸されている)(11)(11')でささえられ、回転中の真空密封(ロータ



第1図 駆動装置の構造図



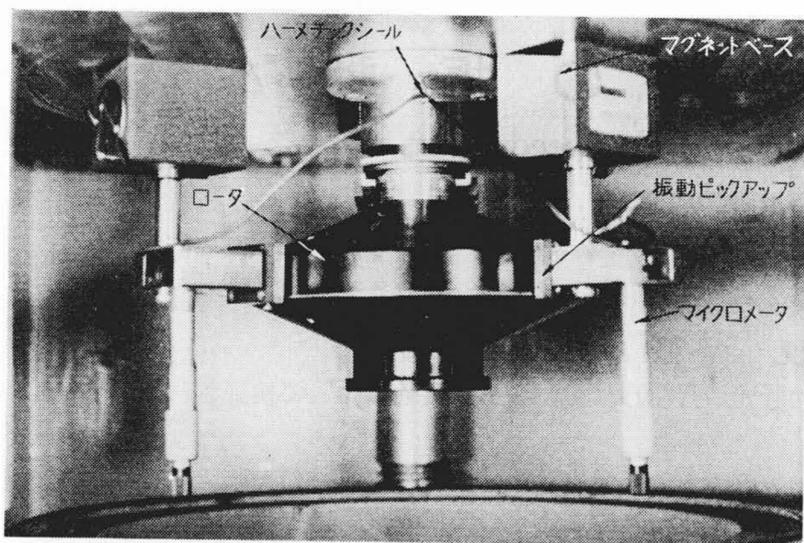
第2図 測定装置系統

(7)は真空中で回転する)と、危険速度を通過するときの過大な振れの防止を行なっている。すべり軸受(11)(11')の外周はゴムリング(12)(12')でささえ、この部分の真空密封とすべり軸受の弾性支持を行なっている。

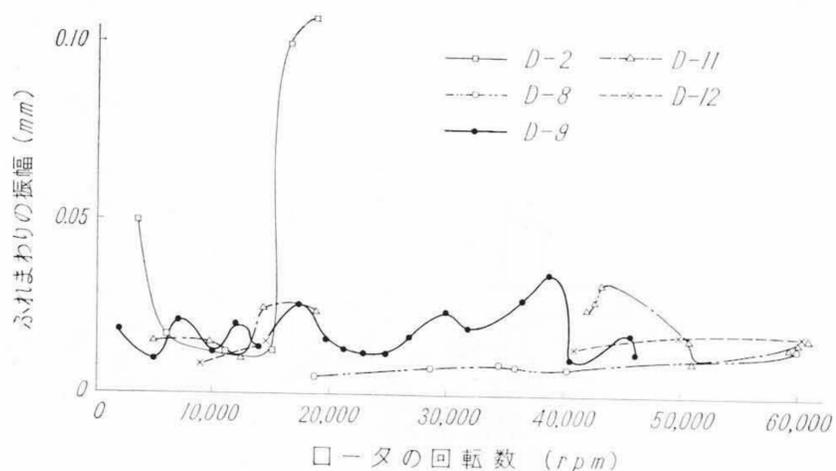
2.1.2 測 定 装 置

第2図は測定装置の系統を示したものである。ロータは高速回

* 日立工機株式会社



第3図 真空室内写真



第4図 ロータの振幅

転するので、振動測定には静電容量の変化による無接触形の振動計を用いた。

第3図は真空室内部の写真を示したものである。

2.2 測定方法

第3図に示したように、ロータの外周に沿って設置した2個の振動ピックアップによって、ロータのふれまわり方向、振動数、および振幅の測定を行なった。なお、回転数は減速軸に取り付けた円板の切欠きを通過するランプの光をホトトランジスタで受けて測定した。

実験はすべり軸受の直径遊隙、有効長さ、およびゴムリングの硬度などを変えて行なった。

3. 実験結果

3.1 固有振動数

回転軸につり下げたロータをたたいて得られた、系の固有振動数は2.3 c/sであった。

3.2 回転中のロータの振動

ロータのふれまわりの振動数は、回転数とともに急速に増大するが、10,000 rpm をこすと、そのこう配はゆるやかになり、ほぼ11~12 c/s に落ち着いた。

第4図はロータの回転数とふれまわりの振幅の関係を示したものである。ロータの回転数が1,000 rpm をこえると、振幅は急激に減少し、高速回転では通常0.03 mm 以下の振幅となる。しかし中には、16,000 rpm 付近で0.05 mm 以上の振幅となり、これ以上回転させることは危険と考え、停止したものもある。このように振幅に変化が現われても前述の振動数はほとんど変わらない。また、ひとたび振幅が大きくなってくると回転数を下げても容易にじずまらない。なお、ロータのふれまわり方向は、すべての実験において、ロータの回転方向と一致していた。

3.3 実験結果の考察⁽²⁾⁽³⁾

このようにふれまわりの方向がロータの回転方向と同一であるこ

と、振動が不安定であること、ひとたび振動が大きくなると、回転数を下げてもなかなか振幅は小さくならないことなどから考えると、この振動がオイルウィップ⁽⁴⁾⁽⁵⁾によるものであることが推察される。しかし、オイルウィップは一次の危険速度の二倍以上の回転数で、ほぼ一次の危険速度にひとしい振動数でふれまわりを行なうといわれている。この点から考えると、このようにロータの回転数とともに振動数が増大する現象をオイルウィップとは言えないことになる。しかし、軸系の固有振動数が回転数とともに増大すると考えると、この現象もオイルウィップであると推論することができる。

4. 検 討

前章の実験結果から、回転数の上昇とともに、ジャイロモーメントの影響によって回転軸のスチフネスが増し、軸系の固有振動数も増大すると考えられるので、第5図のような振動系を仮定して理論式を導き、実験で得られた振動特性について検討を加えた。

第1図において、◎点は固定点と考えられるが、計算がやっかいになるので、回転支持として考えることにする。

なお、使用するおもな記号は次のとおりである。

A: ロータの回転軸まわりの慣性モーメント (kg・mm・s²)

C: ロータの直径まわりの慣性モーメント (kg・mm・s²)

E: 回転軸のヤング率 (kg/mm²)

I_z: 回転軸の断面二次モーメント (mm⁴)

l₀, l₁, l₂: 回転軸の部分長さ (mm)

l₃: 回転軸とロータの結合点からロータ重心までの距離 (mm)

M: ロータに加わるジャイロモーメントまたはモーメント (kg・mm)

P: ロータに加わる遠心力 (kg)

r: ロータの水平方向における変位(たわみ) (mm)

θ: ロータの傾斜角 (rad)

f: ふれまわりの回転角速度または振動数 (rad/s または s⁻¹)

f₀: ロータの回転数が0のときの系の固有振動数(s⁻¹)

f_∞: ロータの回転数が∞のときの系の固有振動数、すなわちふれまわりの振動数 (s⁻¹)

ω: ロータの回転角速度 (rad/s)

n: ロータの回転数 (rpm)

δ_P: Pなる力によるロータ重心の水平方向におけるたわみ (mm)

δ_M: Mなるモーメントによるロータ重心の水平方向におけるたわみ (mm)

θ_P: Pなる力によるロータの傾斜角 (rad)

θ_M: Mなるモーメントによるロータの傾斜角 (rad)

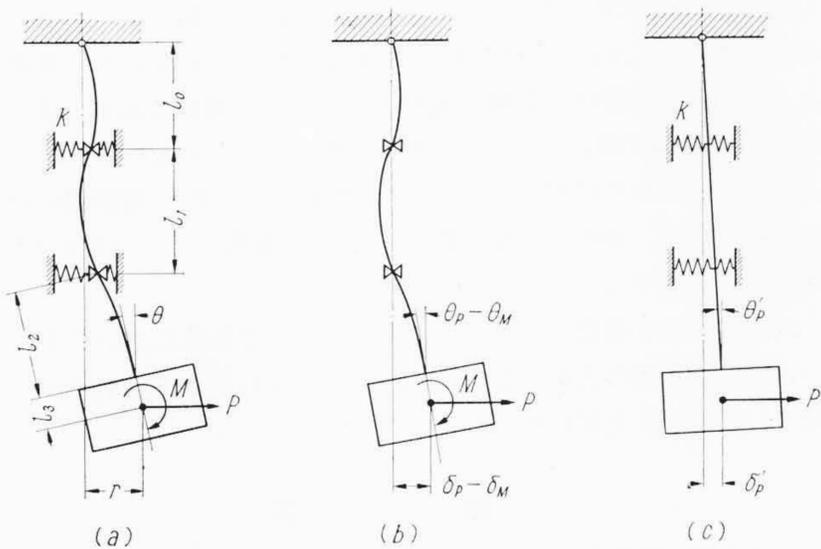
λ, μ, ν, ξ: 復元力および復元モーメントの係数

4.1 理 論 式⁽³⁾⁽⁶⁾

ロータはωなる回転角速度をもち、fなる回転角速度でふれまわり、Mなるジャイロモーメントによる復元力とPなる遠心力を受けるとする。

振動系を第5図(a)のように仮定する。すなわち、回転軸の上端は回転支持とし、すべり軸受部分は単純支持で、支持点はkなるバネ定数をもつバネでささえられているとする。

振動系(a)は、すべり軸受部分を単純支持したのみの振動系(b)と、回転軸を剛体として、すべり軸受部分をkなるバネ定数をもつバネでささえた振動系(c)とを重ね合わせたものと考え、図か



第5図 仮定した振動系

ら明らかのように、

$$r = r_1 + r_2, \quad \theta = \theta_1 + \theta_2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。(b), (c)図において、

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \delta_P - \delta_M, \quad \theta_1 = \theta_P - \theta_M \\ r_2 &= \delta_{P'} - \delta_{M'}, \quad \theta_2 = \theta_{P'} - \theta_{M'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

である。ここで、

$$\delta_P = \frac{P}{6EI_Z} \left\{ 2l_2^3 + 2l_1l_2^2 + 2l_1l_3^2 + 6l_2^2l_3 + 6l_2l_3^2 + 4l_1l_2l_3 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)^2}{2l_0} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\delta_M = \frac{M}{6EI_Z} \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\theta_P = \frac{P}{6EI_Z} \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\theta_M = \frac{M}{6EI_Z} \left\{ 2l_1 + 6l_2 - \frac{l_1^2}{2l_0} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

また(c)図において、

$$\delta_{P'} = \frac{P(l_0+l_1+l_2+l_3)}{(2l_0+l_1)k} \dots\dots\dots (7)$$

$$\theta_{P'} = \frac{P}{(2l_0+l_1)k} \dots\dots\dots (8)$$

$$\delta_{M'} = \theta_{M'} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

(1)式に(3)~(9)式を代入すると、

$$r = \frac{P}{6EI_Z} \left\{ 2l_2^3 + 2l_1l_2^2 + 2l_1l_3^2 + 6l_2^2l_3 + 6l_2l_3^2 + 4l_1l_2l_3 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)^2}{2l_0} + \frac{6EI_Z(l_0+l_1+l_2+l_3)}{(2l_0+l_1)k} \right\} - \frac{M}{6EI_Z} \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\theta = \frac{P}{6EI_Z} \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} + \frac{6EI_Z}{(2l_0+l_1)k} \right\} - \frac{M}{6EI_Z} \left(2l_1 + 6l_2 - \frac{l_1^2}{2l_0} \right) \dots\dots\dots (11)$$

(10), (11)式より P, M を求めると、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P &= \lambda r - \mu \theta \\ M &= \nu r - \xi \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、λ, μ, ν, ξ は次式のように表わされる。すなわち

$$\lambda = 3l_2^4 + 4l_1l_2^3 - \frac{l_1^2l_2^3}{l_0} + \frac{3EI_Z}{(2l_0+l_1)k} \times \left(3l_1^2 + 6l_2^2 + 4l_0l_1 + 12l_0l_2 + 12l_1l_2 - \frac{l_1^3}{l_0} \right)$$

とすると、

$$\lambda = \frac{6EI_Z \left(2l_1 + 6l_2 - \frac{l_1^2}{2l_0} \right)}{J} \dots\dots\dots (13)$$

$$\mu = \frac{6EI_Z \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} \right\}}{J} \dots\dots\dots (14)$$

$$\nu = \frac{6EI_Z}{J} \left\{ 2l_1l_2 + 2l_1l_3 + 6l_2l_3 + 3l_2^2 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)}{2l_0} + \frac{6EI_Z}{(2l_0+l_1)k} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\xi = \frac{6EI_Z}{J} \left\{ 2l_2^3 + 2l_1l_2^2 + 2l_1l_3^2 + 6l_2^2l_3 + 6l_2l_3^2 + 4l_1l_2l_3 - \frac{l_1^2(l_2+l_3)^2}{2l_0} + \frac{6EI_Z(l_0+l_1+l_2+l_3)}{(2l_0+l_1)k} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

また、遠心力 P, ジャイロモーメント M は次式のように表わされる。

$$P = mf^2r, \quad M = (C\omega f - Af^2)\theta \quad \dots\dots\dots (17)$$

(17)式を(12)式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} mf^2r &= \lambda r - \mu \theta \\ (C\omega f - Af^2)\theta &= \nu r - \xi \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

(18)式より r および θ が 0 でないとして、r, θ を消去すると、ふれまわりの回転角速度 f が求まる。すなわち、

$$\begin{vmatrix} mf^2 - \lambda & \mu \\ \nu & -(C\omega f - Af^2 + \xi) \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

上式を展開整理すると、

$$F(f) = f^4 - \frac{C}{A}\omega f^3 - \left(\frac{\xi}{A} + \frac{\lambda}{m} \right) f^2 + \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{C}{A} \omega f + \frac{\lambda\xi - \mu\nu}{mA} \dots\dots\dots (20)$$

(20)式はロータの回転角速度 ω とふれまわりの回転角速度 f の関係を示す式である。

ω = ∞ のときのふれまわりの振動数 f∞ は次式で表わされる。

$$f_\infty = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda}{m}} \quad \text{c/s} \quad \dots\dots\dots (21)$$

4.2 実験装置に対する数値計算

系の実際の数値は次のとおりである。

- l₀ = 40 mm, l₁ = 51 mm, l₂ = 46 mm, l₃ = 88 mm
- I_Z = 1.92 mm⁴, E = 2.1 × 10⁴ kg/mm², A = 0.59 kg・mm・s²
- C = 0.92 kg・mm・s², m = 3.37 × 10⁻⁴ kg・mm⁻¹・s²
- k = 4 kg/mm (ゴムリング硬度: 60°)
- k = 2.5 kg/mm (ゴムリング硬度: 40°)

注: バネ定数は実測により求めた。

これらの数値を(20)式に代入すると、

- k = ∞ のとき (ゴムリングが無いとしたとき)

$$F(f) = f^4 - 1.56\omega f^3 - 8.22 \times 10^{-4} f^2 + 1.43 \times 10^4 \omega f + 4.6 \times 10^7 = 0 \dots\dots\dots (20-1)$$

f_∞ = 15.3 c/s, f₀ = 3.8 c/s

- k = 4 kg/mm のとき (60° のゴムリングを用いたとき)

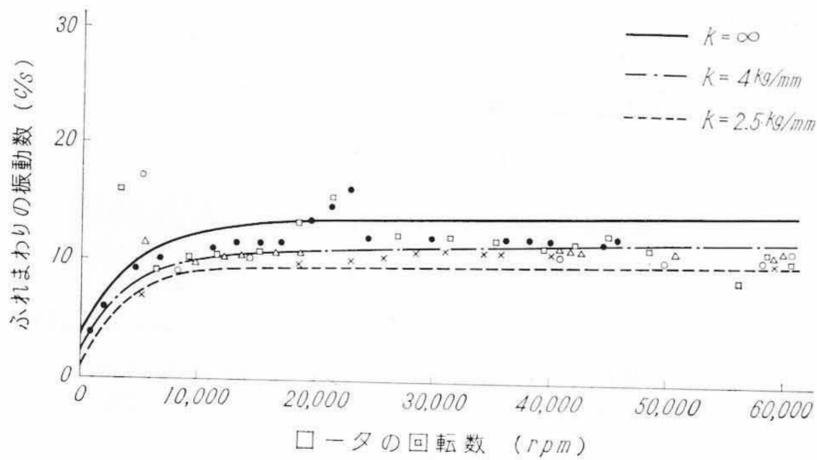
$$F(f) = f^4 - 1.56\omega f^3 - 5.0 \times 10^4 f^2 + 0.87 \times 10^4 \omega f + 7.34 \times 10^6 = 0 \dots\dots\dots (20-2)$$

f_∞ = 12.1 c/s, f₀ = 2.0 c/s

- k = 2.5 kg/mm のとき (40° のゴムリングを用いたとき)

$$F(f) = f^4 - 1.56\omega f^3 - 4.09 \times 10^4 f^2 + 0.74 \times 10^4 \omega f + 3.87 \times 10^6 = 0 \dots\dots\dots (20-3)$$

f_∞ = 10.7 c/s, f₀ = 1.9 c/s



第 6 図 振動数の実験値と計算値

(20-1), (20-2), (20-3)式より得られる曲線を実験値といっしょに示したのが第 6 図である。これらの式ではひとつの ω の値に対して 4 通りの f の曲線が求まるが、この場合には実験値に対応する曲線のみを示した。

4.3 ふれまわりの振動数と系の固有振動数

(13)式で示された λ において、 $k = \infty$ とすると、 λ は次式のようにになる。

$$\lambda_{k=\infty} = \frac{6EI_z \left(2l_1 + 6l_2 - \frac{l_1^2}{2l_0} \right)}{3l_2^4 + 4l_1l_2^3 - \frac{l_1^2l_2^3}{l_0}} \dots\dots\dots (13')$$

ゆえに(21)式より $\omega = \infty$ のときのふれまわりの振動数は次式で示される。

$$f_{k=\infty} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{k=\infty}}{m}} \text{ c/s} \dots\dots\dots (21')$$

また一方、 $n = \infty (\omega = \infty)$ としたときのバネ定数を求めてみる。 $n = \infty$ のときにはジャイロ効果によってロータの直径まわりの回転運動は拘束されるために、ロータは傾かず平行移動するものと考えられる。すなわち、第 5 図(b)において $\theta_1 = 0$ の条件で $k = P/r_1$ を求めると次式を得る。

$$k = \frac{P}{r_1} = \frac{6EI_z \left(2l_1 + 6l_2 - \frac{l_1^2}{2l_0} \right)}{3l_2^4 + 4l_1l_2^3 - \frac{l_1^2l_2^3}{l_0}} \dots\dots\dots (22)$$

系の固有振動数 f は、

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ c/s} \dots\dots\dots (23)$$

である。(13')式と(22)式をくらべると、 $\lambda_{k=\infty} = k_{n=\infty}$ であることがわかるので、 $f_{k=\infty} = f$ である。すなわち、ふれまわりの振動数と系の固有振動数は回転数が無限大のときには同じである。また、 f_0 は回転数が 0 のときの系の固有振動数にほかならない。これらのことより、ほかの回転数においても、理論式より求め、実験値に対応する振動数は、系の固有振動数(ロータの回転数によって変わる)と等しいと推論することができる。

以上の結果を総合して考えると、このような高速においても、すべり軸受の油膜の力によるふれまわり、すなわちオイルウィップが発生していることがわかる。

5. 結 言

超遠心機の駆動装置を用いて、高速回転する懸垂軸の先端に取り付けたロータの振動について研究を行なったところ、次のような結論を得た。

- (1) 系の固有振動数に等しい振動数を持ったオイルウィップが発生している。
 - (2) 系の固有振動数は回転数とともに変化する。これはジャイロの効果のために回転軸のステフネスが増すためである。
 - (3) 従来オイルウィップの研究によれば、オイルウィップの振動数は回転数が増しても、ほとんど変わらないと言われている。しかしこの主張は、少なくともたわみ性懸垂軸の場合には当てはまらない。
 - (4) 従来オイルウィップの概念では、機械が破壊するほどの激しい振動を生ずるものと考えられていたが、この場合のように微小な振幅のところで平衡を保っている場合もある。
- 最後に本研究を進めるにあたって、いろいろとご教示いただいた東工大の谷口教授をはじめ、ご指導ご協力を惜しまれなかった関係者各位に厚くご礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) 大沼他：日立評論 40, 501 (昭 33-4)
- (2) 藤井：機械力学, 応用力学講座 2-A, 80~87
- (3) 亘：機械力学
- (4) Pinkus, Sternlicht: The Theory of Hydrodynamic Lubrication, 264~285
- (5) Hori: A Theory of Oil Whip, J. Appl. Mechanics., 26, (1959) 189~198
- (6) Tong: The Theory of Mechanical Vibration., 156~161