U. D. C. 621. 359. 4 : 534. 1

電気集じん器放電極の振動解析

Vibration Analysis of E. P. Discharge Electrode

平 松 力* 小 堀 与 一*
Tsutomu Hiramatsu Yoichi Kobori

内 容 梗 概

電気集じん器の放電極がダストの付着により肥大すると集じん効果を著しく減少させる。このダストを除去するため一定時間をおいてつち打による衝撃を与えているが，つち打時に発生した放電極の横方向の振動が電気力により増大し，荷電不可能になることがある。本報告は実物大の実験用集じん装置に高圧荷電してつち打時に発生する振動を測定し，またアナログ・コンピュータを用いて放電極の振動系を解析し，つち打時の振動を小さくするには真直な電極を用い，つち打時に現われる横方向の初速度の発生を少なくする必要があることを述べたものである。

1. 緒 言

火力発電所またはセメント工業に使用される電気集じん装置は集じん極および放電極からなる。放電極に付着したダストは集じん効果を著しく減少させる。このダストを除去するためつち打装置が採用されている。つち打により発生した放電極の横振動の振幅が，電気力により次第に増大し，電極間の荷電が不可能になるまで成長することがある。

このような放電極の振動現象について究明するため，実物大の模型集じん装置を用い，高圧荷電状態において，構造上より振動の原因となるような条件を付けた放電極をつるし，つち打時の横振動を測定した。さらに実験結果の原因を確かめるため，アナログ・コンピュータを使用して振動系の解析を行なった。

2. 実 験 方 法

2.1 実験用集じん装置概要

第1図は本測定に使用した実物大の実験用電気集じん装置の外観を示す。**第2図**はこの装置の要部を集じん極の側面より見た図を示す。**第2図**のように，放電極は上部グリッドからC形金具を用いてつり下げた 6,500 mm, 2.6 ϕ のステンレス鋼線である。放電極下部には 3.5 kg のおもりをつけ，このおもりの横振れは下部グリッドにより制限されている。

2.2 測 定 装 置

放電極のつち打時の振幅測定法は，放電極の中央部の水平位置にカメラを置き，放電極の後方約 300 mm の位置にスケールを取り付け，最大振幅時において露光時間を1秒として撮影した。光学的方法を用いたのは，高圧荷電のため電気的測定が困難なためである。

放電極の振動数測定装置は，無荷電状態において静電容量形振動計を用い，集じん極を放電極に近づけて線の横振れによる容量変化を電気的に取り出し，電磁オシロに波形を描かせる方法である。

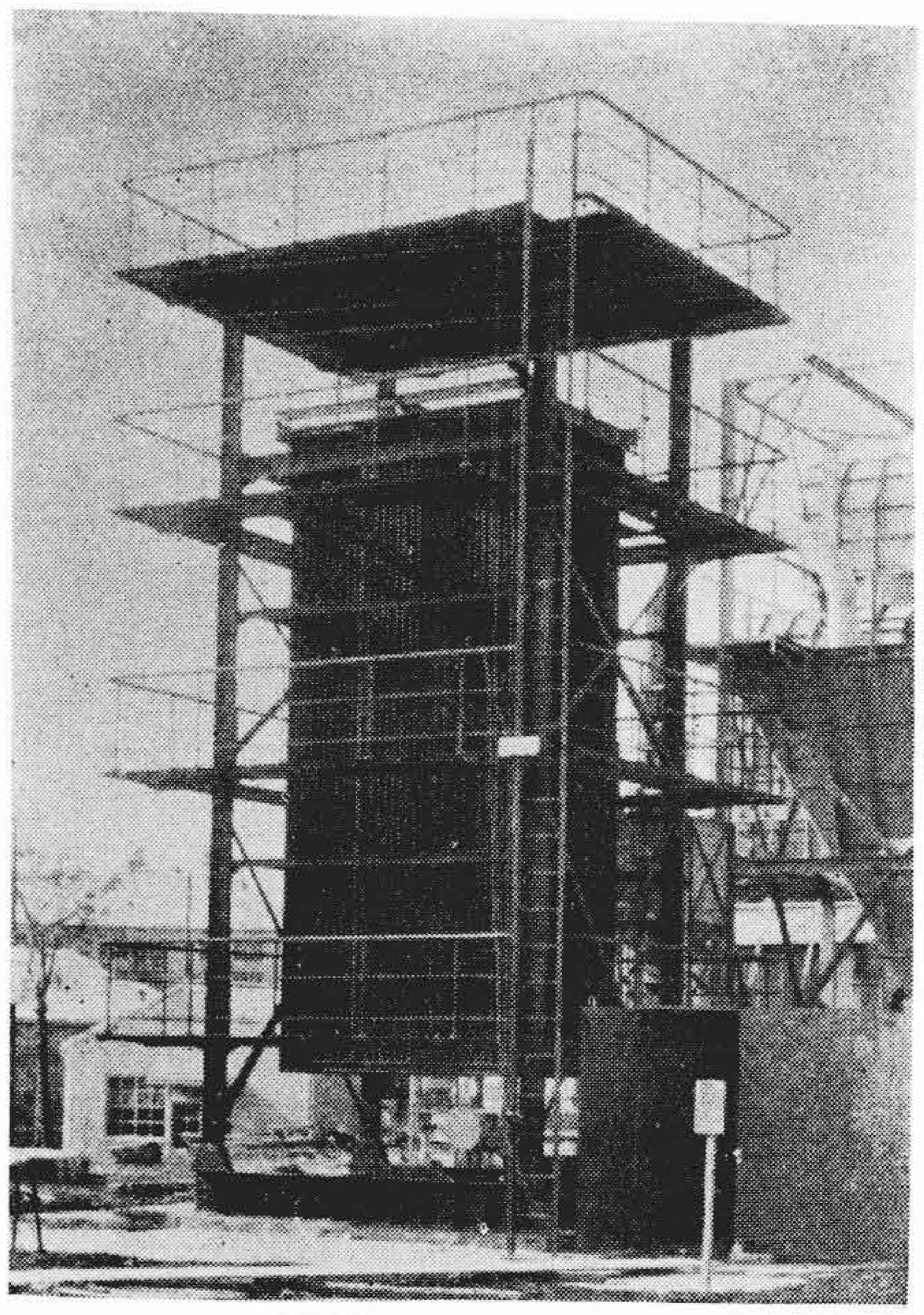
つち打時における上部グリッドおよび下部グリッドの上下振動の測定には手持振動計を用いた。放電極のつち打時における両端の相対変位を調べるために，放電極のつり下げ位置付近の上部グリッドと，おもりの下部の上下振動を手持振動計2台を同時に使用して測定した。タイミングは2台のリレーを並列に接続することにより共通のタイミングとした。

2.3 測 定 試 料

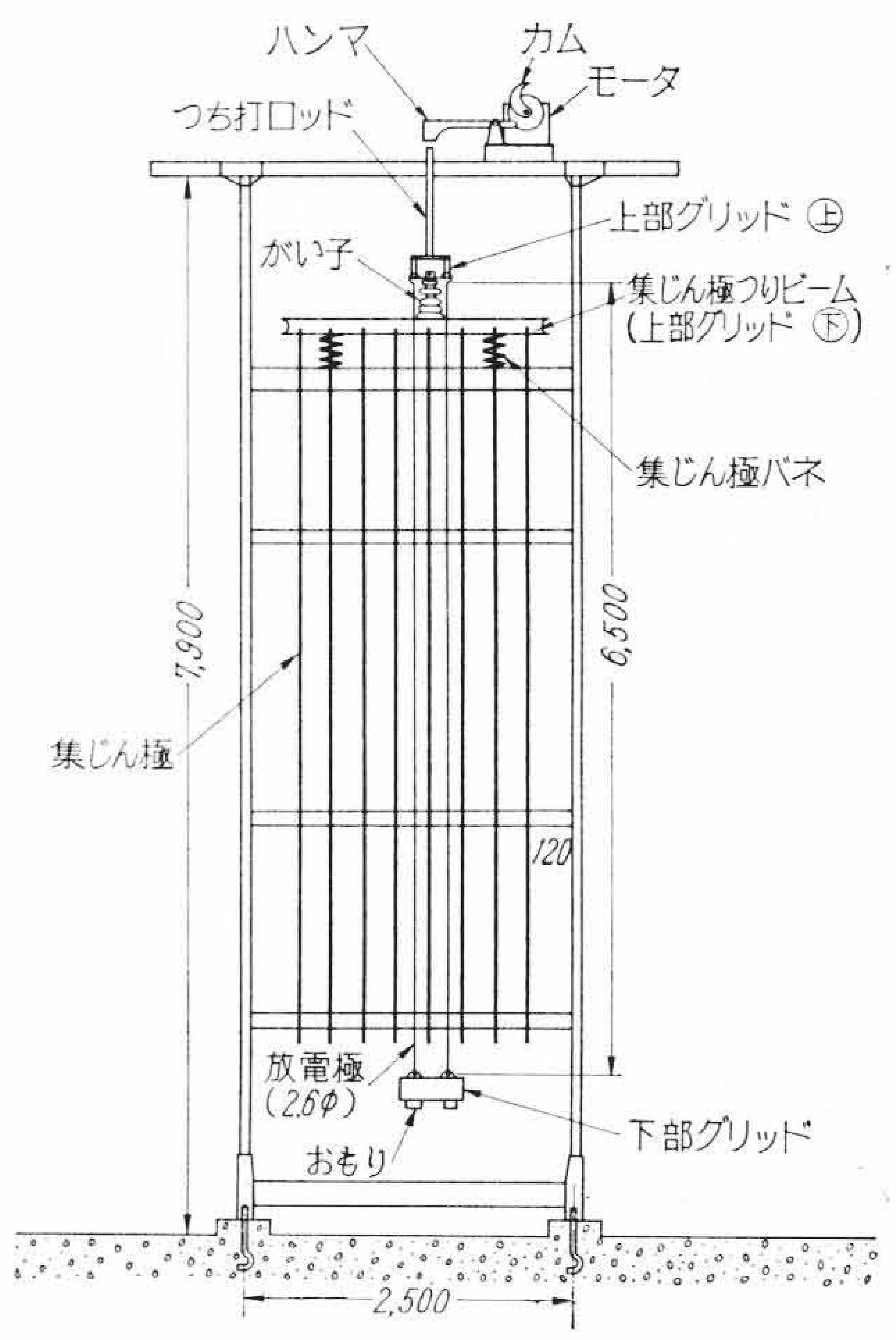
(1) 試料 No. 1 **第3図(A)** のように，放電極が大きくわん曲している。上部および下部の支持ホイールは一直線上にある。

(2) 試料 No. 2 **第3図(B)** のように放電極の中央部付近に小さな曲りをつけた。

(3) 試料 No. 3 **第3図(C)** のように，放電極の付根が支持

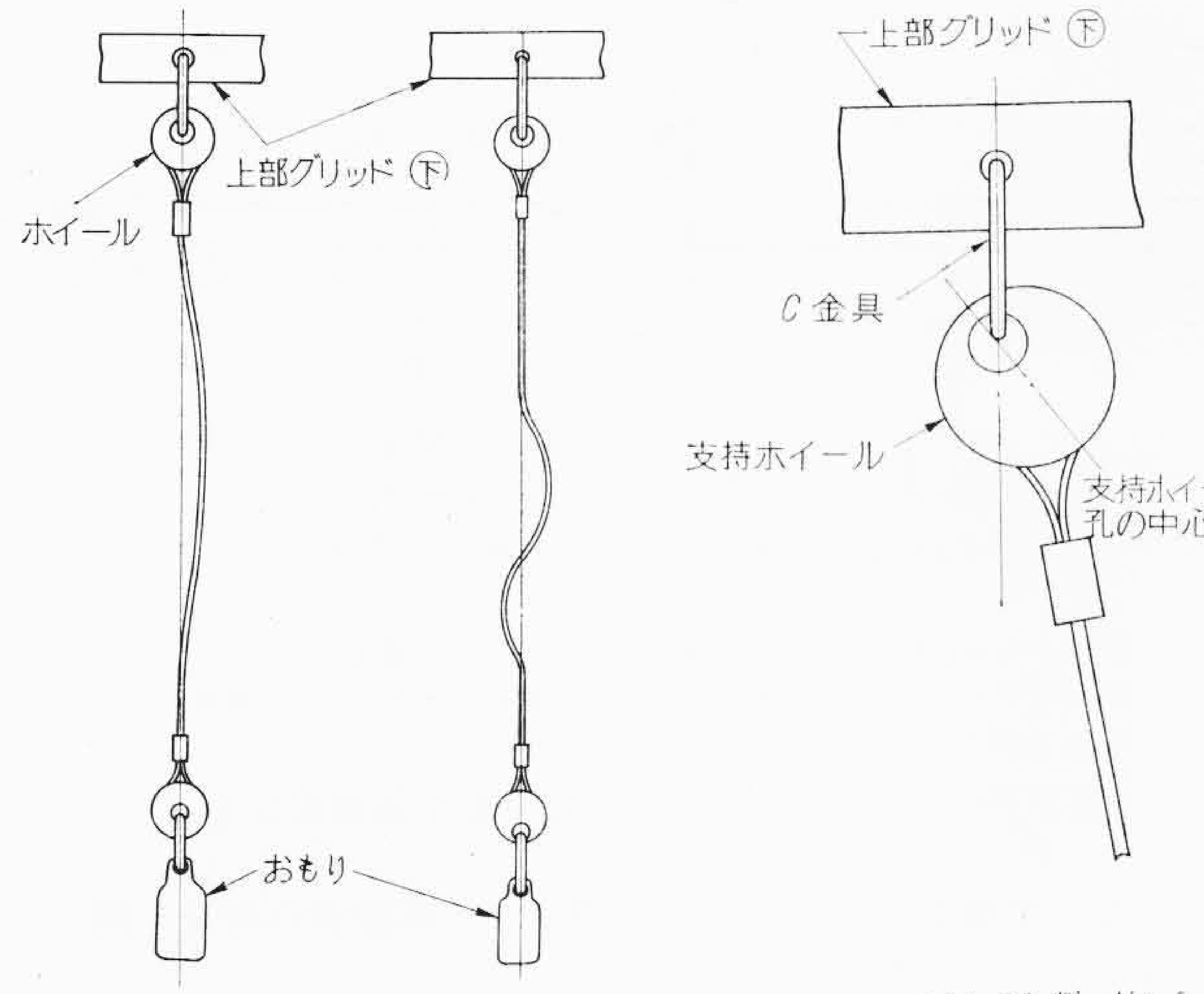


第1図 実験用電気集じん装置の外観



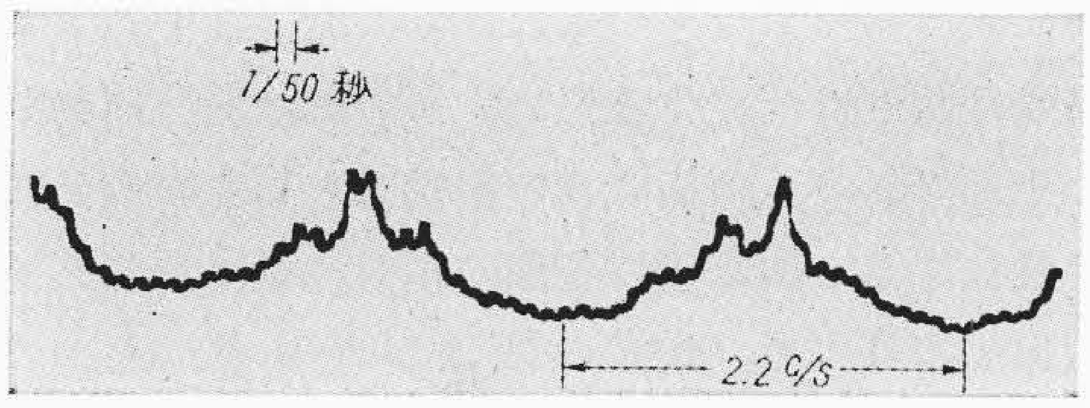
第2図 電気集じん器略図

* 日立製作所日立研究所



(A) 試料 No.1　(B) 試料 No.2　(C) 試料 No.3

第3図　測　定　試　料　図



第4図　放電極の横方向振動波形

第1表　各種不良条件を付けた放電極（放電線）のつち打時の振幅

試料 No.	不　良　条　件	全　振　幅　(mm)
1	線が大きくわん曲	6.0
2	線の中央部に小さな曲り	4.3
3	支持ホイールの取り付け不良	5.5
4	正　常	3.5

ホイールの穴の中心線と一致しない。放電極は大きくわん曲した線に比較的近い取り付け状態となる。

（4）　試料 No. 4　　一直線の正常な放電極。

3. 測　定　結　果

3.1　放電極の振幅

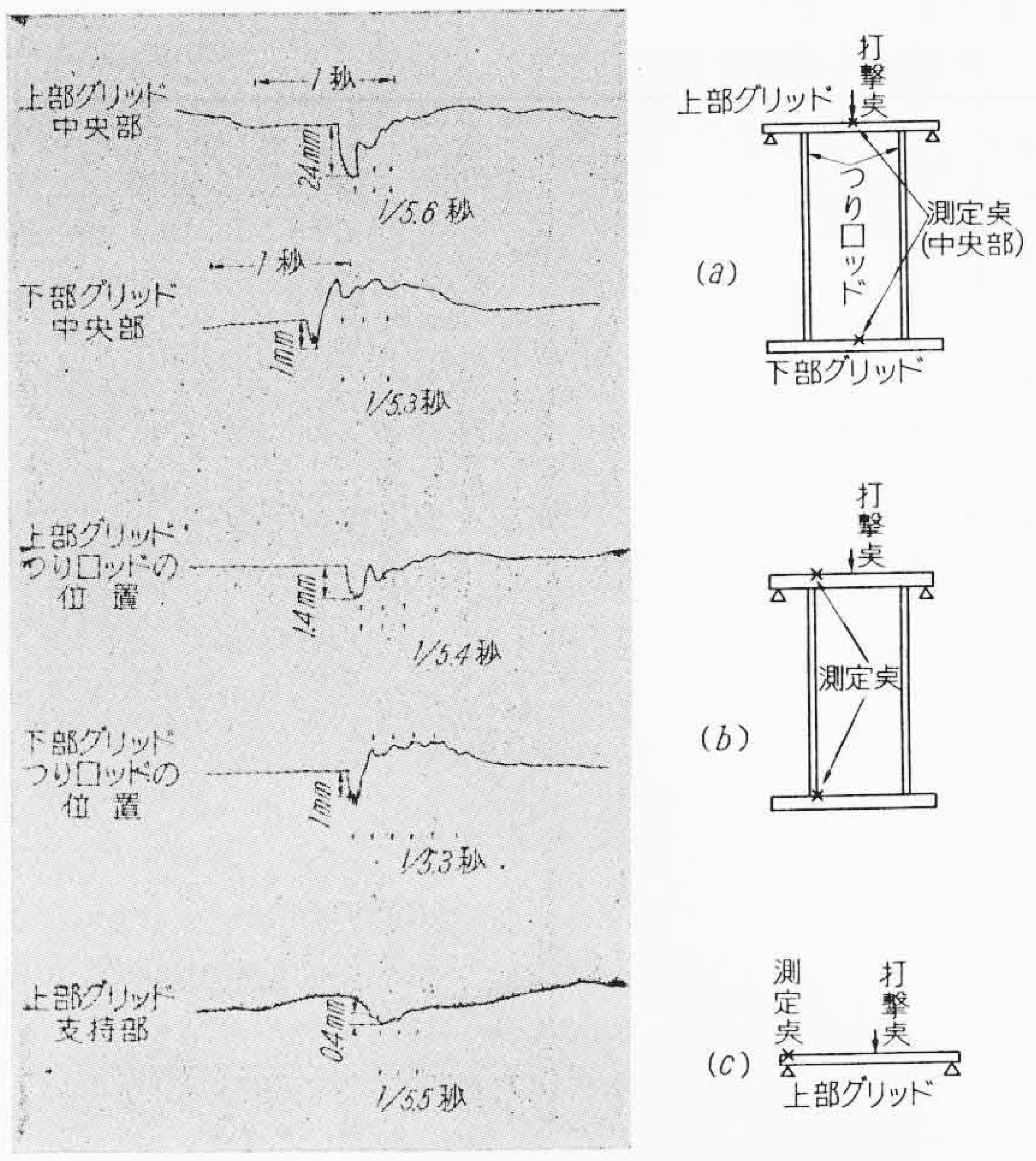
第1表は測定試料No. 1～No. 4のつち打時に発生する横振動の振幅の測定結果である。この表の振幅は3回の全振幅の測定結果を平均したものである。最大の振幅を示す放電極は No. 1 の大きくわん曲したものであり，次に大きいのは No. 3 の支持ホイールの取り付け不良による比較的大きくわん曲した線である。不良条件を付けた試料のうち最も小さい振幅の放電極は No. 2 で，小さな曲がりをつけた線である。正常な放電極 No. 4 は最小の振幅を示し，最大振幅を示す No. 1 の試料の振幅の約 58% になっている。

3.2　放電極の振動数

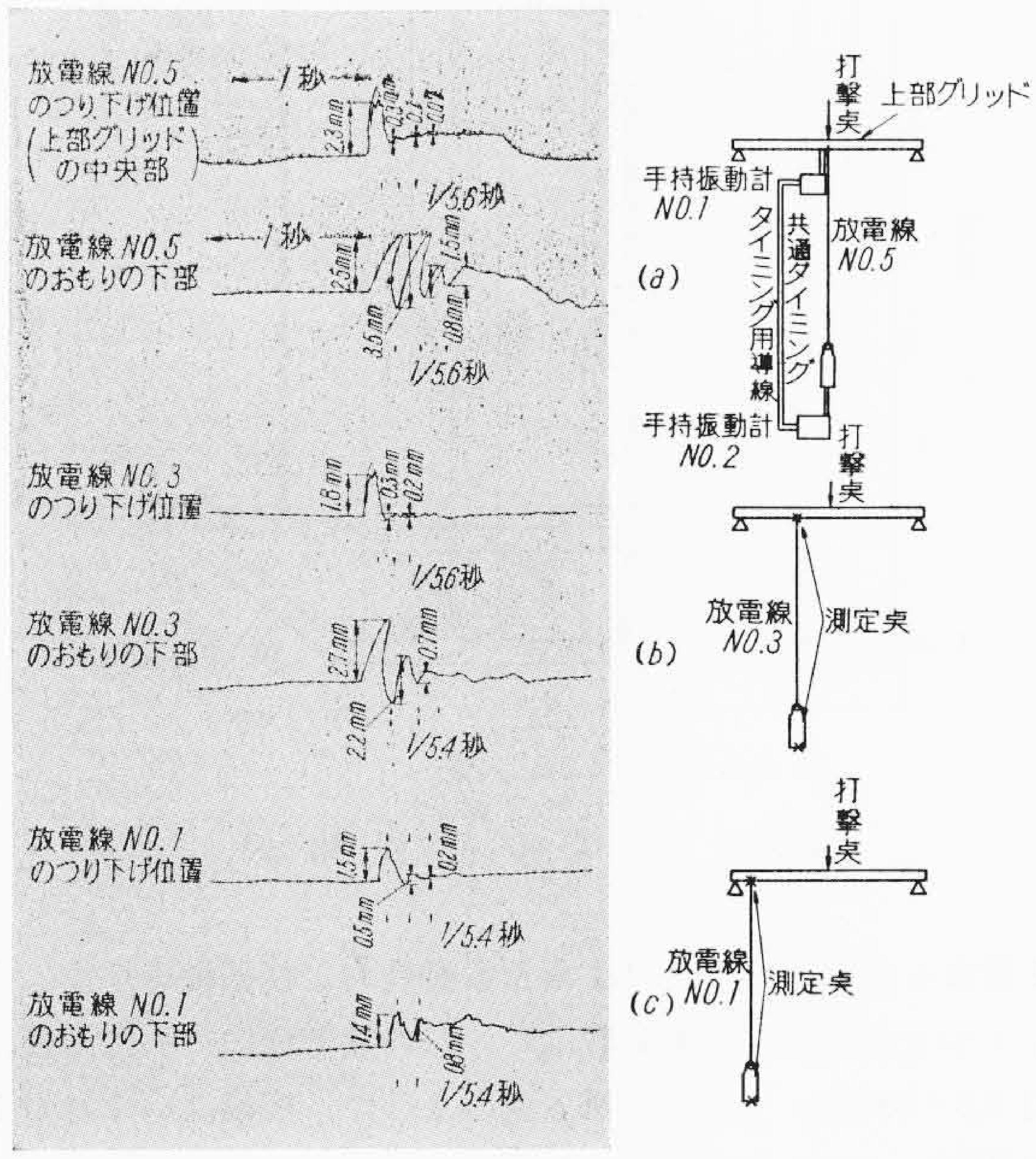
第4図のオシログラムに示すように，放電極の横方向固有振動数は 2.2 c/s である。これは無荷電時における振動数であるが，荷電時においても，目測によりこれとほぼ等しい 2.3 c/s を読み取ることができた。

3.3　上部および下部グリッドの上下振動

第5図はつち打時に発生する上部，下部グリッドの上下振動の測定位置および振動波形を示す。**第5図**(a)は上部グリッドの中央部および下部グリッドの中央部の振動波形である。振動数は上部グリッドが約 5.6 c/s，下部グリッドが約 5.3 c/s である。振幅は上部グリッドの第1波が比較的大きく片振幅 2.4 mm で，下部グリッドの第1波が比較的小さく片振幅 1 mm である。



第5図　上記グリッドおよび下部グリッドのつち打時における振動波形と測定点



第6図　上部グリッドおよびおもりのつち打時における振動波形と測定点(同時測定)

第5図(b)はつりロッド付根付近の上下部グリッドの振動波形である。この振動数は上部グリッドが約 5.4 c/s，下部グリッドが約 5.3 c/s である。振幅は上部および下部グリッドのそれぞれの第1波は 1.4 および 1 mm である。

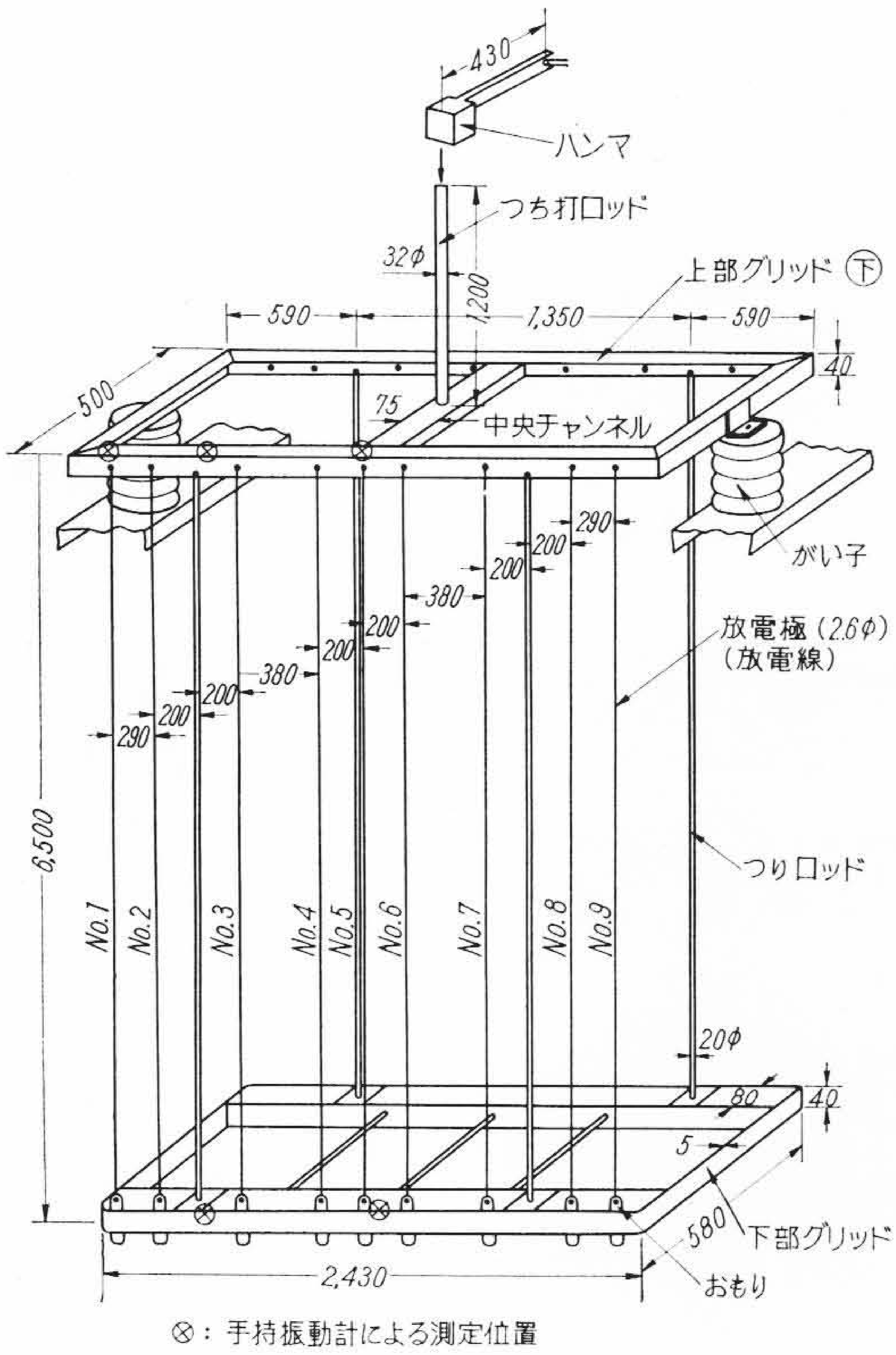
第5図(c)は上部グリッド支持部付近の振動波形で，振動数は約 5.5 c/s，最大片振幅約 0.4 mm である。これらの波形より上部グリッドおよび下部グリッドはほぼ等しい振動数で振動しているといえる。

3.4　上部グリッドおよびおもりの上下振動の同時測定結果

第6図はつち打時における上部グリッドおよびおもりの上下振動の同時測定位置および振動波形を示す。**第6図**(a)は上部グリッドの中央部の放電極 No. 5 のつり下げ部およびおもり下部の振動波形である。**第6図**(b)は放電極 No. 3 のつり下げ部およびおもりの下部，**第6図**(c)は放電極 No. 1 のつり下げ部およびおもりの下部におけるそれぞれの振幅波形を表わす。

第2表　上部グリッドおよびおもりのつち打時における振動数および振幅

放電線番号	測定位置	振動数 (c/s)	第1波 片振幅 (mm)	第2波 全振幅 (mm)	第3波 第3波 (mm)	第4波 第4波 (mm)
No.5	上部グリッド	5.6	2.3	0.3	0.1	0.07
	おもり	5.3	2.5	3.5	1.5	0.8
No.3	上部グリッド	5.6	1.8	0.3	0.1	
	おもり	5.4	2.7	2.2	0.7	
No.1	上部グリッド	5.4	1.5	0.5	0.2	
	おもり	5.4	1.4	0.8		



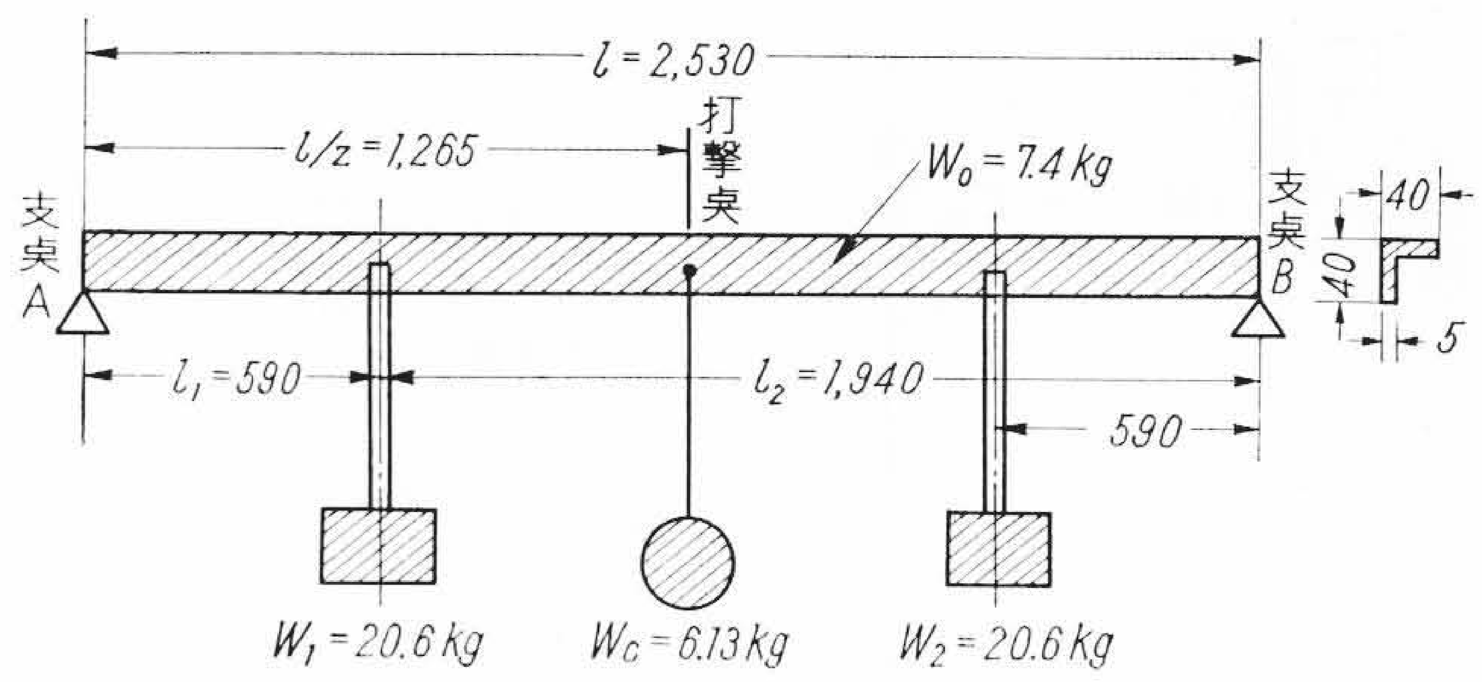
第7図　放電極装置略図

第2表はこれらの波形より求めた振動数および振幅を示す。上部グリッドおよびおもりの振動数はいずれの放電極についてもほぼ等しく約5.3～5.6 c/s である。**第6図**のように，振幅はいずれも1秒以内に減衰し，つり下げ位置の振動の減衰は放電極のおもり下部の減衰に比してかなり大きい。

4. 測定結果の考察

第1表の測定結果によれば，放電極の横振動の振幅は，大きいうねりを付けてわん曲させた場合に最も大きく現われている。またわん曲が部分的に付けられた放電極の振幅はこれよりかなり小さい。支持ホイールの取り付け不良により生じたわん曲を持つ放電極も振幅が比較的大きい。しかし真直な線は最も振幅が小さい。これらの原因を調べるためには，衝撃の伝達状況について検討する必要がある。

第7図に示すように，つち打装置はハンマとつち打ロッドよりなり，つち打時の衝撃力は上部グリッド中央チャンネルの中央部に作用する。上部グリッドの両端はがい子によりささえられている。下部グリッドは20φのつりロッド4本により上部グリッドからつり下げてある。したがって，上部グリッドの中央に与えられた衝撃は，がい子を支点として置かれた集中荷重を持つ両端支持はりを振動させて放電極に振動を生ぜしめる。この振動系について，二，三の



$W_1=W_2=1/4$(下部グリッド重量)+(つりロッド重量)
$W_c=1/2$〔(つち打ロッド重量)+(ハンマ重量)+(チャンネル重量)〕
W_0=上部グリッド重量

第8図　上部グリットに作用する等価重量分布

考察を行なって放電極がつち打時に発生する横振動の特性を調べることにする。

4.1 放電極の横振動と衝撃

4.1.1 上部グリッドに関係する質量

衝撃時におけるハンマとつち打ロッドおよび上部グリッド中央チャンネルは相互に反発するため，一般には同一運動をしない。そのため上部グリッドの横はりの振動系としての有効質量が時間とともに変化する。衝撃後の各部の相対運動は上部グリッド横はりの固有振動の発生後，次式の関係がなり立つと，つち打ロッド，ハンマ，横はりの3者が一体となり振動すると考えられる。

$$a\omega^2 \leq g \quad \cdots\cdots(1)$$

ここに　a：上部グリッドの固有振動の片振幅
ω：上部グリッドの固有角振動数
g：重力の加速度

つち打点付近の変位波形**第5図**(a)より求めたaおよびωを(1)式に入れて比較する。衝撃の第1波の振幅をaにとれば，

$$a=0.24\ \text{cm},\quad \omega=2\pi\times5.6\ \text{rad/s}$$
$$\therefore\quad a\omega^2 \doteqdot 300\ \text{cm/s}^2$$

それゆえ衝撃による最大変位より求めた上部グリッド中央部の加速度は1gより小さい。したがって衝撃時に発生する上部グリッドの固有振動の第1波よりハンマおよびつち打ロッドが一体となって振動していると考えてよい。

4.1.2 上部グリッド横はりの振動系

第8図は上部グリッド横はり（以下ビームと略称する）に付着して振動すると考えたときの等価重量分布を示す。上部グリッドの二つのビームには全く同一重量がつり下げられ，平行運動をすると考えられるから，重量およびビーム曲げこわさに対しては一方のビームについてのみ注目すればよい。W_1とW_2とは等しくおのおのは下部グリッド重量の1/4とつりロッドの重量とからなる。W_cはつち打ロッド，ハンマおよび中央チャンネルの各重量の和の半分である。W_0は一方のビームの重量である。**第8図**に示した寸法より各重量を計算すると，

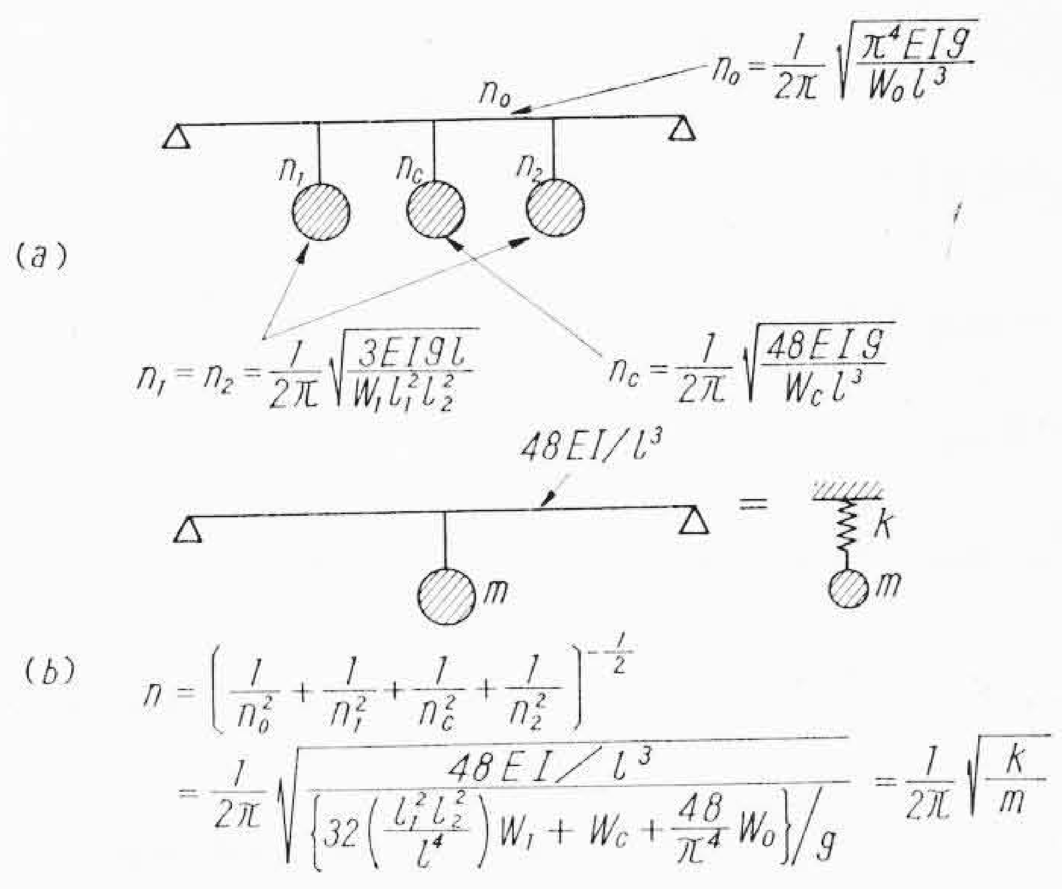
$$W_1=W_2=20.6\ \text{kg},\quad W_c=6.13\ \text{kg},\quad W_0=7.4\ \text{kg}$$

となる。なお放電極のおもりはビームの静的たわみに対して荷重として作用するが，ビームの上下振動に対しては放電極が横振動するため，ビームと一体となって振動する質量とは考えられない。

第9図(a)に示すように，ビームとそれに付加した重量とからなる振動系の一次固有振動数は，両端支持ビームとしてダンカレ[1]の公式から求めることができる。

すなわち各一次固有振動数より，

$$\frac{1}{n^2}=\frac{1}{n_0^2}+\frac{1}{n_1^2}+\frac{1}{n_c^2}+\frac{1}{n_2^2} \quad \cdots\cdots(2)$$



第9図　上部グリッドの等価振動系

ここに，　n：　求める固有振動数

n_0：　ビームのみの振動数

n_1, n_2：　ビームの重さを無視し，W_1 または W_2 のみについての振動数

これらの各固有振動数の計算は次式より求められる。

$$n_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^4 EIg}{W_0 l^3}} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$n_1=n_2=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3EIgl}{W_1 l_1^2 l_2^2}} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$n_c=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{48EIg}{W_c l^3}} \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに，　E：　ビームのヤング率$=2.0\times10^6$ kg/cm²

g：　重力の加速度$=980$ cm/s²

I：　ビームの断面二次モーメント$=5.6$ cm⁴

l：　ビームの全長$=253$ cm

l_1：　支点Aと W_1 との距離$=59$ cm

l_2：　支点Bと W_1 との距離$=194$ cm

求めようとするビームの固有振動数は(2)式に(3)，(4)および(5)式を代入して得られる。

$$n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{48EI}{l^3}}{\left\{32\left(\frac{l_1^2 l_2^2}{l^4}\right)W_1+W_c+\frac{48}{\pi^4}W_0\right\}/g}} \quad \cdots(6)$$

$$=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

第9図(b)に示すように，上部グリッドに関係する等価振動系は等価質量mとビームのバネ定数kとからなると考えられる。

$$k=\frac{48EI}{l^3}=3.32\times10 \quad (\mathrm{kg/cm})$$

$$m=\frac{\left\{32\left(\frac{l_1^2 l_2^2}{l^4}\right)W_1+W_c+\frac{48}{\pi^4}W_0/g\right\}}{g}$$

$$=3.08\times10^{-2} \quad (\mathrm{kg\cdot cm^{-1}\cdot s^2})$$

より，

$$n=5.26 \text{ c/s}$$

となる。これに対し，実験値は**第2表**のように，上部グリッドの測定点で 5.6 c/s, 5.4 c/s であり，ほぼ計算値と一致している。

4.1.3　上部グリッドの衝撃時における最大たわみ

上部グリッドの中央部に，ハンマ質量がMで，速度 v から短時間に0に変化する衝撃が与えられた場合の上部グリッドに発生する最大たわみを簡単な仮定より求める。

$$m\ddot{x}+kx=0 \quad \cdots\cdots(7)$$

初期条件は $t=0$ において $x=0$ で力積 $\frac{1}{2}Mv1$ が与えられる。これが上部グリッドに損失なく伝達されるとすれば，上部グリッドには初速度 v_0 が発生する。

ここに，　v：　ハンマの打撃直前の速度

で，次の関係がある。

$$v=\sqrt{2gh}$$

h：　ハンマの振り上げ高さ

ゆえに，

$$m\dot{x}=\frac{1}{2}Mv \quad \cdots\cdots(8)$$

$$v_0=\dot{x}=\frac{1}{2}\frac{Mv}{m} \quad \cdots\cdots(9)$$

(7)式の解は，

$$x=\left(\frac{v_0}{n}\right)\sin nt=\frac{M}{2}\sqrt{\frac{2gh}{mk}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t \quad \cdots\cdots(10)$$

このxの振幅を衝撃によるビームの最大変位として次の数値より計算すると，

$h=20$ cm，$M=4.55$ g·cm⁻¹·s²

$k=3.32\times10^4$ g·cm⁻¹，$m=3.08\times10$ g·cm⁻¹·s²

よりxの振幅は

$$\frac{M}{2}\sqrt{\frac{2gh}{mk}}=4.45\times10^{-1}\text{ cm}$$

すなわち，つち打時における上部グリッド中央部の最大変位は 4.45 mm になる。この計算値は**第2表**の実測値 2.3 mm よりかなり大きい。この差の原因は計算値は方形状衝撃波を仮定しており，v_0が実際の衝撃波形の立ち上がり速度より大きいためと考えられる。

4.1.4　放電極の張力の時間的変化

放電極は下部に取り付けたおもりにより一定の張力を生じているが，衝撃により上部グリッドが上下振動すると，その張力は時間的に変化する。この張力の変化量は放電極の両端すなわち上部グリッドとおもりの相対変位で決まる。衝撃時の最大相対変位をαとし，相対変位 $a(t)$ は上部グリッドの固有振動数で周期的変化をしながら時間に対し自然対数的に減衰すると仮定すれば，

$$a(t)=\alpha e^{-\mu t}\cos\omega t \quad \cdots\cdots(11)$$

ここに，　μ：　ビームの対数減衰率

ω：　上部グリッドの固有角振動数

$a(t)$の変化に対する張力の変化は$E\cdot a(t)/L$で表わされるから，この値は初張力Tに対して次のように表わすことができる。

$$\frac{E\cdot a(t)}{L}=\gamma Te^{-\mu t}\cos\omega t \quad \cdots\cdots(12)$$

$$\gamma=\frac{E\alpha}{TL} \quad \cdots\cdots(13)$$

E：　放電極のヤング率

L：　放電極の全長

かかる張力の時間的変化により放電極のつち打後の張力は

$$T(1-\gamma e^{-\mu t}\cos\omega t) \quad \cdots\cdots(14)$$

と表わしうる。

4.1.5　放電極の横固有振動数

放電極の横振動の固有振動数が両端固定の絃の横振動として計算して差しつかえないことは振動数の測定値と次の計算値との比較よりわかる。放電極の一次の横固有振動数を n_0 とすれば，

$$n_0=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}}=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{P}{\rho s}} \quad \cdots\cdots(15)$$

で表わされる。ここに，

P：　放電極の全張力，すなわちおもりの重量$=3.5\times10^3$ (g)

L：　650 (cm)

ρ: 放電極の比質量$=7.8/980$ $(\mathrm{g \cdot cm^{-4} \cdot s^2})$

s: 放電極の断面積$=\pi/4(0.26)^2=0.053$ $(\mathrm{cm^2})$

以上の数値よりn_0を計算すると,

$n_0=2.23\ \mathrm{c/s}$

となり, **第4図**の測定値の振動数2.2 c/sとほとんど一致する。したがって放電極の固有振動に対して線の曲げこわさはほとんど復原に寄与していないことになる。

4.1.6 つち打による放電極の運動方程式

(14)式で表わされるような張力変化がある場合の放電極の横振動に対する運動方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}-\frac{T}{\rho}(1-\gamma e^{-\mu t}\cos\omega t)\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}=0 \quad \cdots\cdots(16)$$

$$Y=y(t)\sin\beta x \quad \cdots\cdots(17)$$

$$\beta=\frac{n\pi}{L} \quad \cdots\cdots(18)$$

n=放電極の縦方向すなわちx方向の振動次数

とおいて変数分離を行なえば,

$$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{T}{\rho}(1-\gamma e^{-\mu t}\cos\omega t)y=0 \quad \cdots\cdots(19)$$

ここで,

$$\omega t=2\tau$$

$$\frac{4\beta^2 T}{\rho\omega^2}=a$$

$$\gamma a=2q$$

$$\mu=\frac{\omega}{2}\lambda$$

とおけば, (19)式は

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+(a-2qe^{-\lambda\tau}\cos 2\tau)y=0 \quad \cdots\cdots(19)'$$

となる。

この式は標準形マシューの方程式[2] (Canonical Mathieu's Equation) に対して時間的に変化する復原力が減衰する場合の運動方程式になる。マシュー形の運動方程式すなわち(19)式の$\lambda=0$に対する方程式の解には安定領域と不安定領域とがあることは周知のとおりであるが, (19)式のように係数励振項が時間とともに減衰する場合の安定性の問題は多少異なる。すなわち衝撃初期$\tau=0$において, aおよびqが不安定領域にあっても必ずしも発散する解が得られるとは限らない。しかし一般の線形方程式と異なり, 係数励振項のため自励現象を呈し, この解が短時間に安定なリミットサイクルに入るか否かは初期条件および減衰係数の大小により定まる。この検討はアナコンにより行なったので**4.2**に述べる。

4.1.7 初期条件による解の安定性

(19)式で表わされる振動系が衝撃時における初期条件により, どのような安定性を示すかについて簡単に検討してみる。バネ力の変化する部分$2qye^{-\lambda\tau}\cos 2\tau$について, 1サイクルの振動によりなされる仕事が正であれば, (19)式の振動系は時間とともにエネルギーを供給されることになり発散する系となる。(19)式の解を近似的に次のようにおくと,

$$y=A\sin(2\tau_0+\varphi)=A\sin(\omega_0 t+\varphi) \quad \cdots\cdots(20)$$

$$\tau_0=\frac{\omega_0 t}{2} \quad \cdots\cdots(21)$$

ここに, ω_0: 放電極の横方向固有角振動数

φ: 初　位　相

1サイクル中になされる仕事をWとすれば,

$$W=2q\int e^{-\lambda\tau}y\cos 2\tau dy=2q\int e^{-\mu t}y\cos\omega t dy$$

$$=2q\int e^{-\mu t}y\dot{y}\cos\omega t dt$$

$$=\omega_0 qA^2\int e^{-\mu t}\sin 2(\omega_0 t+\varphi)\cos\omega t dt \quad \cdots\cdots(22)$$

いま, $\omega=2\omega_0$とおけば,

$$W_{\omega=2\omega_0}=\omega_0 qA^2\int_0^{2\pi/\omega_0}e^{-\mu t}\sin 2(\omega_0 t+\varphi)\cos 2\omega_0 t dt$$

$$=\frac{qA^2}{2}\left\{\int_0^{2\pi}e^{-\lambda\omega_0 t}\sin 4\omega_0 t\cos 2\varphi d(\omega_0 t)\right.$$

$$+\int_0^{2\pi}e^{-\lambda\omega_0 t}\cos 4\omega_0 t\sin 2\varphi d(\omega_0 t)$$

$$\left.+\int_0^{2\pi}e^{-\lambda\omega_0 t}\sin 2\varphi d(\omega_0)\right\}$$

$$=-\frac{qA^2}{2}\left(\frac{e^{-2\pi\lambda}-1}{\lambda}\right)\sin 2\varphi \quad \cdots\cdots(23)$$

$q>0$, $\lambda>0$であるから, $e^{-2\pi\lambda}<1$で(23)式の符号は$\sin 2\varphi$により定まる。ゆえに$W_{\omega=2\omega_0}>0$なるためには, $\sin 2\varphi>0$であることが必要である。すなわち,

$$\frac{\pi}{2}>\varphi>0 \quad \cdots\cdots(24)$$

のφに対して振動系は自励的に発散する系となる。

$$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{v_0}{\omega_0 y_0}\right) \quad \cdots\cdots(25)$$

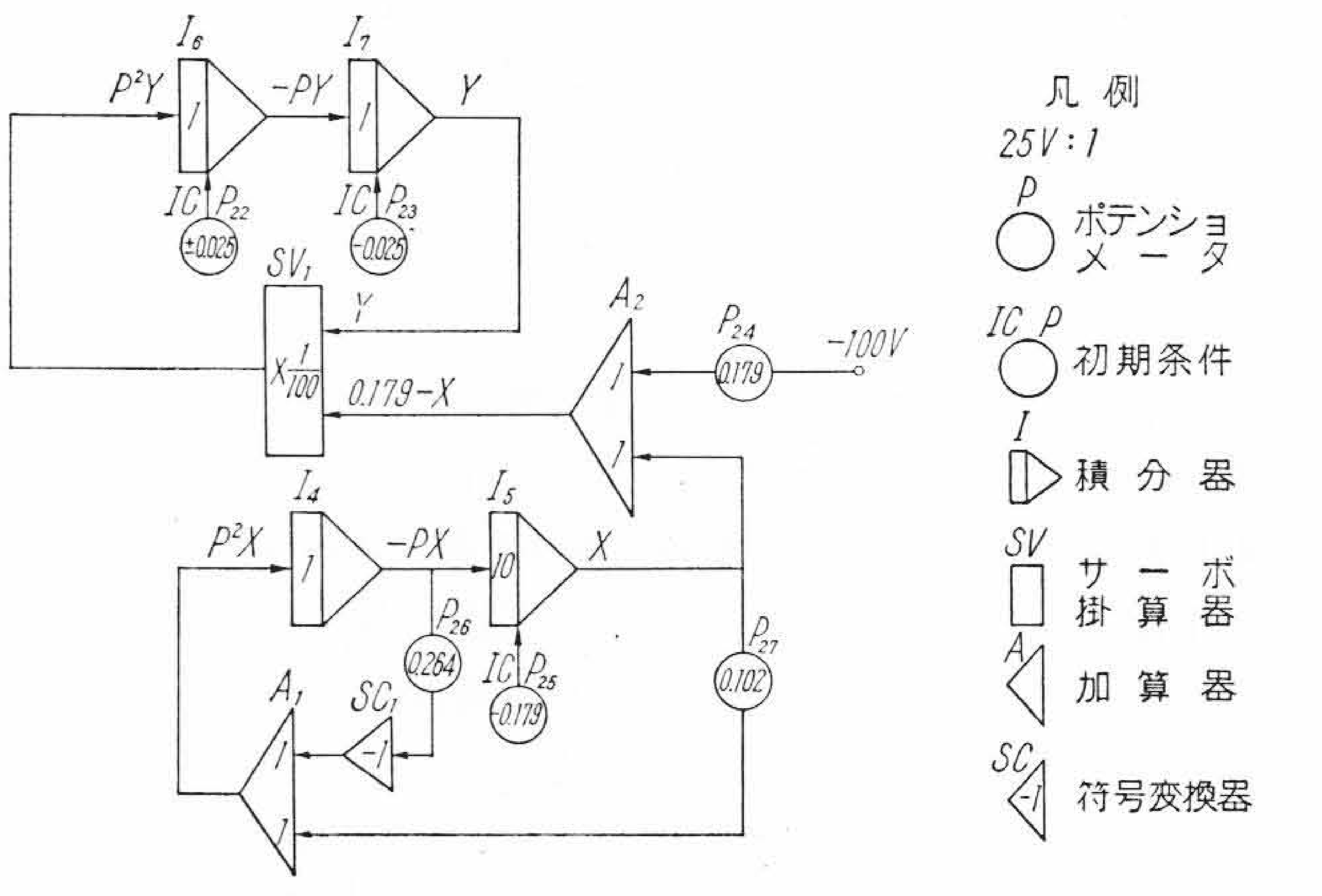
よりy_0とv_0とが同符号すなわち放電極の初変位y_0と初速度v_0とが同方向である必要がある。またこの関係は同様に$\omega \fallingdotseq 2\omega_0$に対する不安定領域に対しても成り立つ。

わん曲した放電極のつち打時の運動とこの初期条件とを比較すると, y_0は大きくゆるやかに曲がった線をつり下げた場合の中心部の変位に対応し, v_0は衝撃による同じ部分の横方向の初速度になる。すなわちv_0は衝撃時に放電極の張力が減少すると, たわみの復原力によりもとの円弧状の形にもどろうとするときの速度である。放電極が始めから完全に一直線であれば$v_0=0$であり, また当然$y_0=0$である。この場合は放電極の自励振動は成り立たない。次に**第3図(B)**に示すような部分的わん曲の線は, 衝撃時の張力の減少により縦方向に縮少するのみで, 横方向の初速度はほとんど発生しないと考えられる。放電極の振幅に対する初期条件の影響については次のアナコンによる解析で述べる。

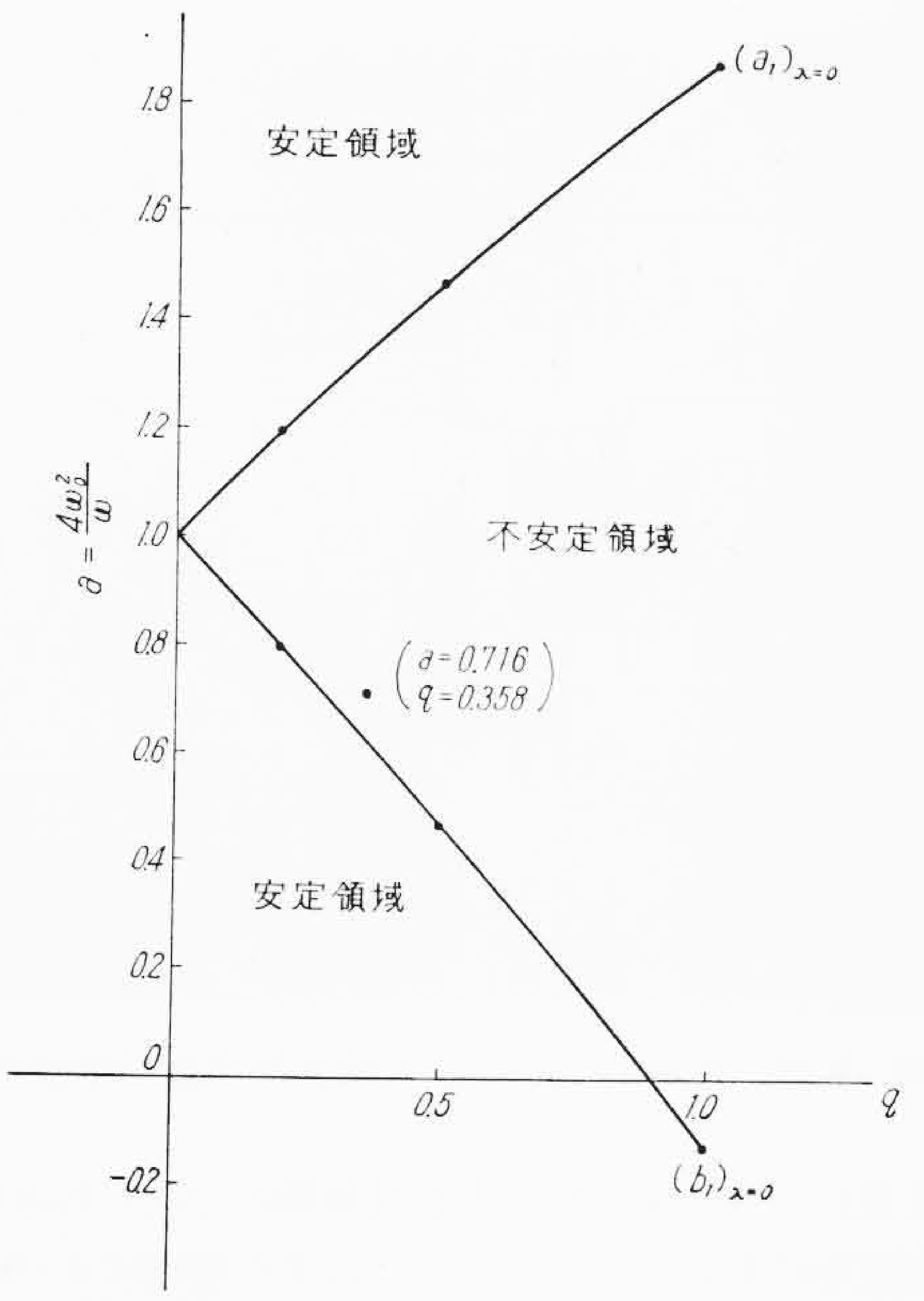
4.2 アナコンによる振動系の解析

4.2.1 等価振動系のアナコン・ブロック線図

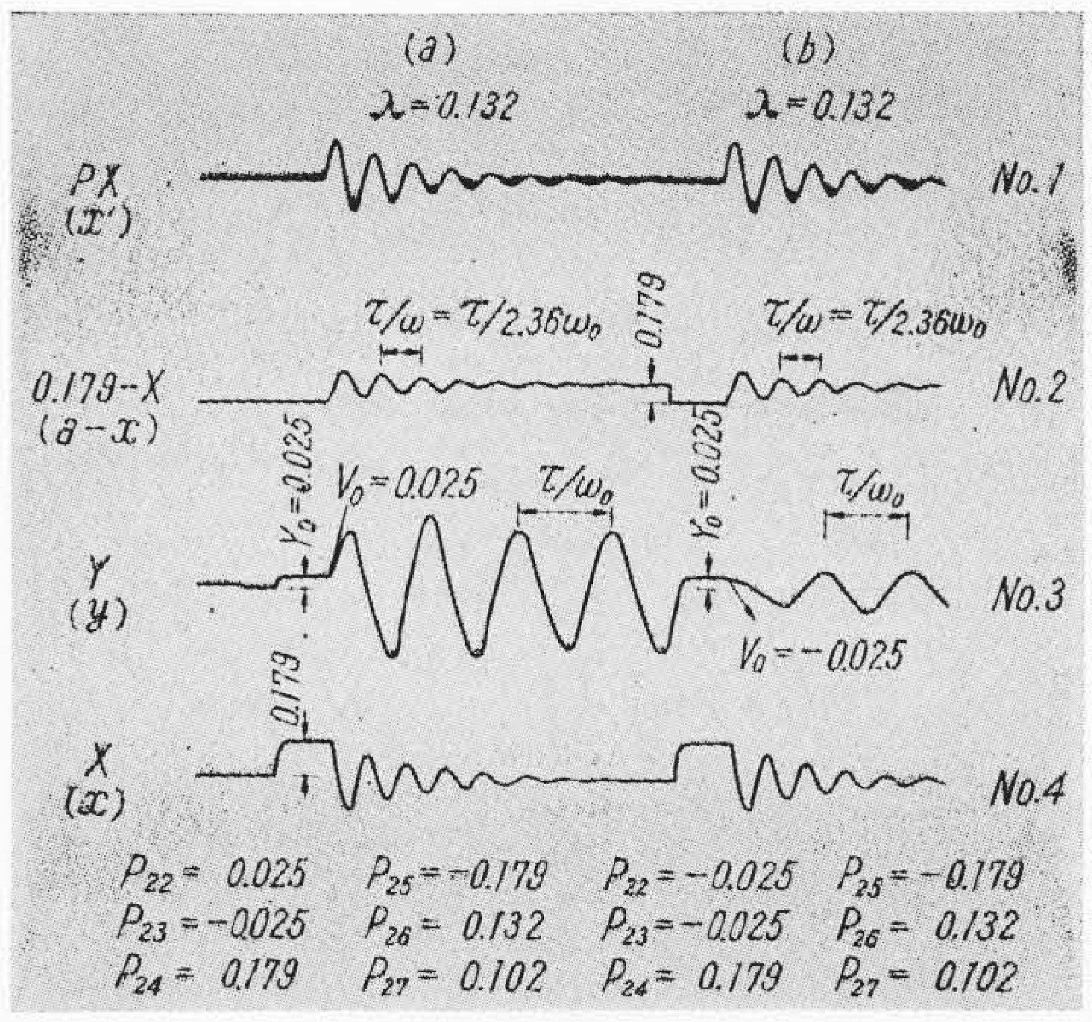
ここで用いた計算機は日立製低速度大形アナログ・コンピュータで, 解をペンオシロに描かせる方式である。



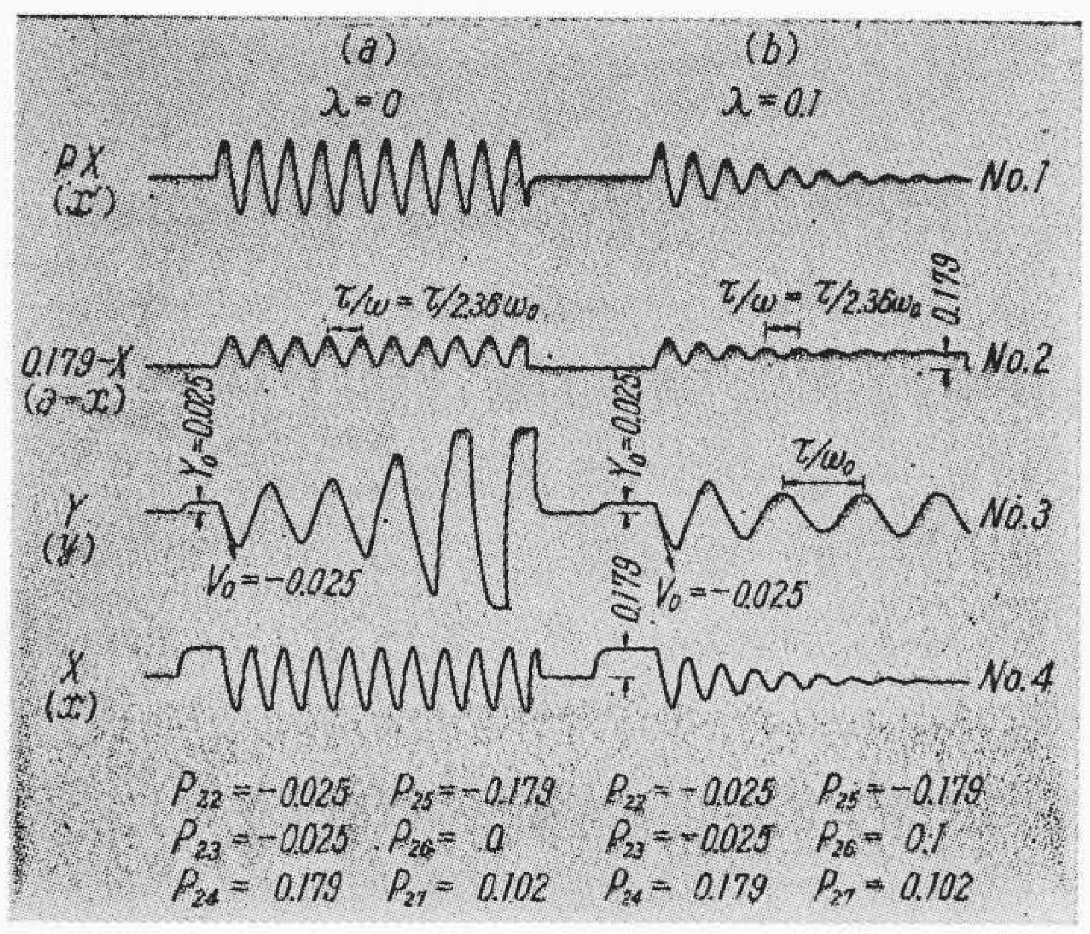
第10図　放電極装置の等価振動系に対するアナコン・ブロック線図



第 11 図　標準マシュー方程式の安定判別図



第 12 図　$\omega=2.36\,\omega_0$ における減衰形係数励振波形



第 13 図　$\omega=2.36\,\omega_0$ における係数励振波形

第 10 図に (19) 式を解くためのアナコン・ブロック線図を示す。図中 I_6 および I_7 を中心とした上部の回路は放電極の横振動発生回路で，I_4 および I_5 を中心とした下部の回路は上部グリッドの上下振動発生回路である。ポテンショメータ $P_{22}\sim P_{27}$ の○印内数値は計算の一例を示すもので，これらの数値を決めるための定数は次のようにして求めた。

(14) 式において $t=0$ のとき $\gamma=1$ すなわち張力が 0 になるとすれば，(18) 式に $n=1$, $L=650$ cm を代入し，

$$\beta=4.85\times10^{-3}\quad(\mathrm{rad\cdot cm^{-1}})$$

を得て，$T=P/S=6.6\times10^4\,(\mathrm{g\cdot cm^{-2}})$ および $\omega=2\pi n=6.28\times5.26=3.30\,(\mathrm{rad/cm})$ とともに (19)′ 式の a および q に代入すると，

$$a=0.716$$
$$q=0.358$$

となる。この a および q の値は **第 11 図** に示すように標準マシューの方程式の安定判別図中の不安定領域にある。

さて対数減衰係数 λ は**第 6 図**の上部グリッドとおもりの相対変位より $\mu=4.35$ を得るから，

$$\lambda=\frac{2\mu}{\omega}=\frac{2\times4.35}{33}=0.264\quad(\mathrm{rad^{-1}})$$

となる。

$$x=2qe^{-\lambda\tau}\cos2\tau \quad\cdots\cdots(26)$$

のもとの微分方程式は

$$\frac{d^2x}{d\tau^2}+2\lambda\frac{dx}{d\tau}+(4+\lambda^2)x=0 \quad\cdots\cdots(27)$$

$\lambda=0.264$ を代入し，

$$x''+0.528\,x'+4.07\,x=0 \quad\cdots\cdots(28)$$

また (19)′ 式は次のように書くことができる。

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+(a-x)\,y=0 \quad\cdots\cdots(29)$$

$a=0.716$ を入れて，

$$y''+(0.716-x)\,y=0 \quad\cdots\cdots(30)$$

(28) および (30) 式をラプラス変換し，

$$\left\{\begin{array}{ll} p^2y+(0.716-x)\,y=0 & \cdots\cdots(31) \\ p^2x+0.528\,px+4.07\,x=0 & \cdots\cdots(32) \end{array}\right.$$

ここで 0.1 を 2.5V として，次のような換算係数を用い，加算器 A_2 の入力が 100V 以下になるようにする。

$$\left.\begin{array}{l} y=4\,Y,\ \ x=4\,X,\ \ \tau=\dfrac{T}{2} \\ d\tau=\dfrac{dT}{2},\ \ p=2\,P \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(33)$$

この換算により，(31) および (32) 式はそれぞれ

$$P^2Y=-(0.179-X)\,Y \quad\cdots\cdots(34)$$
$$P^2X=-(0.264\,PX+1.02\,X) \quad\cdots\cdots(35)$$

(35) 式に対する初期条件は $\gamma=1$ であるから初期変位は，

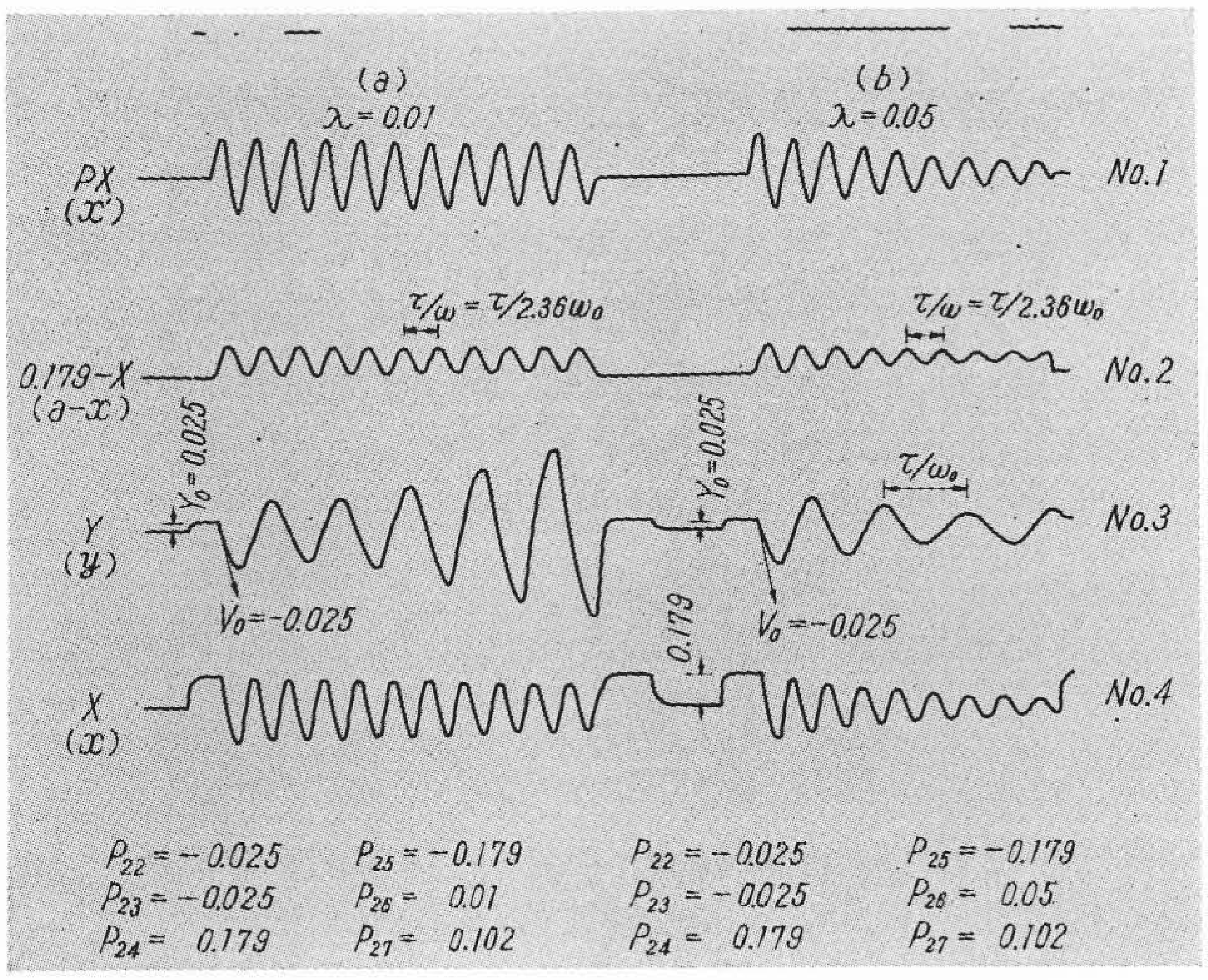
$$x_0=a=0.716 \quad\cdots\cdots(36)$$

となるから I_5 に $X_0=-0.179$ の初期値を与える。

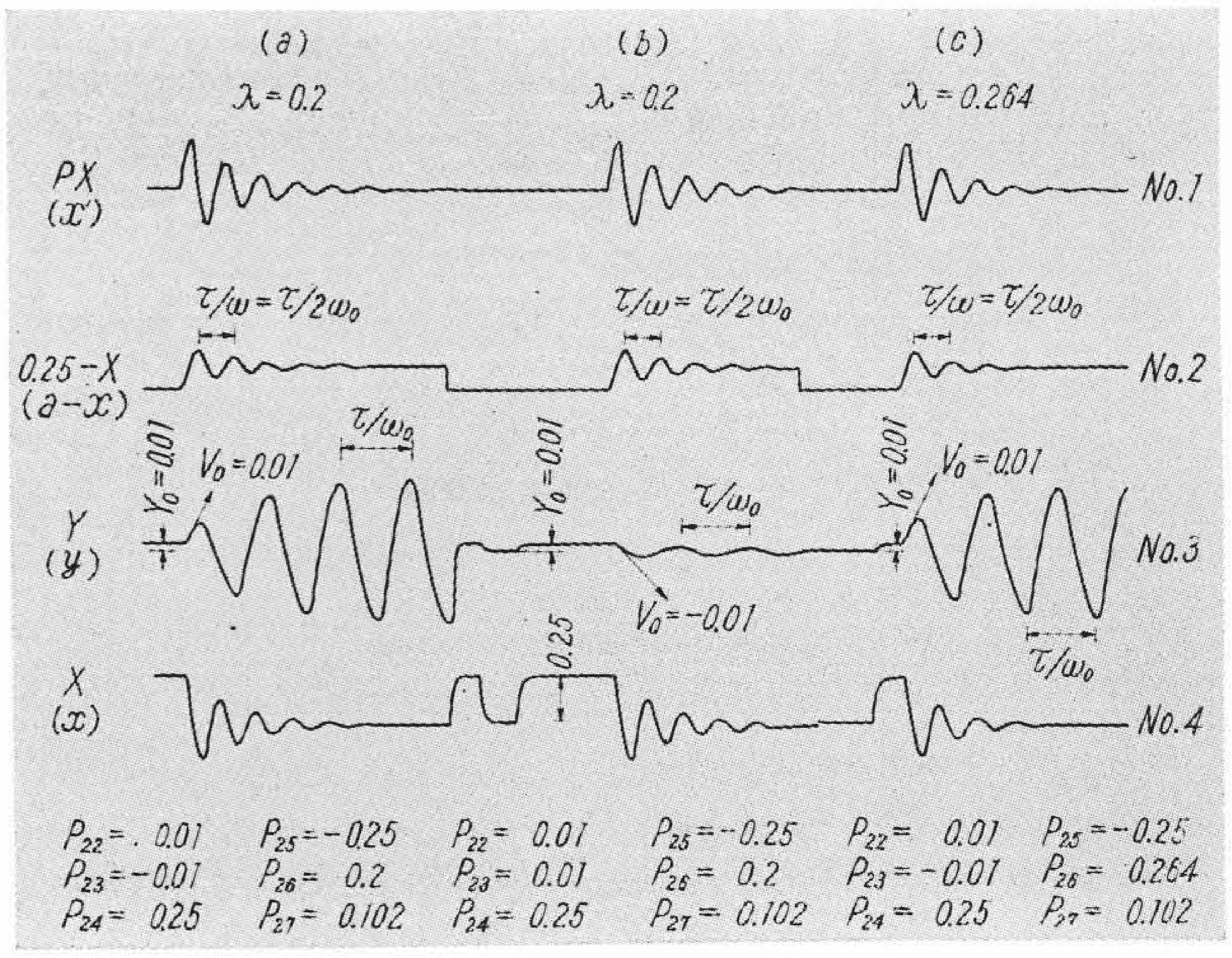
(34) 式に対する初期条件は **4. 1. 7** で述べた性質を持つ y_0 および v_0 であるが，実測値がないためここでは単位の初期値を与える意味で，$Y_0=-0.025$ および $|V_0|=0.025$ をそれぞれ I_7 および I_6 に与え，V_0 の符号による Y の性質を調べた。

4. 2. 2　初期条件および減衰係数に対する性質

第 12 図は (34) 式に対するアナコンの解の波形を示す。ただし $\lambda=0.132$ として与えた結果である。No. 1～4 の波形はそれぞれ PX, $0.179-X$, Y および X に対する記録である。すなわち，放電極装置に対する類似は No. 3 の Y が放電極の横方向振幅 y に，No. 2 の $0.179-X$ が放電極の張力変化の項 $a-2\,qe^{-\lambda\tau}\cos2\tau$ に対応する。**第 12 図**(a) の No. 3 の波形は，$Y_0>0$, $V_0>0$ すなわち $y_0>0$, $v_0>0$ 初変位と初速度とが同方向の場合に対する Y の波形である。振幅の時間的変化は第 2 波まで増加の傾向を示し，第 3 波以後においてリミットサイクルに入ることを示している。**第 12 図**(b) の No. 3 は $y_0>0$, $v_0<0$ すなわち初変位と初速度が逆方向に働く場合の Y の波形である。(a) の Y の振幅は (b) の Y の約 3 倍になっており，初期条件の符号により振幅が大きく変化することを示している。**第 13 図**および**第 14 図**の No. 3 は (34) および



第14図　$\omega=2.36\,\omega_0$ における減衰形係数励振波形



第15図　$\omega=2\,\omega_0$ における減衰形係数励振波形

(35)式の減衰係数を変えた場合に対するYの振幅変化を調べた波形である。**第13図**(a)は$\lambda=0$の場合で，y_0とv_0とが逆方向でも振幅は発散することを示す。**第13図**(b)は$\lambda=0.1$に対する波形で，y_0とv_0とが逆方向の場合では第3波以後リミットサイクルに入ることを示す。**第14図**(a)は$\lambda=0.01$の波形で，y_0とv_0が逆方向でも発散の傾向を示す。**第15図**(b)は$\lambda=0.05$の波形で，第3波以後リミットサイクルにはいることを示す。

4.2.3　係数励振の振動数と放電極の固有振動数との関係

前節で本装置に対する係数励振の特性を検討したが，係数励振項の角振動数ωと放電極の固有振動数$\omega_0=2\pi n_0$との関係は次のとおりである。(15)式，(18)式および(19′)式より放電極の基本波に対し

$$a=\frac{4\,\omega_0^2}{\omega^2}\quad\cdots\cdots(37)$$

となるから，本装置では$a=0.716$より

$$\omega=2.36\,\omega_0\quad\cdots\cdots(38)$$

これに対し，$\omega=2\,\omega_0$の係数励振の効果的な場合における放電極の振動波形を比較してみる。**第15図**に$\omega=2\,\omega_0$に対する波形を示す。**第15図**(a)は$\lambda=0.2$の場合に$y_0>0$，$v_0>0$の同符号の初期条件を与えたときの波形である。No.3のYの波形は時間とともに次第に増加の傾向を示し，初期値が前項で述べたy_0，v_0の1/2.5に減少してもほとんど同程度の振幅を示している。**第15図**(b)は$y_0>0$，$v_0<0$としたときの波形で，Yは(a)の1/15に減少している。**第15図**(c)は$\lambda=0.264$，すなわち実測値より求めた減衰係数により，係数励振形自励振動が行なわれる場合の放電極の振動波形に対応している。(c)のYの振幅は$\lambda=0.2$の(a)の振幅より小さいが同様の傾向で増大している。これらの波形より$\omega=2\,\omega_0$すなわち上部グリッドの固有振動数が放電極の横方向固有振動数の2倍になっている場合には，放電極の張力変化量の時間的減衰が大であっても，放電極がゆるやかに大きくわん曲している($y_0>0$，$v_0>0$に対応)と，放電極の振幅は時間とともに増大してかなり大きい振幅に成長して落ち着くことが予想される。

5.　結　　　言

電気集じん器の放電極がつち打時に発生する横振動の振幅について，実測ならびにアナコンによる解析結果より放電極が大きくわん曲している場合にはつち打により横振動が大きく現われることを実証した。この原因としてアナコンによる解析結果によれば，つち打時に発生する放電極の横方向の初速度によるものと判断される。また上部グリッドの固有振動数と放電極の横方向固有振動数の関係について明らかにし，放電極の振幅を増大させないためにはこの関係を検討しておく必要があることを述べた。

本研究にあたり有益なご助言を賜わった京都大学吉川泰三名誉教授に衷心より感謝し，終始懇切なご指導を賜わつた当研究所北川部長，橋本部長に深謝の意を表する。

参　考　文　献

(1)　亘理　厚：機械力学，146 (昭32，共立全書)
(2)　N. W. McLachlan: Theory and Application on Mathieu Functions 10 (1951, Oxford Uni Press)