

水車およびポンプの水撃現象の計算法

Calculation of Water Hammering in Water Turbines and Pumps

山口 幸 男*
Yukio Yamaguchi

内 容 梗 概

水撃現象はデジタル計算機を使用することにより短時間で解くことができる。水圧変動は一般解

$$H_{A(t)} + S \cdot Q_{A(t)} = H_B \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) + S \cdot Q_B \left(t - \frac{L}{\alpha} \right)$$

$$H_{B(t)} - S \cdot Q_{B(t)} = H_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) - S \cdot Q_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right)$$

に種々なる境界条件を適用して解くのであるが、本稿においては代表的な境界条件として、ノズル、分岐管、断面変化、絞り、取入口、放水口、ポンプ、水車、サージタンクなどについての取り扱いを述べた。計算例として、複数台のペルトン水車を同時遮断するとき、およびポンプ水車の急閉鎖時の水圧変動を求め、その結果について検討した。

1. 緒 言

水力発電所の水路系で古くから問題となっている現象に

(イ) ウォータハンマ

(ロ) サージング

がある。一口にいえば前者は分布常数系の問題であり、後者は集中常数系の問題であって、それぞれ多くの研究や論文が発表されている。いずれの問題も、問題そのものは比較的単純であって、解法については発表し尽された観がある。したがって、同様な方法論を述べることはあまり意義がない。しかしその発表された大部分のものは、解析的方法にしても、図式的な方法にしても、計算するのにきわめて煩雑であって、簡単に計算してみるといふわけにはいかない。原則的にはその方法が可能であるとしても、水路における現実の問題を扱うにはたいへんな労力を要するものである。特に近年のように、揚水式発電所で、ポンプ運転中電源喪失時の過渡現象を求めるといった複雑な問題に対しては、ほとんど用をなさない。こうした複雑な問題を実際的に扱う方法を検討することは、たいへん意義があるように思うのである。その実際的方法として、本文ではデジタル電子計算機による方法を述べる。デジタル計算機については、まだ設置台数も少なくプログラムの方法がめんどろなためもあって全般的に利用されているとはいえないが、今後の最も有効な手段であることには間違いない。最近の高速大形機械では相当複雑な水撃計算でも約5分程度で必要な解をうるることができる。

本文では、水撃現象について、初めに種々なる境界条件の取り扱いを一括して述べ、次に二つの代表的な例をあげて計算方法を紹介する。カプラン水車の案内羽根と動翼とがオフカムの状態になったときのような特殊な場合をのぞけば、水撃現象についてはほとんどの場合を尽したつもりである。

サージングについては、アナログ計算機でも相当程度計算可能であるが、複雑な場合にはやはりデジタル計算機を用いるほうが精度のうえからも好ましい。これについては、別の機会に詳述したいと思う。

2. 記 号

本文で説明なしに用いる記号のみ掲げる。

A : 管路断面積 (m^2)

g : 重力加速度 (9.8 m/s^2)

H : 水 頭 (m)

添字をつけてその点の水頭を示す。たとえば H_A は A 点の水頭を示す。

$$I = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{GD^2}{4g} \quad (GD^2 \text{ は } \text{ton-m}^2)$$

L : 管路の長さ (m)

M : モデル比

N : 回 転 数 (rpm)

Q : 流 量 (m^3/s)

添字をつけてその点の流量を示す。

$$S = \frac{\alpha}{gA} \quad (\text{s/m}^2)$$

添字 AB をつけて S_{AB} を管路 AB の管路常数と

いう。

T : 水車の駆動トルク (ton-m)

t : 時 間 変 数 (s)

x : 距 離 (m)

Z : 弁開度、流出係数によってきまる変数 ($\text{m}^{2.5}/\text{s}$)

α : 波 速 (m/s)

3. 水圧変動の一般解

水圧変動が、次の一階の連立偏微分方程式

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -S \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表わされることはよく知られた事実である。

またこの一般解が、

$$H - H_0 = S(Q - Q_0) + 2F \left(t - \frac{x}{\alpha} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

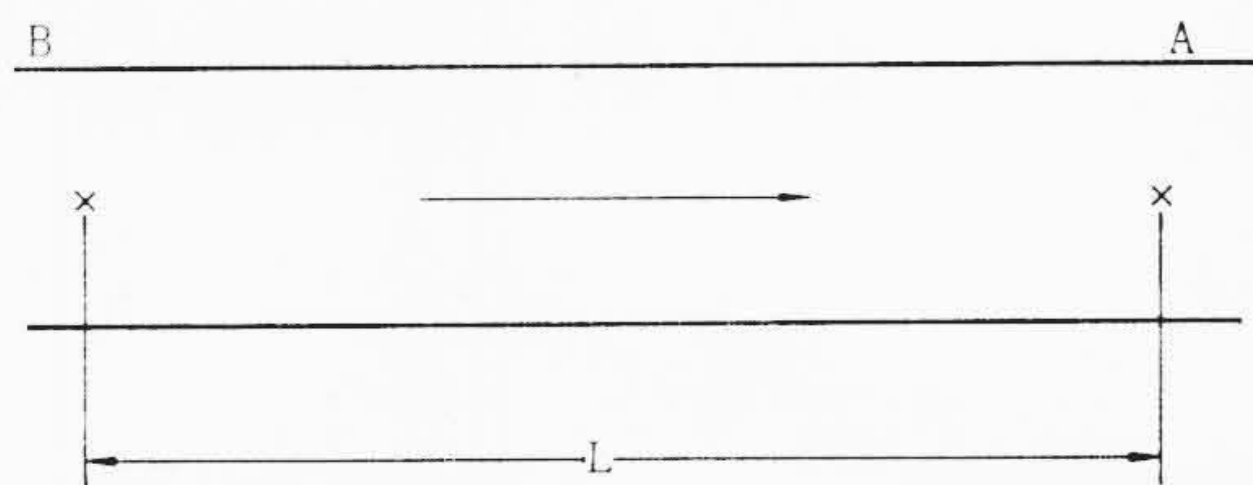
$$H - H_0 = -S(Q - Q_0) + 2f \left(t + \frac{x}{\alpha} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

で示されることも明らかである。(3)式を(4)式に代入すれば

$$S(Q - Q_0) = f \left(t + \frac{x}{\alpha} \right) - F \left(t - \frac{x}{\alpha} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。今任意関数 F および f を消去するために、第1図に示すように管路に A , B 2 点をとりその距離を L とする。 A 点の座標を x とすれば、 B 点の座標は $x + L$ になる。次に(3)式を時刻 t , A 点に適用し、(4)式を時刻 $t - L/\alpha$, B 点に適用すればそれぞれ

* 日立製作所日立工場



この管路部分は絞りや断面変化のない一様な管とする。

第1図 一般的な管路

$$H_{A(t)} - H_0 = S(Q_{A(t)} - Q_0) + 2F\left(t - \frac{x}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (6)$$

$$H_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) - H_0 = -S(Q_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) - Q_0) + 2f\left(t + \frac{x}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (7)$$

となる。(6)式より(7)式を引き、(5)式を考慮すれば、任意関数 F および f の消却された関係

$$H_{A(t)} + S Q_{A(t)} = H_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) + S Q_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。もし流れの方向が第1図と逆であるならば(8)式で符号を変えた関係

$$H_{A(t)} - S Q_{A(t)} = H_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) - S Q_B\left(t - \frac{L}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (9)$$

を得る。これが今後、水圧変動の一般解として採用される方程式であり、この物理的意味は次のようである。すなわち、B点における時刻 $t - L/\alpha$ における水頭、流量が与えられれば、A点の時刻 t における水頭、流量の関係は(8)または(9)式によって与えられるのである。しかしながら、(8)および(9)式では未知数として水頭 H_A および流量 Q_A を含み、これだけではそれらの未知数を一義的に決定することはできない。(8)あるいは(9)式と連立させるもう一つの関係が必要となり、それが次に述べる境界条件である。

ただし、(1)式から明らかなように、この方程式は本質的に摩擦による損失水頭を計算の対象としていない。損失水頭については、一点に集中して存在するとみなして取り扱う例もあるが、ここではいっさい無視することにした。したがって以下境界条件の項でも損失水頭はすべて省略してある。しかし、損失水頭は4.4に述べる絞りと同じ効果を与えるものであるから、各管路の間に、絞りを仮想することにより近似的に計算することができる。

4. 種々の境界条件

4.1 ノズル

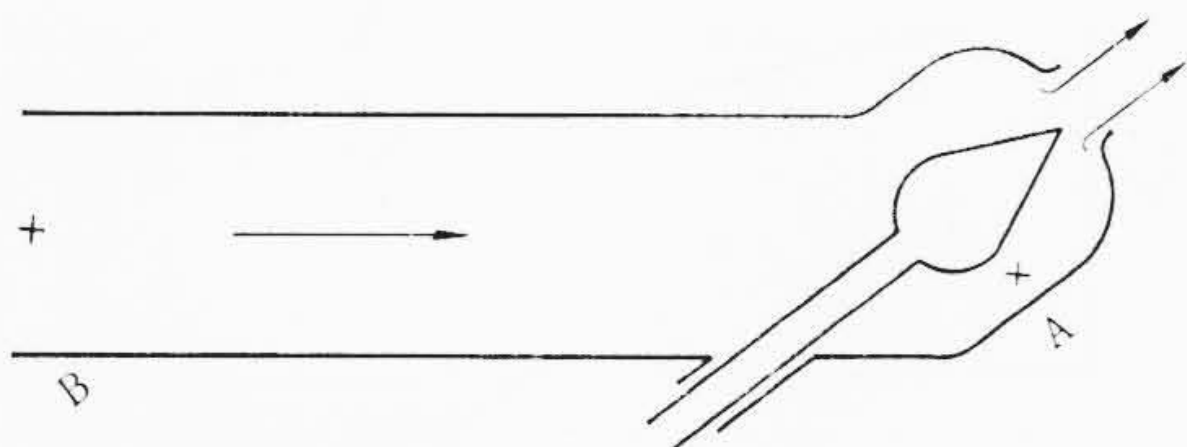
ペルトン水車やその他の管末に弁を有する管系を考える。代表的な構造として第2図に示すものの境界条件は、

$$Q_{A(t)} = Z(t) \cdot \sqrt{H_{A(t)}} \dots\dots\dots (10)$$

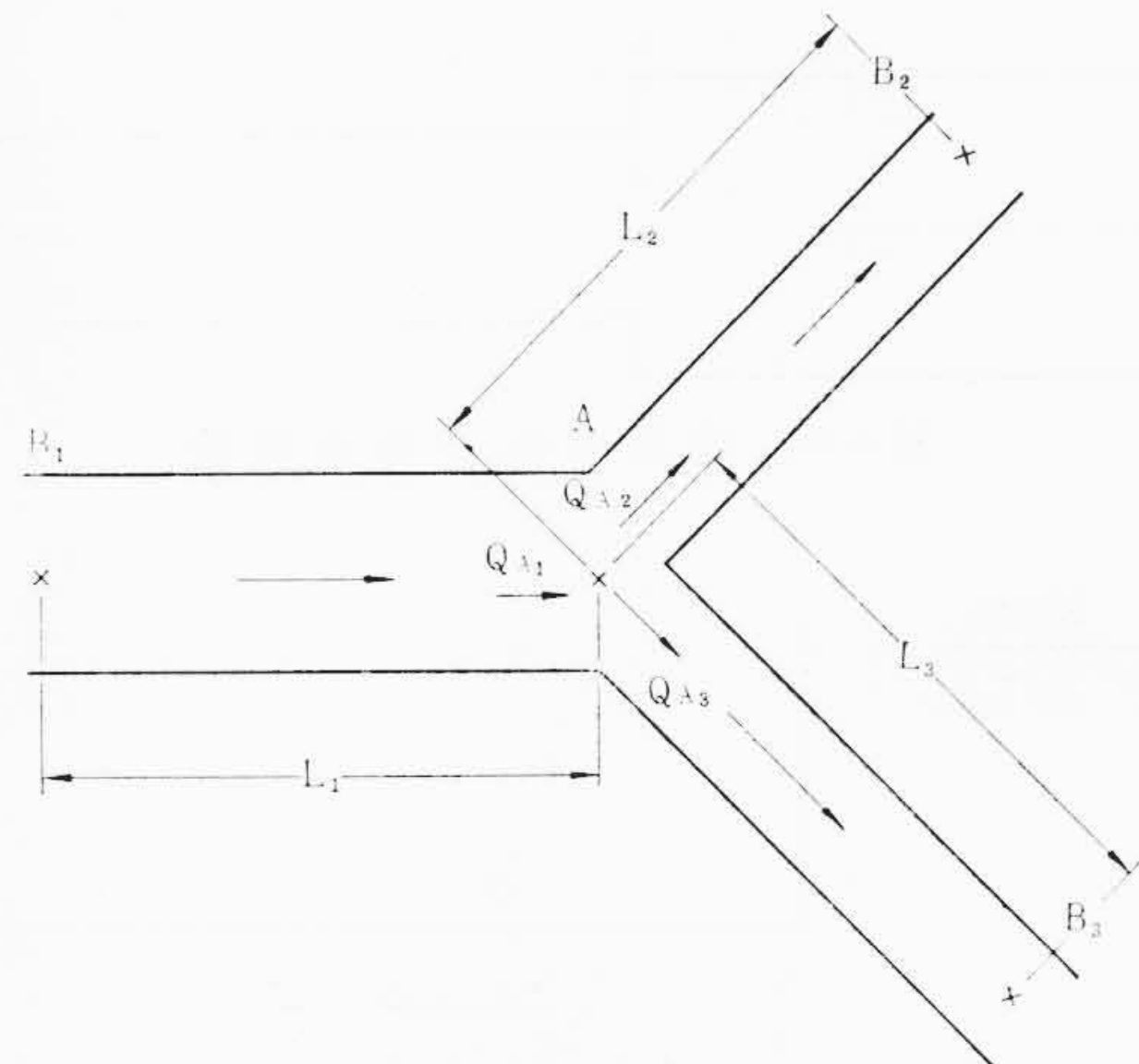
で表わされる。一般に関数 $Z(t)$ は時間とともに閉鎖あるいは開口される弁の開度に関係している。さて(8)式の右辺は既知量であるからこれを C とおく。

$$H_{A(t)} + S Q_{A(t)} = C \dots\dots\dots (11)$$

(10)式および(11)式を連立させれば水頭 H_A 、流量 Q_A は次のよう



第2図 管末にノズルを有する管路



第3図 分岐管

にして求められる。

$$Q_{A(t)} = \frac{Z^2(t) \cdot S}{2} \left(\sqrt{\frac{4C}{(Z(t) \cdot S)^2} + 1} - 1 \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$H_{A(t)} = C - S Q_{A(t)} \dots\dots\dots (13)$$

4.2 分岐管

第3図に示すような分岐管を考える。

境界条件は分岐点Aにおける連続の式

$$Q_{A1(t)} = Q_{A2(t)} + Q_{A3(t)} \dots\dots\dots (14)$$

である。次に分岐 $B_1 \sim A$ については

$$H_{A(t)} + S_1 Q_{A1(t)} = C_1 = H_{B1}\left(t - \frac{L_1}{\alpha_1}\right) + S_1 Q_{B1}\left(t - \frac{L_1}{\alpha_1}\right) \dots\dots\dots (15)$$

分岐 $B_2 \sim A$ については

$$H_{A(t)} - S_2 Q_{A2(t)} = C_2 = H_{B2}\left(t - \frac{L_2}{\alpha_2}\right) - S_2 Q_{B2}\left(t - \frac{L_2}{\alpha_2}\right) \dots\dots\dots (16)$$

分岐 $B_3 \sim A$ については

$$H_{A(t)} - S_3 Q_{A3(t)} = C_3 = H_{B3}\left(t - \frac{L_3}{\alpha_3}\right) - S_3 Q_{B3}\left(t - \frac{L_3}{\alpha_3}\right) \dots\dots\dots (17)$$

が得られる。未知数 $H_{A(t)}$ 、 $Q_{A1(t)}$ 、 $Q_{A2(t)}$ 、 $Q_{A3(t)}$ に対して(14)～(17)式が対応するので、これから次の解が得られる。

$$H_{A(t)} = \frac{\frac{C_1}{S_1} + \frac{C_2}{S_2} + \frac{C_3}{S_3}}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}} \dots\dots\dots (18)$$

$$Q_{A1(t)} = \frac{C_1 - H_{A(t)}}{S_1} \dots\dots\dots (19)$$

$$Q_{A2(t)} = \frac{H_{A(t)} - C_2}{S_2} \dots\dots\dots (20)$$

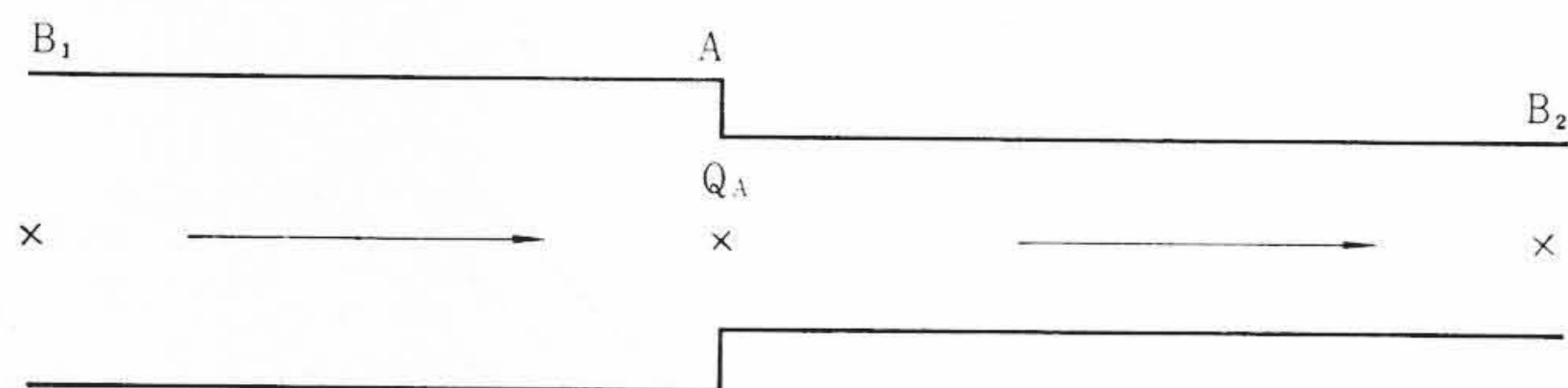
$$Q_{A3(t)} = \frac{H_{A(t)} - C_3}{S_3} \dots\dots\dots (21)$$

以上は3本の分岐について考えたが、一般に n 本の分岐についてもまったく同様に決定できる。

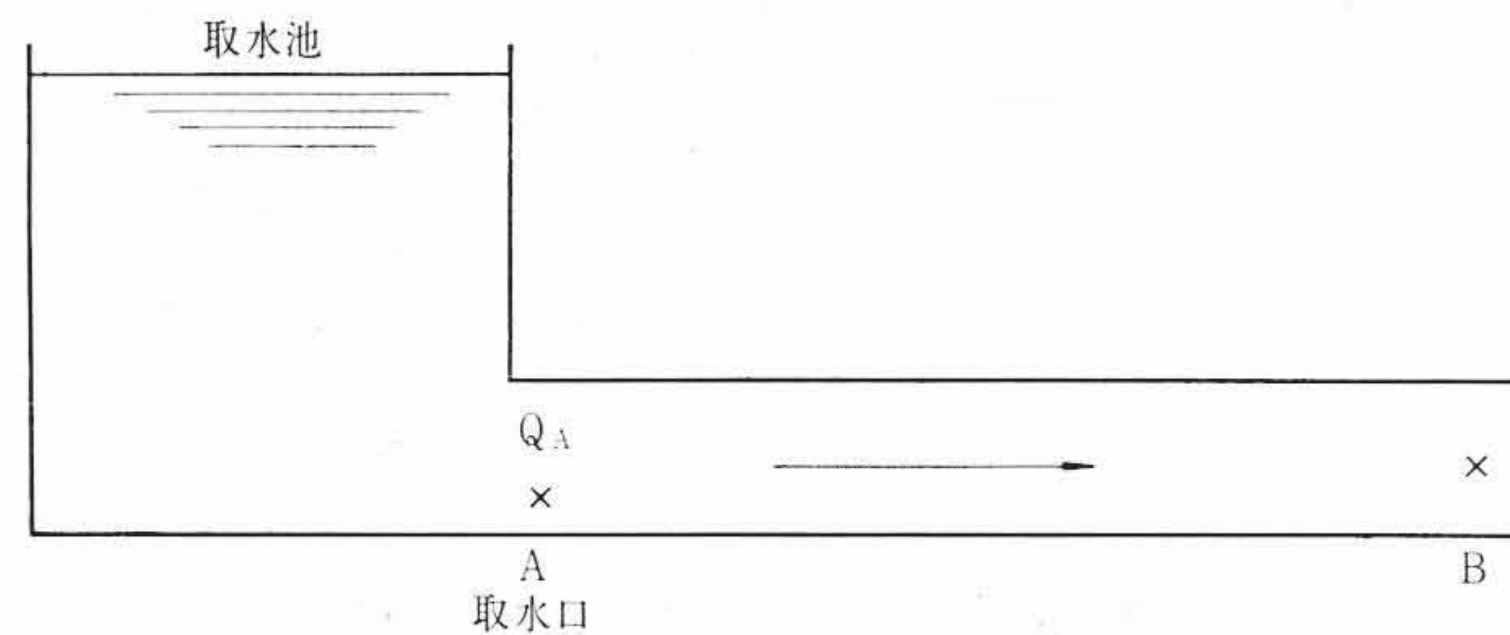
4.3 断面変化

第4図に示すように、管路に断面変化のある場合を考える。この場合、断面変化の割合が比較的少なく、この部分での水頭損失がないとすれば境界条件はA点の右側と左側の流量が等しいことである。それを考慮すると次の2式が成立する。

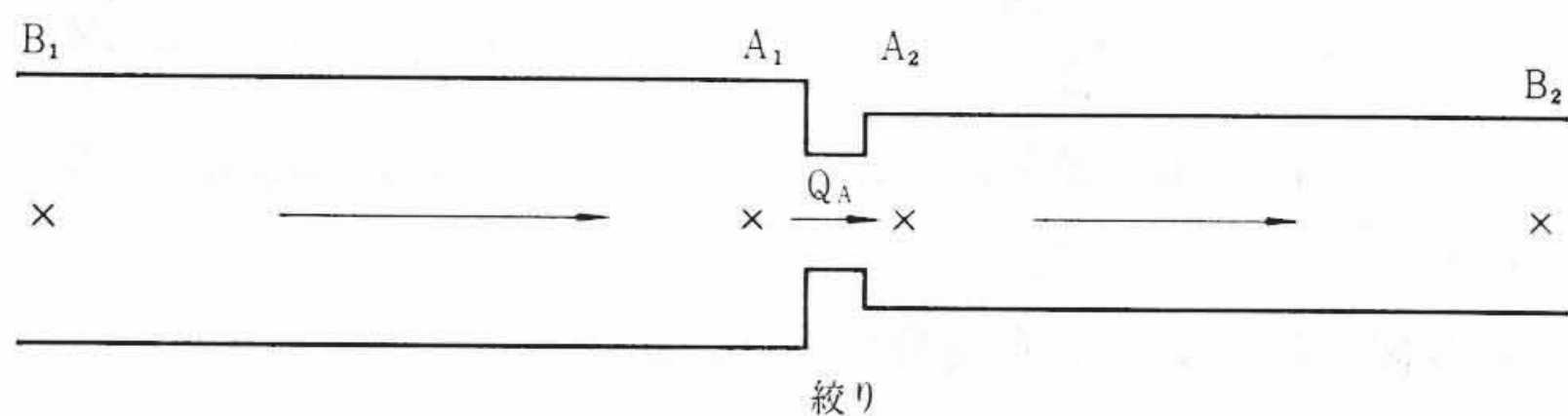
$$H_{A(t)} + S_1 Q_{A(t)} = C_1 = H_{B1}\left(t - \frac{L_1}{\alpha_1}\right) + S_1 Q_{B1}\left(t - \frac{L_1}{\alpha_1}\right) \dots\dots\dots (22)$$



第4図 断面変化のある管路



第5図 途中に絞りを有する管路



第6図 管の一端が取入口に開き圧力が一定に保たれる管路

$$H_{A(t)} - S_2 Q_{A(t)} = C_2 = H_{B_2} \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) - S_2 Q_{B_2} \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) \quad (23)$$

これより直ちに

$$Q_{A(t)} = \frac{C_1 - C_2}{S_1 + S_2} \quad (24)$$

$$H_{A(t)} = \frac{C_1 S_2 + C_2 S_1}{S_1 + S_2} \quad (25)$$

を得る。

4.4 絞 り

管路には、途中に弁や継手のために絞りや、損失水頭を伴うものがある(第5図)。境界条件は絞りを通過する流量 \$Q_{A(t)}\$ について損失水頭が

$$H_{A_1(t)} - H_{A_2(t)} = \rho Q_{A(t)}^2 \quad (26)$$

と表わされることである。また水圧変動の式は左側について

$$H_{A_1(t)} + S_1 Q_{A(t)} = C_1 = H_{B_1} \left(t - \frac{L_1}{\alpha_1} \right) + S_1 Q_{B_1} \left(t - \frac{L_1}{\alpha_1} \right) \quad (27)$$

右側については

$$H_{A_2} - S_2 Q_{A(t)} = C_2 = H_{B_2} \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) - S_2 Q_{B_2} \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) \quad (28)$$

となる。未知数 \$H_{A_1(t)}\$、\$H_{A_2(t)}\$、\$Q_{A(t)}\$ について(26)～(28)式を連立させて解けば、

$$Q_{A(t)} = \frac{S_1 + S_2}{2\rho} \left(\sqrt{\frac{4\rho(C_1 - C_2)}{(S_1 + S_2)^2} + 1} - 1 \right) \quad (29)$$

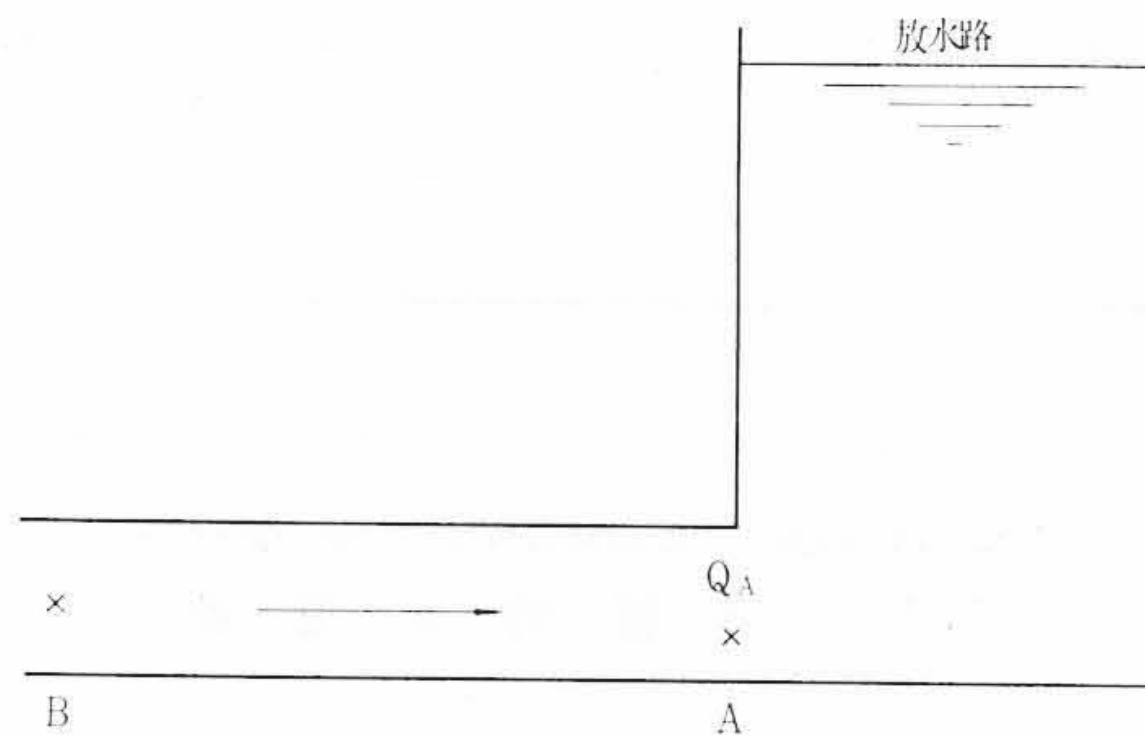
$$H_{A_1(t)} = C_1 - S_1 Q_{A(t)} \quad (30)$$

$$H_{A_2(t)} = C_2 + S_2 Q_{A(t)} \quad (31)$$

が得られる。この条件を各管路に配置し摩擦損失の近似とすることもできる。

4.5 取入口、放水路

取入口や放水路の境界条件は、周知のように水頭が一定であるこ



第7図 管の一端が放水路に開き圧力が一定に保たれる管路

とにより与えられる。すなわち第6図の取入口で \$H_A = H_0\$ とおけば

$$H_0 - S_1 Q_{A(t)} = C = H_B \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) - S_1 Q_B \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) \quad (32)$$

より取入口の流量

$$Q_{A(t)} = \frac{H_0 - C}{S_1} \quad (33)$$

を得る。また第7図の放水路で \$H_A = H_0\$ とおけば放水路の流量

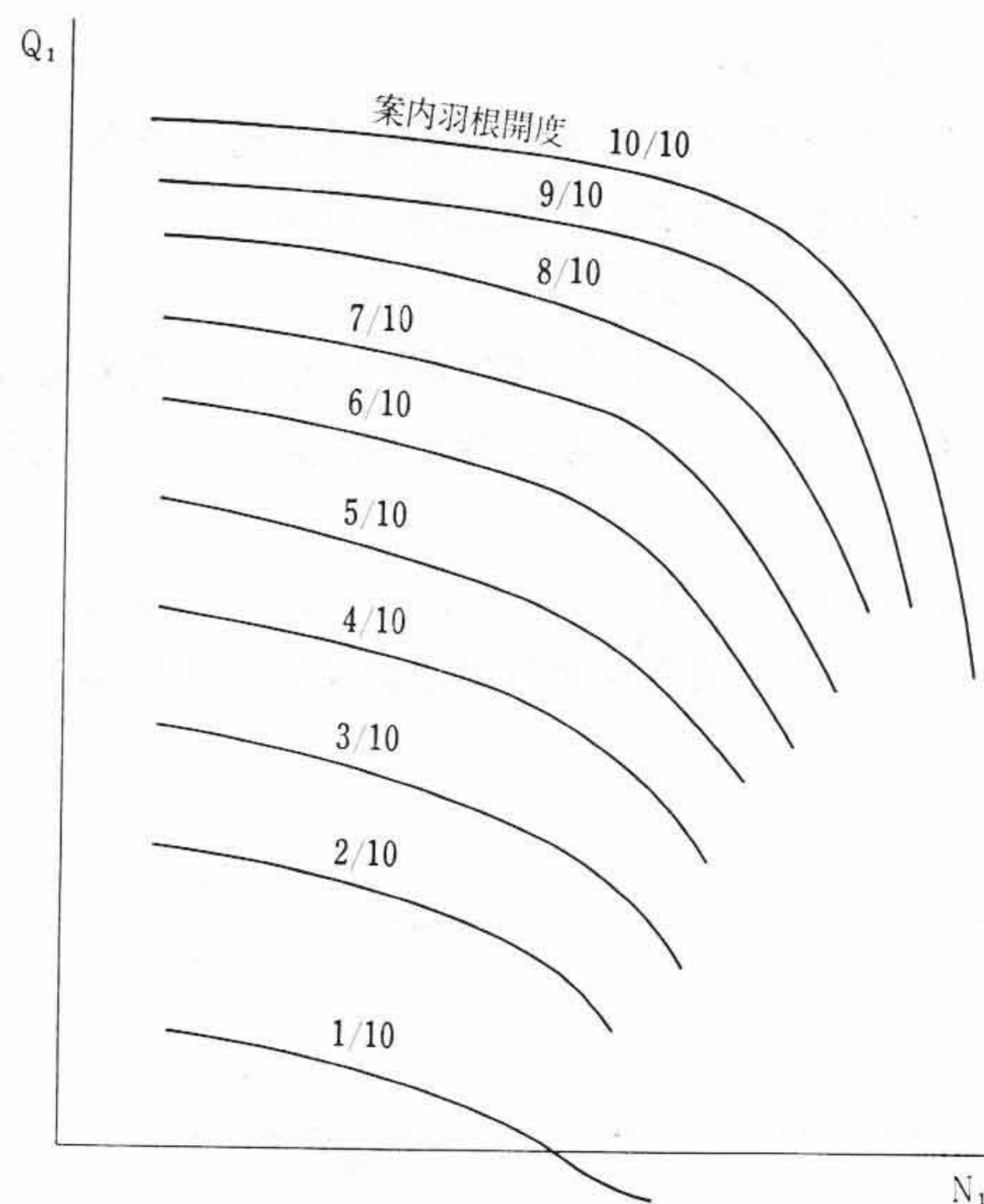
$$Q_{A(t)} = \frac{C - H_0}{S_1} \quad (34)$$

を得る。

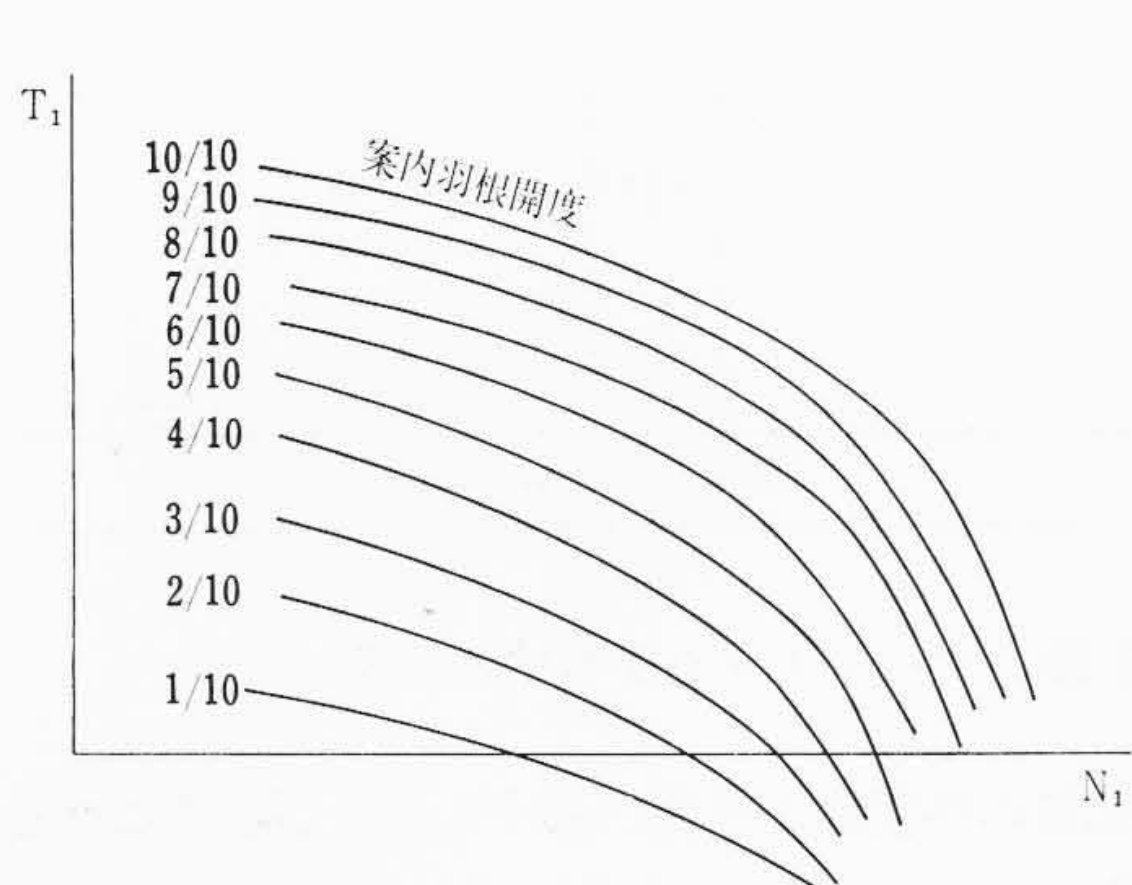
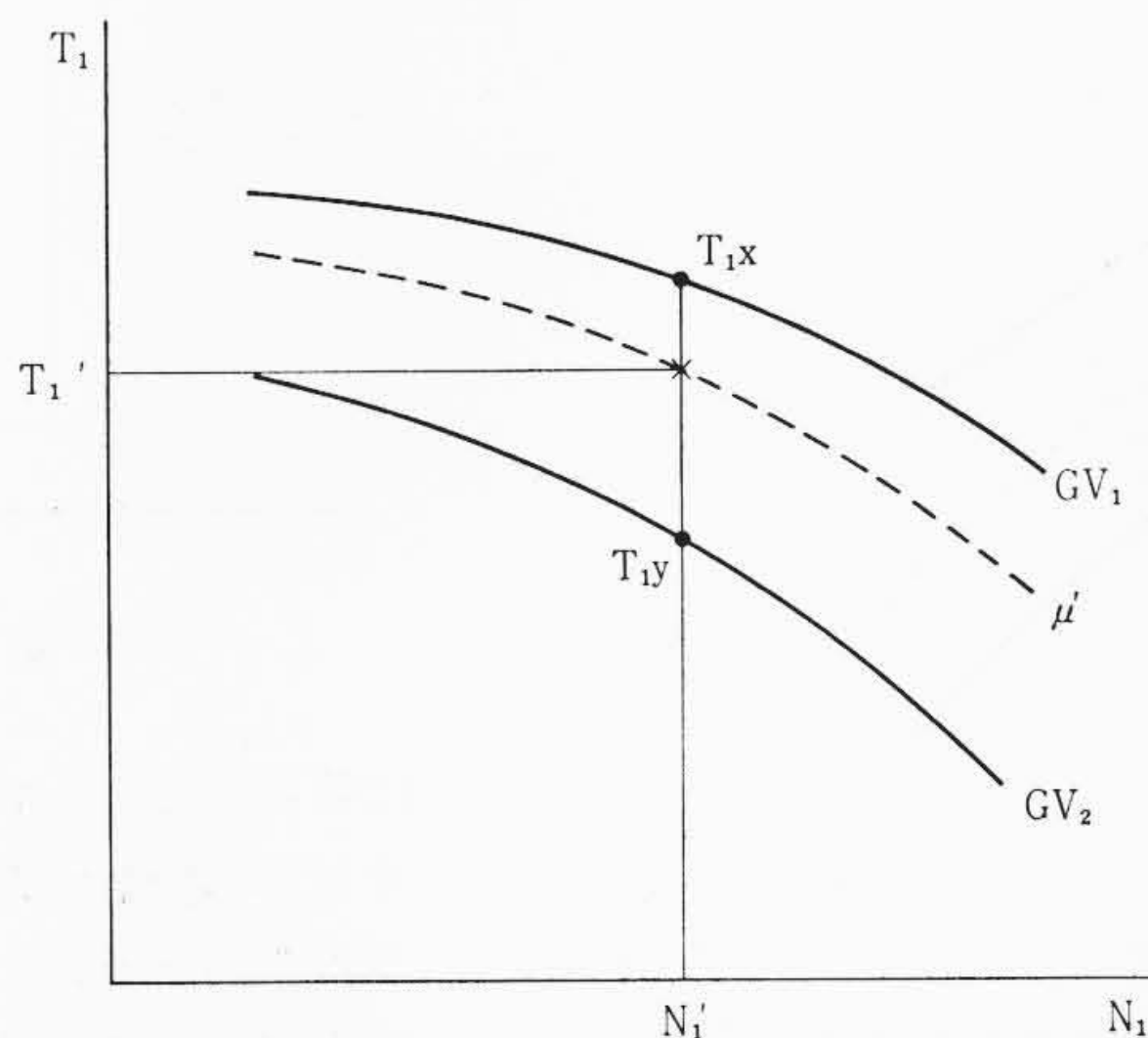
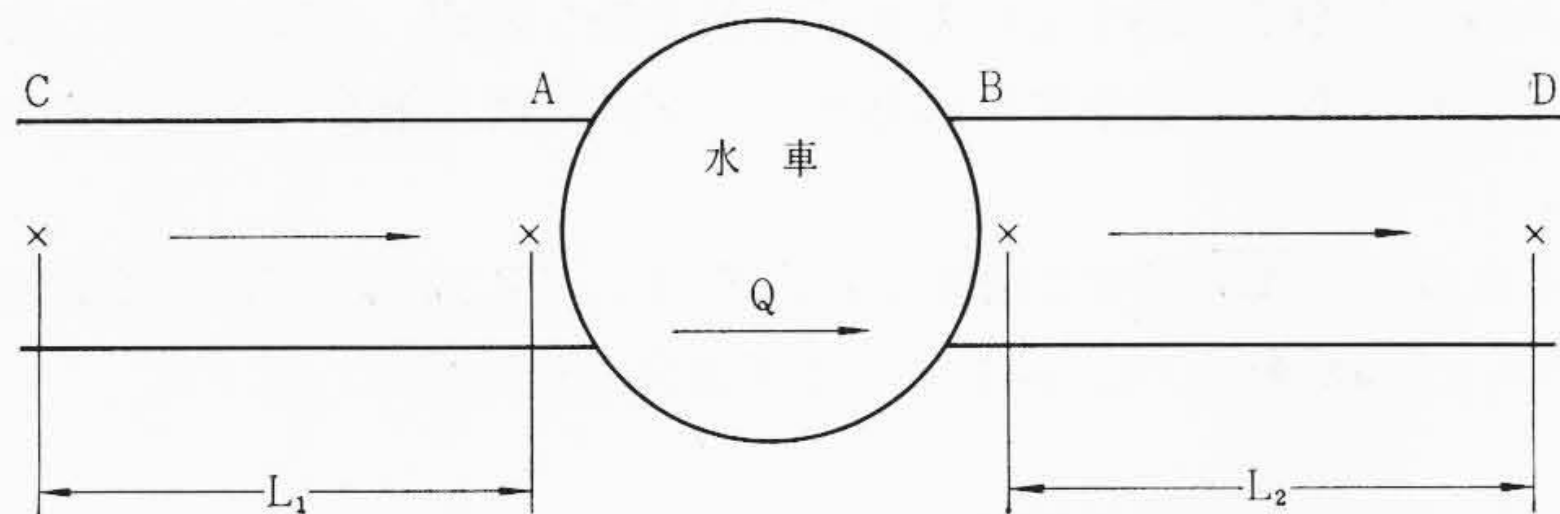
4.6 ポンプまたは水車が管路中にある場合

発電所あるいは揚水所では管路中に、水車やポンプがある。この水車やポンプの開度、回転数が変わるとそこに水圧変動が発生し問題となることがしばしば実際運転でみられる。前述のような管路中にある分岐や断面変化あるいはノズルといった種類のものに対しては、比較的簡単に水圧変動を求めることができる。しかし水車やポンプでは簡単にその特性を数式化して表わすわけにはいかない。揚程、トルク、回転数、流量のようなポンプや水車の特性を与える変数はそれぞれの案内羽根開度に対して、モデルや実物について実測した値を用いることによって得られるもので、数式化することは困難である。曲線の一部を二次式により近似して求めることも試みられているが、その係数を求めるのはわずらわしいものである。そこで実測したモデル特性をそのまま用いて水圧変動を計算することが望ましいことになる。以下その方法について述べる。

ポンプと水車では水圧変動を求めるのに本質的な違いはない。したがって以下の説明は水車について行なうこととする。水車の特性は一般に第8図に示すように、



第8図(a) 水車の \$N_1 \sim Q_1\$ 特性の一例

第8図(b) 水車の $N_1 \sim T_1$ 特性の一例第9図 水車の $N_1 \sim T_1$ 特性を拡大したもの

第10図 途中に水車を有する管路

$$N_1 = \frac{N}{\sqrt{H}} \cdot M \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$Q_1 = \frac{Q}{\sqrt{H} M^2} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$T_1 = \frac{T}{H \cdot M^3} \quad \dots\dots\dots (37)$$

なる変数について $N_1 \sim Q_1$, $N_1 \sim T_1$ 特性として各案内羽根開度ごとに与えられる。

案内羽根開度 10/10 の状態で発電していた水車が、系統あるいは所内の事故によりトリップした場合を考える。そのとき、負荷が遮断されるので、回転数は上昇し、调速機の動作によって案内羽根は閉鎖される。するとある時間経過後、案内羽根は新しい開度になり、回転数もいくぶん上昇した点にある。その点の $N_1 \sim Q_1$ 特性より新しい水車の落差、流量の関係が得られる。この流量変化が、水圧変動の原因となるわけである。実際の発電所では案内羽根開度は调速機で操作されるので回転数のある関数として与えられるはずであるが、ここでは案内羽根の開度変化は時間の関数としてあらかじめ与えられるものとしよう。水圧変動の計算法としてはこうしても少しも一般性を失うことはない。そうすると独立変数としては案内羽根開度 μ だけとなる。

最初に述べたように、ここに説明する方法はすべて電子計算機を対象としている。したがって手計算にこれらの方法をそのまま適用して使うことはあまり得策とはいえない。時刻 t における案内羽根開度を $\mu(t)$ とし、計算の時間刻みを Δt とする。今 $t - \Delta t$ における水車のケーシング側の水頭を H'_A 、ドラフト側の水頭を H'_B 、回転数を N' 、流量を Q' とする。これらの値はすべてすでに得られており次の計算ステップにおける水頭 H_A および H_B 、流量 Q 、回転数 N を求めるのが本節の問題である。

時刻 $t - \Delta t$ におけるトルク T' を算出するには、第8図(b)を拡大した第9図において、案内羽根開度 μ' をはさむ二つの開度 GV_1 および GV_2 をとり一次補間を用いればよい。すなわち

$$N'_1 = \frac{N'}{\sqrt{H'}} M$$

に対応した開度 GV_1 , GV_2 のトルク T_{1x} , T_{1y} を図より求め

$$T'_1 = T_{1x} + (T_{1y} - T_{1x}) \frac{\mu' - GV_1}{GV_2 - GV_1}$$

のように一次補間をする。(37)式を用いれば求めるトルクは

$$T' = T'_1 \cdot H \cdot M^3 \quad \dots\dots\dots (38)$$

として得られる。

時刻 t における回転数は(38)式で得られたトルク T' を用いて

$$I \frac{dN}{dt} = T' \quad \dots\dots\dots (39)$$

より決定される。実はこの与え方は近似的である。トルク T' は常数ではないからそれを考慮しなければならない。(39)式を解くのに、Runge-Kutta法を用いるならば、

$$X_1 = \Delta t \cdot I \cdot T'(t - \Delta t)$$

$$X_2 = \Delta t \cdot I \cdot T' \left(t - \Delta t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$X_3 = \Delta t \cdot I \cdot T'_t$$

として

$$N_{(t)} = N' + \frac{1}{6} (X_1 + 4X_2 + X_3) \quad \dots\dots\dots (40)$$

を第2近似として得る。これは実際の計算では十分な計算精度を有している。

以上により回転数 $N_{(t)}$ が決定されたので、次に落差、流量を求める。第10図のように符号 C, D を追加すれば水圧変動は

$$H_{A(t)} + S_1 Q_{(t)} = C_1 = H_C \left(t - \frac{L_1}{\alpha_1} \right) + S_1 Q_C \left(t - \frac{L_1}{\alpha_1} \right) \quad \dots\dots (41)$$

$$H_{B(t)} - S_2 Q_{(t)} = C_2 = H_D \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) - S_2 Q_D \left(t - \frac{L_2}{\alpha_2} \right) \quad \dots\dots (42)$$

である。それゆえ一次式

$$H_{A(t)} - H_{B(t)} = C_1 - C_2 - (S_1 + S_2) Q_{(t)} \quad \dots\dots\dots (43)$$

が得られる。これに連立させるべき関係は第8図(a)に示した $N_1 \sim Q_1$ 特性である。トルクの場合と同様に案内羽根開度 μ をはさむ二つの開度を GV_1 , GV_2 としこれを拡大して第11図に示す。 N'_1 の左右に δ の距離をおいて、 GV_1 , GV_2 における Q_1 の値を図のように Q_{1x} , Q_{2x} , Q_{1y} , Q_{2y} と定める。次に時刻 t の開度 μ に対して $N'_1 + \delta$, $N'_1 - \delta$ に対応した Q'_x , Q'_y を次のようにして求める。

$$Q'_x = Q_{1x} + (Q_{2x} - Q_{1x}) \frac{\mu - GV_1}{GV_2 - GV_1} \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$Q'_y = Q_{1y} + (Q_{2y} - Q_{1y}) \frac{\mu - GV_1}{GV_2 - GV_1} \quad \dots\dots\dots (45)$$

δ の絶対値を小さくすれば2点を通る直線は開度 μ に対する $N_1 \sim Q_1$ 特性を与える。(43)式の右辺で与えられた水車の落差は、同時にこの直線で与えられた $N_1 \sim Q_1$ 特性を満足しなければならない。この直線の方程式は

$$Q_1 = A \cdot N_1 + B$$

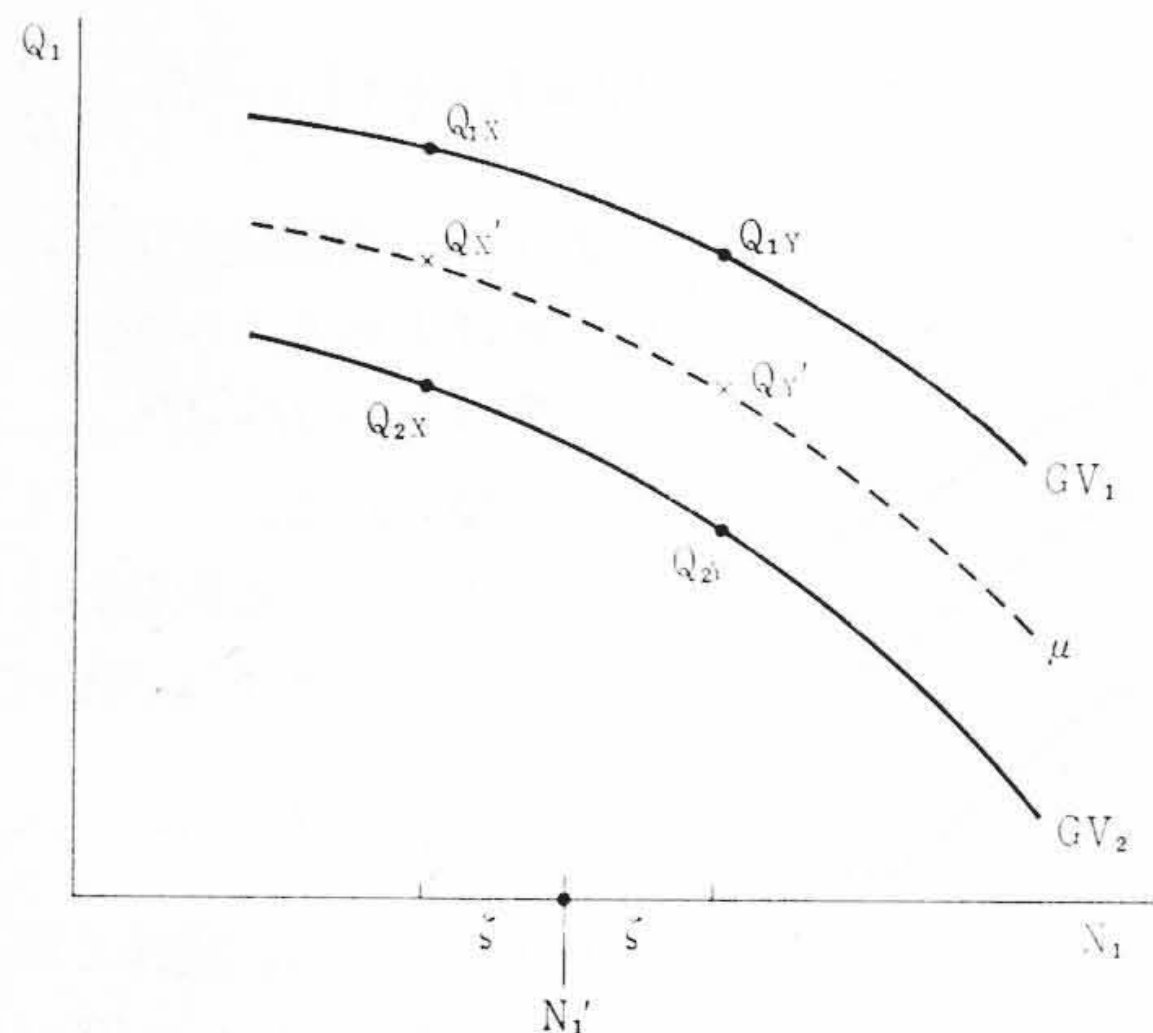
ただし

$$A = \frac{1}{2\delta} (Q'_y - Q'_x) \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$B = Q'_x - \frac{1}{2\delta} (Q'_y - Q'_x) (N'_1 - \delta)$$

である。これに(35), (36)式を代入すれば

$$H_{A(t)} - H_{B(t)} = \frac{Q_{(t)}^2}{B^2 M^4} - \frac{2 \cdot A \cdot N}{B^2 M} Q_{(t)} + \left(\frac{AMN}{B} \right) \quad \dots\dots\dots (47)$$



第 11 図 水車の $N_1 \sim Q_1$ 特性を拡大したもの

を得る。次に (43) 式と連立させて流量の式

$$Q_{(t)}=D-\sqrt{D^2-E} \dots\dots\dots (48)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} D &= A \cdot M^3 \cdot N - \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot B^2 M^4 \\ E &= (A \cdot M^3 N)^2 + B^2 M^4 (C_2 - C_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

を得る。 $Q_{(t)}$ が定まればケーシング側，ドラフト側の水頭はそれぞれ (41)，(42) 式により

$$H_{A(t)}=C_1-S_1Q_{(t)} \dots\dots\dots (50)$$

$$H_{B(t)}=C_2+S_2Q_{(t)} \dots\dots\dots (51)$$

と求められる。

なお，ドラフトが短く， $H_{B(t)}$ が変動しないとみなせるときは次のように簡単になる。すなわち (46) 式に (35)，(36) を代入すれば

$$Q_{(t)}=AM^3 \cdot N+BM^2 \sqrt{H_{A(t)}}$$

(41) 式より $Q_{(t)}=(C_1-H_{A(t)})/S_1$ を導き，これを上式に代入し， H_A について解けば

$$H_{A(t)}=D'-\sqrt{D'^2-E'} \dots\dots\dots (48')$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} D' &= C_1-S_1 \cdot A \cdot M^3 \cdot N + \frac{1}{2} (S_1 B M^2)^2 \\ E' &= (C_1-S_1 \cdot A \cdot M^3 \cdot N)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49')$$

となる。流量 $Q_{(t)}$ は直ちに

$$Q_{(t)}=\frac{C_1-H_{A(t)}}{S_1} \dots\dots\dots (50')$$

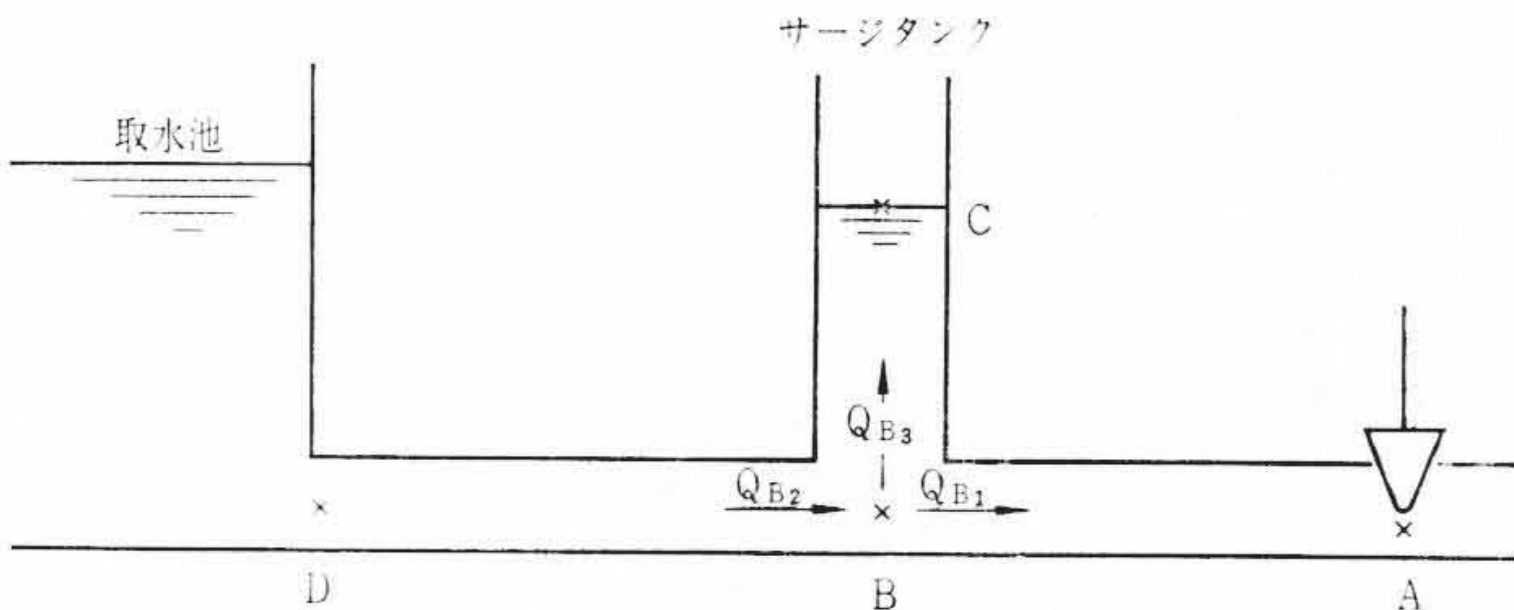
と求められる。この場合根号の前の符号は負としなければならない。

$N_1 \sim Q_1$ 特性を，区間 $(N_1-\delta, N_1+\delta)$ の範囲で直線とする代わりに $N_1-\delta, N_1, N_1+\delta$ の 3 点を取り，これを通る二次曲線と (43) 式を連立させればこの精度はさらに向上すると思われるが，われわれの経験ではその必要はないようである。直線としても，計算の時間間隔が十分に小さければ，その間での変動も小さく，したがって δ の値も小さくとれるからで，その直線と元の特性曲線との差はほとんどないからである。むしろ，われわれとしては基になる特性曲線の測定や作表を正確にすべきであると思われる。

4.7 サージタンク

水圧変動を小さくする目的で，管路の途中に第 12 図のように圧力波を開放するサージタンクを設置することがある。このサージタンクを水圧変動の計算の立場からみると，次の二つの取扱い方が生ずる。

- (i) サージタンクの下部 B 点で圧力は完全に開放されライザ水位に応じた分の圧力しか有しないとする。
 - (ii) B 点では開放されず C 点で完全に開放される。
- 本質的には後者の方法が水圧変動の取り扱いに密着していること



第 12 図 サージタンクを有する管路

は明らかであるが，問題の性質により使いわけることが必要になる。すなわち後者の方法は，完全に定式化するわけにはいかないので多少近似的な扱いになる。前者の方法では，その前提にたつ限り正確な定式化が可能であって，定式化の途中における省略はないからである。前者の方法は現象を管路 $\overline{AB}$ と， $\overline{CBD}$ とに分けて考える。管路 $\overline{AB}$ は分布常数系すなわち水圧波動で扱う領域，これに対して管路 $\overline{CBD}$ は集中常数系すなわちサージングで扱う領域とするのである。

それゆえ， $\overline{AB}$ 間では偏微分方程式 (1)，(2) が成立し， $\overline{CBD}$ 間については係数 η, ζ, μ を用いて常微分方程式系

$$\left. \begin{aligned} \eta \frac{dH_{B(t)}}{dt} &= Q_{B3(t)} \\ \zeta \frac{dQ_{B2(t)}}{dt} \pm \xi Q_{B2(t)}^2 &= H_D - H_{B(t)} \\ Q_{B2(t)} &= Q_{B1(t)} + Q_{B3(t)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

で表わされる。この系に対する外部じょう乱は水圧変動より定まる流量 $Q_{B1(t)}$ であり，逆に水圧変動に対する境界条件としては上式で決定される水頭 $H_{B(t)}$ である。このような水圧変動の計算は，(32) 式の H_0 の代わりに， $H_{B(t)}$ をとることによってきわめて簡単に得られる。(52) 式については，一般の数値計算によればよいわけである。

次に第二の方法について考えてみる。この場合の B 点は水圧を開放するのではなく，単なる分岐点の役目を果しているに過ぎない。したがって，4.2 に述べた方法を適用すればよいのである。サージタンクを管路としたときの長さについては水のはいつている部分の長さ $\overline{BC}$ をとればよい。そして C 点の水頭が一定に保たれているという境界条件によって解くことができる。この計算では管路 $\overline{CBD}$ をも水圧変動の計算の対称としているのであるが，分岐 $\overline{BC}$ については，流量 $Q_{B3(t)}$ があるにもかかわらず，長さ BC が変わらないとしており，矛盾がある。BC の変化が現実には無視できるものならばともかく，一般にサージタンク水位は大幅に変わるものだけにいっそう困るわけである。またトンネル $\overline{BD}$ についても水圧変動として扱うため水頭損失が無視されることになる。トンネル長さは鉄管部分に比べて，何十倍とあるのが普通で，これも無視できるものではない。

以上のように考えると，それぞれの計算方法のいずれを採用すべきかは，扱う問題の性質によって定めなければならない。

第 1 の方法は，

- サージタンクの面積が鉄管に比べて大きく水圧が開放されると考えられるとき
 - 現象が弁の全開，全閉のように大幅な変化を伴いサージタンク水位の変動が無視できないとき
 - 計算の重点がサージタンクの水位変動にあるとき
- などに用いられ，第 2 の方法は
- サージタンクが差動式やポート式で，水圧が開放されると考えるのが困難なとき
 - 現象が比較的小さい変動であるとき
 - 計算を比較的短時間について行ない，サージタンク水位のよう

に長時間週期のものとは分離して考えられるとき
計算の重点が水圧変動にあるとき
などの場合に採用されるべきである。

5. 計 算 例

計算機で、水圧変動を計算するための一般的方法を述べることは困難である。管路の条件による差異、境界条件の差異のために、それぞれの問題に応じた手順を決めることが必要で、どんな問題にも共通に使える手順を決定することは、計算機の記憶容量による限度もあって、今のところ実現されていない。原理的には大容量の機械を用いれば可能でもあろうが、たとえできたとしても能率の悪いものとなろう。したがって、2, 3の代表的な問題でその手順を具体的に示したほうが一般論を説明するよりも理解しやすいと考える。

5.1 ペルトン水車

第13図に示したような、水路系における水圧変動を計算する。図示したようにサージタンクを有し、3台の水車がそれぞれ分岐して管末に設置されている。サージタンクは、47のiiとして扱うことにする。すなわちサージタンクFH部分は分岐として扱うのである。問題は、3台のペルトン水車がそれぞれの任意な出力で運転していて、ある水車が急停止あるいは負荷の変動を受けたとき、水圧変動がどのように伝播されていくかを求めることにある。計算手順(以後、デジタル計算機の慣例にしたがってプログラム、あるいはフローチャートなどと呼ぶ)はなるべく一般性を持つことを要求されるから、各水車の運転は、停止も含めてまったく任意とする。またニードルの閉鎖方法も任意の時間関数である。したがってある割合で閉鎖する場合、不動の場合、開く場合も含める。この管系は3個のノズルと3個の分岐点、そして一つの取入口とを有しており、それぞれの点における境界条件は前節に述べたものである。

まず、便宜上諸単位を無次元化して表わす。そのとき(8)式、(9)式の関係は

$$S = \frac{Q_0}{H_0} \times \frac{\alpha}{gA} \quad \dots\dots\dots (53)$$

を用いて

$$H_{A(t)} + S \cdot Q_{A(t)} = C = H_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) + S \cdot Q_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) \quad \dots (54)$$

あるいは

$$H_{A(t)} - S \cdot Q_{A(t)} = C = H_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) - S \cdot Q_A \left(t - \frac{L}{\alpha} \right) \quad \dots (55)$$

となる。ここに $H_{A(t)}$, $Q_{A(t)}$ は初期条件を1とする無次元量である。 H_0 は静水頭を基準に選択してよいし、 Q_0 は圧力トンネルGF間の流量を基準にしてよい。次にノズルの(10)式を無次元化することを考える。今ノズルAだけが開いており、他のノズルDおよびEは全閉しているとすれば、ノズルAの流量はトンネル中の流量に一致するから、この初期条件を(10)式に代入することにより $Z_{(0)}=1$ を得る。また3個のノズルが、等しい開度にあれば $Z_{(0)}=1/3$ となる。この開度 $Z_{(t)}$ は、もはや無次元量である。そしてノズルの流量につい

ては、無次元量をそのまま用いて(12)式が成立する。

ある定常状態の水頭、流量に対してこの水路系の管路常数 S を次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} S_{AB} &= 6.3444 \\ S_{CD} &= 6.3366 \\ S_{CE} &= 5.64 \\ S_{BC} &= 2.0056 \\ S_{BF} &= 1.1436 \\ S_{HF} &= 0.6746 \\ S_{FG} &= 0.732 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

また、ある管路たとえば、ABについての波動の伝播時間は $\frac{L}{\alpha}$ で求められこの時間を0.04秒とする。計算ステップを0.01秒とすれば、4ステップ前の値を用いて(54)式の右辺を計算することになる。このようにして求められる計算ステップ数を管路について次のように定める。

$$\left. \begin{aligned} K_{AB} &= 4 \\ K_{BC} &= 1 \\ K_{CD} &= 4 \\ K_{CE} &= 5 \\ K_{BF} &= 68 \\ K_{FH} &= 17 \\ K_{FG} &= 727 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

次に初期条件は、3機が等負荷をとっているとすれば

$$Q_{A(0)} = Q_{D(0)} = Q_{E(0)} = 1/3 \quad \dots\dots\dots (58)$$

である。したがって、次が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{B1(0)} &= Q_{C1(0)} = Q_{C2(0)} = 1/3 \\ Q_{B2(0)} &= 2/3, \quad Q_{F1(0)} = 1, \quad Q_{F2(0)} = 0 \\ Q_{G(0)} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

水頭に関する初期条件は

$$H_{A(0)} = H_{B(0)} = H_{C(0)} = H_{D(0)} = H_{E(0)} = H_{F(0)} = 1 \quad \dots\dots (60)$$

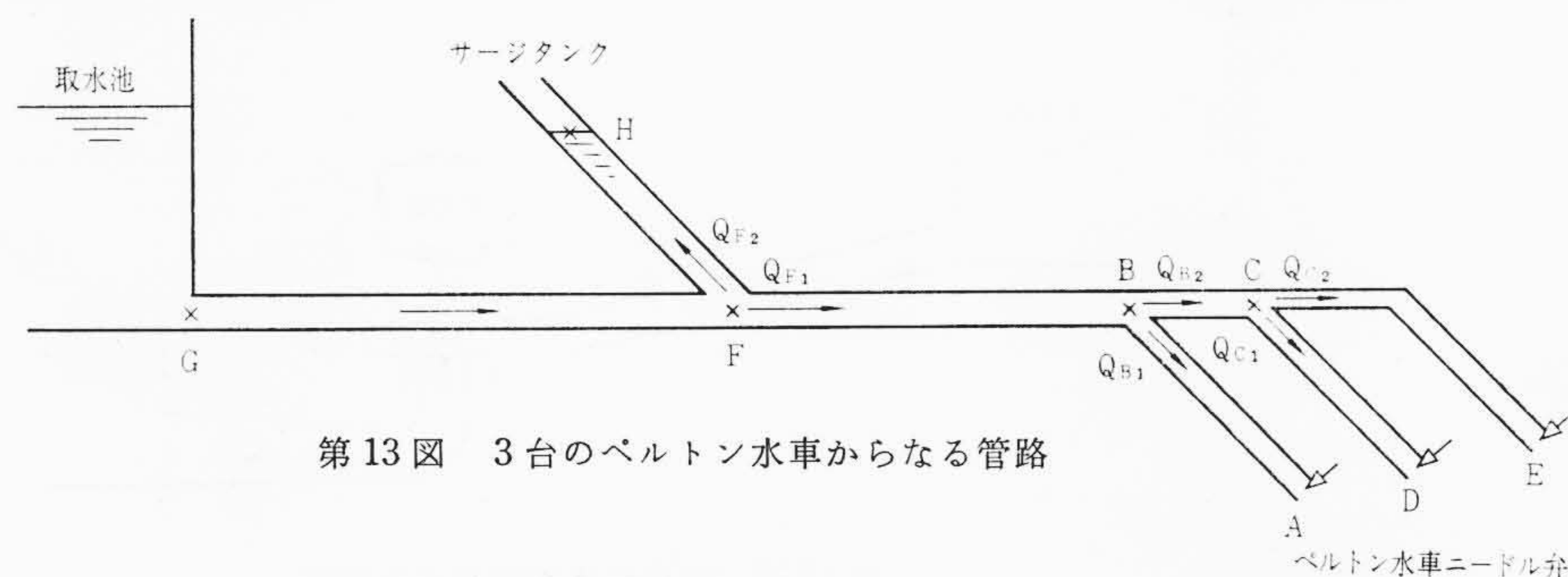
である。以上の諸データは計算機に対する入力として必要である。ただし、(59)式は(58)式より自動的に導かれ、(60)式は無次元化したことの当然の帰結であるから、あらかじめプログラムで考慮してあれば、入力として考慮する必要はない。

F点の水頭 $H_{F(t)}$ を計算するためには、(15)～(18)式より明らかに、68ステップ前のB点の水頭、流量、17ステップ前のH点の水頭、流量、727ステップ前のG点の水頭、流量が必要である。したがって、その6個の値は記憶されてなければならない。他のG点、H点、B点、A点、D点およびE点についても同様のことがいえるので結局、記憶すべき値は

$$\left. \begin{aligned} H_{A(t)}, H_{B(t)}, H_{C(t)}, H_{D(t)}, H_{E(t)}, H_{F(t)} \\ Q_{A(t)}, Q_{B1(t)}, Q_{B2(t)}, Q_{C1(t)}, Q_{C2(t)}, \\ Q_{F1(t)}, Q_{F2(t)}, Q_{G(t)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

である。 $H_{G(t)}$, $H_{H(t)}$ などが除かれたのは、境界条件でこれらが常に $H_{G(t)} = H_{H(t)} = 1$ に保持されるからである。

計算は100ステップすなわち1秒間分まとめて行なわれる。この結果は印刷して掃出すと同時に、テープ装置に書出しておく。これは次の100ステップを計算する際に、(61)に示した過去のデータが必要だからである。そして、このテープ装置から必要な過去のデータを読み込んで計算を続けるようにする。この読み込むべき記憶部分をワーキングエリアと呼ぶことにする。(57)に示したように、 K の値が、100よりも小さいときには、 K ステップ前のデータはワーキングエリアにあると



第13図 3台のペルトン水車からなる管路

は限らない。現在計算中のエリア（以後カレントエリアと呼ぶ）にも及ぶわけで、このエリアの使い分けをプログラム上注意する必要がある。

以上の議論により、フローチャートを書けば第 14 図のようになる。針弁 3 個を同時にある割合で閉鎖したときの計算結果を図示すれば第 15 図のようになる。この結果について考察すれば、管路の特徴は、 $P_1 \sim P_6$ 点に現われている。

この結果を、実際の発電所での水圧測定値と比較すると、絶対値は、多少の違いはあるが、傾向は比較的一致する。絶対値の差の最大の原因は、やはりサージタンクの取り扱いにあるようで、むしろ分岐点 F で完全に圧力が開放され、この部分の圧力はサージングによって決定されるという 4.7 の i の方法のほうが妥当であったと思われる。

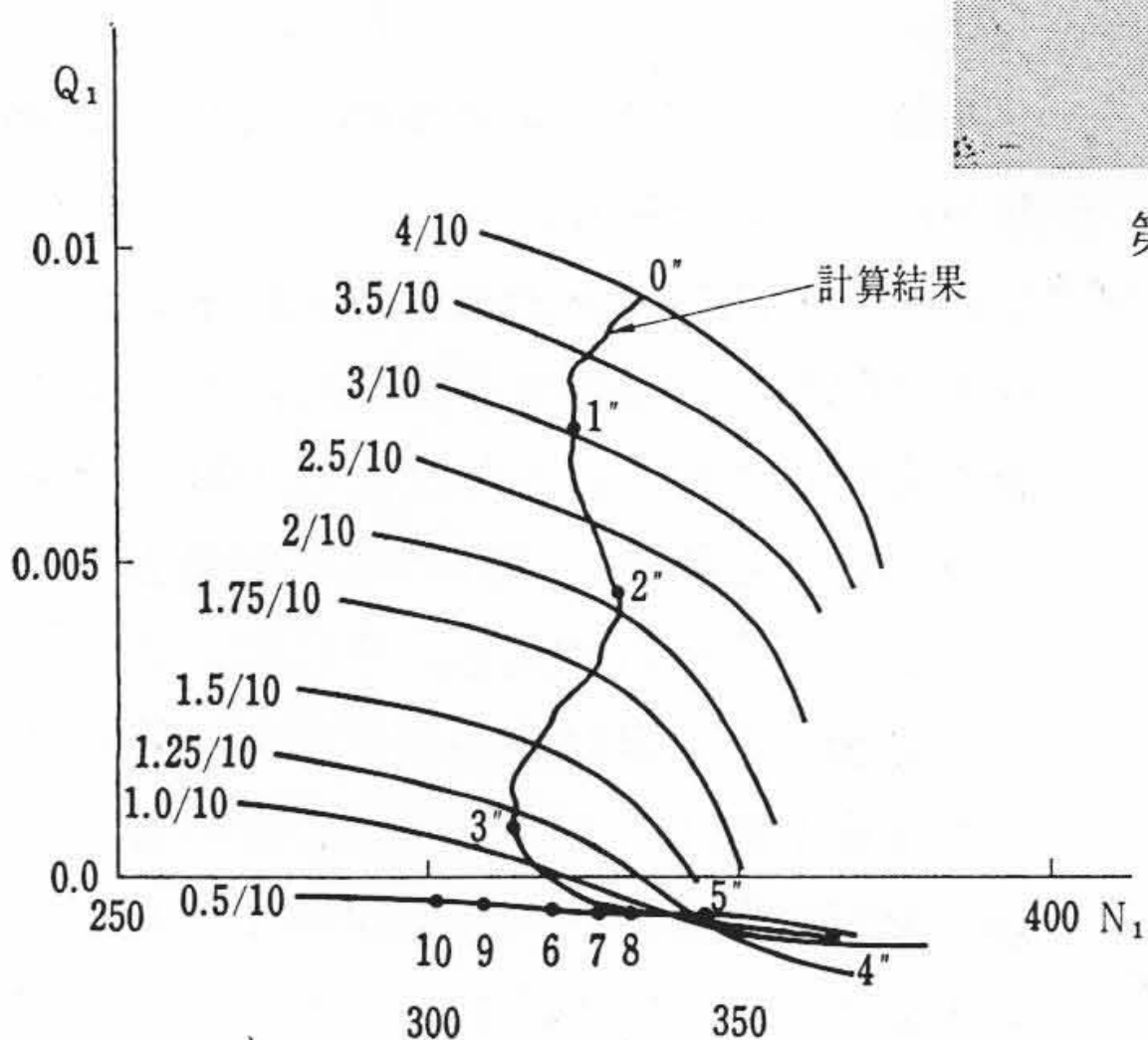
5.2 ポンプ水車

鉄管の長さは、一般に水頭の大きさに比例するもので、水圧変動も、フランシス形ポンプ水車で比較的問題になることが多い。この問題は、前述のペルトン水車と比較すると計算ははなはだ複雑である。

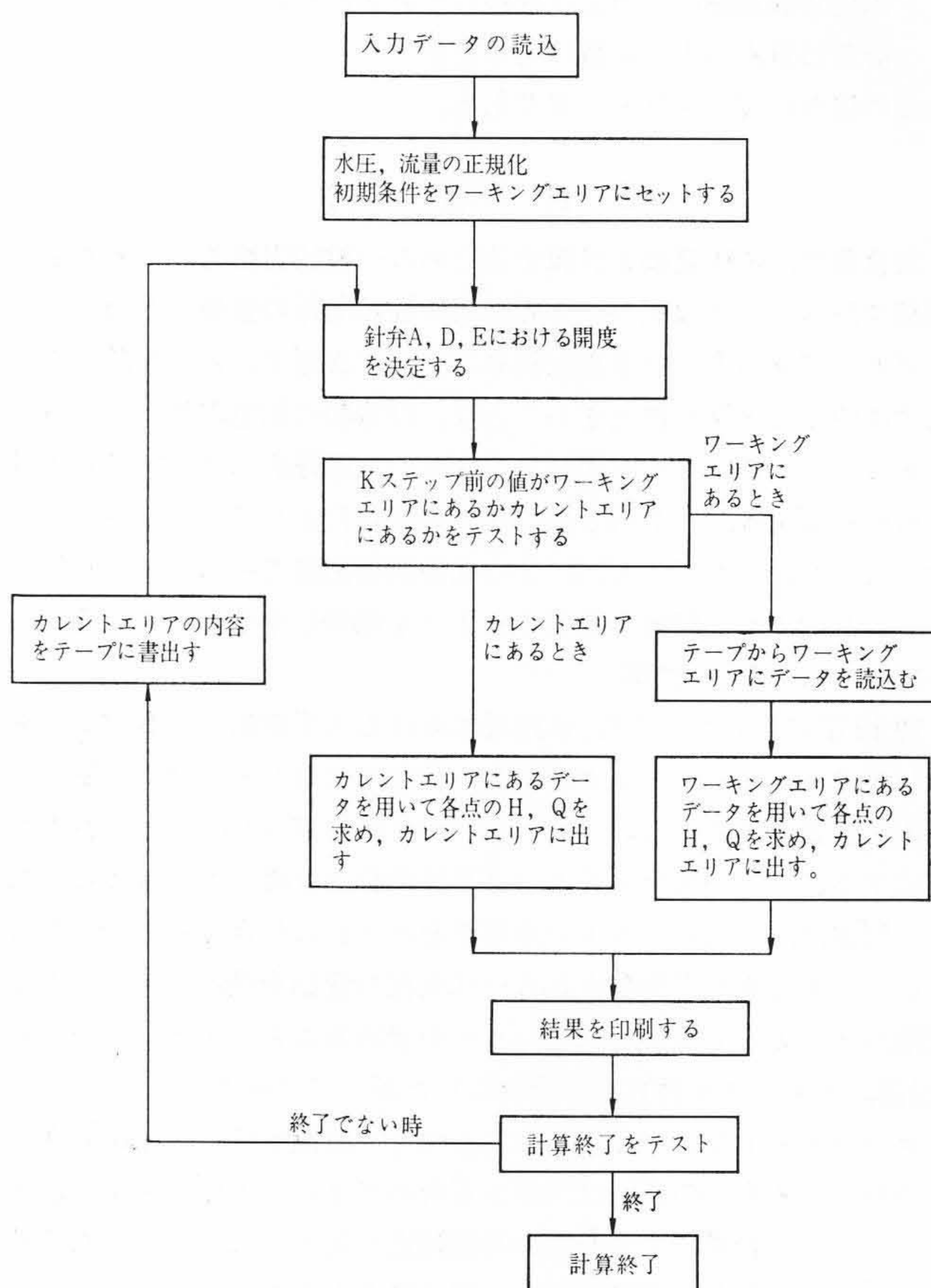
第 16 図に示すような水路について、計算した例を示すことにする。吸出管の断面は、鉄管のそれに比べて面積変化が著しいので、これを幾つかのセクションに分割して計算することが望ましいのであるが、吸出管はそれほど長いものではないので細分するのあまり実際的ではない。普通行なわれる方法によって、等価な一様断面の吸出管をここでは仮定する。

今発電機水車が一定の負荷をとって運転し、なんらかの原因で負荷が遮断されるものとする。この瞬間から回転数は上昇し、调速機の動作により案内羽根は閉鎖し始める。このため鉄管水圧は上昇し、吸出管水圧は低下する。この水圧変動、流量変化、回転数変化は水車の駆動トルクを変化せしめる。この一連の変化を求めるのが本節の目的であるが、その方法は 4.6 に詳述してある。求める結果は、与えられた案内羽根開度に対して、鉄管側水圧 $H_{A(t)}$ 、吸出管側水圧 $H_{B(t)}$ 、水車流量 $Q(t)$ 、取入口流量 $Q_{C(t)}$ 、放水路流量 $Q_{D(t)}$ および、回転数 $V(t)$ である。 $Q_{C(t)}$ 、 $Q_{D(t)}$ については、實際上問題の対象となる量ではないが、計算上必要である。

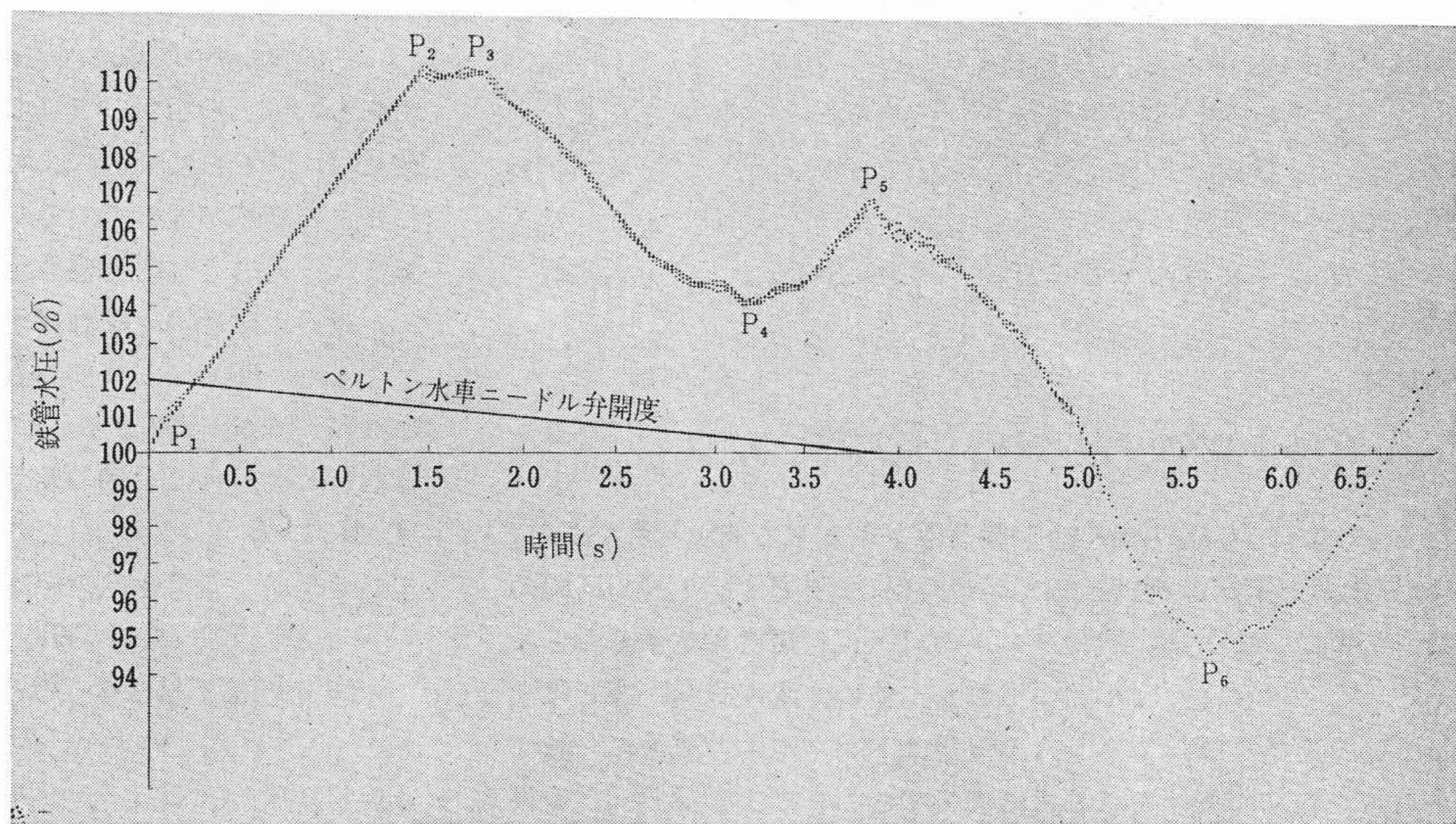
水車の $N_1 \sim Q_1$ を第 17 図に示す。次にこの系の初期条件をあげれば管路 AC 、 BD の水圧波の到達時間は



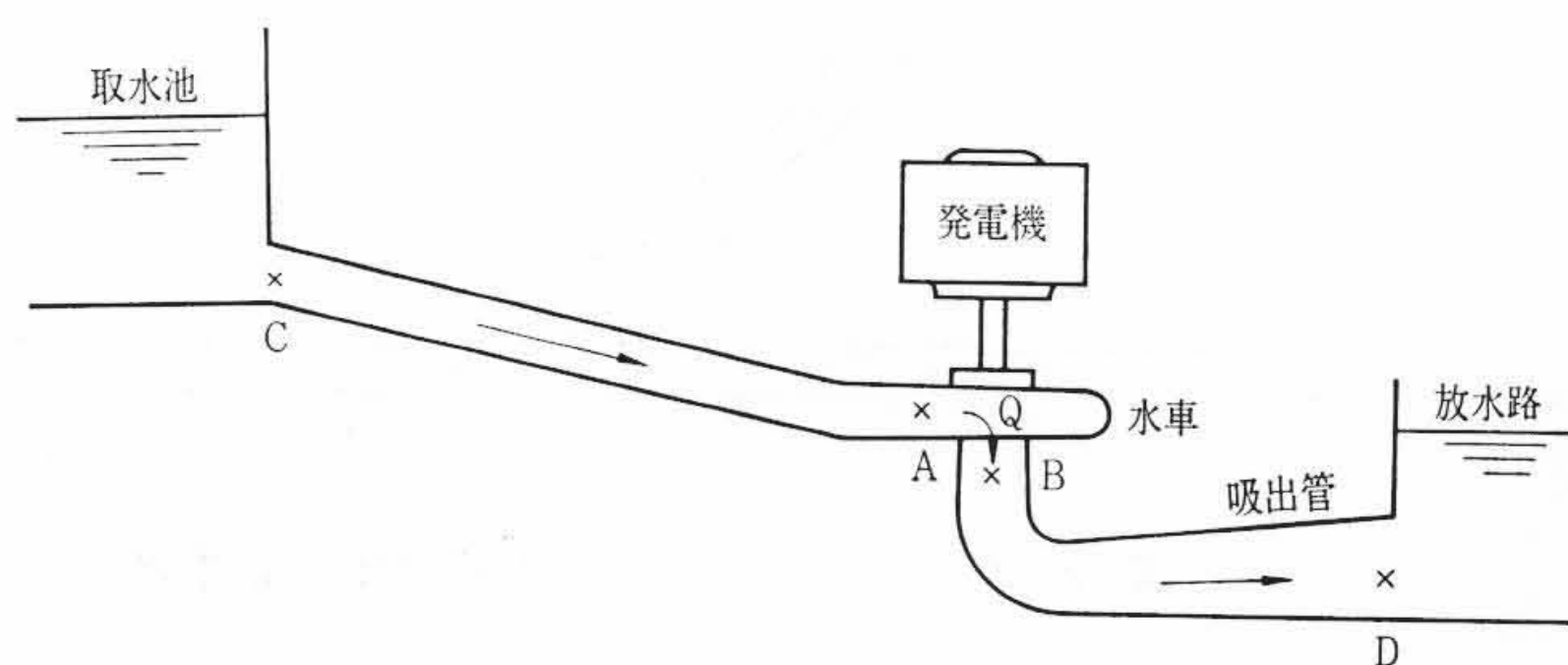
第 17 図 計算において仮定したフランシス形ポンプ水車の $N_1 \sim Q_1$ 特性



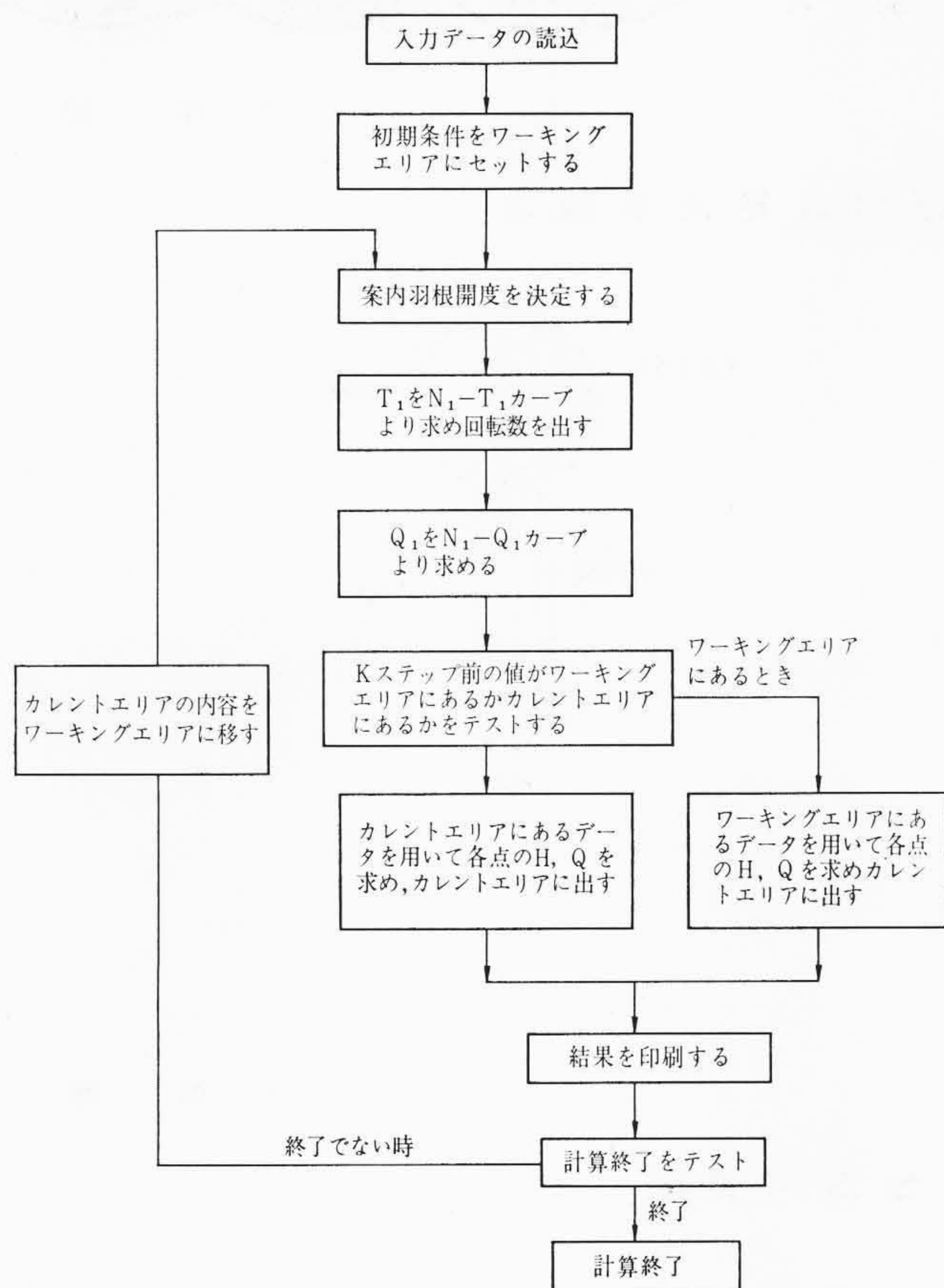
第 14 図 ペルトン水車の水撃現象を電子計算機で計算するフローチャート (5.1 節参照)



第 15 図 3 台のペルトン水車を 20% 開度から閉鎖時間 3.86 秒で同時閉鎖したときの水圧変動の計算結果 (5.2 節参照)



第 16 図 途中に水車を有する管路



第18図 フランシス形ポンプ水車の水撃現象を電子計算機で計算するためのフローチャート(5.2節参照)

$$\left. \begin{array}{l} K_{AC}=154 \\ K_{BD}=12 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

である。これも前節同様ステップ数で表わしたもので1ステップは0.002秒に選んだものである。管路常数については

$$\left. \begin{array}{l} S_{AB}=11.13 \\ S_{BD}=21.9 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (63)$$

また定常状態における値は

$$\left. \begin{array}{l} Q_{(0)}=Q_{C(t)}=Q_{D(t)}=15.5 \text{ m}^3/\text{s} \\ H_{A(0)}=122 \text{ m}, H_{B(0)}=13 \text{ m} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

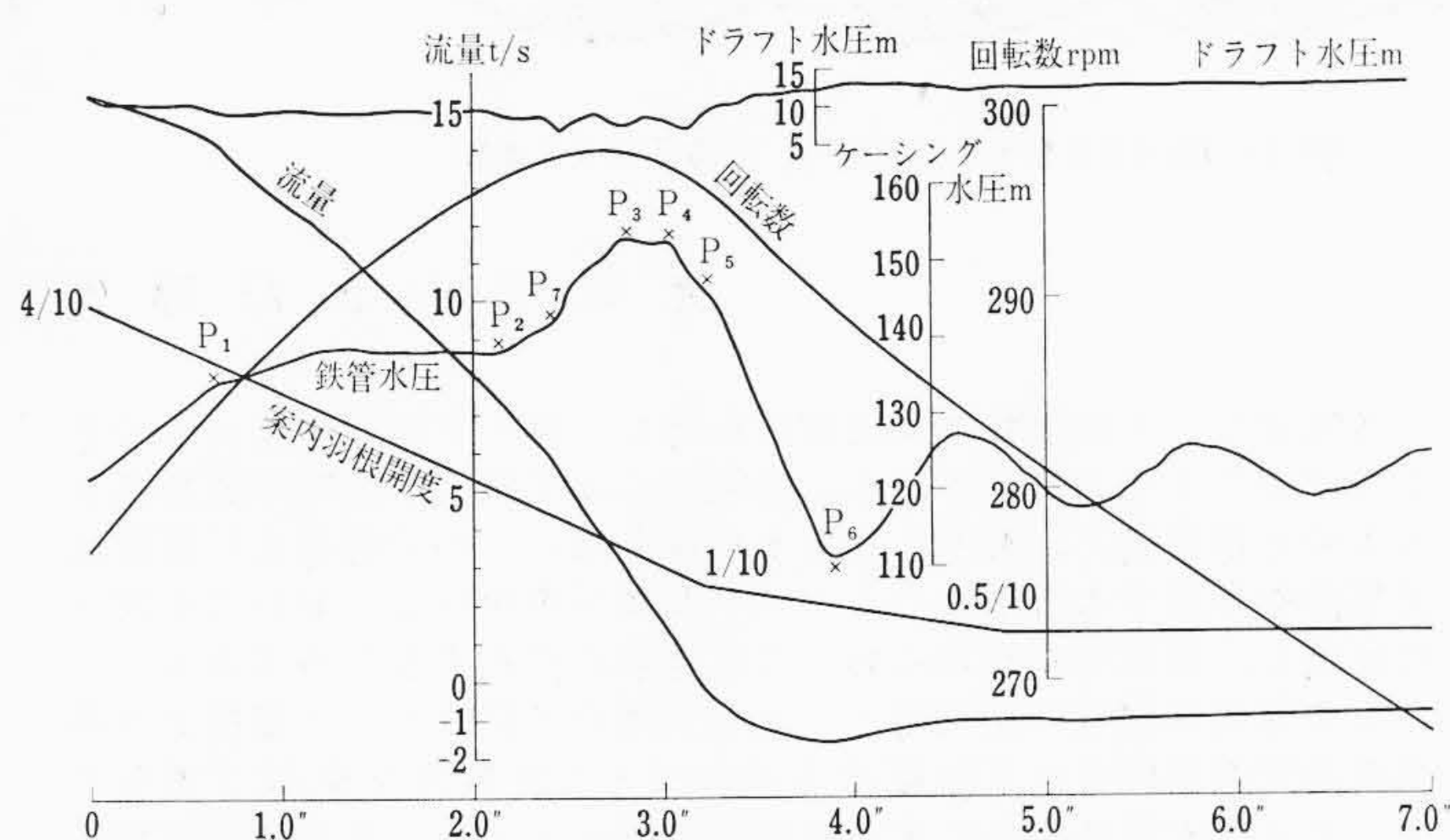
である。そのほか GD^2 は $1,100 \text{ ton/m}^2$, ランナモデル比 M は 12.65 とする。今最初の案内羽根開度は 40% 開度にあるとし第19図に示したように閉鎖するとしよう。計算法は4.6に述べたとおりであるが、結果を得るまでの手順をフローチャートで示せば第18図のようになる。計算結果は第19図に示したとおりであるが、鉄管水圧について特徴的なことを示せば、 $P_1 \sim P_6$ にあげることができる。

P_1初期値 122m よりこの点までは直線的に上昇するが、これは水圧波がC点で反射して戻るまでの時間である。この位置からは反射波と発生波とが相殺して比較的一定の水圧が保たれるが、 $N_1 \sim Q_1$ 特性から、流量の変化割合が大きくなり、水圧はいくぶん上昇し続ける。

P_2流量変化はここでいっそう大きくなり(第17図より明らかのように与えられた特性は、案内羽根開度 20% より Q_1 は急激に変化する)したがって水圧変化も大きくなる。 P_7 からは一段と著しい。

P_3 P_3 では再び取入口Cからの反射により相殺されて、水圧はほぼ一定となる。またこの付近から $T_1 \sim Q_1$ 特性上トルクは負の領域にはいって回転数は減少する。

P_4 P_4 以後の水圧の減少は、 P_7 からの水圧の急増が反射されてくるためである。



第19図 案内羽根開度 40% より急閉鎖したときの水圧変動の計算結果例(5.2節参照)

P_5この点からは案内羽根の閉鎖速度が急減して水圧の発生は著しく減少し、反射波により水圧は急減する。

P_6 P_5 以下の水圧変動が反射してくる点 P_6 では水圧は最低となり以後再び上昇する。その後の水圧変動は一般の波動現象と共通である。

この変化を $N_1 \sim Q_1$ 上にプロットしたものが、第18図である。

以上の結果から明らかなように、水圧変動は水車の特性によって大きく左右される。したがってこの特性を正確には握ることが、最もたいせつである。実際の現象は、 P_5 以下の水圧降下がこの計算値よりもさらにはなはだしく現われ、 P_6 以下の変動も急激である。この差の生ずる原因として考えられるのは、水の連続性がくずれることによって、(2)式が成立しなくなるという本質的問題である。本文で述べた計算法は本質的に次のような欠点を有している。

第1に水車自体にある水の慣性や流れを無視したこと

第2に水車内の流体については完全な連続性を仮定したこと

実際の水車では軽負荷点での水の流れは、ランナ内を充滿していない場合もあるから、(2)式をそのまま適用することはあまり妥当とはいえない。実際の現象では急激な案内羽根閉鎖に対して、流水の分離が起きて負圧によって蒸気を発生することもある。このような問題に対する有力な計算法は、まだ発表されていない。今後の研究を要する点である。

水車ばかりでなく、前述の方法はポンプ運転時の電源喪失時の問題にも、そのまま適用できるものである。水車特性(第2図)をポンプ特性に置き換えればよいからである。

6. 結 言

水力発電所の水撃現象を計算するには、電子計算機を利用することが最も効果的である。本文では電子計算機による水撃現象の計算法を具体的に述べ、ペルトン水車とポンプ水車の急閉鎖の2例について計算結果を示した。計算結果は管路および水車の特性の影響をよく反映しているが、実測値と比較すると多少の差を生じ、その原因は、ペルトン水車の例ではサージタンクの取り扱い、ポンプ水車では流水の分離によって波動としての取り扱いが不可能となる点にあると推定される。

しかし、こうした問題を除けば、従来手計算あるいは図式解法などで非常な手数をかけていた水撃現象の多くは、5分程度の時間で能率的に解決することができるので、この方法は実地的であるといえる。しかし本文にも述べたように未解決の問題もあり、これらについては今後の研究により明らかにしたい。

参 考 文 献

- (1) I. W. McCaig, F. H. Jonker: J. of Basic Engineering, 81, 433 (Dec. 1959)

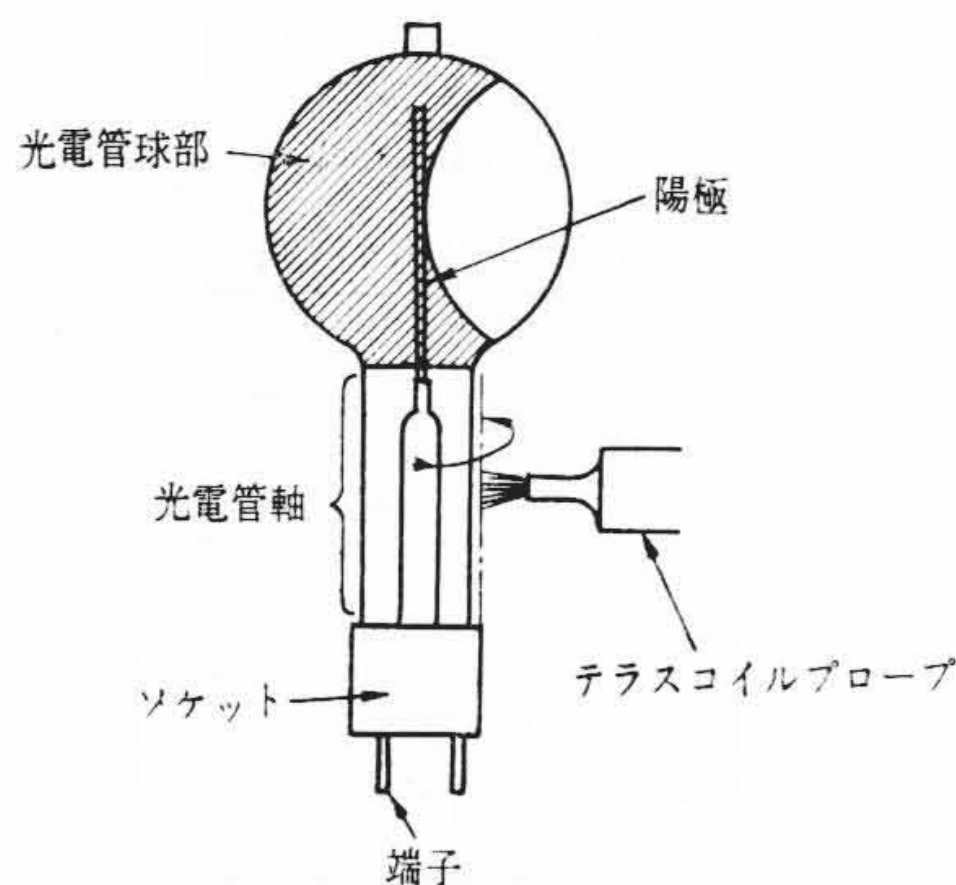
特許第406669号(特公昭37-17343)

岡 桓 博

光 電 管 お よ び 類 似 装 置 の 暗 電 流 低 減 法

光電管などの暗電流は測定精度を著しく悪くするためこれをできるだけ小さくする必要がある。暗電流には光電体の熱電子放射によるものと沿面漏えい電流によるものがある。この沿面漏えい電流は光電体を形成する導電性のアルカリ金属が管球内面において不均一に存在し、特に管球頸部においては過剰に存在するためである。

この発明は管球の光電面とソケット間の区間をその外壁面より高周波高電圧装置により加電することにより暗電流を低減するもので、たとえば図のようにテスラコイルプローブにより管球軸外周に沿ってしゅう動加電すれば、銀酸化セシウム光電管の場合暗電流は従来の1%程度に減少する。このことは管球頸部にある過剰の導電性セシウムが無電極放電により遊離され管球内の沿面抵抗を高めると同時に光陰極面のセシウム稀少部分に飛着して熱電子放射を抑制するためである。(塩沢)



特許第305393号(特公昭37-9504)

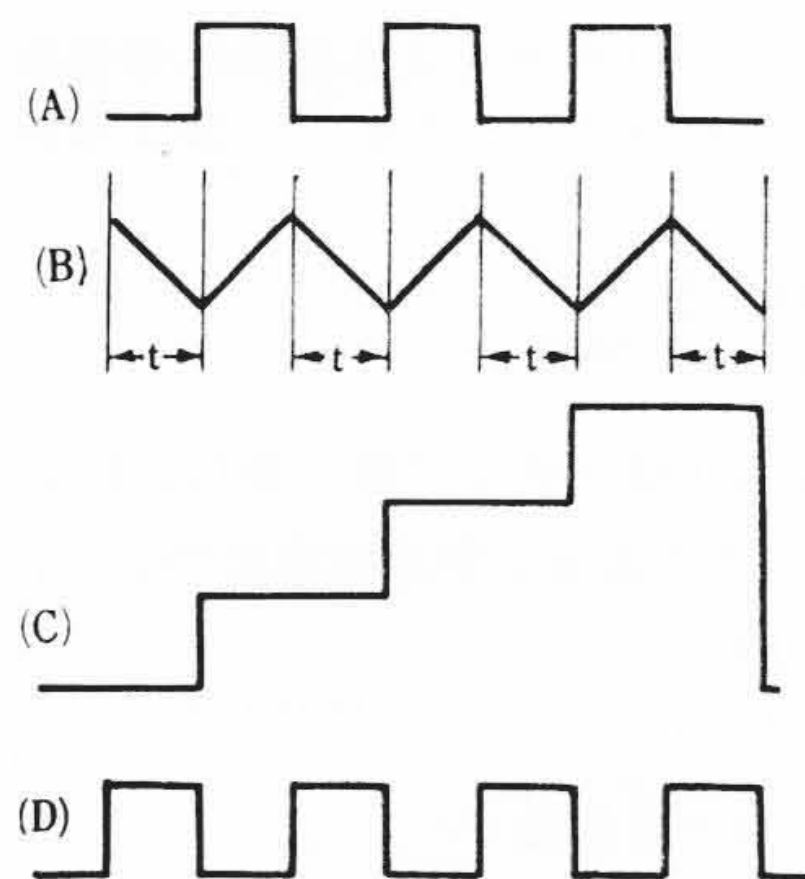
永 田 稷

ト ラ ン ジ ス タ 特 性 測 定 装 置

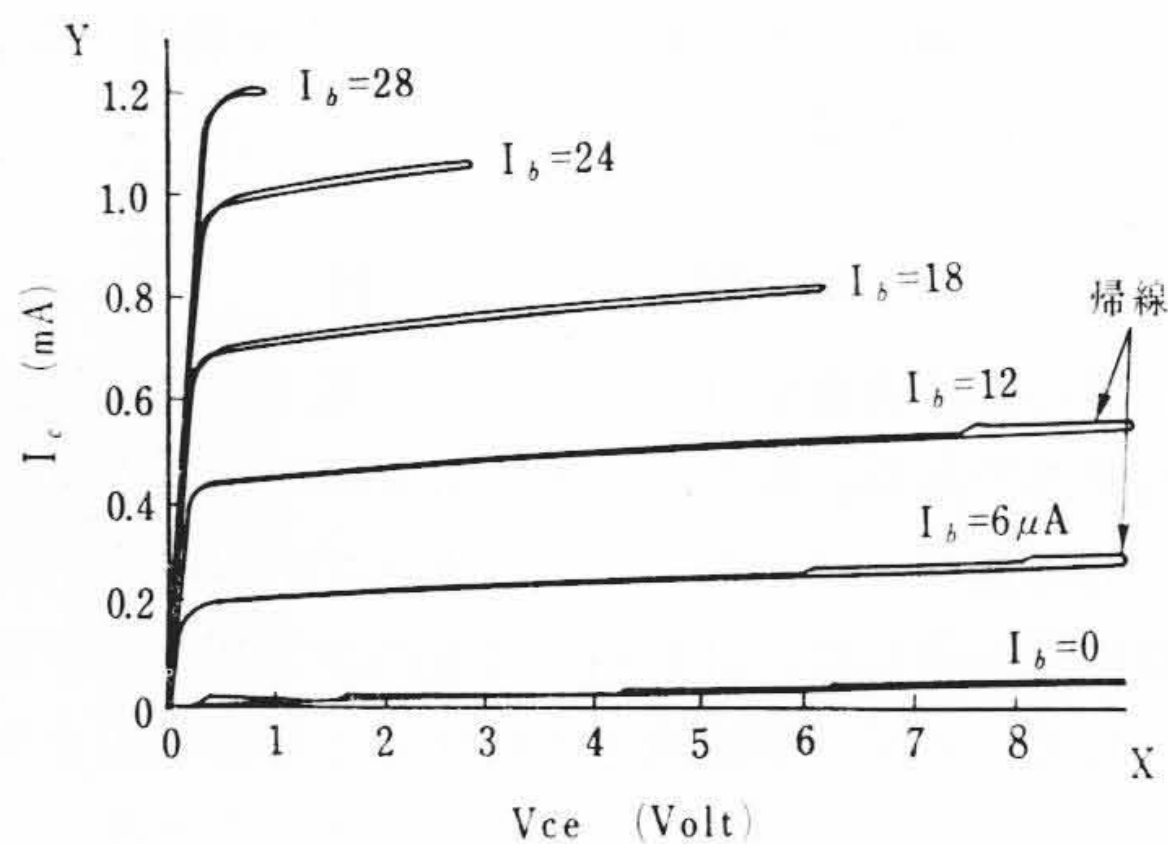
トランジスタなどの諸特性の測定の際、X-Y記録計を用いることは周知であるが、従来トランジスタのように流入電流による発熱現象などの影響によりXの往復掃引に対しYに対応する特性値が変異する場合には第1図に示すように記録紙上に往線とは別な帰線が画かれる欠点があった。これに対し本発明は帰線消去用電圧発生器と継電器とから帰線消去回路を構成せしめ帰線を完全に消去して所要の特性曲線のみ明瞭に記録するものである。

すなわち、帰線消去用電圧発生器には第2図Dのように主発振器の矩形波Aと逆相または同相の同期した帰線消去電圧を発生し、この電位によって継電器を動作せしめて記録ペンの帰零動作時間tの間は記録ペンを紙面から持ち上げ、記録作用を中止せしめるのである。

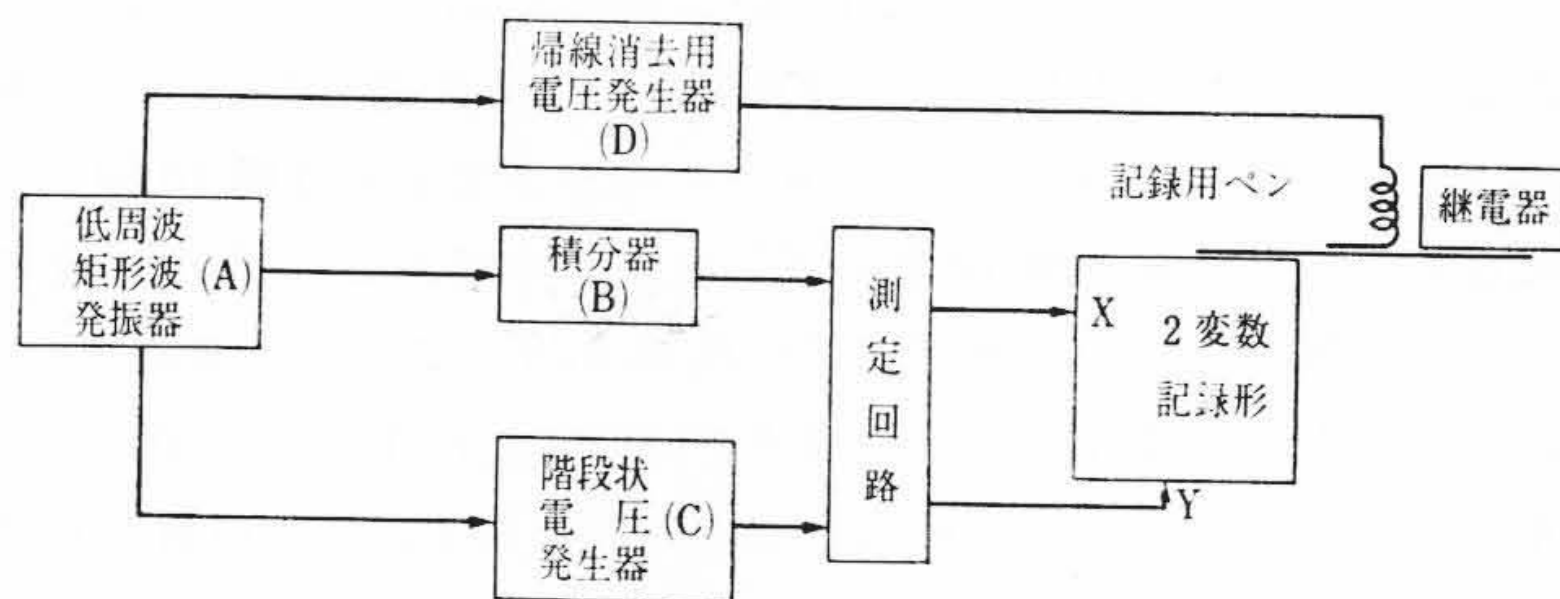
本発明は矩形波を主発振波として使用しているので電圧軸(X軸)掃引電圧および帰線消去用電圧が簡単に得られ、同時に全体の構成要素も簡略化されるという効果がある。(佐々木)



第2図



第1図



第3図