

散乱光法によるスプライン軸のねじり応力解析法

Torsional Stresses of Spline Shafts by Scattered Light Method

本 堂 実*
Minoru Hondô

内 容 梗 概

光弾性応力解析法の一つである散乱光法は、一般に広く行なわれている平行光法、また収れん光法などと比較して二大特長をもっている。すなわち、

- (i) 三次元応力解析を行なうのに原則として応力を凍結せずに常温で実験可能である。したがってポリマー(試験片)のかたい状態で使用できるから、ポアソン比の相違や変形などによる誤差を避けることができる。
- (ii) 散乱光しま図は試験片を機械的にスライスすることなく、光学的な切断によって得られるので、時間と労力が節約されさらに試験片は荷重条件をかえて何回でも使用できる。

ここでは散乱光法が最も有効であるねじり問題についてスプライン軸のねじり応力解析を行ない、応力集中係数と切欠底の曲率半径との関係を求め第1表を得た。この実験については凍結法の場合のポアソン比の影響はほとんどないこと、および変形の問題に関しては手数はかかるが、変形補正試験片を用いれば変形の影響が避けられることを確認した。

散乱光弾性の実験技術に精通すれば、この方法が工場などにおいて有力な応力解析法であることが十分に理解されるであろう。

1. 緒 言

スプライン軸のねじり応力に関しては、すでに吉武氏⁽¹⁾が凍結法による三次元光弾性実験を行ない、詳細な研究報告がなされている。また中沢助教授⁽²⁾により電解槽の実験から得られた実験式が発表されている。この報告はスプライン軸のねじり応力を凍結せずに、荷重中のねじり応力を散乱光法を用いて求めたものである。この結果から、凍結法の斜切断法を用いたときのポアソン比の相違、変形に対する補正の影響がどの程度であるか検討した。

散乱光法は工場などにおいて特に有効な応力測定法であると思われるが、これまで実用的にほとんど用いられていないようである。この方法は平行光弾性と異なり、実験上若干の困難がある。散乱光法に関する報告は平行光法に比べてきわめて少なく、わが国においては数名の研究者によって研究が行なわれているに過ぎない。

応力状態にある光弾性模型を通過する偏光光束から散乱する光により干渉しまの現われることが1939年アメリカの R. Weller⁽³⁾ によってはじめて報告された。続いて1940年に R. Weller, J. K. Bussey⁽⁴⁾ が散乱光によるしま間隔の測定から光弾性応力を解析した論文と、ドイツの H. J. Menges⁽⁵⁾ が光電管を用いて散乱光の光量を測定することにより光弾性応力を求めた論文がほとんど同時に発表された。

わが国では湯浅教授⁽⁶⁾がこれに着手され、その後鶴戸口教授、国尾教授⁽⁷⁾などによって研究され、国尾教授がこの基礎理論をほぼ完成されたものと思われる。

散乱光法が最もその威力を示すのは柱体のねじり問題であるといわれている。棒のねじりに関しては、これまで各種の類推法や平行光弾性による斜切断法、縦半切断法⁽⁸⁾などが報告されているが、これらの方法に比べて散乱光法によるとねじり応力を容易にまた完全に求めることができる。

そこで散乱光法の長所がきわめて有効に発揮されるねじり応力問題として、スプライン軸にこれを適用した。

2. 散 乱 光 弾 性

2.1 散乱光法の特長

一般の平行光法または収れん光法の応力解析に用いられるしま模

様は光源から出る光の結像として生じたもので、その光弾性効果を直接調べることにより目的が達せられる。

これに対し散乱光法はある応力状態にある透明物体内を光が進むときに起こる光の散乱現象を利用し、間接的な光の結像である散乱光弾性しま図によって応力を解析する。したがって、実験は平行光法、収れん光法とは異なる技術的な困難さがある。

散乱光法の最大の利点は模型内の三次元応力状態を非破壊的に解析できることである。平行光法、収れん光法はともに三次元応力を求めるには所要の応力状態を模型に凍結して、これから適当なスライスを切り出す必要がある。しかるに散乱光法によれば機械的なスライスを要せず、非破壊的な光学的切断が模型をスライスしたことと同様な効果を与える。

したがって三次元問題を実験的に解く場合、模型に応力凍結の必要がなく、常温における荷重中の応力解析が可能である。このことは従来、凍結法においてしばしば問題になる模型の変形の影響、ポアソン比の相違による誤差の原因が避けられることを意味する。また模型は機械的なスライスが不要であるから、荷重条件をかえて何回でも使用できる。

散乱光法は以上のような二大特長を有するが、常温において一般的な応力状態を模型に与えるには、浸漬液槽の中で模型にかなり大きい荷重を加えなければならないことと、模型の移動回転などが自在にできることが望まれるので、荷重装置の設計製作が相当むずかしい。

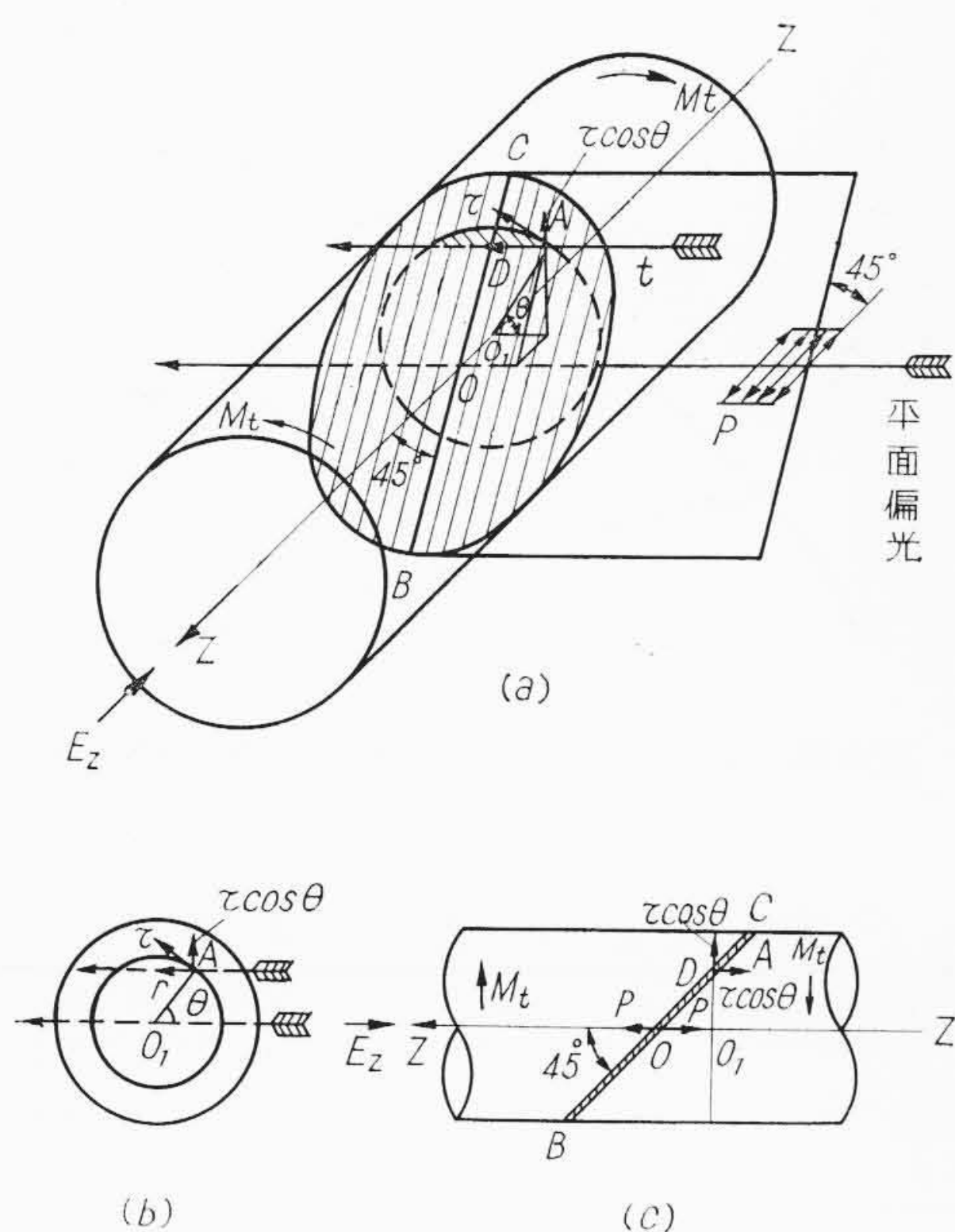
また散乱光しま図の観測にはスリットを通る偏光の薄層を用いるために視野がきわめて暗く強力な光源を必要とする。

現在常温における一般の応力解析が困難であるとしても、応力を凍結した試験片について非破壊的に応力解析ができるという大きな長所は有効に活用される。

2.2 散乱光弾性しま図とねじり応力

散乱光法によるねじり応力解析⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の理論を丸棒のねじり問題で考えると、第1図において平面偏光の進行路中の1点Aは単純せん断応力状態になっている。このねじりせん断応力を τ とすれば偏光入射方向に対するA点での二次主応力 σ_1' と σ_2' は、それぞれ $\tau \cos \theta$ と $-\tau \cos \theta$ である。散乱作用による干渉しまの間隔を dl とすれば

* 日立製作所亀有工場



第1図 散乱光弾性による丸棒のねじり

$$\sigma_1' - \sigma_2' = 2\tau \cos \theta = \frac{s}{\Delta t} \Delta N \quad (1)$$

ここで s : フリンジ応力 (応力感度 α の逆数) (kg/mm)

N : 干渉しま次数

$$\therefore \tau = \frac{s \Delta N}{2 \Delta t \cos \theta} = \frac{s}{2 \cos \theta} \frac{dN}{dt} \quad (2)$$

半径方向の距離を r とすれば $t \cos \theta = r$ であるから上式は次のようになる。

$$\tau = \frac{s}{2 \Delta r} \Delta N = \frac{s}{2} \frac{dN}{dr} \quad (3)$$

したがって、半径方向のしま間隔 Δr から τ を求めることができる。また (3) 式より、ねじり応力 τ はしま次数の半径方向こう配 dN/dr に比例することがわかる。そこで断面内における等次数散乱しま曲線は薄膜類推法の等高線と同形になり、ねじりのせん断応力線を与える。

丸棒に限らず一般に純ねじりを受ける柱体の散乱光法による断面の散乱光しまは丸棒の場合と同様にせん断応力線を与える。その断面におけるねじり応力 τ は次のように求められる。

$$\tau = \frac{s}{2} \frac{dN}{dn} \quad (4)$$

ここで n : 散乱光しまに垂直方向の距離 (mm)

3. 実験

3.1 実験装置

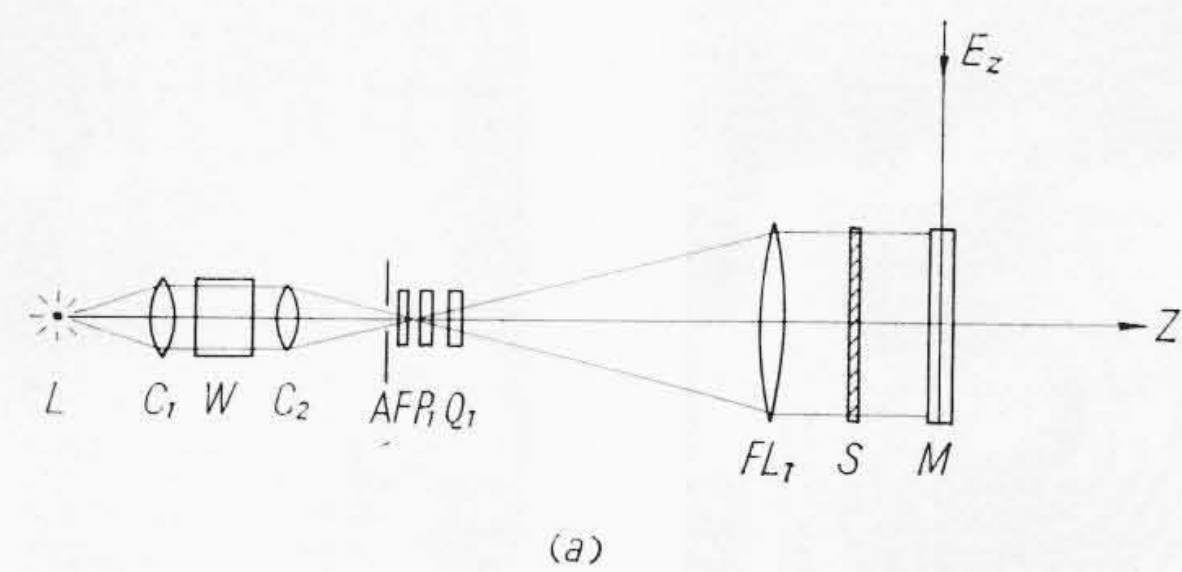
第2図はスプライン軸のねじりの散乱光しま写真を撮影する装置の概要を示したものである。

光源 L には 500W の超高圧水銀灯 (SHD-500-1) を用い、集光レンズ C_1 , C_2 と視野レンズ FL_1 の間にオレンジのフィルタ F と偏光子 P_1 , $\lambda/4$ 波長板 Q_1 を置く。強力な光源より発生する熱線から偏光子, $\lambda/4$ 波長板を保護するために冷却用水槽 W を用いる。また入射偏光の細い光束を得るためのスリット S を試験片の前に入れる。

試験片にねじりモーメントを加える荷重装置を第3図に示した。ねじりのチャック部分は試験片とともに浸漬液槽にひたされる。

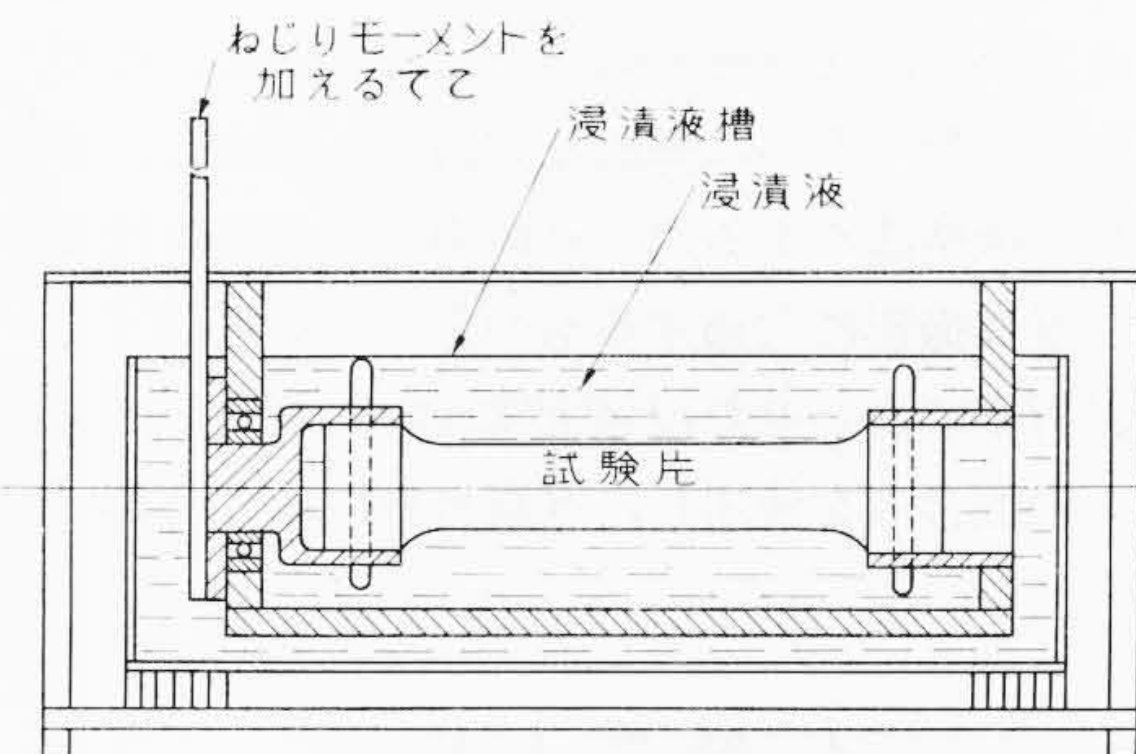
3.2 試験片

試験片にはエポキシ樹脂 (Araldite B) を用い、JIS規格寸法の $1/2$ の模型を製作した。すなわち外径 $d_1=30$ mm, 小径 $d_2=26$ mm, 切欠底の曲率半径 $\rho=0.5, 0.75, 1.0$ mm の8枚歯角形スプライン3



第2図 散乱光弾性実験装置

C_1 : コンデンサ A : 絞 FL_1 : 視野レンズ
 C_2 : コンデンサ F : フィルタ S : スリット
 W : 冷却用水槽 P_1 : 偏光子 M : 試験片
 L : 光源 Q_1 : $\lambda/4$ 板



第3図 荷重装置

種類である。

前述のように散乱光法によれば試験片に応力凍結の必要がないので、凍結法の場合のごとき模型材料の軟化による変形を考慮した変形補正試験片⁽¹¹⁾を作ることとは不要である。

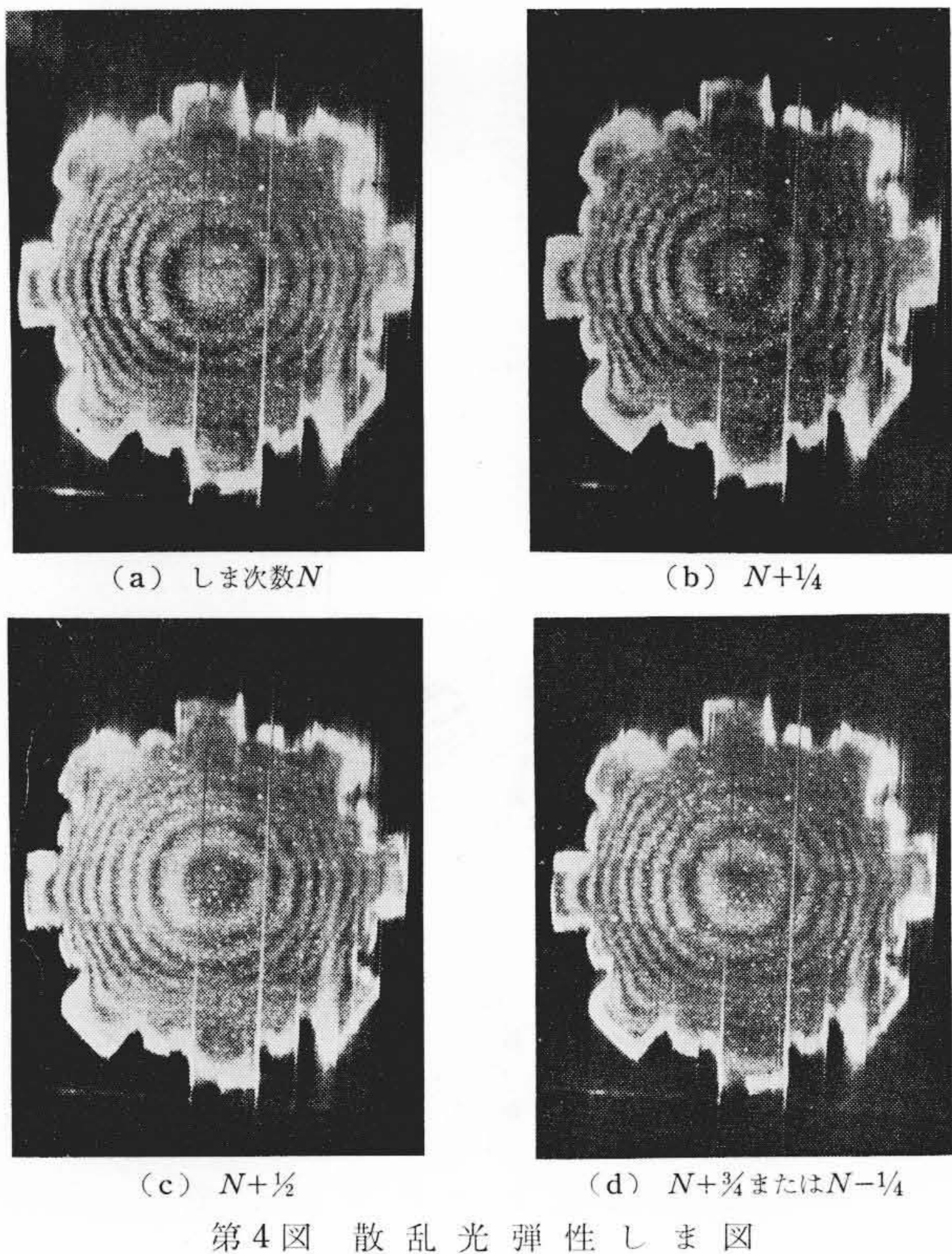
3.3 実験

第2図に示した実験装置によりトルクを加えた試験片に平面偏光または円偏光の細い光束をねじり軸に対して45度の傾斜で入射させ、 E_z 方向から観測、写真撮影する。平面偏光の振動方向を軸に垂直にさせると直交偏光子図 (平行光法における暗視野等色線図) が、また軸に平行して振動させると平行偏光子図 (平行光法における明視野等色線図) が得られる。

入射平面偏光の振動方向をねじり軸に垂直にした直交偏光子の状態で $\lambda/4$ 波長板 Q_1 を入れ、平面偏光の振動方向を45度左右に回転すれば左回り円偏光子図および右回り円偏光子図が得られる。

このようにして得られた散乱光しま図の例を第4図(a)~(d)に示した。この写真は $\rho=0.75$ mm の角形スプライン、外径30 mm, 小径26 mm にねじりモーメント $M_t=2,100$ kg-mm を加えたもので、(a) 直交偏光子図 (しま次数 N)、(b) 右回り円偏光子図 (しま次数 $N+1/4$)、(c) 平行偏光子図 (しま次数 $N+1/2$)、(d) 左回り円偏光子図 (しま次数 $N+3/4$ または $N-1/4$) の散乱光しま図である。

散乱光法に関するこれまでの文献によるとねじり応力に関する散乱光しま図の観測はほとんど軸方向であるが、本実験では荷重装



第4図 散乱光弾性しま図

置のチャックでかけになり軸方向から観測できないので、入射偏光の軸およびねじり軸に互いに垂直な方向から観察し、写真撮影を行なった。これは凍結法によるねじり応力解析の際に行なう斜切断法の光弾性しま写真撮影に共通するものと思われる。

試験片の屈折率に合わせた浸漬液には α -ブロムナフタレンと流動パラフィンの混合液を使用し、写真材料には X-Ray Film 35mm を用いた。

4. 結果と検討

第4図(a)～(d)に示した4枚の散乱光弾性しま図から切欠底の最大せん断応力を第5図のようにプロットして求めた。

最大せん断応力を応力集中係数で表わす場合、スプライン軸の公称応力は JIS によると、スプライン軸の小径を直径とする丸棒にスプライン軸と等しいトルクを加えたときに丸棒に生ずる最大せん断応力を用いている。しかし吉武氏の報告⁽¹⁾にあるように、直径を測定することの容易さからスプライン軸の外径と等しい丸棒にスプライン軸と等しいトルクを加えたときの最大せん断応力を基準にした値も便利であるから、ここでは両者について次のように応力集中係数を求めた。

$$K_1 = \frac{\tau_{\max}}{(\tau_0)_1} \dots\dots\dots (5)$$

$$K_2 = \frac{\tau_{\max}}{(\tau_0)_2} \dots\dots\dots (6)$$

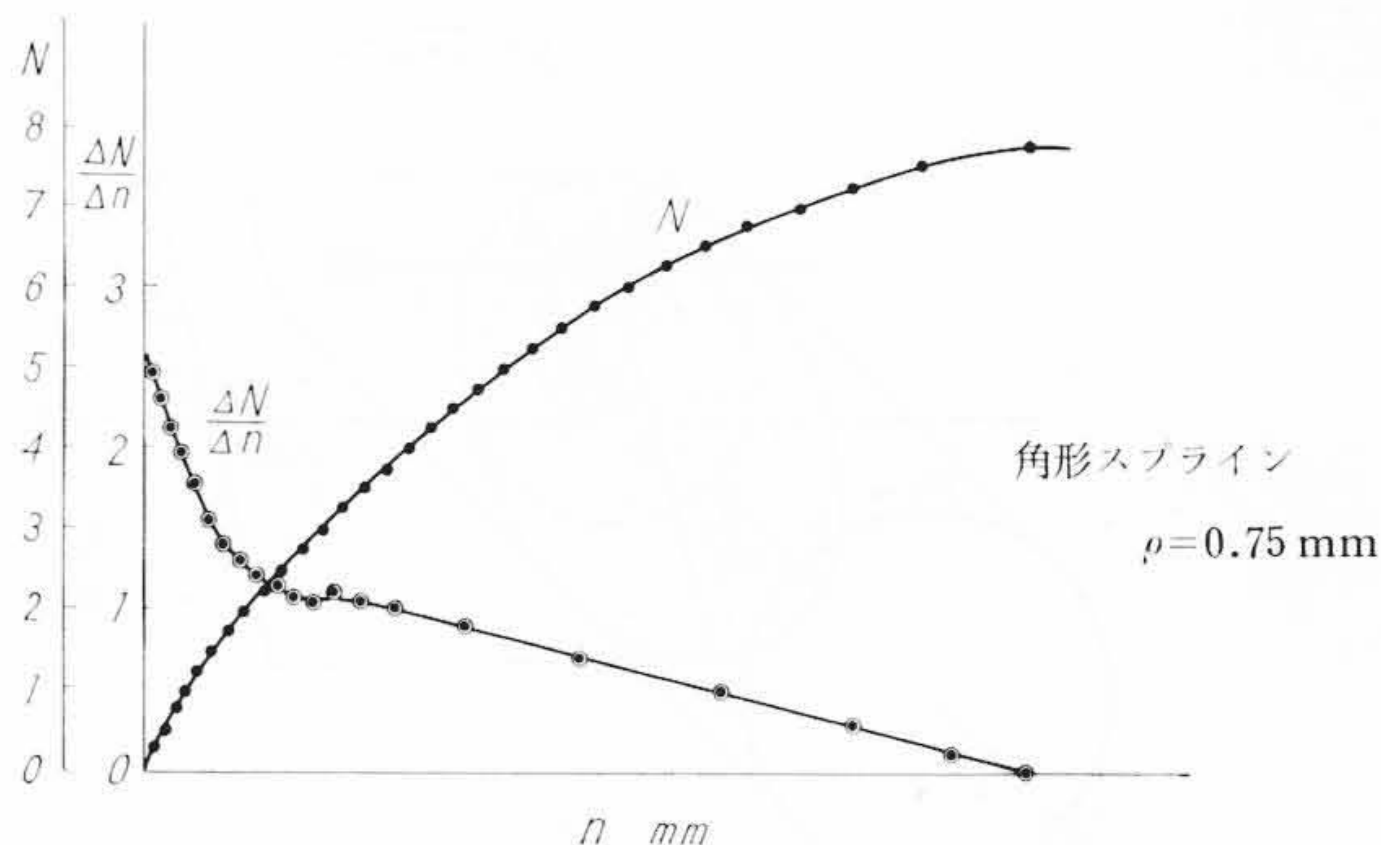
ここで

$(\tau_0)_1, (\tau_0)_2$: 基準応力 (kg/mm²)

$$(\tau_0)_1 = \frac{16 M_t}{\pi d_1^3} \quad (d_1: \text{スプライン軸の外径(mm)})$$

$$(\tau_0)_2 = \frac{16 M_t}{\pi d_2^3} \quad (d_2: \text{スプライン軸の小径(mm)})$$

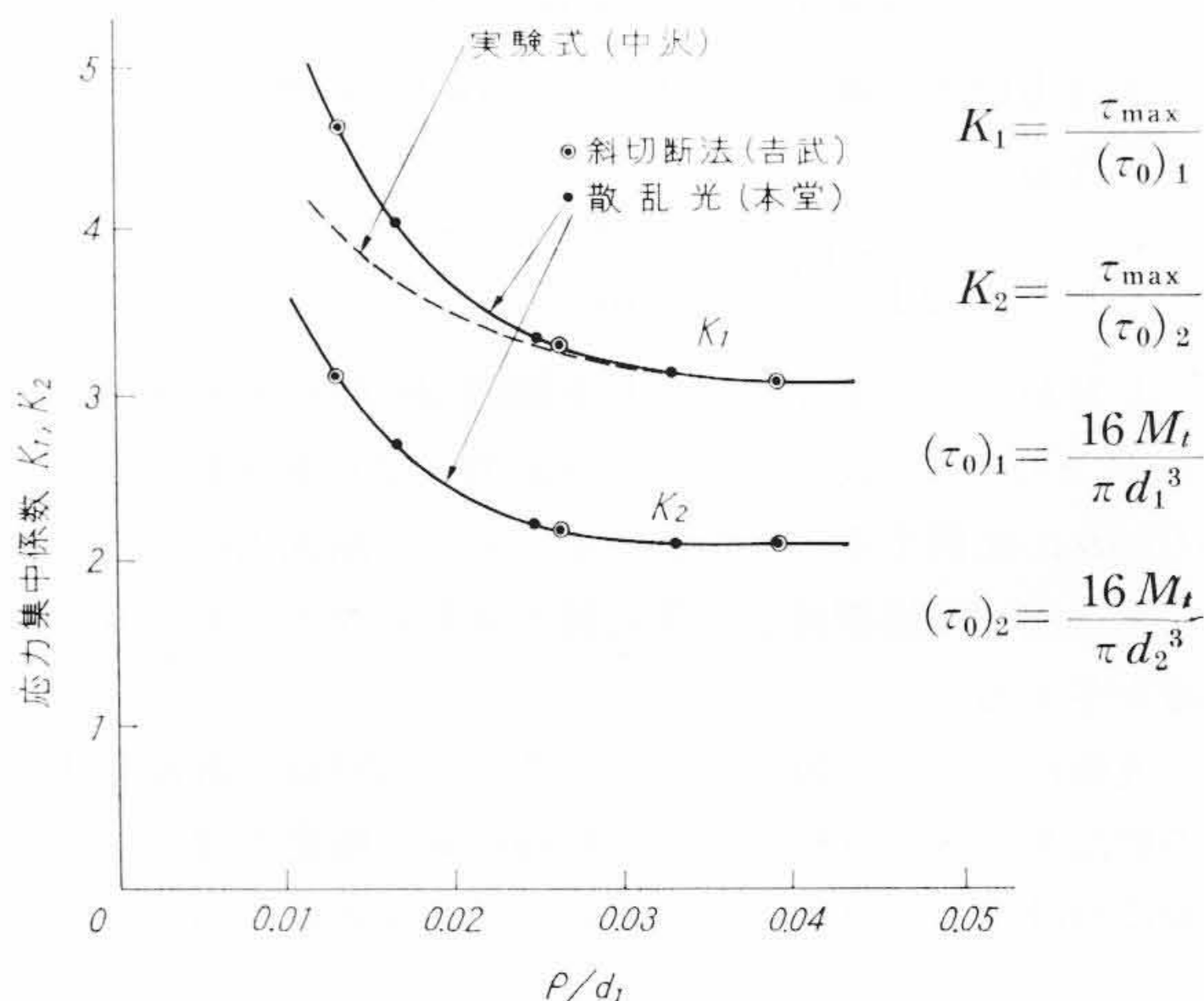
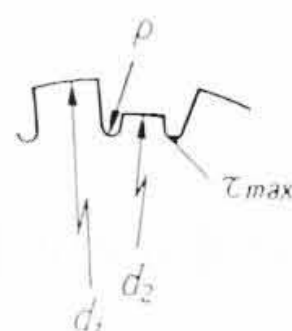
- K_1 : スプライン軸の外径 d_1 に等しい丸棒の最大せん断応力を基準にしたときの応力集中係数
 K_2 : スプライン軸の小径 d_2 に等しい丸棒の最大せん断応力を基準にしたときの応力集中係数



第5図 切欠底の最大せん断応力を求める $N, \Delta N/\Delta n$ の曲線

第1表 応力集中係数

ρ mm	K_1	K_2
0.5	4.1	2.7
0.75	3.4	2.2
1.0	3.1	2.1



第6図 応力集中係数 K_1, K_2 と曲率半径 ρ との関係

いうまでもなく K_1 と K_2 の間には次の関係がある。

$$K_2 = K_1 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3$$

第1表は以上のようにして得られた応力集中係数の値をまとめて示したものである。これらの応力集中係数 K_1, K_2 と曲率半径 ρ とスプライン軸外径 d_1 の比 ρ/d_1 との関係は第6図のとおりである。点線は中沢助教授の電解槽の実験から求められた実験式による値であり、実線は散乱光法による結果である。吉武氏の斜切断法による値を●印で示したが、散乱光法により求めたものとよく一致する。 ρ/d_1 の小さいところでは実験式から求めた値と約10%の相違がある。

凍結法の場合におけるポアソン比の相違による影響は、この実験については実験誤差の範囲内にあり、変形補正法が変形による誤差を避けるのに有効であることが確かめられた。凍結法を用いるときは試験片に二重の変形補正を行なうので、散乱光法によれば常温で実験できるから以上のような時間と労力が完全に節約される。

5. 結 言

この報告は散乱光法が一般に広く行なわれている平行光法による光弾性実験と比較して、非常に有利な二大特長をもっていることを述べ、その応用例としてスプライン軸のねじり応力問題を扱い応力集中係数を求めたものである。

(1) 散乱光法の特長の一つは、応力解析にあたり応力を凍結せずに常温で実験できることである。したがって試験片はかたいポリマーの状態で使用できるから、凍結法のようにポリマーと金属とのポアソン比の相違による誤差や試験片の変形の影響を避けることができる。そこで凍結法の実験にしばしば用いられる変形補正試験片を製作するという手数は不要である。

(2) 第二の特長は、試験片を薄い偏光光層で光学的に切断することにより、散乱光しま図が得られ応力解析ができるので、凍結法のような試験片の機械的スライスの時間と労力は全く必要ないことである。また試験片は機械的にスライスしないから荷重条件をかえて何回でも使用できる。

(3) 以上のようにすぐれた二大長所があるが、その反面、平行光法と異なり実験上別の困難がある。それは光の薄い層を用いるために光の損失が大きく、光源を非常に強力なものとする必要がある。また試験片に加える荷重は浸漬液槽中で行なわねばならないので、ねじり以外の一般の場合の荷重装置の製作がかなりめんどうである。

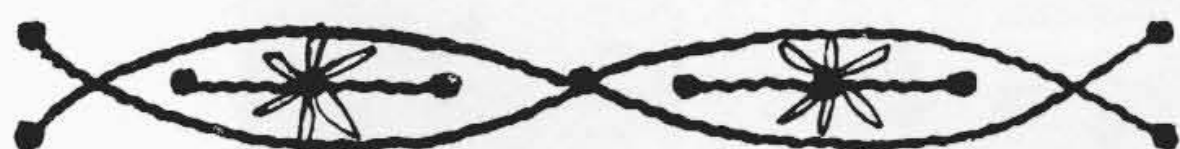
(4) 散乱光法の応用例としてスプライン軸のねじり応力問題を取り上げ、応力集中係数を求め第1表を得た。この結果は斜切断

法(吉武氏)と電解槽の実験から求めた実験式(中沢助教授)の結果と比較し、斜切断法による値とはかなりよく一致し、実験式による値とは10%程度相違がある。凍結法を用いる場合のポアソン比の相違による影響はこの実験については実験誤差の範囲内にあり、変形補正法が変形の影響を避けるのに有効であることが確任された。

本実験を行なうにあたり、適切なご教示を賜った湯浅教授、終始熱心なご指導と激励を賜った当工場宮本博士、吉武博之氏に心からお礼申し上げる。また実験に積極的な協力をされた蓬田健利君に深謝する。

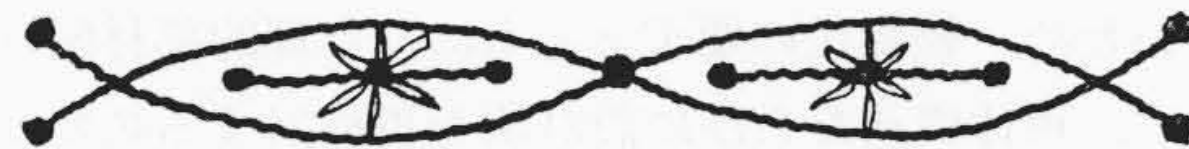
参 考 文 献

- (1) 吉武博之：機械学会誌 64, 508, 722 (1961)
吉武博之：日立評論 43, 8, 996 (1961)
H. Yoshitake：HITACHI REVIEW, 11, 1, 5 (1962)
- (2) 中沢一：機械学会論文集 25, 155, 643 (1959)
- (3) R. Weller：J. Appl. Phys., 2, 249 (1951)
- (4) R. Weller, J. K. Bussey：J. Roy. Aeron. Soc., 44, 349, 74 (1940)
- (5) H. J. Menges：Zeits. f. angew. Math. u. Mech., 20, 210 (1940)
- (6) 湯浅亀一：材料力学(中) 340 ((1960 コロナ社))
- (7) T. Udoguchi, T. Kunio：Proc. 8th Jap. Nat. Congr. Appl. Mech., 8, 243 (1959)
- (8) M. Nisida, M. Hondo：Proc. 7th Jap. Nat. Congr. Appl. Mech., 7, 143 (1958)
- (9) 湯浅亀一, 岩崎光雄：機械学会論文集 21, 111, 804 (1955)
- (10) 応力測定技術研究会：応力測定法 672 (1955 朝倉書店)
- (11) 西田正孝, 本堂実：科研報告 30, 1, 7 (1954)



特許第306867号(特公昭37-14549号)

特 許 の 紹 介



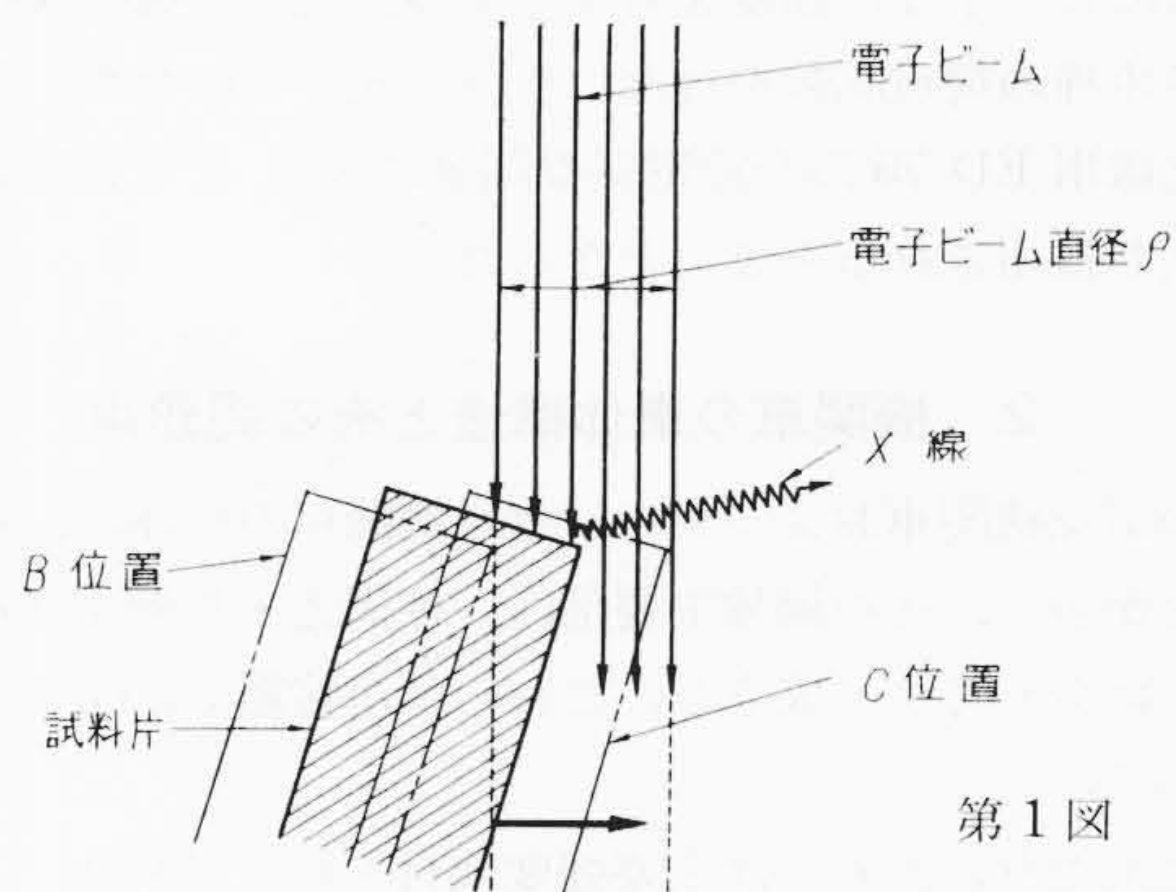
渡 辺 宏

電子ビームの直径を測定できるようにした微小部X線分析装置

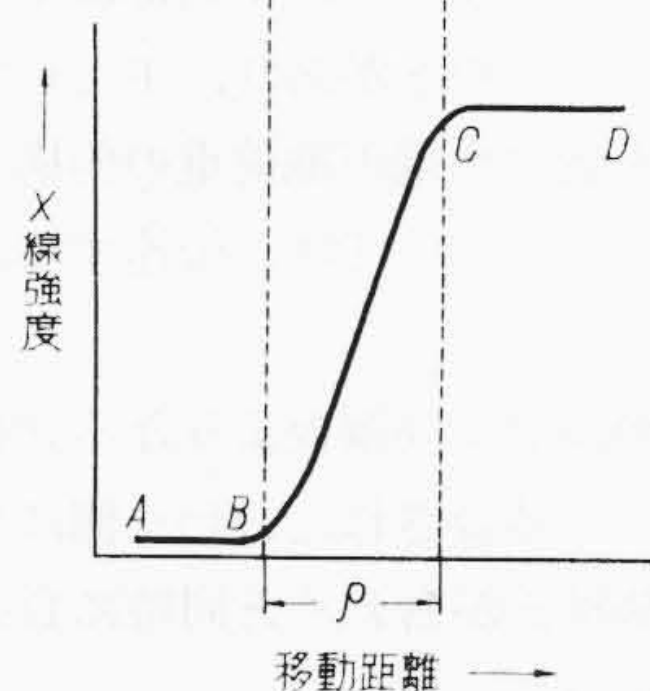
微小部X線分析装置において試料面を照射する電子ビームのスポット径は小さいほど良く、この発明は簡単にその径を測定できるようにしたもので、一定強度の電子ビームに対しこれを横切って試料切片を相対的に移動し、その際の発生X線の強度変化から電子ビームの直径を測定するようにしたものである。

すなわち、第1図に示すように、試料保持器の一端に端面をきれいに仕上げた試料片を固定し、これを矢印の方向に移動せしめ、その移動距離と発生X線の強度との関係とを求めると第2図に示すようなA, B, C, D曲線が得られる。この曲線のA-B部分は試料片が電子ビームの通路外にあるときで、発生X線強度は零である。B点は第1図のB位置に試料片があるときで、ここから試料片が電子ビーム通路中に入り始め、したがってX線が発生し始め、さらに移動するにつれて試料片を照射する電子ビームは多くなり、発生X線強度はB-Cのように増していく。そしてC点(第1図のC位置に対応する)に至ると試料片は完全に電子ビームを遮り、これ以上移動しても試料片上を照射するビーム電流は変わらないため、試料片の成分分布が一樣ならばX線強度はC-Dのように一定となる。そしてこのB点からC点までの試料片の移動距離が電子ビームの直径 ρ に相当するのである。なお試料片の移動距離はX線強度曲線を記録せしめる記録紙の送りと簡単に対応させることができるので、記録紙上のX線強度曲線から電子ビームの直径を簡単に求め得る。

(松 島)



第1図



第2図