

家庭用換気扇の振動および騒音

Vibration and Noise of Domestic Ventilating Fans

平 松 力*
Tsutomu Hiramatsu

内 容 梗 概

換気扇の家庭進出にともない、騒音の問題が大きくとりあげられてきている。本報告はこの騒音のうち、使用状態で最も大きな騒音成分であるモータの回転振動の伝達音を低減させるための研究を基礎的に取り扱ったものである。従来使用されている換気扇のモータを質量としアームをバネとするモータ・アーム振動系について、その固有振動数および強制振動時の振幅の周波数特性を電子計算機を用いて計算したが、実測による値とのよい一致が得られた。この計算式を用いて、モータの回転振動に対する共振をあらかじめ検討することができるようになった。

1. 緒 言

従来換気扇は倉庫などに使用されることが多く、騒音そのものが問題視されることは比較的少なかったが、最近家庭の台所などに進出するに及んで問題とされるようになった。それは比較的振動しやすい木製壁、ガラス窓などに取り付けられることが多く、モータの回転振動が換気扇の支持アームを伝わって、壁面を振動させるためモータ音を増大ふく射し、これが最大の騒音成分になることがしばしばあるからである。

モータの回転振動の 100 c/s を主成分とする加振力は、モータを質量とし、アームをバネとするモータ・アーム振動系を駆動する。この振動系は一般に 6 自由度の直線および回転方向の連成振動を行なうので、固有振動数もそれに対応した個数を持ち、回転振動などに共振する機会が多い。このため電子計算機を用いてこの振動系の固有振動数および振幅の周波数特性を計算して、固有振動の計算式を確立し、あらかじめ計算により共振点を避ける設計法を可能にすることを図った。

湾(わん)曲したビーム状のアームのバネ定数の計算方法には、Myklestad⁽¹⁾, Thomson⁽²⁾, Prohl⁽³⁾ の任意変断面を多段接続系に分割して振動計算を行なう方法に、各分割スパン間の座標変換を行なって主軸に関するバネ定数を算出する方法を用いた。このような湾曲したビームのバネを用い、支持の中心にモータなどの集中質量を持った構造物の振動系の解析はほとんどなされていない。

次に以上の振動系の解析結果に基づき、モータの回転振動の防振支持について、アームの形状、モータ支持点、防振ゴムの応用に関する基礎研究を行ない、騒音低減に必要な設計方法を求めた。

2. 振動系の解析

2.1 計 算 式

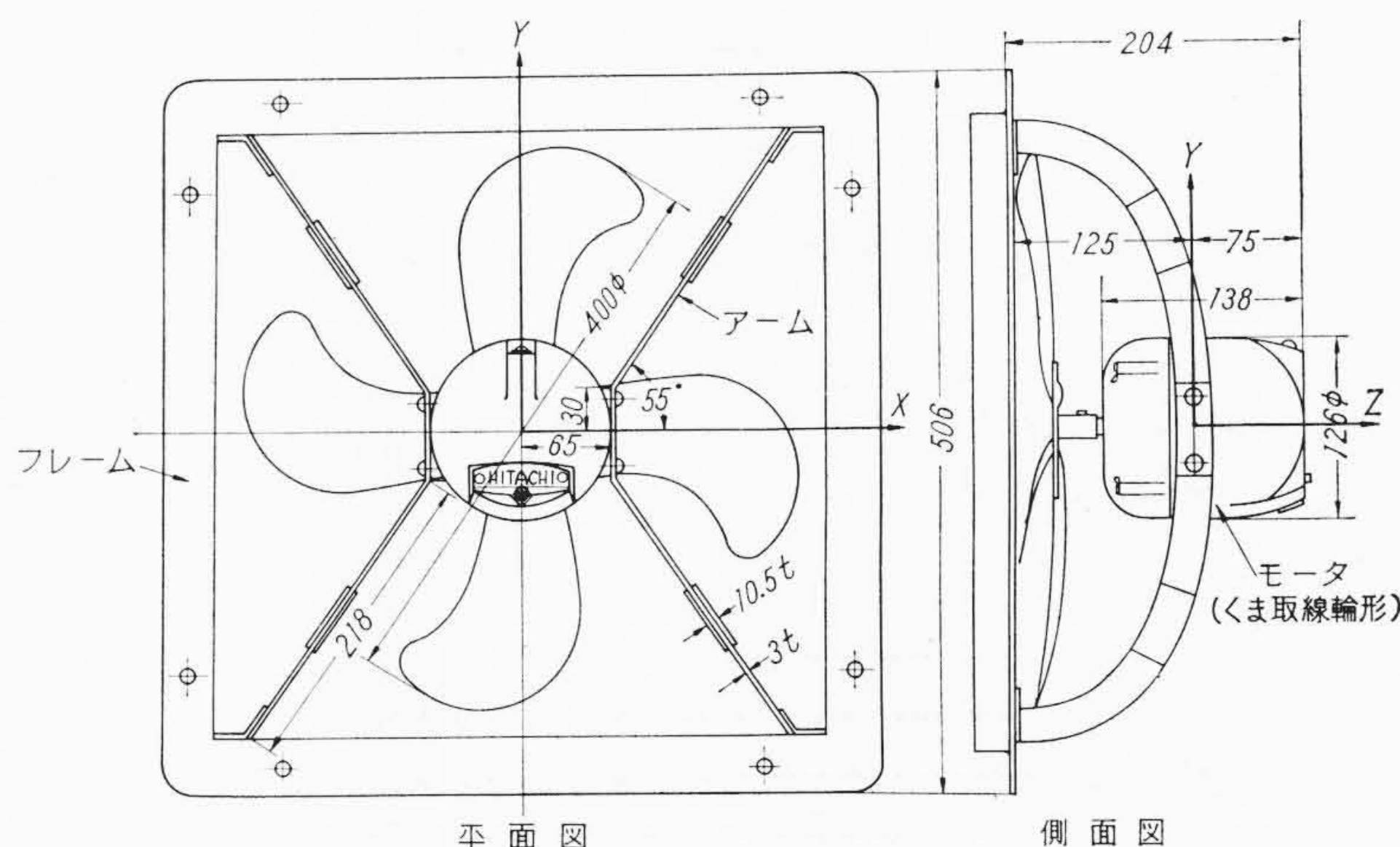
第1図に振動系の解析に用いた 40 cm RO₁-TKG 形換気扇の略図を示す。図のように本換気扇のアームは湾曲したビームであり、4 本のアームがくま取線輪形モータの支持の役目をなしている。

解析を行なう振動系は、モータおよび羽根を質量とし、4 本のアームをバネとするモータ・アーム振動系である。この系で問題になるのは湾曲しているアームのバネ定数であり、これについての計算方法を精細に述べる。

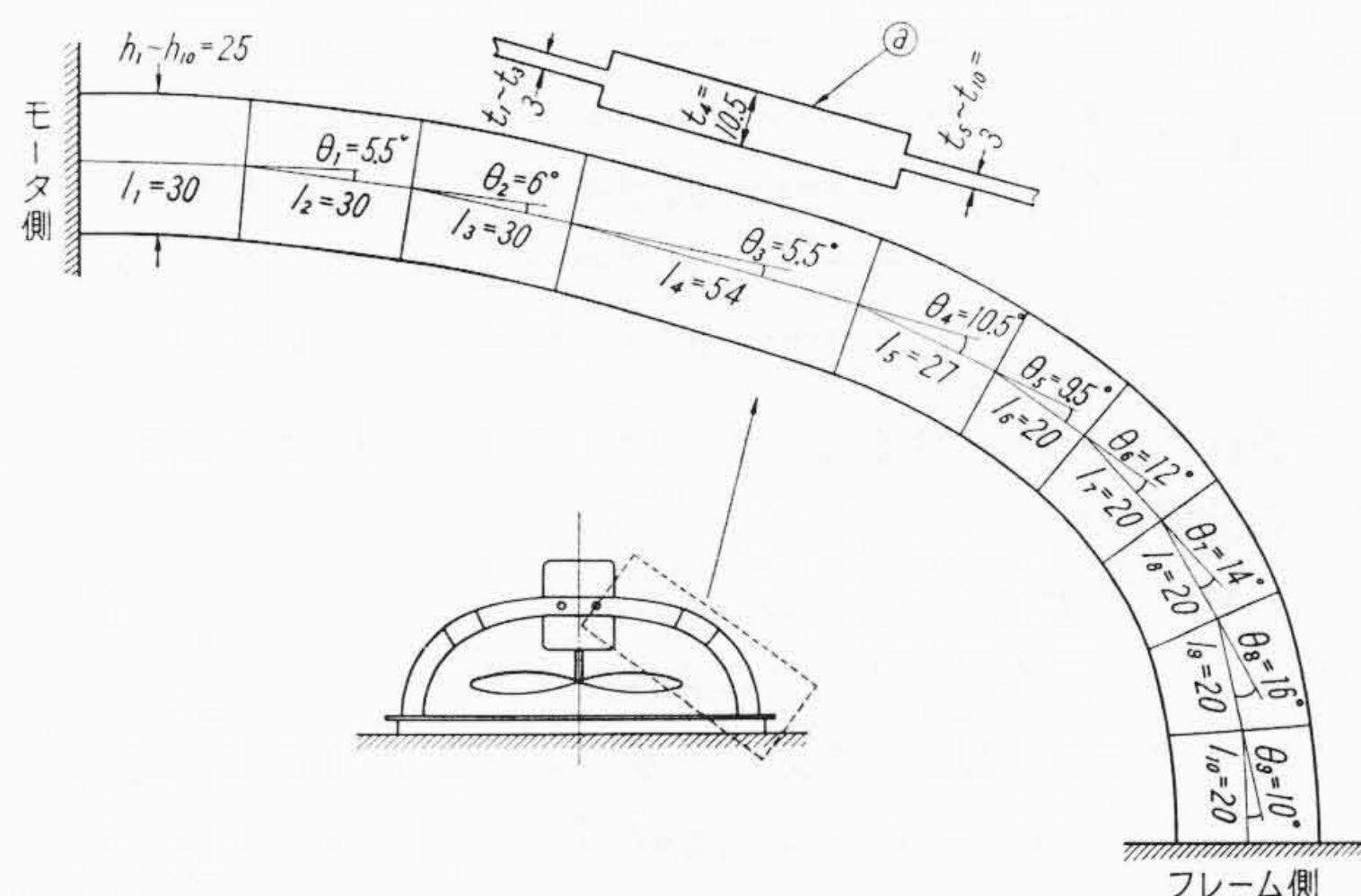
2.1.1 バネ定数

第2図のように湾曲した単独アームのバネ定数を求めるには適当な長さに 10 分割する。この分割したスパン間の弾性伝達には

* 日立製作所日立研究所



第1図 RO₁-TKG 形 40 cm 換気扇略図

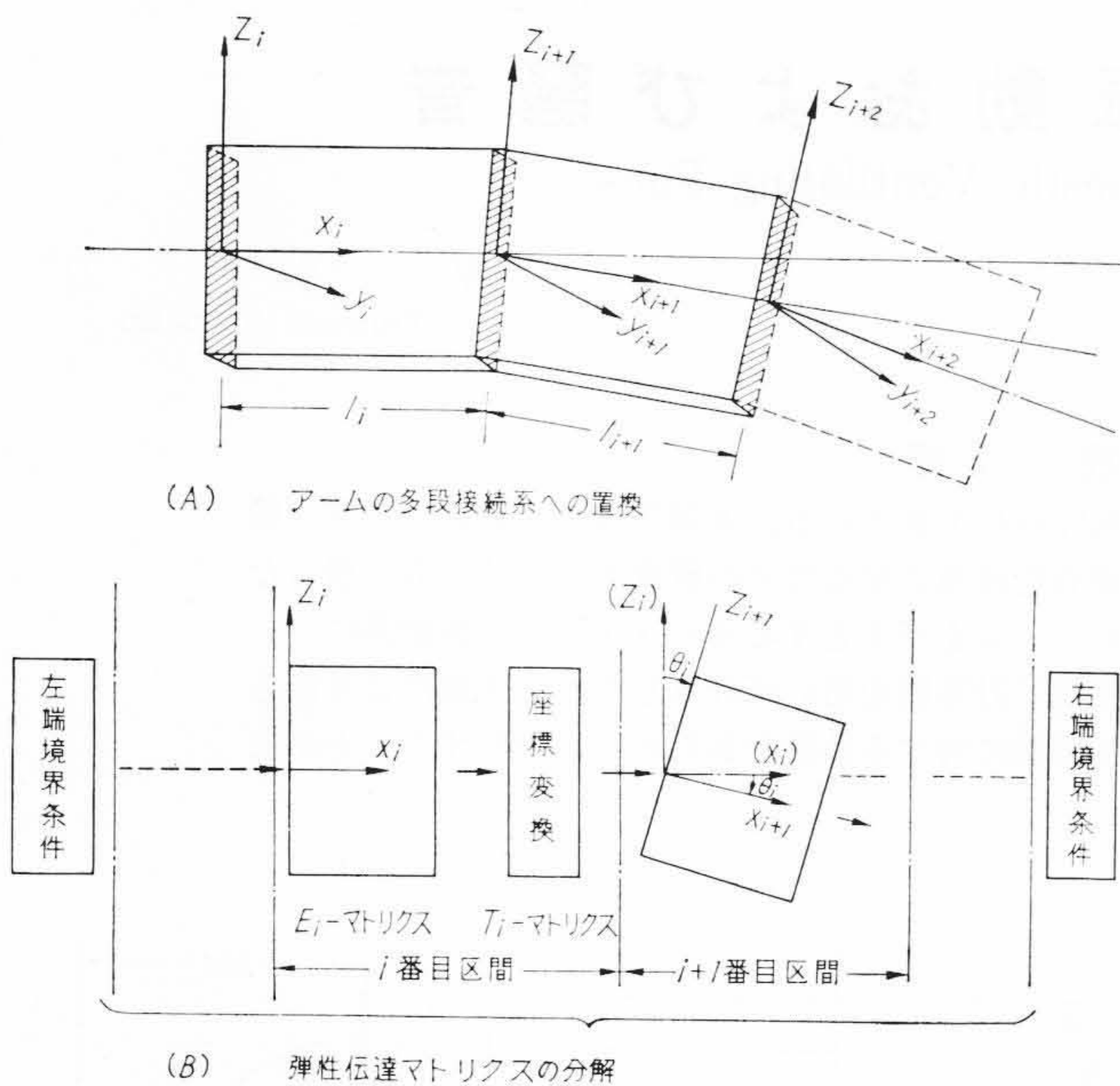


第2図 40 cm 換気扇用単独アームの分解寸法図
(アームのほぼ中央のみ厚みを増加してある。④図はこの状況を示す。)

第3図のような座標変換をとともう単純曲げ、縦およびねじり弾性にもとづく多段接続系⁽⁴⁾を用いる。

第3図(A)に示すようなビームを区分した i 番目および $i+1$ 番目スパンに注目する。 x_i, y_i, z_i 軸は図心軸方向に x 軸を、断面の両主軸方向に y, z 軸を一致させる。第3図(B)のように、各スパンの弾性伝達マトリクス M は弾性マトリクス E と座標変換マトリクス T に分解される。

i 番目スパンの左端の変位ベクトル $\vec{q}$ および作用ベクトル $\vec{Q}_i$ に対し右端のベクトル $\vec{q}_{i+1}$ および $\vec{Q}_{i+1}$ を生ぜしめる伝達マトリクス M_i を解析的に表示すると次のようになる。



第 3 図 アーム振動解析上の分割スパンの説明図

$$\begin{pmatrix} \vec{q} \\ \vec{Q} \end{pmatrix}_{i+1} = M_i \begin{pmatrix} \vec{q} \\ \vec{Q} \end{pmatrix}_i \quad (1)$$

ここに

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdots \cdots \cdots \text{線変位の } x \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{線変位の } y \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{線変位の } z \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{角変位の } x \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{角変位の } y \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{角変位の } z \text{ 成分} \end{matrix} \\ \vec{Q} &= \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdots \cdots \cdots \text{断面力の } x \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{断面力の } y \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{断面力の } z \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{曲げモーメントの } x \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{曲げモーメントの } y \text{ 成分} \\ \cdots \cdots \cdots \text{曲げモーメントの } z \text{ 成分} \end{matrix} \end{aligned}$$

i 番目スパンにおける弾性伝達マトリクス M_i は二つのマトリクスに分解される。

$$M_i = T_i E_i \quad (2)$$

ここに E_i : i 番目スパンの弾性マトリクス

T_i : i 番目座標系 x_i, y_i, z_i より $i+1$ 番目座標系 $x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$ への座標変換マトリクス

弾性伝達マトリクスの元素を求めるにあたり、まず T_i を考えない弾性マトリクス E_i を単純曲げの弾性曲線、縦弾性およびねじれ弾性に関する微分方程式より求める。

$$\begin{aligned} \{\xi \eta \zeta \alpha \beta \gamma F_x F_y F_z M_x M_y M_z\}_{i+1} \\ = E_i \{\xi \eta \zeta \alpha \beta \gamma F_x F_y F_z M_x M_y M_z\}_i \quad (3) \end{aligned}$$

i 番目スパンの弾性体積要素の長さを l_i とし、 y 軸および z 軸に関する曲げ剛性をそれぞれ R'_i および R_i とすれば、これらは y_i 軸、 z_i 軸に関する断面 2 次モーメント I_{iy} および I_{iz} により次のように表わされる (E : ヤング率)。

$$R'_i = EI_{iy}, \quad R_i = EI_{iz} \quad (4)$$

i 番目スパンの断面積を A_i とし、 x_i 方向の圧縮剛性を L_i とすれば

$$L_i = EA_i \quad (5)$$

i 番目スパンの断面の極慣性モーメントを J_i 、剛性率を G とす

れば、ねじり剛性 P_i は、

$$P_i = GJ_i \quad (6)$$

(4), (5), (6) 式を用い (3) 式に対応する E_i は次のように表わせる。

$$E_i \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_i/L_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & l_i & 0 & l_i^3/6R_i & 0 & 0 & 0 & -l_i^2/2R_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -l_i & 0 & 0 & 0 & l_i^3/6R'_i & 0 & l_i^2/2R'_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_i/P_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -l_i^2/2R'_i & 0 & -l_i/R'_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & l_i^2/2R_i & 0 & 0 & 0 & -l_i/R_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

変換マトリクス T_i は i 座標系より $i+1$ 座標系への回転角を θ_i とすれば、一般法則より次のように表わされる。

$$T_i \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & & & & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & & & & & & & \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i & & & & & & & & & \\ & & & \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & & & & & & \\ & & & 0 & 1 & 0 & & & & & & \\ & & & -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i & & & & & & \\ & & & & & & \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & & & \\ & & & & & & 0 & 1 & 0 & & & \\ & & & & & & -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i & & & \\ & & & & & & & & & \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \\ & & & & & & & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & & & & & -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

各スパンの伝達マトリクス $M_1, M_2, \dots, M_n$ に対し、アーム全体の両端間の伝達特性を与える伝達マトリクス $\bar{M}$ は、

$$\bar{M} = M_n \cdots M_2 M_1 \quad (9)$$

$\bar{M}$ は (2) 式の関係があるから、 E_1 の前に T_1 を掛け、その積の前に E_2 を、さらに T_2 を掛けるという順序により T_n まで掛ければよい。 $\bar{M}$ を求めておけば、アームの両端の境界条件よりバネ定数が得られる。アームのバネ定数を求めるための境界条件を明らかにする。剛体壁に取り付けたフレーム側のアームの境界条件は完全に固定されているとして次のようになる。

$$\{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}_n \quad (10)$$

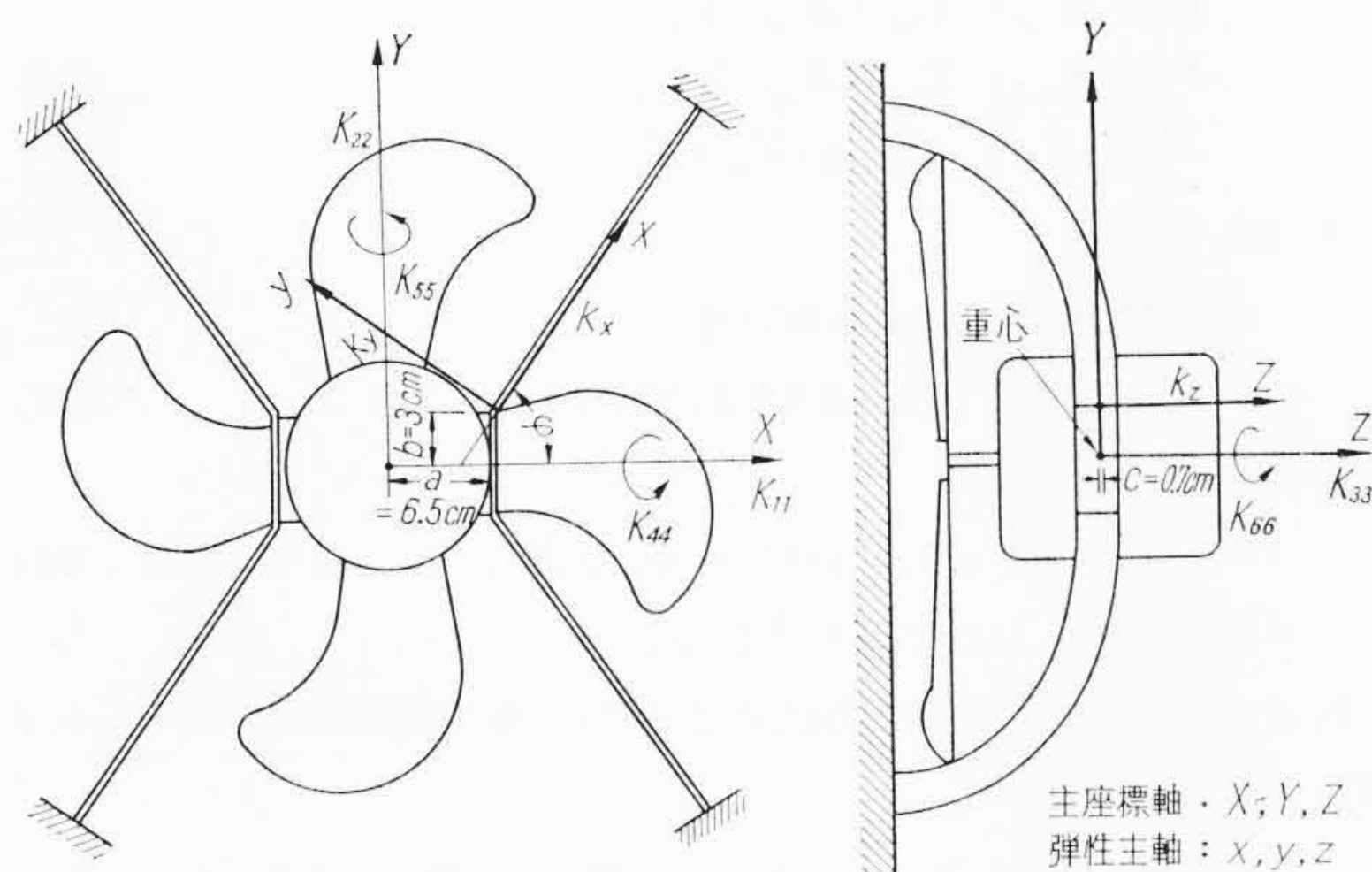
モータ側の境界条件は固定条件を保ちながら変位が生ずるという性質すなわちローラ端を仮定すると、

$$\{\xi \eta \zeta \ 0 \ 0 \ 0 \ F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}_1 \quad (11)$$

ゆえにバネ定数を求めるための関係式は、弾性伝達マトリクス $\bar{M}$ により、

$$\begin{aligned} \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}_n \\ = \bar{M} \{\xi \eta \zeta \ 0 \ 0 \ 0 \ F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}_1 \quad (12) \end{aligned}$$

第 4 図のように換気扇に固定した座標軸 X, Y, Z はアームに固定した座標 x, y, z と一般には一致していないから、 X, Y, Z 座標に関するバネ定数を求めようとする場合には、両座標軸の座標変換を必要とする。第 4 図のように、たとえば X 方向のみの直線バネ定数を求めるには、第 1 表の両座標軸間の方向余弦とアームの主軸方向のバネ定数 k_x, k_y より次の関係式⁽⁵⁾から変換する必要がある。



第4図 換気扇主座標軸とアームの弾性主軸

第1表 主座標軸と弾性主軸間の方向余弦

	X	Y	Z
x	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	0
y	$-\sin \varphi$	$\cos \varphi$	0
z	0	0	1

換気扇のZ座標とアームのZ座標とは平行にとれば、換気扇のアームは4本あるから次式よりX方向の直線バネ定数 K_{11} が求められる。

$$K_{11}=4(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) \quad (13)$$

ここに、

$$k_x = \frac{F_x}{\xi}, \quad k_y = \frac{F_y}{\eta}, \quad k_z = \frac{F_z}{\zeta} \quad (\text{アームのバネ定数}) \quad (14)$$

φ : X, x 軸の傾角

同様に Y, Z 方向の直線バネ定数をそれぞれ K_{22} , K_{33} とすれば

$$K_{22}=4(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) \quad (15)$$

$$K_{33}=4k_z \quad (16)$$

次に X, Y, Z 軸まわりの回転バネ定数 K_{44} , K_{55} , K_{66} はアームのモータとの接合点の X, Y, Z 座標を a, b, c とすれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{44} &= 4\{(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi)c^2 + k_z b^2\} \\ K_{55} &= 4\{(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi)c^2 + k_z a^2\} \\ K_{66} &= 4\{k_x(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi) + k_y(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi) - 2(k_x - k_y)ab \sin \varphi \cos \varphi\} \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

さらに弾性相乗係数 K_{ij} ($i \neq j$) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{23} &= K_{13} = 0 \\ K_{12} &= \sum (k_x - k_y) \sin \varphi \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{14} &= -\sum (k_x - k_y) c \sin \varphi \cos \varphi \\ K_{15} &= 4(k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) c \\ K_{16} &= \sum \{(k_x - k_y) \sin \varphi \cos \varphi \cdot a - (k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) b\} \\ K_{24} &= -4(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) c \\ K_{25} &= \sum (k_x - k_y) c \sin \varphi \cos \varphi \\ K_{26} &= \sum \{(k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) a - (k_x - k_y) b \sin \varphi \cos \varphi\} \\ K_{34} &= \sum k_z b \\ K_{35} &= -\sum k_z a \\ K_{36} &= 0 \\ K_{45} &= -\sum \{(k_x - k_y) c^2 \sin \varphi \cos \varphi + k_z ab\} \\ K_{56} &= \sum \{(k_x - k_y) ac \sin \varphi \cos \varphi - (k_x \cos^2 \varphi + k_y \sin^2 \varphi) bc\} \\ K_{46} &= \sum \{(k_x - k_y) bc \sin \varphi \cos \varphi - (k_x \sin^2 \varphi + k_y \cos^2 \varphi) ca\} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

さらに $K_{ij} = K_{ji}$ であり、 Σ は4個のアームについて行なう。

以上で換気扇アームの持つすべてのバネ定数の計算式を得たが、次にモータ、羽根の質量および X, Y, Z 軸に関する極慣性モーメントについてアーム・モータの振動系に対する運動方程式をたてる。

M をモータおよび羽根の質量、 I_x , I_y , I_z を X, Y, Z 軸まわりのモータおよび羽根の質量の極慣性モーメントとする。またモータの慣性主軸と X, Y, Z 座標軸とが一致させてあるから、慣性相乗積は零である。

このモータ・アーム振動系に作用する加振力としては次のものが考えられる。

(1) 羽根またはロータのアンバランスによるもの

直線運動に対する加振力は、モータロータのアンバランス質量 m により、

$$\left. \begin{aligned} X \text{ 成分: } F_x &= m r \omega^2 \cos \omega t \\ Y \text{ 成分: } F_y &= m r \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

回転運動に対する加振力は、羽根のアンバランス質量 m' により、

$$\left. \begin{aligned} X \text{ 成分: } N_x &= m' r' l \omega^2 \cos \omega t \\ Y \text{ 成分: } N_y &= m' r' l \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ここに r, r' : ロータおよび羽根のアンバランス質量と重心との距離

ω : 回転角速度

l : 羽根ボスと重心との距離

(2) 羽根不調整による空気力学的加振力

羽根の取り付け不良による迎え角の不均一、羽根平面からのはずれなどに原因して、羽根近傍の音圧波形のピークに不ぞろいをもたらすが、同時に主として推力の脈動を発生する。この脈動の周波数は回転数と羽根数に関係し、3枚羽根では回転数そのもののサイクル、4枚羽根では回転数またはその2倍、6枚羽根では回転数、2倍、3倍のサイクルが現われる。この周波数を一般的に $n\omega$ で表わし、推力脈動の振幅を ΔT とすれば、Z方向の加振力は、

$$F_z = \Delta T \cos n \omega t \quad (22)$$

(3) 回転磁界に原因するモータの加振力

くま取線輪形などに多く生ずるロータの回転脈動は回転磁界が正しい正弦波でないために起こるが、羽根にトルク脈動を与えると同時にステータ側にも電磁吸引力を介してこの脈動力を及ぼす。周波数は主として 100 c/s で、この回転脈動の片振幅を ΔQ とし、角速度を Ω とすると、Z軸まわりの回転加振力は、

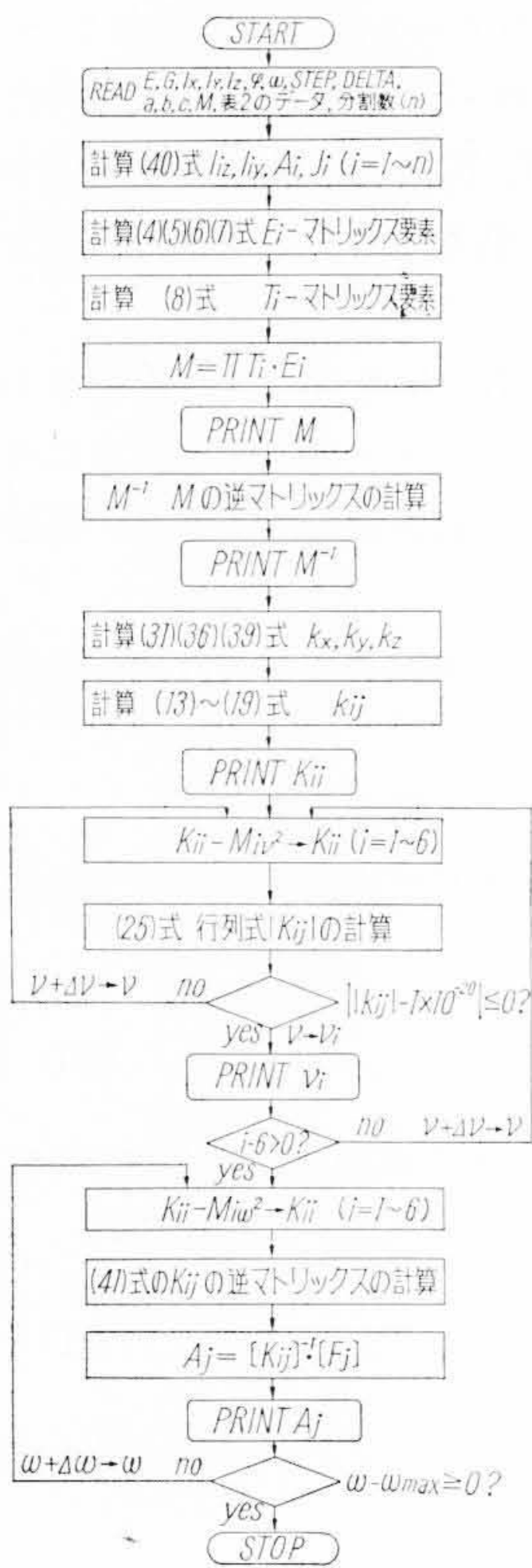
$$N_z = \Delta Q \cos \Omega t \quad (23)$$

以上のようにモータ・アーム振動系に対する加振力を直線および回転方向についておもな成分で表わした。

結局、モータおよび羽根を質量とし、アームをバネとする振動系に以上のような直線および回転方向の各成分の加振力が作用した状態の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{12} & K_{22} & 0 & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & K_{35} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & 0 & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \phi \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x - M \ddot{X} \\ F_y - M \ddot{Y} \\ F_z - M \ddot{Z} \\ N_x - I_x \ddot{\phi} \\ N_y - I_y \ddot{\theta} \\ N_z - I_z \ddot{\varphi} \end{bmatrix} \dots (24)$$

系の固有振動数を ν とすれば、 ν は次の振動数方程式を解くことにより得られる。



第 5 図 モータ・アーム振動系の振動計算のフローチャート

$$\begin{bmatrix} K_{11}-M\nu^2 & K_{12} & 0 & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22}-M\nu^2 & 0 & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ 0 & 0 & K_{33}-M\nu^2 & K_{34} & K_{35} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44}-I_X\nu^2 & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55}-I_Y\nu^2 & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & 0 & K_{64} & K_{65} & K_{66}-I_Z\nu^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (25)$$

ここに $K_{ij}=K_{ji}$

2.2 数値計算および実験値との比較

以上のような計算式にもとづいて、40 cm RO₁-TKG 形換気扇について電子計算機を使用して数値計算を行ない、モータ・アーム系の固有振動数および共振特性を求めた。第 5 図は本数値計算のフローチャートである。

アームのバネ定数を決定する方法は (12) 式の $\bar{M}$ および適当な境界条件を数値として与え、次式に示すように $\bar{M}$ の逆マトリクス $[\bar{M}]^{-1}$ を用いることにより求めることにした。

$\bar{M}$ の要素を $X_{i,j}$ とし、 $[\bar{M}]^{-1}$ の要素を $A_{i,j}$ とする。フレーム側の境界値にダッシュを付けて表わし、 x 方向のバネ定数 k_x を求めるために $F_x=1$ として (12) 式を書き替えると、

$$\{000000 F_x' 0 F_z' 0 M_y' 0\} = M \{\xi 000001 000 M_y 0\} \quad (26)$$

$\bar{M}$ を β , F , M に関する要素のみで表わすと、

$$\begin{bmatrix} 0 \\ F_x' \\ F_z' \\ M_y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{5,5} & X_{5,7} & X_{5,9} & X_{5,11} \\ X_{7,5} & X_{7,7} & X_{7,9} & X_{7,11} \\ X_{9,5} & X_{9,7} & X_{9,9} & X_{9,11} \\ X_{11,5} & X_{11,7} & X_{11,9} & X_{11,11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ M_y \end{bmatrix} \quad (27)$$

ゆえに

$$M_y = -\frac{X_{5,7}}{X_{5,11}} \quad (28)$$

となるから

$$\left. \begin{aligned} F_x' &= X_{7,7} - X_{7,11} \cdot X_{5,7} / X_{5,11} \\ F_z' &= X_{9,7} - X_{9,11} \cdot X_{5,7} / X_{5,11} \\ M_y' &= X_{11,7} - X_{11,11} \cdot X_{5,7} / X_{5,11} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

一方 (26) 式より

$$\{\xi 000001 000 M_y 0\} = [\bar{M}]^{-1} \{000000 F_x' 0 F_z' 0 M_y' 0\} \quad (30)$$

ゆえに

$$\xi = A_{1,7} \cdot F_x' + A_{1,9} \cdot F_z' + A_{1,11} \cdot M_y' \quad (31)$$

バネ定数 k_x は $1/\xi$ で表わされる。

k_y を求めるには同様な方法によるが、多少複雑になる。 α , γ , F_y , M_x , M_z の関係より、

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_y' \\ M_x' \\ M_z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{4,4} & X_{4,6} & X_{4,8} & X_{4,10} & X_{4,12} \\ X_{6,4} & X_{6,6} & X_{6,8} & X_{6,10} & X_{6,12} \\ X_{8,4} & X_{8,6} & X_{8,8} & X_{8,10} & X_{8,12} \\ X_{10,4} & X_{10,6} & X_{10,8} & X_{10,10} & X_{10,12} \\ X_{12,4} & X_{12,6} & X_{12,8} & X_{12,10} & X_{12,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ M_x \\ M_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

上 2 行の関係式より M_x を消去すると

$$M_z = \frac{X_{4,8} \cdot X_{6,10} - X_{6,8} \cdot X_{4,10}}{X_{6,12} \cdot X_{4,10} - X_{4,12} \cdot X_{6,10}} \quad (33)$$

これより

$$M_x = -(X_{6,8} + X_{6,12} \cdot M_z) / X_{6,10} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} F_x' &= X_{8,8} + X_{8,10} \cdot M_x + X_{8,12} \cdot M_z \\ M_x' &= X_{10,8} + X_{10,10} \cdot M_x + X_{10,12} \cdot M_z \\ M_z' &= X_{12,8} + X_{12,10} \cdot M_x + X_{12,12} \cdot M_z \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

ゆえに

$$\eta = A_{2,8} \cdot F_x' + A_{2,10} \cdot M_x' + A_{2,12} \cdot M_z' \quad (36)$$

バネ定数 k_y は $1/\eta$ で表わされる。

k_z を求めるには同様に、 β , F_x , F_z , M_y の関係式より、

$$M_y = -X_{6,9} / X_{6,11} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} F_x' &= X_{7,9} - X_{7,11} \cdot X_{6,9} / X_{6,11} \\ F_z' &= X_{9,9} - X_{9,11} \cdot X_{6,9} / X_{6,11} \\ M_y' &= X_{11,9} - X_{11,11} \cdot X_{6,9} / X_{6,11} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ゆえに

$$\zeta = A_{3,9} \cdot F_x' + A_{3,11} \cdot F_z' + A_{3,11} \cdot M_y' \quad (39)$$

バネ定数 k_z は $1/\zeta$ で表わされる。

計算機によりマトリクス $\bar{M}$, $[\bar{M}]^{-1}$ およびバネ定数を求めるために必要なデータは第 2 図に示すようにアームを 10 分割して与えた。

第 2 表に i 番目の分割区間の弾性片の長さ、厚さ、幅をそれぞれ l_i , t_i , h_i とし、区間の回転角 θ_i として表示した。

第 2 表のデータを用い計算機内部で次の諸量が計算される。

$$\left. \begin{aligned} I_{iy} &= \frac{1}{12} t_i h_i^3, \quad I_{iz} = \frac{1}{12} h_i t_i^3 \\ A_i &= h_i t_i, \quad J_i = h_i t_i \frac{h_i^2 + t_i^2}{12} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

次に、 $E=2.1 \times 10^6$, $G=8.0 \times 10^5$ (kg/cm²) を与えて、 $R_i=EI_{iz}$, $R'_i=EI_{iy}$, $L_i=EA_i$, $P_i=GJ_i$ を計算させる。これらのデータにより作成されたマトリクス T_i と E_i の積 M_i を順次 $i=1 \sim 10$ まで乗じ、その結果のマトリクス $\bar{M}$ および逆マトリクス $[\bar{M}]^{-1}$ を作る。

第 2 表 単独アーム分割区間の弾性片の寸法および角度

区間番号 単位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_i	cm	3.0	3.0	3.0	5.4	2.7	2.0	2.0	2.0	2.0
t_i	cm	0.3	0.3	0.3	1.05	0.3	0.3	0.3	3.0	0.3
h_i	cm	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
θ_i	rad	0.096	0.146	0.096	0.183	0.166	0.297	0.244	0.279	0.175

上記の計算途中で $X_{i,j}$ および $A_{i,j}$ をプリントさせて k_x を求める過程を少し観察する。(28)式に対して,

$$M_y = -\frac{X_{5,7}}{X_{5,11}} = -\frac{1.012 \times 10^{-4}}{-2.833 \times 10^{-5}} = 3.572 \text{ (kg} \cdot \text{cm)}$$

(29)式の F'_x , F'_z において, $X_{7,11}=X_{9,11}=0$ であるから

$$F'_x = X_{7,7} = -0.1111, \quad F'_z = X_{9,7} = -0.9938 \text{ (kg)}$$

すなわち, モータ側で x 方向に 1 kg の力を作用させると, 弯曲したアームの先端ではフレームに対し x 方向(圧縮方向)に 0.1111 kg, z 方向(せん断方向)に 0.9938 kg の力を及ぼすことになる。

フレーム側に発生する y 軸まわりのモーメントは(29)式より,

$$M'_y = X_{11,7} - X_{11,11} \cdot X_{5,7} / X_{5,11} = -12.94 + 3.572 \\ = -9.368 \text{ (kg} \cdot \text{cm)}$$

(31)式より

$$\xi = A_{1,7} \cdot F'_x + A_{1,9} \cdot F'_z + A_{1,11} \cdot M'_y \\ = 0.2943 \times 10^{-3} \times (-0.1111) + (0.6528 \times 10^{-3}) \times (-0.9938) \\ + (-0.1177 \times 10^{-3}) \times (-9.368) \\ = 4.212 \times 10^{-4} \text{ (cm)}$$

$$k_x = 2.373 \times 10^3 \text{ (kg/cm)}$$

同様に,

$$\eta = 2.712 \times 10^{-2} \text{ (cm)}$$

$$\xi = 1.376 \times 10^{-3} \text{ (cm)}$$

$$k_y = 3.693 \times 10 \text{ (kg/cm)}$$

$$k_z = 7.263 \times 10^2 \text{ (kg/cm)}$$

バネ定数 k_x , k_y , k_z の値と $\varphi = 55^\circ = 0.96 \text{ rad}$ を (14)~(16) 式に入れると, K_{11} , K_{22} , K_{33} が得られ, 第4図に示すモータとアームの接合点の X, Y, Z 座標の距離 $a=6.5 \text{ cm}$, $b=3.0 \text{ cm}$, $c=0.7 \text{ cm}$ を与えることにより, K_{44} , K_{55} , K_{66} ならびに $K_{ij}(i \neq j)$ が得られる。6個の K_{ii} について計算機による結果と実験値とを比較すると第3表のようになる。

第3表に示すバネ定数の測定値は次のようにして求めた。直線バネ定数は重心付近にバネばかりで力を加え, その読みと重心付近につけたダイヤルゲージの読みを変位として読み, それらの関係をグラフに描いて求めた。回転バネ定数を求めるにも同様な測定器を用い, モータを重心付近で固定し, 力の作用点と重心の距離に力を掛けたトルクに対し, 角変位を力の作用点の直線変位から求め, 両者の関係を図示してバネ定数を求めた。

第3表において計算値と測定値とが異なったものは K_{11} と K_{44} の X 軸と K_{22} と K_{55} の Y 軸についての直線および回転方向のバネ定数で, これらの原因は測定上直線および回転方向が完全に分離できず連動したため, 純粋に分離された計算結果よりも実測のバネ定数が小さく現われたためであろう。 X 方向は Y 方向に比べてやわらかいため, 直線および回転の連動が容易に行なわれ, 計算と実測との差が特に大きく現われたものと考えられる。これらに比べ Z 軸方向は直線および回転ともに構造上たがいに独立しやすいので計算と実測の一致がよいものと思う。

以上で主軸に関するバネ定数が求められたが, これらのバネ定数に弾性相乗係数 K_{ij} を計算し, 次のような質量および慣性モーメントを計算して, 固有振動数および強制振動時の振幅特性を求める。

M および I_x , I_y , I_z には次の値を用い計算機のインプットデータとした。

$$M = 4.29 \times 10^{-3} \text{ (kg} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^2)$$

$$I_x = I_y = M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) = 4.29 \times 10^{-3} \times \left(\frac{6.5^2}{4} + \frac{14^2}{12} \right) \\ = 1.15 \times 10^{-1} \text{ (kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2)$$

$$I_z = M \frac{R^2}{2} = 9.05 \times 10^{-2} \text{ (kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2)$$

第3表 K_{ii} の計算および測定値の比較

	計 算 値	測 定 値	単 位
K_{11}	2.6196×10^3	1.75×10^3	kg/cm
K_{22}	6.9003×10^3	5.0×10^3	
K_{33}	2.9051×10^3	3.10×10^3	
K_{44}	2.7372×10^5	1.2×10^5	kg·cm/rad
K_{55}	1.2274×10^5	9.8×10^4	
K_{66}	2.6147×10^4	2.5×10^4	

第4表 固有振動数の計算値および測定値の比較

記 号	C 計算値(c/s)	0 測定値 (c/s)	C/0 (%)	誤 差 (%)
f_1	61.874	62.5	99.0	1.0
f_2	104.68	102.0	101.9	1.9
f_3	102.54	126.7	80.9	19.1
f_4	96.018	94.0	102.1	2.1
f_5	93.726	92.0	101.9	1.9
f_6	59.265	60.0	98.8	1.2

注: 誤差は計算値の実測値に対する誤差として $\left| 1 - \frac{C}{0} \right|$ をとった。

ここに R : モータの半径 (cm)

H : モータの高さ (cm)

第4表に計算機により求めた各方向の固有振動数の値と実測の固有振動数とを比較して示した。

X, Y, Z 軸についての直線および回転方向の固有振動数を $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ とする。実験による固有振動数の求め方は, 各方向に電磁石を取り付け, 10~150 c/s までの交番電流を通じて加振し, 各方向の振動振幅を求め, 共振特性を利用するものである。

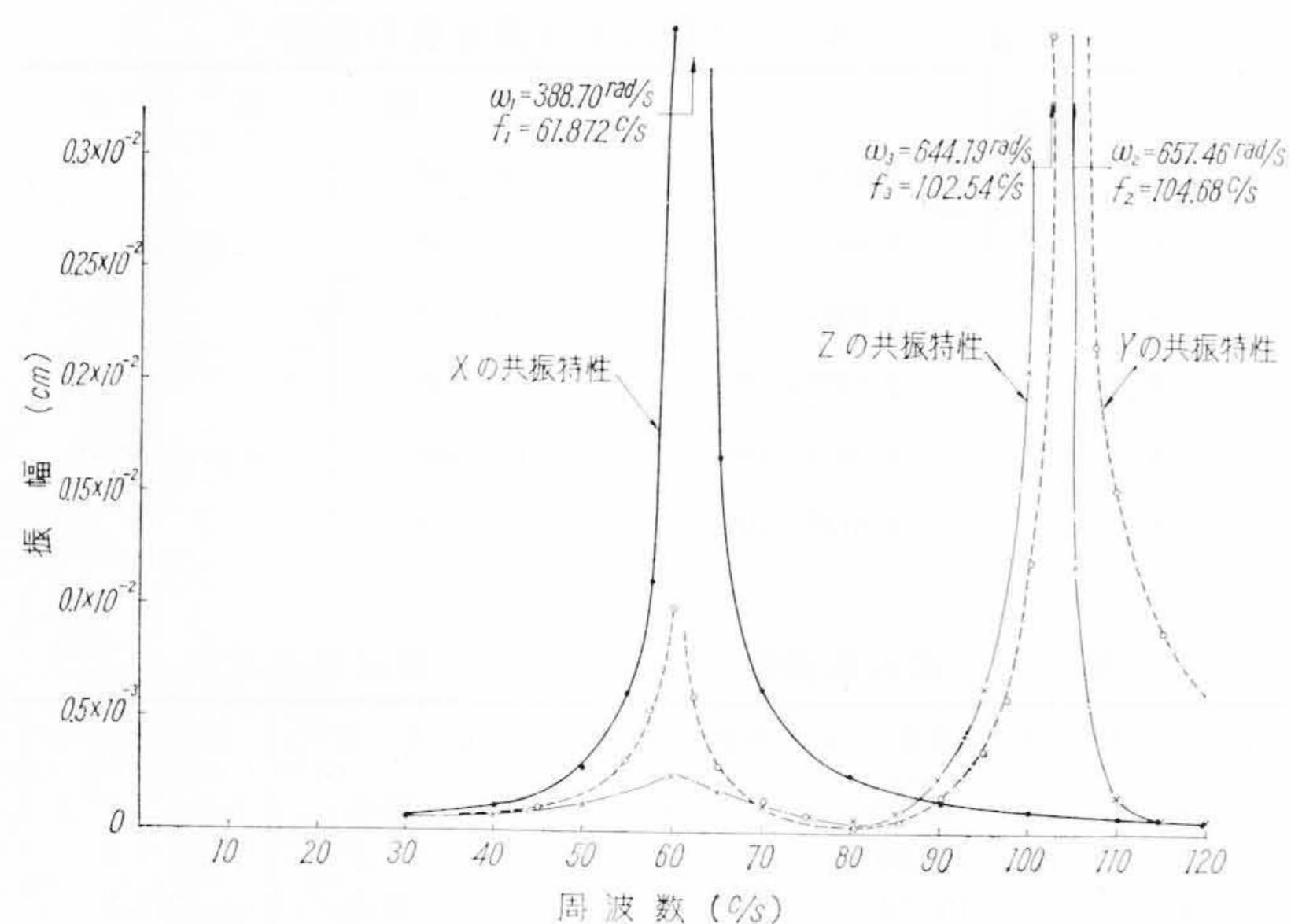
第4表において, 電子計算機により求めた固有振動数の計算値と実測値との誤差は f_3 をのぞき 1~2% で, 両者の振動数はよく一致する。しかし Z 方向の直線固有振動数 f_3 は計算値と実測値との誤差は 19.1% もある。実測値の測定条件はモータのロータおよび羽根とステータ側とはボールベアリングの軸方向のがただけ相対運動する状態のまま電磁石加振したものである。したがって相対運動に与する質量だけ有効質量が減じ, 測定上の固有振動数が高くなることが考えられる。また質量が異なるという以上の考え方はバネ定数 K_{33} が計算値と測定値との一致がかなりよいことから関係づけられる。

直線および回転方向の強制振動の振幅の周波数特性は(24)式を変形した次式から求められる。

$$\begin{pmatrix} K_{11} - M\omega^2 & K_{12} & 0 & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} - M\omega^2 & 0 & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ 0 & 0 & K_{33} - M\omega^2 & K_{34} & K_{35} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} - I_x\omega^2 & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} - I_y\omega^2 & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & 0 & K_{64} & K_{65} & K_{66} - I_z\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \phi \\ \theta \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(41)$$

ここに ω は周波数特性を計算するために与えた外力の角周波数である。(41)式において X についての周波数特性を求めるには右辺の列マトリクスを $\{1, 0, 0, 0, 0, 0\}$ として, (41)式の正方マトリクスと逆マトリクスを乗ずることにより得られる。 $Y, Z, \dots, \varphi$ についても同様に $\{0, 1, 0, 0, 0, 0\}, \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}, \dots, \{0, 0, 0, 0, 0, 1\}$ として逆マトリクスを乗ずることにより得られる。計算機による周波数特性の求め方は, 出発点の ω に対する逆マトリクスを作り, 各対角項そのものを $X, Y, \dots, \varphi$ の値とし, 周波数の一定間隔 $\Delta\omega$ を順次追加して同様の計算を繰り返す方法を用いた。

第6図および第7図に ω を 62.832 rad/s (10 c/s) より 1,000 rad/s (約 160 c/s) までにわたり, $\Delta\omega$ を 31.4159 rad/s (5 c/s) ずつ変化さ

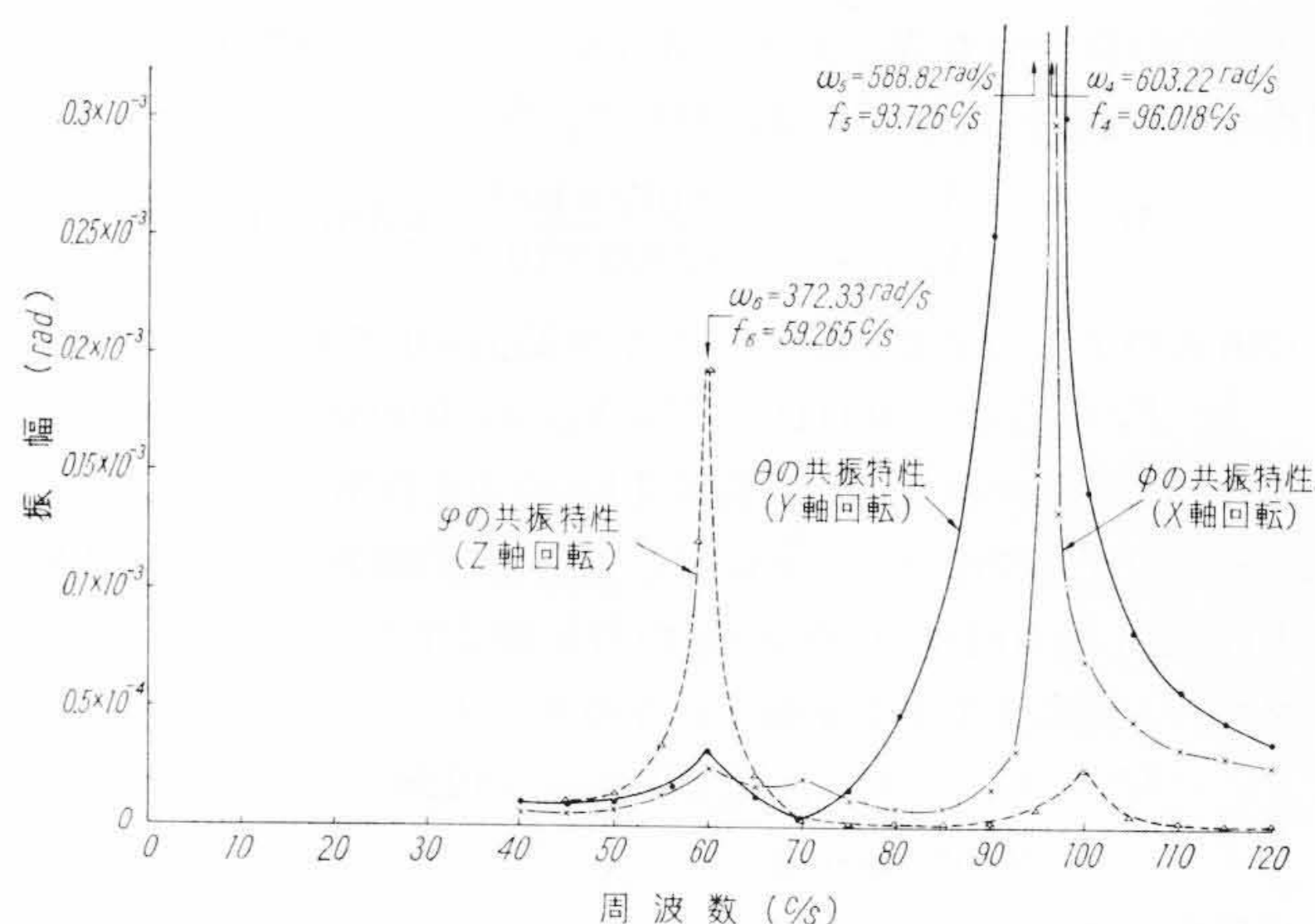
第6図 直線振幅 X, Y, Z の計算による共振特性

せて計算機で振幅を求めた周波数特性の主要部分を示す。第6図において Y 方向共振特性が60 c/s近辺で小さなピーク状を示しているが、これは X 軸との連成による振幅増大と考えられる。

第6図および第7図に示すように、RO₁-TKG形換気扇のモータ・アーム振動系の固有振動数が60 c/sおよび100 c/s近辺に2分して分布している。実測上の固有振動数もこれらの値とかなりよく一致している。

3. 結 言

家庭用換気扇の騒音低減に関係して、モータ・アーム振動系の固有振動数および強制振動時の振幅の周波数特性を電子計算機を用いて計算し、実験により求めた振動数との比較を行ない、よい一致が得られた。その結果本計算方法を用いて換気扇の固有振動数を計算することにより、あらかじめ共振を避ける構造のものを設計できる

第7図 回転振幅 ϕ, θ, φ の計算による共振特性

ようになった。なおこの計算法にもとづき、低騒音換気扇RL-301形を開発したのでその経過を次の機会に紹介したいと思う。

本研究にあたり日立製作所中央研究所明山部長、多賀工場白石部長はじめ共同研究の各位より終始有益かつ活潑なご討議をいただきご指導賜わったことを深く感謝する。また日立製作所日立研究所北川部長、小堀主任研究員よりご激励ならびにご指導いただき、三森所員より測定に多大の協力を受けたことを厚く感謝する。

参 考 文 献

- (1) N. O. Myklestad: J. Aero. Sci., 2, 153 (1944)
- (2) W. T. Thomson: J. App. Mech., 17, 337 (1950)
- (3) W. A. Prohl: J. App. Mech., 12, A142 (1945)
- (4) 高橋利衛: 「漸変断面ねじれ翼板の固有振動数」, 日研委託研究報告(昭33)
- (5) 日本機械学会編, 松平精著: 機械振動とその対策 第2集, 121 (昭29-5)

Vol. 45

日立評論

No. 11

目 次

- ・日本原子力研究所納研究用原子炉(JRR-4)の概要
- ・強制貫流ボイラの負荷応答特性
- ・強制貫流ボイラ起動時の諸特性
- ・高速広幅ストリップ電気清浄装置のすうせいについて
- ・火力発電用水質管理装置
- ・タンデム式冷間圧延機の運転特性
- ・直流電動機のデジタル式低速度制御の研究
- ・ディーゼル電気機関車補助発電機の電圧調整装置
- ・新幹線モデル線用列車無線電話システム
- ・AF形自動式構内交換機の改良
- ・シンチレーション検出器におけるパルスハイトの変化
- ・全トランジスタ化心電計
- ・シリコンの合金形Pn接合からの電子放射について

- ・ポリエステル平角銅線
- ・D. C. I材の疲労強度におよぼす試験片の寸法効果について

ケーブル特集

- ・140 kV 3×325 mm² OF ケーブル
- ・アルミ被覆の諸性能
- ・管路布設ケーブルの強制水冷
- ・70 kV 1×100 mm² 移動用ケーブル
- ・OFケーブル用定圧力給油装置の研究
- ・プラスチックOFケーブルの絶縁特性に関する基礎研究
- ・電力ケーブルの技術計算に対するデジタル計算機の応用例
- ・鉄道電化用30kW 共心OFケーブル

発行所 日立評論社

取次店 株式会社 オーム社書店

東京都千代田区丸の内1丁目4番地
振 春 口 座 東 京 7 1 8 2 4 番
東京都千代田区神田錦町3丁目1番地
振 替 口 座 東 京 2 0 0 1 8 番