

マイクロモータのガバナ動作の解析

Analysis of Governor Performance of D. C. Micromotor

大 西 和 夫*
Kazuo Onishi

内 容 梗 概

マイクロモータ（永久磁石励磁超小形直流電動機）のガバナの動作機構を解明して運動方程式を導き、アナログ計算機を用いて動作を解析した。さらに调速系を構成する諸元の调速性能に及ぼす影響を明らかにした。

1. 緒 言

携帯用テープレコーダ、シネカメラなどに使用されるマイクロモータは、電池で動作する直流超小形電動機であるが、用途上から速度を一定に保つことが要求される。直流電動機は一般に電圧および負荷の変動によって速度が変化するので、このような要求に対しては、ガバナを用いて速度調整している。マイクロモータのガバナには、普通遠心力を利用した簡単な遠心力ガバナが用いられている。しかしながら、この遠心力ガバナは、バネおよび接点が数百サイクルで振動、断続するという、かなり過酷な条件で動作しているため、マイクロモータにおいて故障の多い箇所の一つに数えられている。また、速度の制御性についても構造的に、ウェイトの重さ、バネの強さをどのように選ばよいかなど不明の点が多い。ガバナの改良をはかるには、実験および理論の両面から研究することが必要であるが、今回はまずガバナの働くメカニズムに従って理論的にその動作を解明することを試みた。関連する電気および機械系に対して運動方程式をたて、アナログ計算機を用いて解析した結果、実際の動作にほぼ近似した解を得ることができた。この解析法に基づいて、さらに调速系を構成する諸元の调速性能に及ぼす影響を明らかにすることができた。

2. マイクロモータの调速機構とその基礎方程式

2.1 マイクロモータの调速機構

マイクロモータのガバナは、第1図に示すように電機子と直列に接続されている。回転速度が規定以上に上昇すると遠心力によってガバナの接点が開き、電機子電流が切れて速度が落ち、逆に速度が規定以下に下がると接点が開いて再び速度が上昇するという過程のくり返しによって速度を一定に保つしくみになっている。第2図は日立マイクロモータの外観であって、刷子に高性能、長寿命の貴金属細線を使用しているのが特長である。第3図はガバナの構造の概要を示すもので、その主要部はバネとそれについたウェイト、バランスウェイト、可動および固定接点ならびに通電のための接触子からなっている。

第1図の結線図、第3図の構造図からわかるように、マイクロモータの调速に関する系は次の三つである。

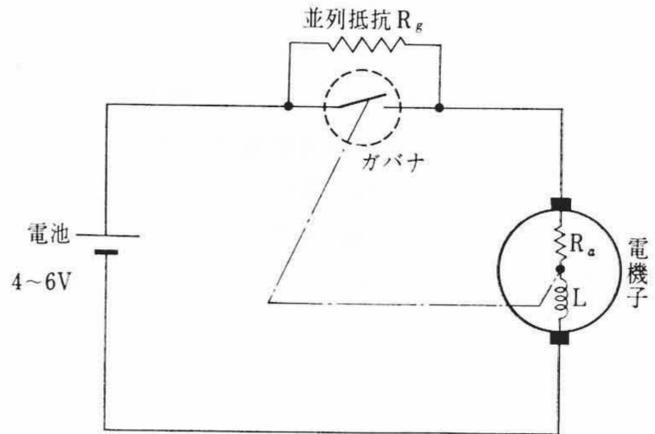
- (1) 電気回路
- (2) モータの回転系
- (3) ガバナの接点振動系

したがって、この間の事情を明らかにするためには、上記三つの系に対する運動方程式をたてて考察する必要がある。以下に各系の基礎運動方程式を導く。その際、特にことわらないかぎり、単位はMKS 有理単位系を用いる。

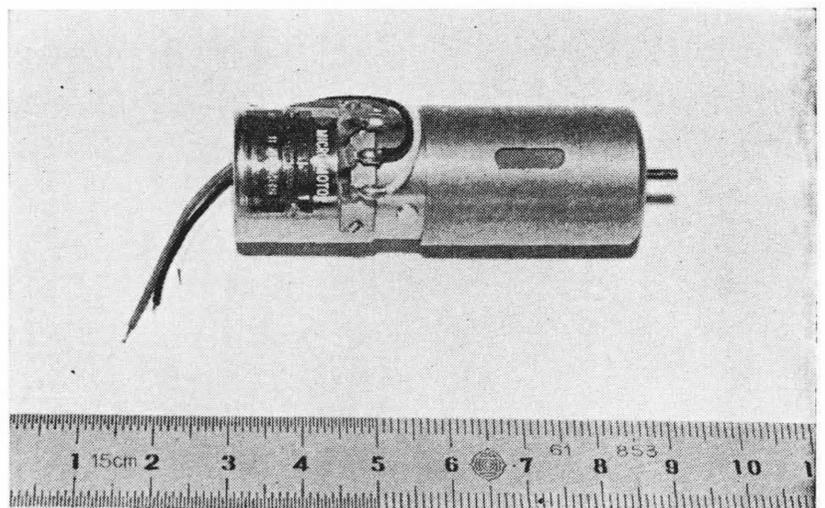
2.2 電気回路の基礎方程式

モータの電気回路においては、抵抗とインダクタンスによる電圧

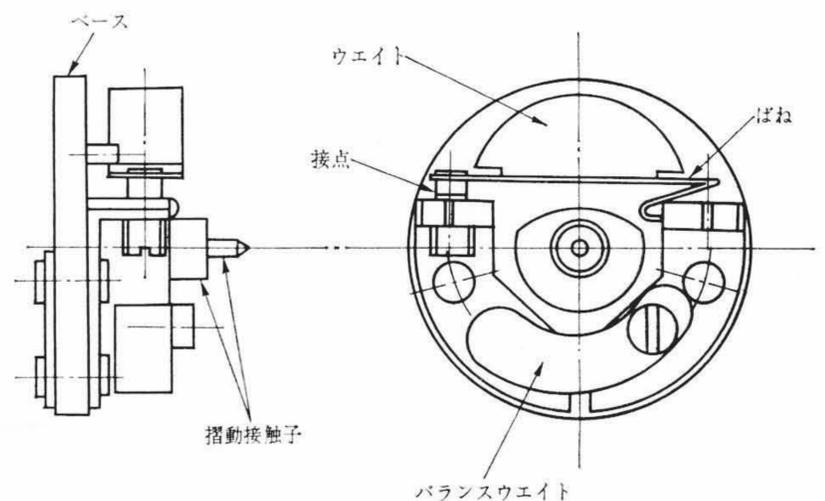
* 日立製作所日立研究所



第1図 マイクロモータの結線図



第2図 マイクロモータ

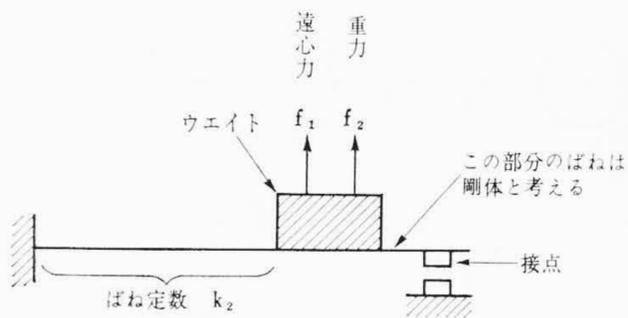


第3図 ガバナの構造

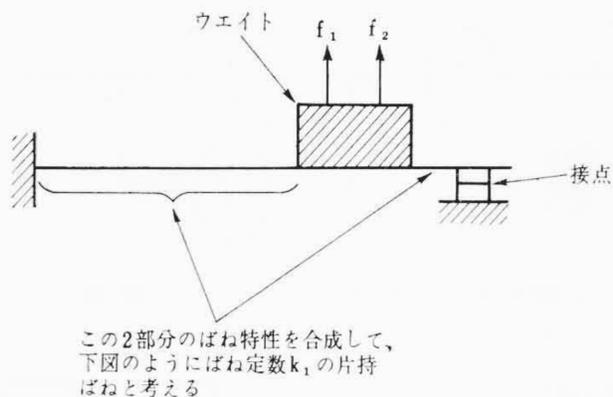
降下およびモータの逆起電力が印加電圧とバランスするので、次の微分方程式が成立する。

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} + b\omega \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 U : 印加電圧
 i : 電機子電流



第4図 ガバナ振動系のモデル (接点が開いているとき)



第5図 ガバナ接点振動系のモデル (接点が閉じているとき)

- R : 電機子回路の抵抗 $\begin{cases} =R_1: \text{接点閉時} \\ =R_2: \text{接点开時} \end{cases}$
- L : 電機子回路のインダクタンス
- b : モータの定数
- ω : 回転の角速度
- $b\omega$: モータの逆起電力

ここで注意しなければならないのは、モータ回路の抵抗がガバナの断続によって大きく変化する点である。電機子抵抗を R_a 、ガバナの並列抵抗を R_g とすると

$$R_1 = R_a \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$R_2 = R_a + R_g \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり、普通 R_g は R_a よりも1~2けた大きい値なので、 R_2 も R_1 より1~2けた大きい値となる。すなわち(1)式はその係数がガバナという一種のリレーによって切り換えられる非線形方程式といえることができる。

2.3 モータの回転系の基礎方程式

モータによって回転系に与えられるトルクは電流に比例するので次の方程式が成立する。

$$J \frac{d\omega}{dt} + \delta_1 \omega + M = bi \quad \dots\dots\dots (4)$$

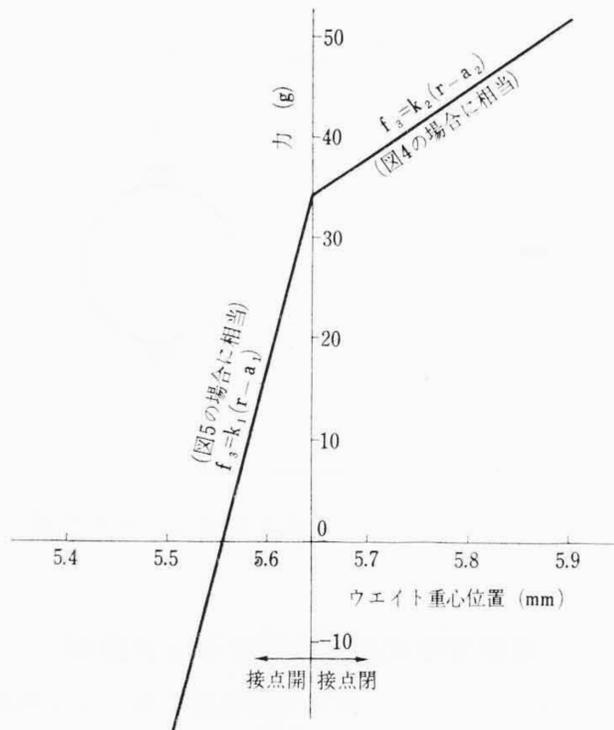
- ここに、 J : 回転部の慣性モーメント
- M : 作用トルク
- δ_1 : ダンピング係数

なお、 M は負荷トルク M_L にモータ自身で消費する損失トルク M_o を加えたものである。

$$M = M_L + M_o \quad \dots\dots\dots (5)$$

2.4 ガバナ振動系の基礎方程式

ガバナの接点振動系の運動を回転する座標に立ってながめた場合、接点の閉時と開時でウェイトにかかるバネの反力特性に差が生じるので、ガバナの振動系は第4図および第5図のようなモデルに分けて考えることができる。



第6図 ガバナのばね特性

ガバナのウェイトに作用する遠心力 f_1 および重力 f_2 は次式のようになる。

$$f_1 = mr\omega^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$f_2 = mg \cos(\omega t + \theta) \quad \dots\dots\dots (7)$$

- ここに、 r : ウェイトの重心の回転中心からの距離
- m : ウェイトの質量
- g : 重力の加速度
- θ : ウェイトの運動方向が垂線となす角度の初期値

重力はモータが横におかれて使用されることが多いため、そのときの状態を考慮したものである。モータが縦におかれて使用される場合にはこの項は消滅する。

厳密にいうと、ガバナのバネはウェイトの前後に二つに分かれているので2自由度系であるが、ここでは解析をあまり複雑にしないために1自由度系として取り扱うことにする。しかし、この場合接点の閉じているときと開いているときでは、全体としてバネ定数が変わってくる。すなわち接点の閉じている場合には二つのバネが合同して働くので、バネ定数が大きくなる。第6図はウェイトの位置とそのウェイトに作用する力との関係を示したもので、接点の閉じる位置 r_0 の前後で、バネ定数すなわち直線の傾斜が変化している。1自由度系のモデルでは両方のバネが独立に運動しないと考えているので、ウェイトが r_0 より下にあるとき、そのときに限り接点閉じていると仮定する。したがって、結局バネによる力は次のようにならわされる。

$$f_3 = \begin{cases} k_1(r-a_1) & \text{for } r \leq r_0 \text{ (接点閉)} \\ k_2(r-a_2) & \text{for } r > r_0 \text{ (接点开)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに k_1, k_2 はバネ定数、 a_1, a_2 はバネの取り付けと接点の閉じる位置によって決まる定数である。

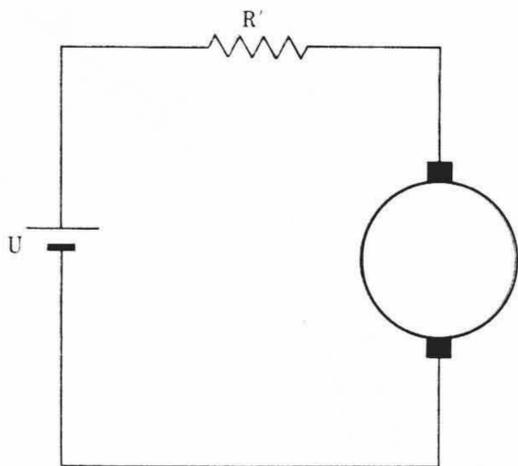
ウェイトには以上の力のほかにモータ全体の振動による加振力、回転加速度による力および接点の衝突による反発力が働くが、比較的小さいと考えられるのでここでは無視した。

以上の点を考慮して、ガバナの振動系の方程式は次のようになる。

$$m \frac{d^2r}{dt^2} + \delta_2 \frac{dr}{dt} + k(r-a) = mr\omega^2 + mg \cos(\omega t + \theta) \quad \dots (9)$$

- ここに、 δ_2 : ダンピング係数

結局、以上までに誘導した三つの系の運動方程式(1), (4), (9)を連立させて解くことにより、ガバナの調速動作を解析することができる。



第7図 直列抵抗を挿入による定速化 (基準状態)

3. 基礎方程式の変換とブロック線図

前章で導いた基礎方程式はいずれも非線形の項を含み手計算は困難なので、アナログ計算機を用いて解を求めることにする。(1), (4), (9)式の変数 i, r, ω のうち i 以外は定常状態において平衡位置の前後にわずかに変化するのみであるから、変数の座標原点を平衡位置に移したほうが都合がよい。これはアナログ計算機を使用した場合の演算精度がよくなることと(9)式の $mr\omega^2$ の項を簡単に線形化できる利点がある。ただし、 $mr\omega^2$ を線形化した場合は、 ω が0に近いところでは誤差が大きくなるので、起動特性の正確な算定には適さなくなる。しかし、マイクロモータ用ガバナでは回転数が一定に達してから定常特性が問題なので、この線形化の方法を採用する。

平衡状態に対応する基準状態として、第7図のようにガバナを用いないで直列抵抗 R' を挿入して規定トルクに対して所要の回転数になるようにした場合の状態を採用する。そのときガバナは、その回転数においてちょうど接点が開くように調節されているとする。

次に各方程式の座標を基準状態に移し、変換された方程式に対してアナログ計算機用のブロック線図を作成しよう。

3.1 基礎方程式の変換

第7図に示した基準状態における変数 i, r, ω の値を I_0, r_0, ω_0 とすると、変換された新しい変数 j, x, ν は次式で与えられる。

$$i = I_0 + j \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$r = r_0 + x \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\omega = \omega_0 + \nu \quad \dots\dots\dots (12)$$

一方、基準状態に対して、基礎方程式(1), (4), (9)に対応してそれぞれ次の3式の関係が成立する。

$$U = R'I_0 + b\omega_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$M + \delta_1\omega_0 = bI_0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$k(r_0 - a) = mr_0\omega_0^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

(10)~(12)式の関係 considering して基礎方程式(1), (4), (9)より、基準状態の関係式(13)~(15)をそれぞれ辺々相引くと、次に示す変換された基礎方程式が得られる。

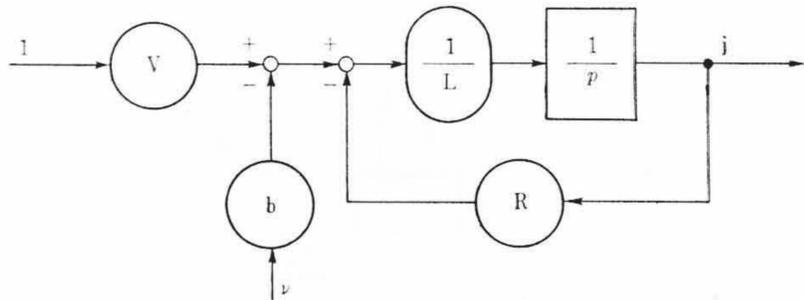
$$V = Rj + L \frac{dj}{dt} + b\nu \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$J \frac{d\nu}{dt} + \delta_1\nu = bj \quad \dots\dots\dots (17)$$

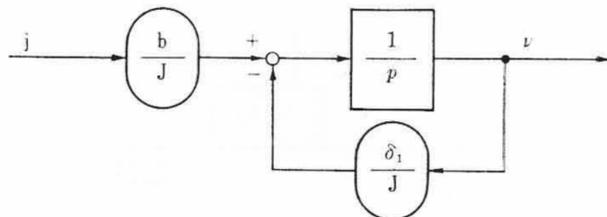
$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \delta_2 \frac{dx}{dt} + (k - m\omega_0^2)x = 2mr_0\omega_0\nu + mg \cos(\omega_0 t + \theta) \quad \dots\dots\dots (18)$$

なお、(16)式において V は

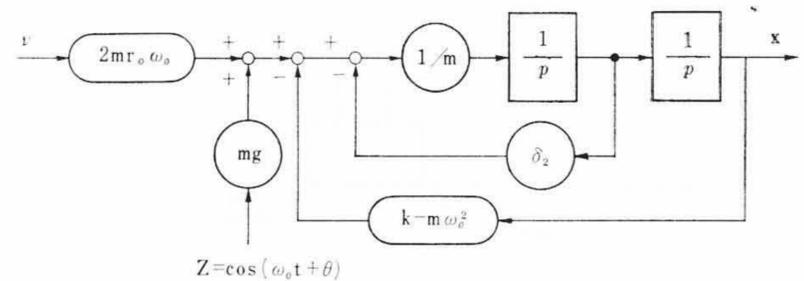
$$V = (R' - R)I_0 \quad \dots\dots\dots (19)$$



第8図 電気系のブロック線図



第9図 回転系のブロック線図



第10図 接点振動系のブロック線図

で与えられ、(18)式の導出においては次式の近似を用いた。

$$mr_0(\omega^2 - \omega_0^2) + mx\omega^2 \cong 2mr_0\omega_0\nu + mx\omega_0^2 \quad \dots\dots\dots (20)$$

(16)~(18)式の運用において注意すべきことは、ガバナ接点の開閉すなわち変数 x の正負に応じて、 V, R, k の諸量が添字 1, 2 に対応する2種の量のいずれかをとることである。

3.2 ブロック線図

アナログ計算機で計算を行なうには、まずブロック線図を作らねばならない。全体のブロック線図を作る準備として、まず(16)~(18)式の各式に対するブロック線図を考える。最初、係数の切り換えができないものとして、 $\frac{d}{dt} = p$ とおくと(16)式は次のように変形される。

$$j = \frac{1}{Lp} (V - b\nu - Rj) \quad \dots\dots\dots (21)$$

上式をブロック線図に表わすと第8図のようになる。

(17)式は

$$\nu = \frac{1}{p} \left(\frac{b}{J} j - \frac{\delta_1}{J} \nu \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

となるので、第9図のブロック線図となる。

(18)式は、次のように変形される。

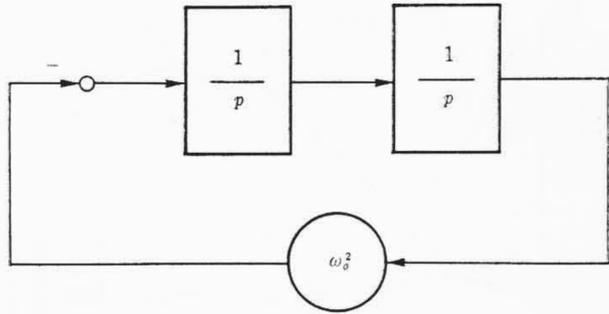
$$x = \frac{1}{mp^2} \{ 2mr_0\omega_0\nu + mg \cos(\omega_0 t + \theta) - \delta_2 p x - (k - m\omega_0^2)x \} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ブロック線図は第10図の形になる。さらに、正弦波は次式によって発生することができる。

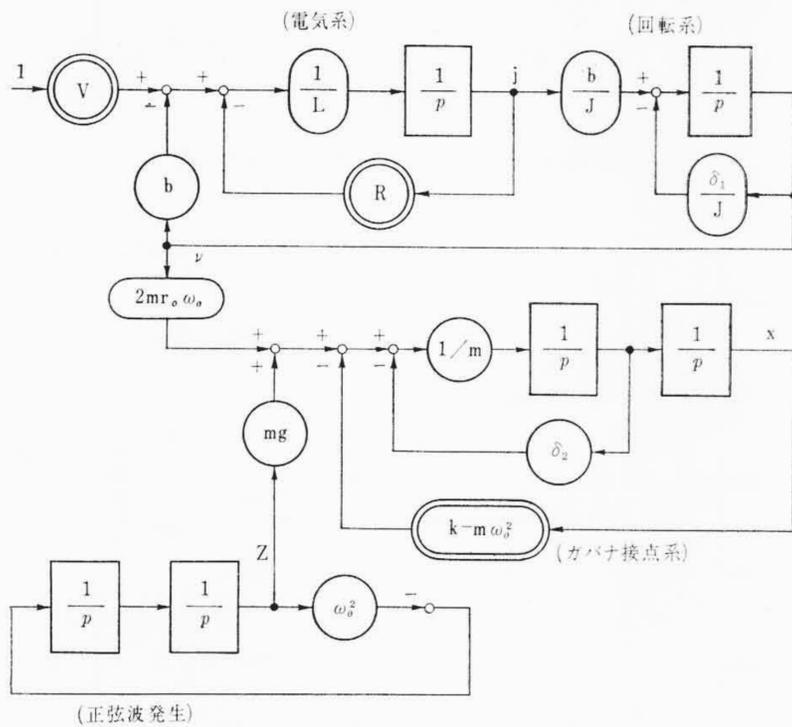
$$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega_0^2 Z = 0 \quad \text{または} \quad Z = -\frac{\omega_0^2}{p^2} Z \quad \dots\dots\dots (24)$$

このブロック線図は第11図のようになる。

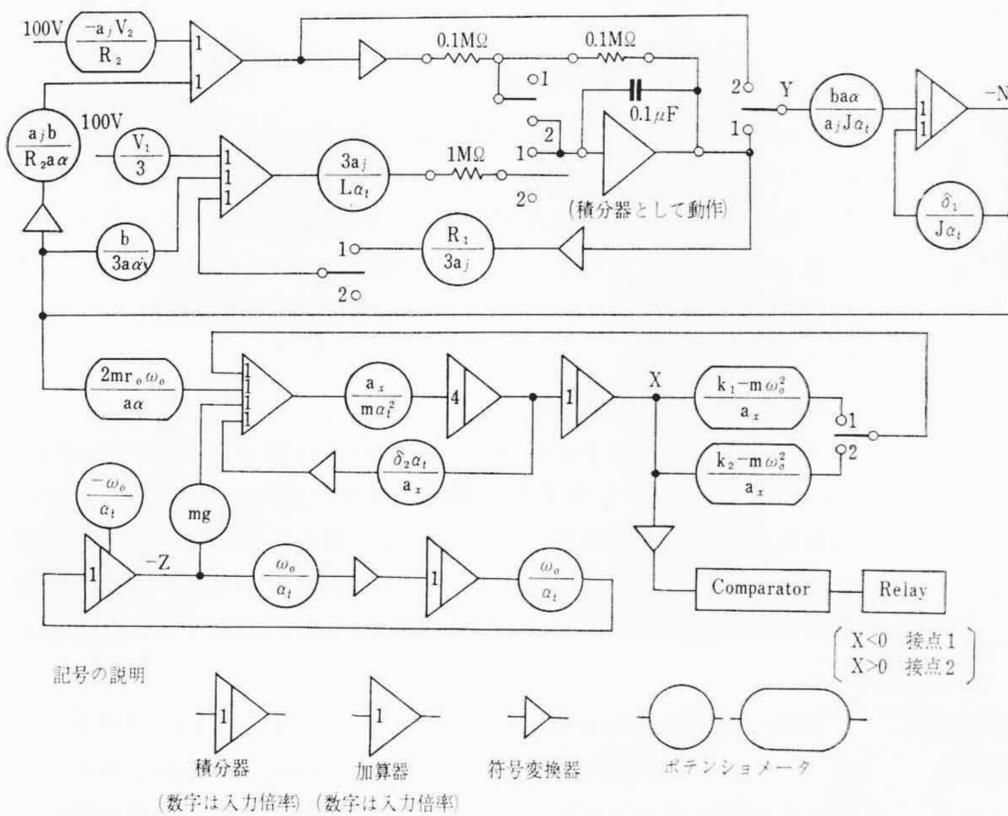
第8~11図のブロック線図を結合すると、第12図が得られる。第12図で◎を付けたものは、 x の正負によって値を切り換える必要のあるものである。



第11図 正弦波発生回路



第12図 ガバナ调速系の総合ブロック線図



記号の説明
 積分器 (数字は入力倍率) 加算器 (数字は入力倍率) 符号変換器 ポテンシオメータ

第13図 アナログ計算機の計算回路

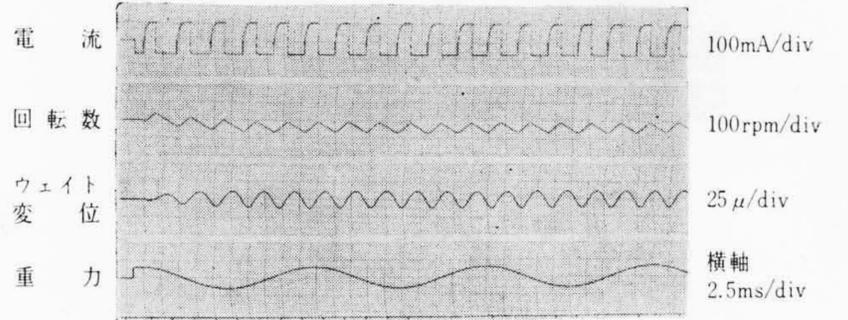
3.3 アナログ計算機の計算回路

アナログ計算機の計算回路を組む場合には、計算機内で各量は100V以内、計算時間は1分程度以下という制限があるので、各変数の大きさと時間を適当なスケールに変換する必要がある。いま変換式を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} Y &= a_j j \\ N &= a_v \nu \end{aligned} \right\}$$

第1表 マイクロモータの主要性能

定格電圧	5 V	負荷電流	86 mA
定格負荷	5 g·cm	無負荷電流	25 mA
回転数	3,000 rpm	起動トルク	30 g·cm



第14図 ガバナ動作の計算結果 (その1) (5V 5g·cm 負荷)

$$\left. \begin{aligned} X &= a_x x \\ T &= \alpha_t t \\ P &= \frac{p}{\alpha_t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

そのとき、(21)~(24)式は次のように変換される。ただし、(21)式において接点开の場合は、 L/R_2 が非常に小さくなるので、 L を無視した。

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{a_j}{L\alpha_t P} \left(V_1 - \frac{b}{a_v} N - \frac{R_1}{a_j} Y \right) \\ &= \frac{3a_j}{L\alpha_t P} \left(\frac{V_1}{3} - \frac{b}{3a_v} N - \frac{R_1}{3a_j} Y \right) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

および

$$Y_2 = \left(V_2 - \frac{b}{a_v} N \right) \frac{a_j}{R_2} \dots\dots\dots (27)$$

$$N = \frac{1}{P} \left(\frac{ba_v}{a_j J\alpha_t} Y - \frac{\delta_1}{J\alpha_t} N \right) \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{a_x}{m\alpha_t^2 P^2} \left\{ \frac{2mr_0\omega_0}{a_v} N + mg \cos\left(\frac{\omega_0}{\alpha_t} T\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta_2 \alpha_t}{a_x} PX - \frac{k-m\omega_0^2}{a_x} X \right\} \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

$$Z = -\frac{\omega_0^2}{\alpha_t^2 P^2} Z \dots\dots\dots (30)$$

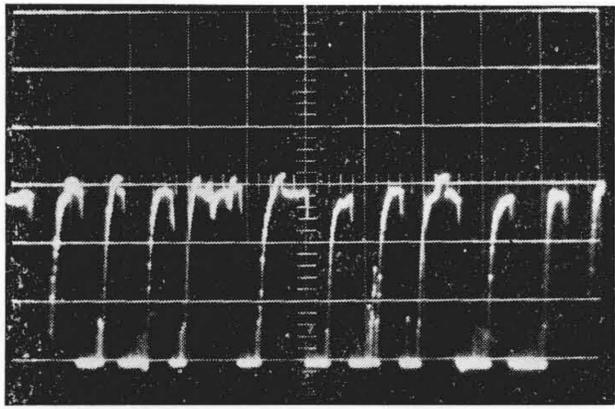
(26)~(30)式を(20)~(24)式と比較し変数と係数の対応関係を調べることによって、第12図と同形のブロック線図を得ることができる。

第13図は、以上の考察をもとにして作成したアナログ計算機の計算回路である。接点の開閉による係数の切り換えは、 X の符号をコンパレータで判断して電磁リレーで切り換える構成とした。

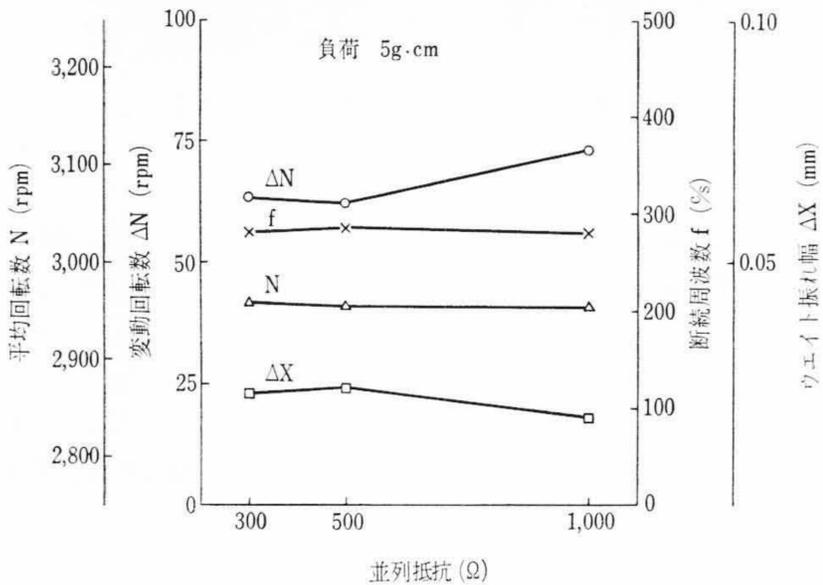
4. アナログ計算機による解析結果

第13図に示した計算回路で第1表のような特性を持つ、試作マイクロモータについて測定した諸定数を用いて演算を行なった。結果の一例として、第14図に負荷時の動作の計算結果を示す。第15図は実際のガバナ動作による電流変化波形である。両者の電流波形は比較的よく一致しているため、この解析法が妥当なものであることがわかる。また、この場合には重力の影響はほとんどみられない。

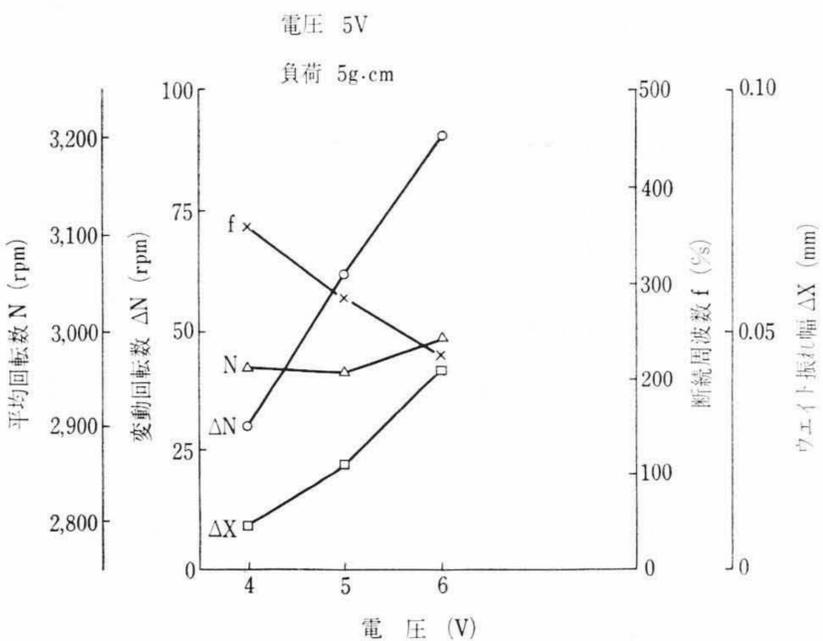
次に方程式の定数を変えることにより、各種条件の変わった場合に特性がどのようになるかを検討した。



5V, 5g·cm 負荷 縦軸 50 mA/div 横軸 2 ms/div
第15図 ガバナ動作時の電流波形



第16図 ガバナ並列抵抗の影響



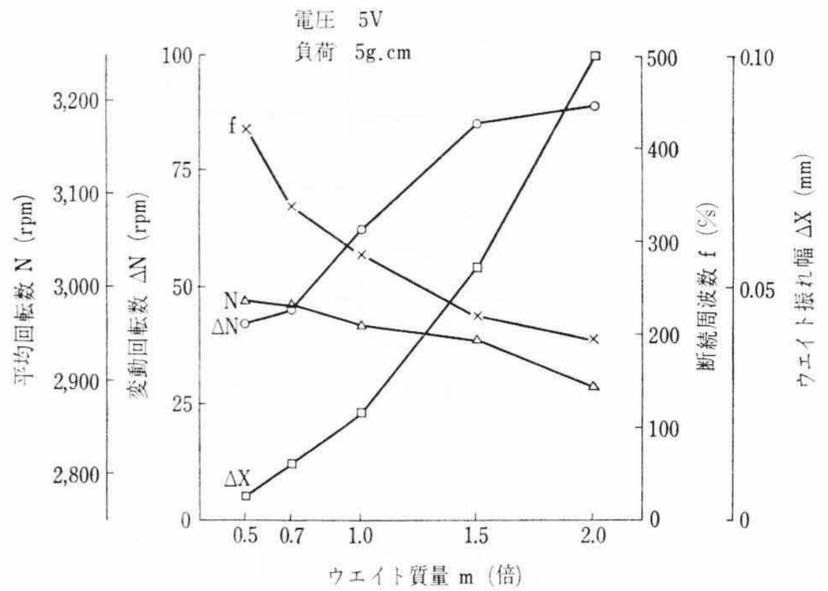
第17図 電源電圧の影響

4.1 ガバナの並列抵抗の影響

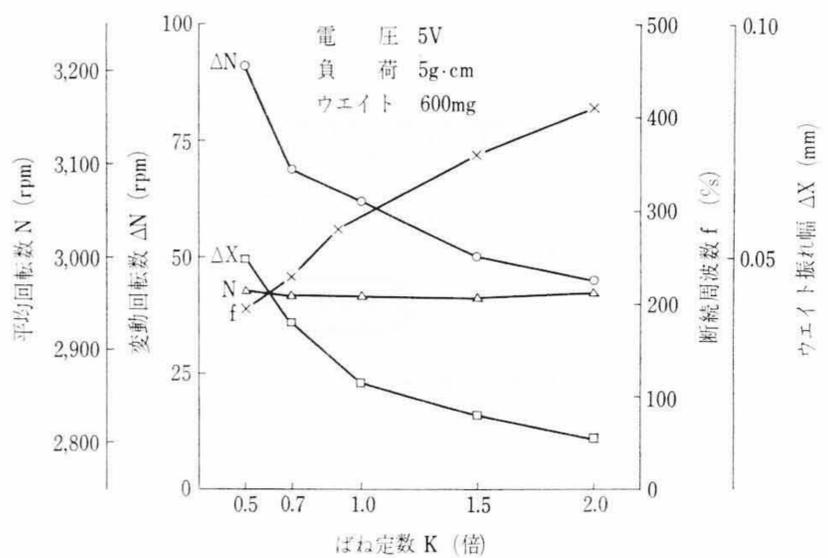
第1図に示すガバナの並列抵抗を 300, 500, 1,000Ω と変えた場合の特性変化を計算した結果を第16図に示す。図で変動回転数とは接点の断続によって上下する回転数の変動幅である。これよりみて、抵抗の影響はほとんど見られないが、大きい抵抗では変動回転数がやや増加し、接点保護の効果が悪くなるのでこの範囲では小さい抵抗のほうが有利である。

4.2 電源電圧の影響

電源電圧を定格の前後 4~6V に変化させた場合の特性は第17図のようになる。電圧を下げると回転数変動およびウェイトの振れ幅は小さくなり、断続周波数が増加している。電圧の高い場合にはガバナ接点の断続によるトルク変動が大きくなるため、このような特性が得られるものである。



第18図 ウェイト質量の影響



第19図 ばねの弾性の影響

4.3 ウェイト質量の影響

ウェイトの質量を基準値 600 mg の各 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0 倍にした場合の特性変化を第18図に示す。第18図から、ウェイトが重くなるに従って回転数Nが低下し、回転数変動 ΔN とウェイト振れ幅 ΔX が増加するので、ガバナの制御性は悪くなっている。断続周波数 f が減少するのは、接点バネ振動系の固有振動数が減少するためと思われる。

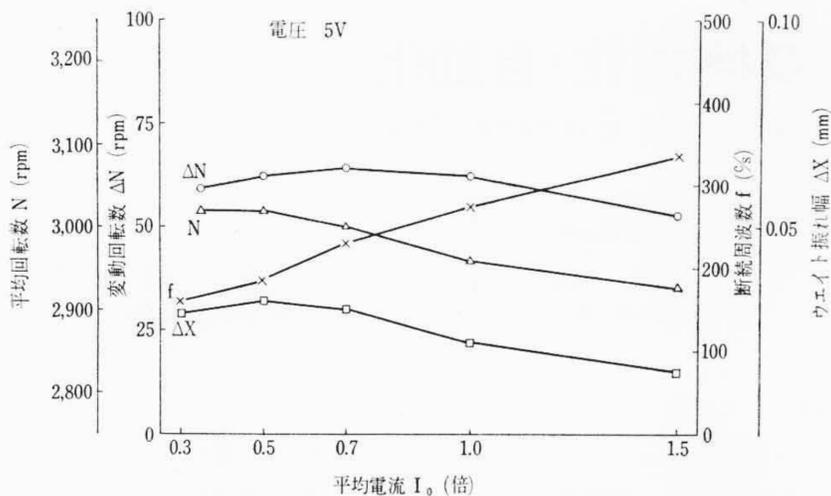
4.4 バネの強さの影響

ウェイトの質量はそのままにして、バネの強さをそれぞれ 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0 に変更した場合の特性の変化を第19図に示す。回転数Nはバネの強さによってほとんど変化しないのに対し、回転数変動およびウェイトの振れ幅はバネが強くなると減少する。断続周波数 f が増大するのは、バネの固有振動数が増加するためと思われる。

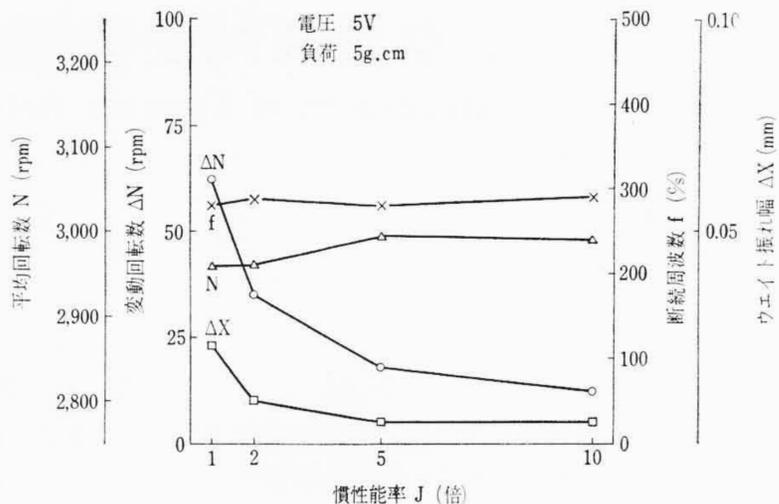
前節の結果をあわせると、ウェイトをより小さくし、バネをより強くしたほうが调速性能は良くなるのがわかる。しかしながら、これを極端にすると回転数を規定値に合わせる調整ネジの微調操作がむずかしくなるので限度がある。

4.5 負荷による影響

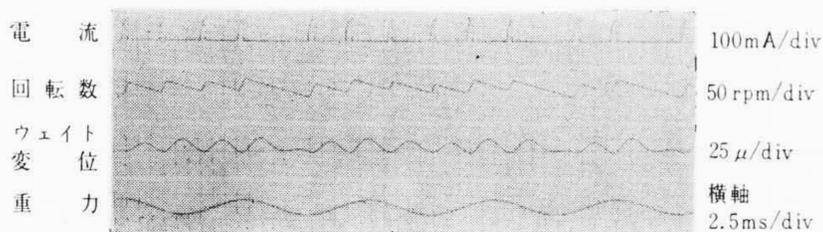
負荷トルクを増した場合には、モータにはそれに比例する電流の増加として現われる。平均電流を定格トルク 5g·cm のときの値の 0.3 (無負荷に相当), 0.5, 0.7, 1.0, 1.5 倍に変化させた場合の特性を第20図に示す。負荷を増すと回転数はやや減少し、断続周波数は増大する。第21図は無負荷(0.3 I₀) の場合について計算した動作波形である。この場合は第14図と比較して重力正弦波の影響が大きくなり、ガバナの断続周期もやや不整になっている。



第20図 負荷による影響



第22図 慣性能率の影響



第21図 ガバナ動作の計算結果 (その2)
(5V 無負荷)

4.6 回転部の慣性能率の影響

以上の計算では、回転部の慣性能率 J はモータの回転子とガバナのみのものを考えたが、実際の運転状態においては、それより相当大きい慣性能率の負荷を駆動するのが普通である。トルクメータを用いて負荷試験を行なう場合ですらそうである。それゆえ、慣性能率が大きくなるとどのようなことになるかを調べておく必要がある。

第22図は慣性能率を変化させた場合の特性である。慣性能率が増すに従ってウェイト振れ幅および回転数変動が小さくなっている。これは慣性能率の増加によって回転部の応答が悪くなり、回転数変動が小さくなるという、いわゆるフライホイール効果によるものと考えられる。また平均回転数 N も設定回転数の 3,000 rpm に近づくので、結局慣性能率が大きいほどガバナの制御性が良くなることわかる。

5. 考 察

以上の解析の結果を、実際のガバナ付マイクロモータの動作と比較して考えてみると、定性的にはよく一致しているが定量的にはまだ十分とはいえない。解析計算結果では非常にきれいな形が出ているが、実際のガバナの場合には、同一に設計製作しても微妙な点で動作に相違を生じることが多い。実際のガバナは解析結果と比較して次のような相違点が見られる。

- (1) 断続回数が多い。
- (2) 通電電流がその飽和値まで達しない前に切れることが多い。

- (3) チャタリングのような現象がある。
- (4) 長期間通電している場合がある。
- (5) ハンチングのような現象がまれに起こる。
- (6) 回転方向によって特性が異なる。

これらの現象は解析の際に考慮に入れなかった次のような諸要因によって引き起こされるものと考えられる。すなわち、アンバランス振動による加振力、接点の衝突現象、導電接触部の接触状態の変化、トルク変動、ガバナバネの多自由度振動、回転加速度のウェイトへの影響、接点間放電現象などを無視したことなどが原因としてあげられる。

これらはすべてガバナの動作を複雑化するように働くので、実際の場合の動作も複雑になるものと思われる。しかしながら、これらの要素は調速性能を悪くする方向に働くものが多いので製作にあたっては、極力これらの影響を小さくするように心がけるべきである。

6. 結 言

マイクロモータのガバナの動作機構を解明して基礎方程式を導き、アナログ計算機を用いてその動作を解析した。また、これによって調速系を構成する諸元の調速性能に及ぼす影響を明らかにすることができた。従来、この種直流電動機のガバナについての詳細な解析は行なわれていないので、本研究によってガバナの研究を一步前進させることができたものと信じる。今後は、この解析をもとにして、実験および理論の両面からさらに詳しい検討を進めていく所存である。

終わりに臨み、本研究にあたり種々ご援助をいただいた日立製作所多賀工場長上村課長、大島主任ならびに終始ご指導いただいた日立研究所北川部長、大岡主任研究員の各位に厚くお礼申しあげる。

参 考 文 献

- (1) Г. А. Стамбулян: Вестник Электропромышленности 29 (10) 25~29 (1958)
- (2) G. A. Korn, T. M. Korn: Electronic Analogue Computers.
- (3) E. Stoecker: Zeit. für techn. Physik, 1926, No. 7, 324~330