

原子炉圧力容器テーパ継手部の応力解析

Stress Analysis of Tapered Transition Joint in Reactor Pressure Vessel

浜田 邦雄*
Kunio Hamada

林 勉*
Tsutomu Hayashi

小口 伊佐男*
Isao Oguchi

要 旨

原子炉圧力容器において、鏡板と胴板の継目、フランジ、ノズルなどには、テーパのついた接合部が広く使用されている。この継手部の応力解析用に計算コードを完成し、二、三の検討を加えてみた。テーパ部の形状を変えると応力の分布が非常に異なってくることを、および ASME 規格などのテーパ継手部に対する要求は一応妥当なものではあるが、いまだ一部に検討の余地のあることを指摘した。

1. 緒 言

原子炉圧力容器は、原子力発電プラントの機器の中でコスト的に大きな部分を占め、かつ安全性の立場からも非常にたいせつな部品である。原子炉圧力容器の設計では、厳密に応力解析を行なって容器の安全性を合理的に評価しなければならない¹⁾。ここで取り上げたテーパ継手部の応力解析もこの一環をなすものである。

一般の殻構造物、ノズル、フランジ、配管などにおいて、板厚の異なる部材の接合部にはしばしばテーパをつけた接合が行なわれる。ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Sec. I, Sec. III, Sec. VIII などの規格においては、テーパ継手部のこう配を規制している。一般に、最大許容こう配は 1:3 または 1:4 に押えられている。

これら規格の要求の妥当性を検討するとともに、今後の設計諸データを得る目的からテーパ継手部の詳細な応力解析を行なった。アメリカにおいては、Rodabaugh 氏⁽²⁾らが実験と理論解析を行なっているが、われわれはより厳密なかつ適用範囲の広い計算コード“TROIKA”を作製し、いろいろな検討を加えたのでその概要を報告する。

2. 応力解析の理論

2.1 円筒殻の理論⁽³⁾⁽⁴⁾

平均半径 r 、板厚 t の薄肉円筒殻に内圧 P を加える場合には、円周方向、軸方向の膜応力 $\sigma_{\varphi 0}$ 、 $\sigma_{x 0}$ および半径方向の膜変位 δ_0 は、

$$\sigma_{\varphi 0} = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_{x 0} = \frac{pr}{2t} \quad (1)$$

$$\delta_0 = \left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) \frac{pr^2}{Et} \quad (2)$$

ここに、 ν : ポアソン比

E : 縦弾性係数 (kg/mm²)

となる。軸対称荷重を受ける円筒殻の曲げ理論では、次のように半径方向の変位 w に関する微分方程式が成り立つ。

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{Et}{r^2} w = P \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{kg-mm})$$

板厚 t が一定で $p=0$ の場合には、一般解は次のように示される。

$$w = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \quad (4)$$

$$\text{ここに、} \quad \beta = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{(1-\nu^2)}{r^2 t^2}} \quad (\text{mm}^{-1})$$

半無限円筒の一端に荷重 Q_1 、 M_1 が加われば、これらを境界条件と

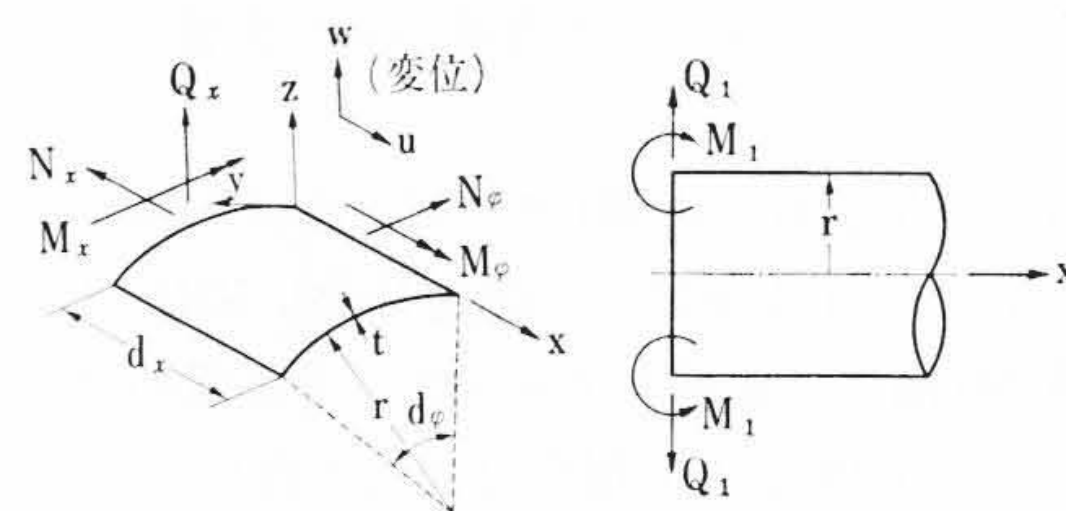


図1 円筒殻の力とモーメントおよび端部荷重

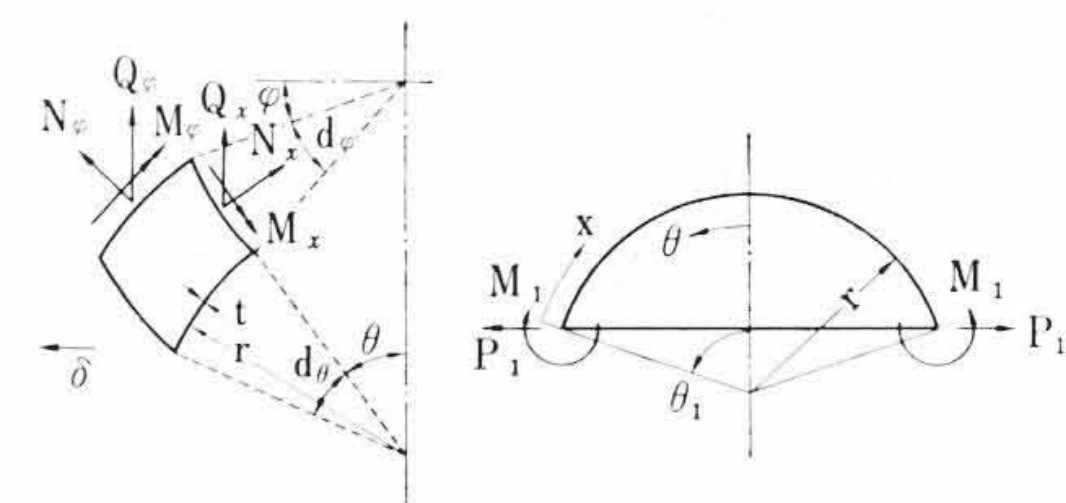


図2 球殻の力とモーメントおよび端部荷重

して C_1 、 C_2 を求め、 $C_3=C_4=0$ とすればよい。そして、必要な諸値が次のように決められる(図1参照)。

$$\delta = w = (\beta M_1 \varphi_4 + Q_1 \varphi_1) / 2\beta^3 D \quad (5)$$

$$V = \frac{dw}{dx} = (2\beta M_1 \varphi_1 + Q_1 \varphi_3) / 2\beta^2 D \quad (6)$$

$$N_\varphi = Et w / r \quad (7)$$

$$M_x = D \frac{d^2 w}{dx^2} = M_1 \varphi_3 + \frac{1}{\beta} Q_1 \varphi_2 \quad (8)$$

$$M_\varphi = \nu M_x \quad (9)$$

ここに、 $\varphi_1 = \varphi_1(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x$ 、 $\varphi_2 = \varphi_2(\beta x) = e^{-\beta x} \sin \beta x$

$$\varphi_3 = \varphi_3(\beta x) = \varphi_1(\beta x) + \varphi_2(\beta x),$$

$$\varphi_4 = \varphi_4(\beta x) = \varphi_1(\beta x) - \varphi_2(\beta x)$$

2.2 球殻の理論⁽³⁾⁽⁵⁾

平均半径 r 板厚 t の薄肉球殻に内圧が加わる場合の膜応力と水平方向膜変位は、次式で与えられる。

$$\sigma_{\varphi 0} = \sigma_{x 0} = \frac{pr}{2t} \quad (10)$$

$$\delta_0 = (1-\nu) \sin \theta \frac{pr^2}{2Et} \quad (11)$$

一方、軸対称荷重を受ける深い球殻の曲げ理論では、せん断力 Q_x に関する次の近似微分方程式が知られている。

$$\frac{d^2 Q_x}{d\theta^2} \pm 2i\lambda^2 Q_x = 0 \quad (12)$$

$$\text{ここに、} \quad \lambda^4 = \frac{3(1-\nu^2)r^2}{t^2} - \frac{\nu^2}{4} \approx \frac{3(1-\nu^2)r^2}{t^2}$$

この一般解は次のようになる。

* 日立製作所日立工場

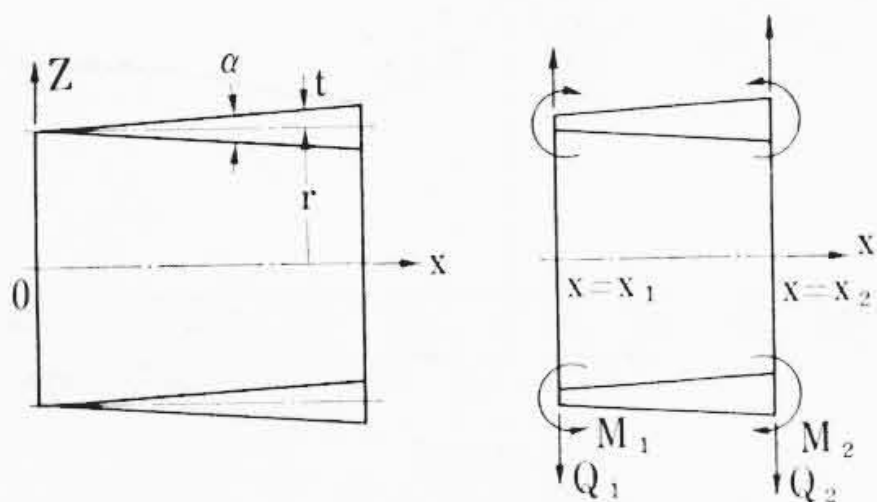


図3 板厚が変化する円筒殻と端部荷重

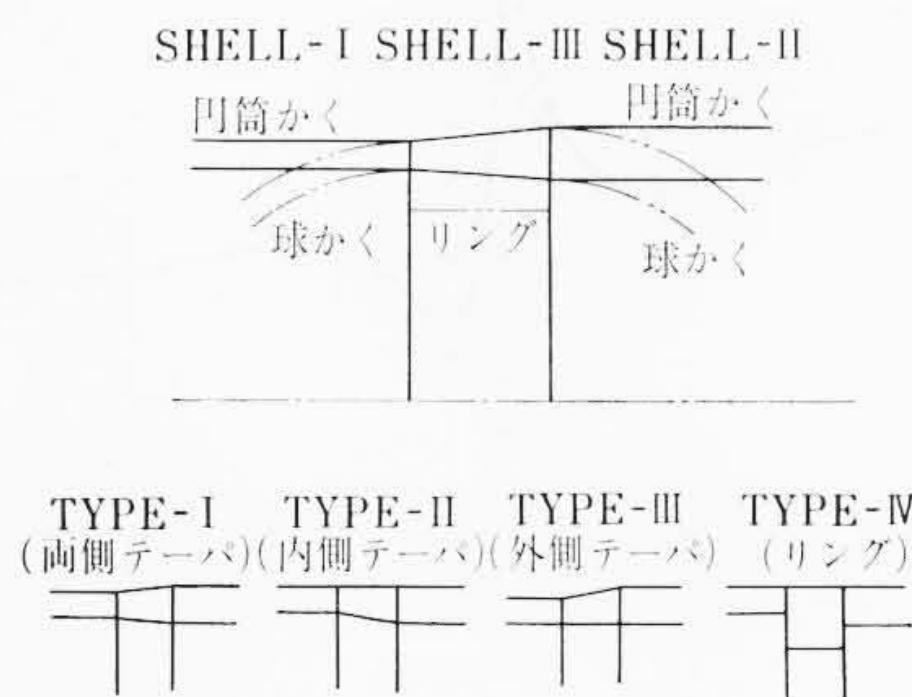


図4 テーパ継手部の形状

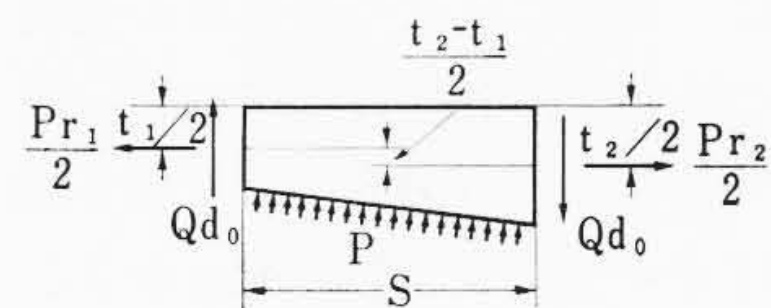


図5 TYPE-IIの力解析

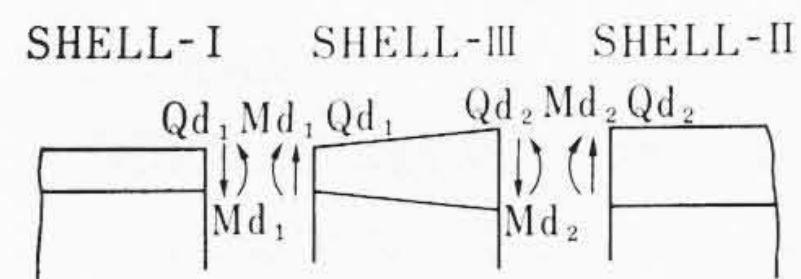


図6 テーパ部を有する殻構造物の応力解析

$$Q_x = e^{-\lambda\theta} (C_1 \cos \lambda\theta + C_2 \sin \lambda\theta) + e^{\lambda\theta} (C_3 \cos \lambda\theta + C_4 \sin \lambda\theta) \quad \dots (13)$$

図2に示すように、端部 $\theta = \theta_1$ に荷重 $Q_1 = P_1 \sin \theta_1$, M_1 が加わる場合には、これらを境界条件として C_1, C_2 を求め、 $C_3 = C_4 = 0$ とすればよい。端部より経線に沿って測った中央面上の円弧の長さを x とすれば、(5)～(11) 式と類似の形に諸値をまとめることができる。

$$\delta r = \frac{r \sin \theta}{Et} \frac{dQ_x}{d\theta} = (\beta M_1 \varphi_4 + Q_1 \varphi_1) \sin \theta / 2\beta^3 D \quad \dots (14)$$

$$V = -\frac{1}{Et} \frac{d^2 Q_x}{d\theta^2} = (2\beta M_1 \varphi_1 + Q_1 \varphi_3) / 2\beta^2 D \quad \dots (15)$$

$$N_x = -Q_x \cot \theta = (Q_1 \varphi_4 - 2\beta M_1 \varphi_2) \cot \theta \quad \dots (16)$$

$$N_\varphi = -\frac{dQ_x}{d\theta} = 2\beta r (\beta M_1 \varphi_4 + Q_1 \varphi_1) \quad \dots (17)$$

$$M_x = \frac{D}{rEt} \frac{d^3 Q_x}{d\theta^3} = M_1 \varphi_3 + Q_1 \varphi_2 / \beta \quad \dots (18)$$

$$N_\varphi = \nu M_x \quad \dots (19)$$

ここに、 $\beta, D, \varphi_1 \sim \varphi_4$ は(7)～(11)式に用いたものと同一である。

2.3 板厚が直線的に変化する円筒殻の理論^{3) 4)}

図3のように x 座標をとって、板厚を $t = \alpha x$ と置けば、(3)式は

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(x^3 \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{12(1-\nu^2)}{\alpha^2 r^2} xw = \frac{12(1-\nu^2)P}{E\alpha^3} \quad \dots (20)$$

と書き換えられる。膜応力、膜変位に相当する特解 w_p より

$$\sigma_{\varphi 0} = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_{x0} = \frac{pr}{2t} \quad \dots (21)$$

$$\delta_0 = \left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) w_p = \left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) \frac{pr^2}{Et},$$

$$V_0 = \left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) \frac{dw_p}{dx} = -\left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) \frac{pr^2 \alpha}{Et^2} \quad \dots (22)$$

となるが、(22) 式の変形によって殻内には次式の x に無関係なモーメントが働いていることになる。

$$M_0 = D \frac{d^2 w_p}{dx^2} = \frac{2-\nu}{12(1-\nu^2)} pr^2 \alpha^2 \quad \dots (23)$$

(20) 式の右辺をゼロとした同次方程式の解は、 $\xi = 2\rho\sqrt{x}$ として、ベッセル関数 $\psi_1 = \text{ber } \xi$, $\psi_2 = \text{bei } \xi$, $\psi_3 = \text{her } \xi$, $\psi_4 = \text{hei } \xi$ を導入することによって、次式のように示される。ただし

$$\rho = \sqrt[4]{\frac{12(1-\nu^2)}{\alpha^2 r^2}} \quad \text{とする。}$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{x}} [C_1 \psi_1' + C_2 \psi_2' + C_3 \psi_3' + C_4 \psi_4'] \quad \dots (24)$$

w が求まれば、必要な諸値が次のように求まる。

$$V = \frac{dw}{dx} = \frac{1}{2x\sqrt{x}} [C_1 (\xi \psi_2' - 2\psi_1') - C_2 (\xi \psi_1' + 2\psi_2') + C_3 (\xi \psi_4' - 2\psi_3') - C_4 (\xi \psi_3' + 2\psi_4')] \quad \dots (25)$$

$$N_\varphi = \frac{E\alpha}{r} \sqrt{x} [C_1 \psi_1' + C_2 \psi_2' + C_3 \psi_3' + C_4 \psi_4'] \quad \dots (26)$$

$$M_x = \frac{E\alpha^3}{48(1-\nu^2)} \sqrt{x} [C_1 (\xi^2 \psi_2' - 4\xi \psi_2 + 8\psi_1') + C_2 (\xi^2 \psi_1' - 4\xi \psi_1 - 8\psi_2') + C_3 (\xi^2 \psi_4' - 4\xi \psi_4 + 8\psi_3') + C_4 (\xi^2 \psi_3' - 4\xi \psi_3 - 8\psi_4')] \quad \dots (27)$$

$$M_\varphi = \nu M_x \quad \dots (28)$$

$$Q_x = \frac{E\alpha^3 \rho^2}{24(1-\nu^2)} \sqrt{x} [C_1 (\xi \psi_1 + 2\psi_2) + C_2 (\xi \psi_2 - 2\psi_1') + C_3 (\xi \psi_3 + 2\psi_4') + C_4 (\xi \psi_4 - 2\psi_3')] \quad \dots (29)$$

図3に示すように、両端に外力 M_1, Q_1 および M_2, Q_2 が働く場合は、これらを境界条件にして、 C_1, C_2, C_3, C_4 を M_1, Q_1, M_2, Q_2 で表現できる。

2.4 計算プログラムの概要

解析は手計算では困難であるため、電子計算機用コード“TROIKKA”を完成した。ここで、本コードで解析可能ないろいろな問題を簡単に記述しておく。

(1) 殻構造物の形状：図4に示すように、SHELL-I, -II, -IIIを定義する。SHELL-I, -II は円筒殻または球殻のいずれか、またSHELL-III はテーパ継手またはリングのいずれかとすることができる。ただし、本報告ではリングに関する解析は割愛した。SHELL-IIIのTYPE-IIおよび-IIIについては理論の修正が必要である。この場合に結合部を厳密に考えることは、殻理論だけでは不可能であるが、このコードでは次のような近似を行なっている。すなわち、半径の食い違いによって生ずる影響を、図5に示すような等価せん断力で置き換えている。この等価せん断力 Qd_0 は次式で示される。

$$Qd_0 = \frac{pr_1(t_2 - t_1)}{4S} \quad \dots (30)$$

ここに、 S ：テーパ継手部の長さ (mm)

(2) 荷重の種類：荷重としては、内圧のほかに本コードでは熱応力、外力による応力も解析できるようになっている。熱応力解析については、個々の問題で熱的条件が異なるため、各部材の熱応力と変形が別途求められるものとして、不連続二次熱応力を本コードで計算することにした。なお、本報告では内圧以外の荷重に対する検討は省略した。

2.5 テーパ継手部の応力解析の方法

本コードの計算ステップの概要をここに示す。図6に示すように各部材が結合されていないものと仮定すれば、各部材の膜応力および膜変形 ($\delta_{01} \sim \delta_{04}$, $V_{01} \sim V_{02}$) は比較的容易に計算することができ

る。次に、実際には三つの部材が連続であることから、各結合部での食い違いがなくなるよう、図6のように各端部に曲げモーメント M_{d1} , M_{d2} およびせん断力 Q_{d1} , Q_{d2} を考える。さらに、これら不連続力による変形 $\delta_{d1} \sim \delta_{d4}$, $V_{d1} \sim V_{d4}$ は、不連続力による関数として表現できる。ただし、(23)式の M_0 と(30)式の Q_{d0} を適切に考えて荷重の連続性を満足するようにすることが必要である。ここで、次の連立方程式が成立する。

$$\begin{cases} \delta_{01} + \delta_{d1} = \delta_{03} + \delta_{d3}, \\ \delta_{02} + \delta_{d2} = \delta_{04} + \delta_{d4} \quad \dots\dots (31) \\ V_{01} + V_{d1} = V_{03} + V_{d3}, \\ V_{02} + V_{d2} = V_{04} + V_{d4} \quad \dots\dots (32) \end{cases}$$

この方程式を解けば、不連続力 M_{d1} , M_{d2} , Q_{d1} , Q_{d2} が求まるから、これらの不連続力による殻内の力とモーメントが求められる。次に不連続力による二次応力は次式によって計算される。

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi d} &= \frac{N_{\varphi}}{t} \pm \frac{6M_{\varphi}}{t^2}, \\ \sigma_{xd} &= \frac{N_x}{t} \pm \frac{6M_x}{t^2} \quad \dots\dots (33) \end{aligned}$$

ここに、複号の $+$ は内面、 $-$ は外面に相当する。

最後に、膜応力と二次応力を加え合わせれば、全合成応力が求まることになる。

3. 解析結果とその検討

3.1 実験値と本理論の比較

Rodabaugh 氏らの行なった実験結果⁽²⁾と“TROIKA”コードで求めた理論解析結果を比較して示したのが図7、図8である。この実験は直径が24インチ、板厚が5/16インチおよび1/2インチの鋼管に対して、抵抗線ひずみゲージを用いて測定したものである。内圧 p は600 psi で行なわれている。

テーパこう配4:1の場合、テーパ角度30度の場合ともに、理論値と実験値とは比較的良好に一致している。1/4テーパの場合にも30度テーパの場合にも応力分布の傾向はほぼ同様であって、最大応力集中は薄いほうの胴の継手部の軸方向内面に発生する。また実験値の一般的傾向としては、容器を溶接したままの状態での応力は理論解よりやや低くなり、溶接余盛をグラインダーで削り落とすと理論解に近くなる。すなわち、溶接余盛には補強効果のあることを示している。

3.2 理論の適用限界

“TROIKA”コードではテーパ継手部に殻理論を用いて、二、三の近似を行なっているの、テーパ継手部長くなると理論解の妥当性が問題になってくる。次にその検討結果を示す。

理論的には、テーパ継手部長さが短くなってゼロに近づけば、応力分布はテーパ継手部長さがなくSHELL-IとIIが直接結合された場合の応力分布に近づく。ここで、コードによっていろいろなパラ

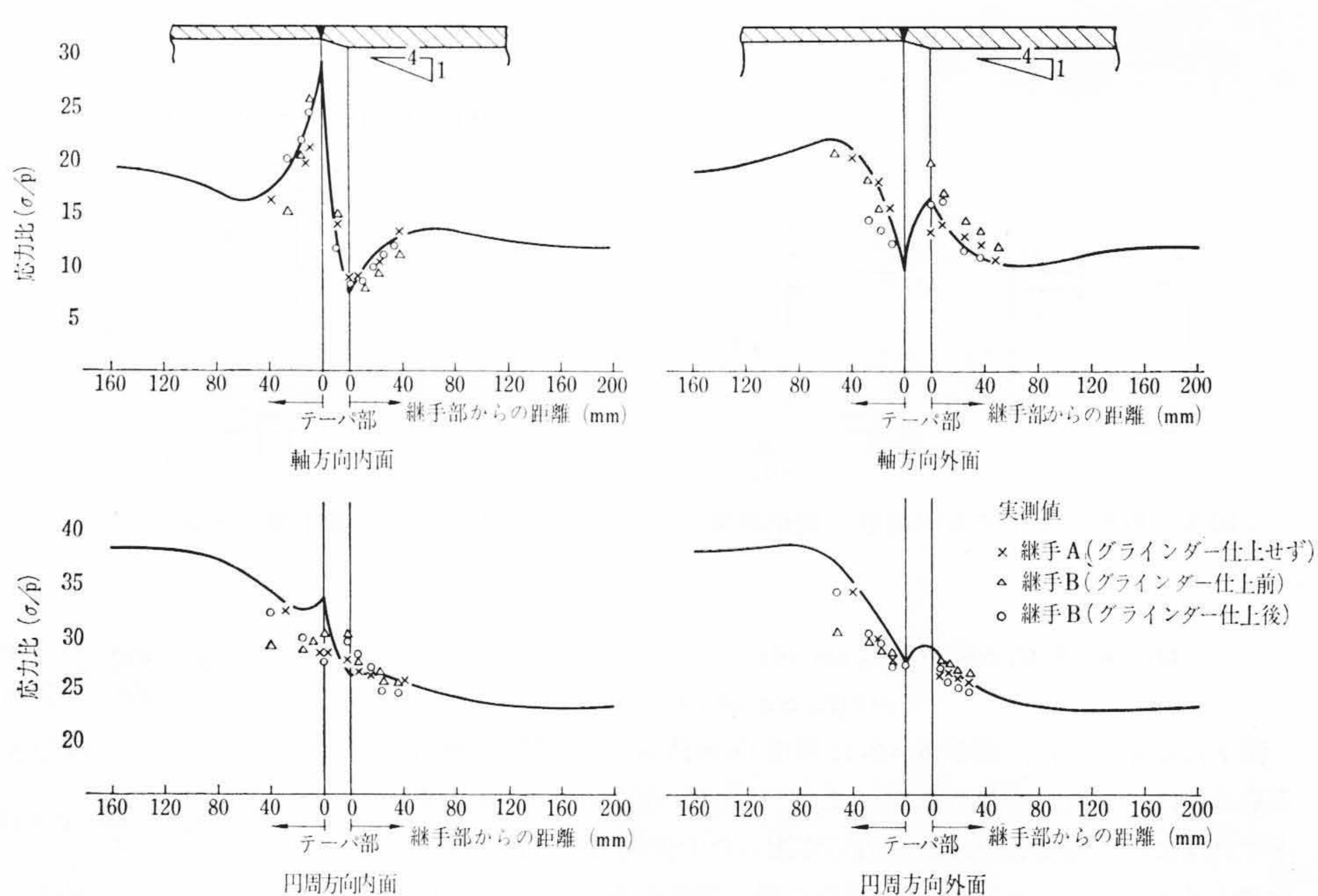


図7 理論応力と実験結果との比較 (こう配1/4の場合)

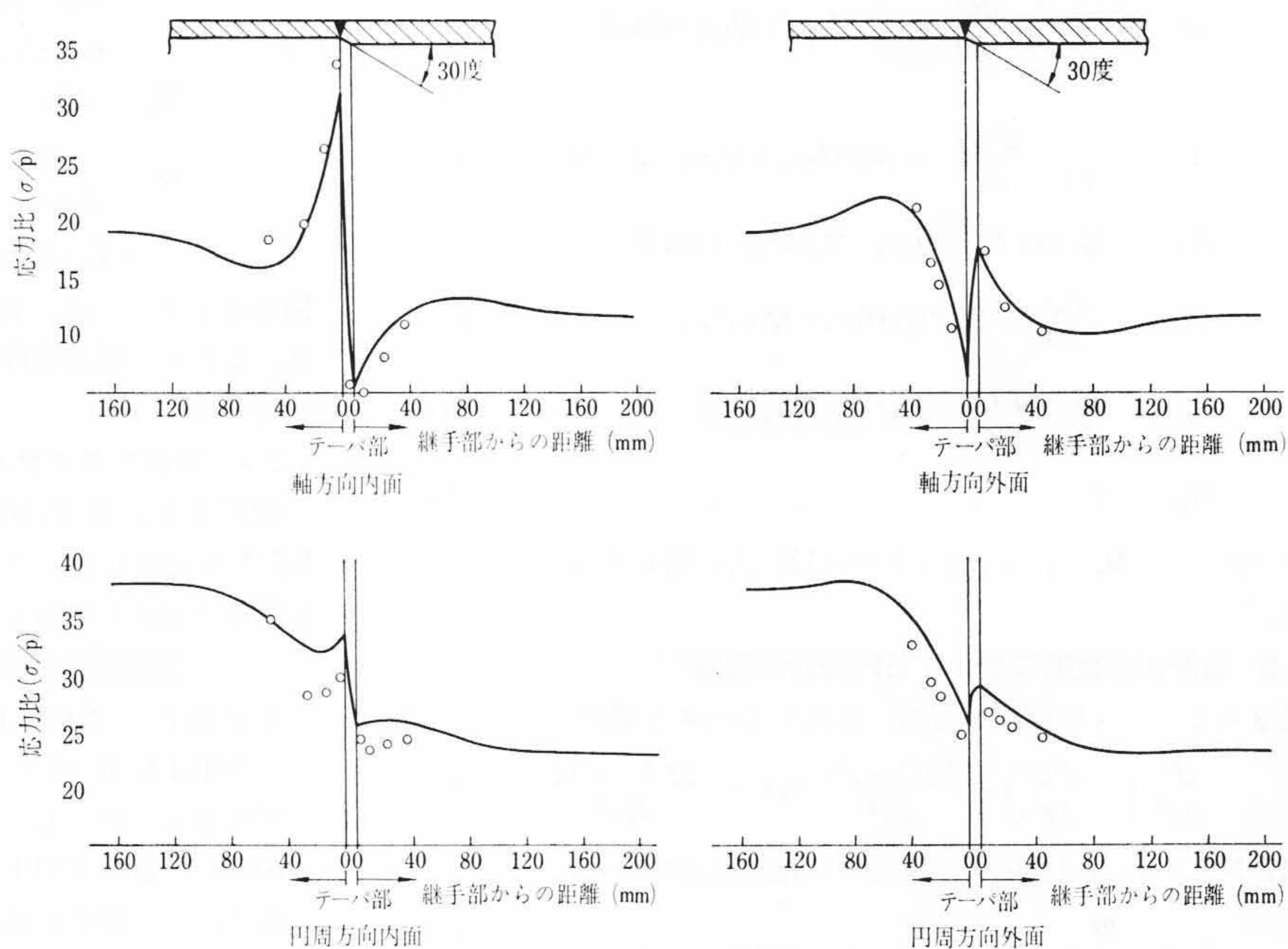


図8 理論応力と実験結果との比較 (角度30度の場合)

メータを変えて計算を行なってみた。両側の円筒殻の板厚差をテーパ継手部長さで割った値を R とすれば、計算結果は R の値が1/1の付近から応力分布が疑わしくなってくる。したがって、本コードの適用範囲は R の値が1以下であると考えべきである。

これ以上に理論を修正することは、殻理論を用いる限り困難であって、非常に複雑な問題となってくる。しかしながら、 R の値が1以上になることは規格でも許容されていないし、一般の圧力容器に考えられる形状では本コードが十分利用できることになる。

3.3 テーパ継手部を介して二つの円筒殻を接続する場合

二つの円筒殻を接続する場合でも、一般的に完全に検討を行なうことはパラメータが膨大であって容易なことではない。円筒の半径、二つの円筒の板厚比およびテーパ部の形状を考えねばならない。さらに、テーパ部の形状としては、テーパのこう配のほかに図4に示したように、両側にテーパを付けた場合、内側にテーパを付けた

場合、外側にテーパを付けた場合を検討する必要がある。ここで、Rodabaugh 氏らは次のようなパラメータを用いて、SHELL-I の軸方向の継手部応力を求める計算図表を作製している。

$$h' = \frac{S}{\sqrt{2r_1 t_1}}, \quad \rho = \frac{t_2}{t_1} \dots\dots (34)$$

最大応力が必ずしも継手部分に発生するとは限らないということを考慮すれば、このような計算図表でも一応の傾向を知ることはできるが、完全であるとはいえない。以後に、興味ある検討結果を一部報告する。

テーパ部の形状を変えた場合の計算例を図9に示す。本図からわかるように、テーパ継手部の形状を両側、内側または外側にテーパを付けた場合では、おのおのの応力分布の傾向は非常に異なったものとなってくる。また当然予想されることとして、両側にテーパを付けた場合が最も望ましい応力分布となっている。これらのことからいえることは、フランジ、ノズルなどでテーパ継手部を有する構造では、2.3 で述べた程度の理論を用いないと、正しく応力分布を評価することはできない。また、形状としてはできる限り両側にテーパの付いた形状とすることが好ましい。これは(30)式のせん断力が二次応力に大きな影響を与えていることを意味している。

計算データを整理すれば、応力分布の一般的傾向を知ることができる。円周方向の応力分布では、薄い円筒の高い膜応力から厚い円筒の低い膜応力へと比較的なだらかに応力が移行している。薄い円筒の最大応力は普通継手部より少し離れた点に発生しているが、値はそれほど大きなものでなく、どのような場合であっても薄い円筒の円周方向膜応力の1.1倍以下に十分押えることができる。厚い円筒では、テーパ継手部に近づくほど薄い円筒の膜応力近くまで応力が引き上げられる。その値は薄い円筒の膜応力を越えることはないが、厚い円筒の膜応力の1.5倍程度になり得る。ゆえに、厚い円筒が強度の低い材料で作られた場合には、この応力が問題になることも考えられる。

軸方向の応力分布は円周方向とは異なり、継手部で鋭い応力変化を示す。最大応力は一般に薄い円筒の継目に発生し、その値は軸方向膜応力の2倍以上にも達し得る。しかしながら円筒殻では、軸方向の膜応力が円周方向の膜応力の1/2であるから、これらの高い応力集中もそれほど問題となるものではない。どのような場合であっても、その最大応力は円周方向の最大膜応力以下に十分収まっているといえる。

軸方向の応力分布は円周方向とは異なり、継手部で鋭い応力変化を示す。最大応力は一般に薄い円筒の継目に発生し、その値は軸方向膜応力の2倍以上にも達し得る。しかしながら円筒殻では、軸方向の膜応力が円周方向の膜応力の1/2であるから、これらの高い応力集中もそれほど問題となるものではない。どのような場合であっても、その最大応力は円周方向の最大膜応力以下に十分収まっているといえる。

テーパ継手部のこう配をいろいろに変化させた場合の計算例を図10に示す。ASME規格などの圧力容器設計基準では、テーパ継手部のこう配は1:3とか1:4以下となるように規制されている。多数の計算結果から一般的にいえることは、こう配が大きいほど応力集中は大きくなっていく。しかしながら、規格の規制値以下のこう配であっても、急激に応力が高くなっていく傾向はないし、前述したように応力値自体が問題となるほど高くはならない。ここで実際の設計にあたって注意しなければならない点は、本理論には導入できなかった切欠効果などの因子を考えねばならないことであろう。こう配がきつくなれば、それだけ接合部をスムーズに仕上げるのがたいせつである。このような点からは、こう配に関する規格の規制値は、設計上の目安としては一応妥当なものといえよう。しかし、接合部の仕上げなどを適切に規制すればこう配がきつくなっても問

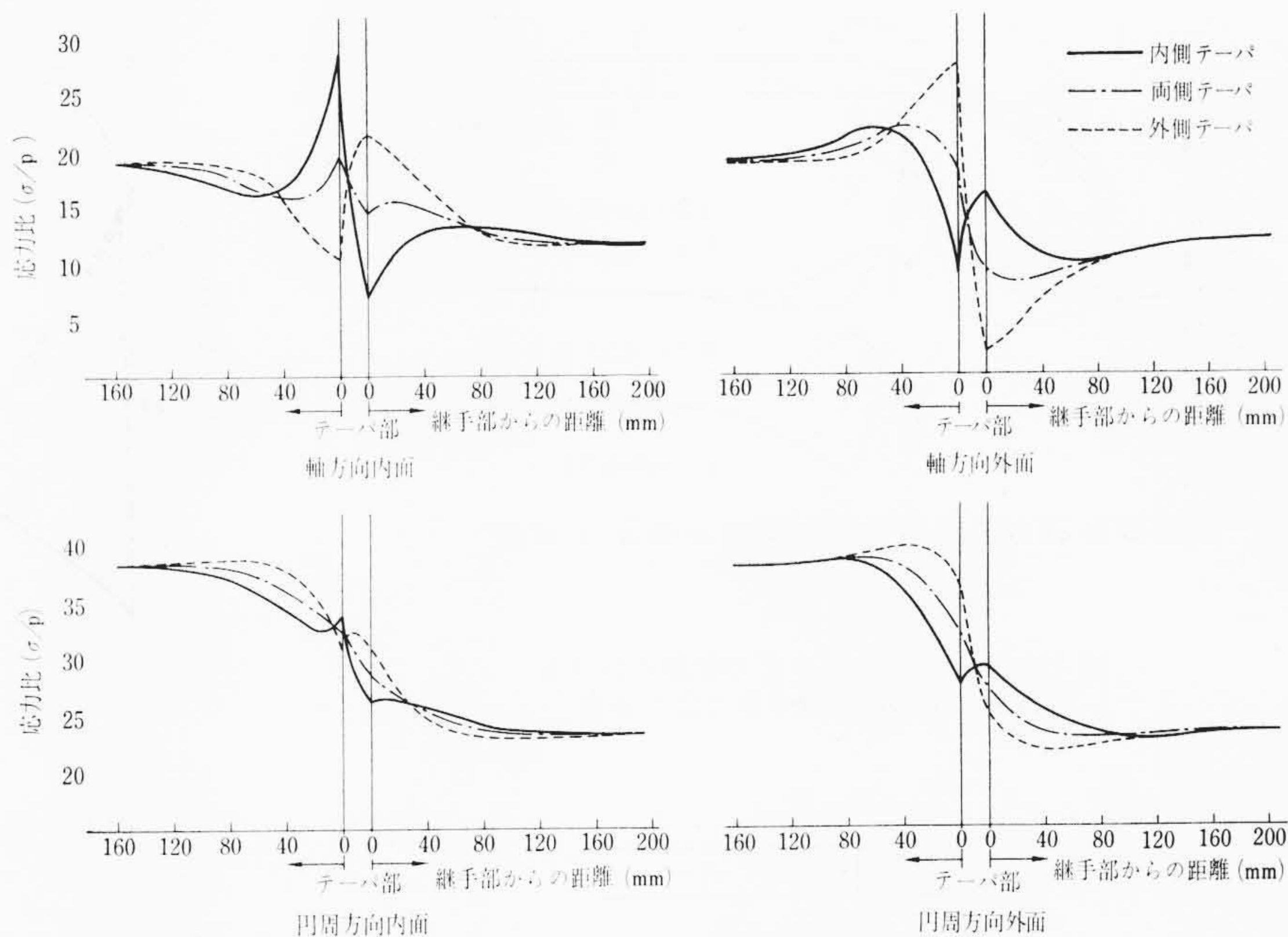


図9 テーパ部の形状を変えた場合の応力分析の比較

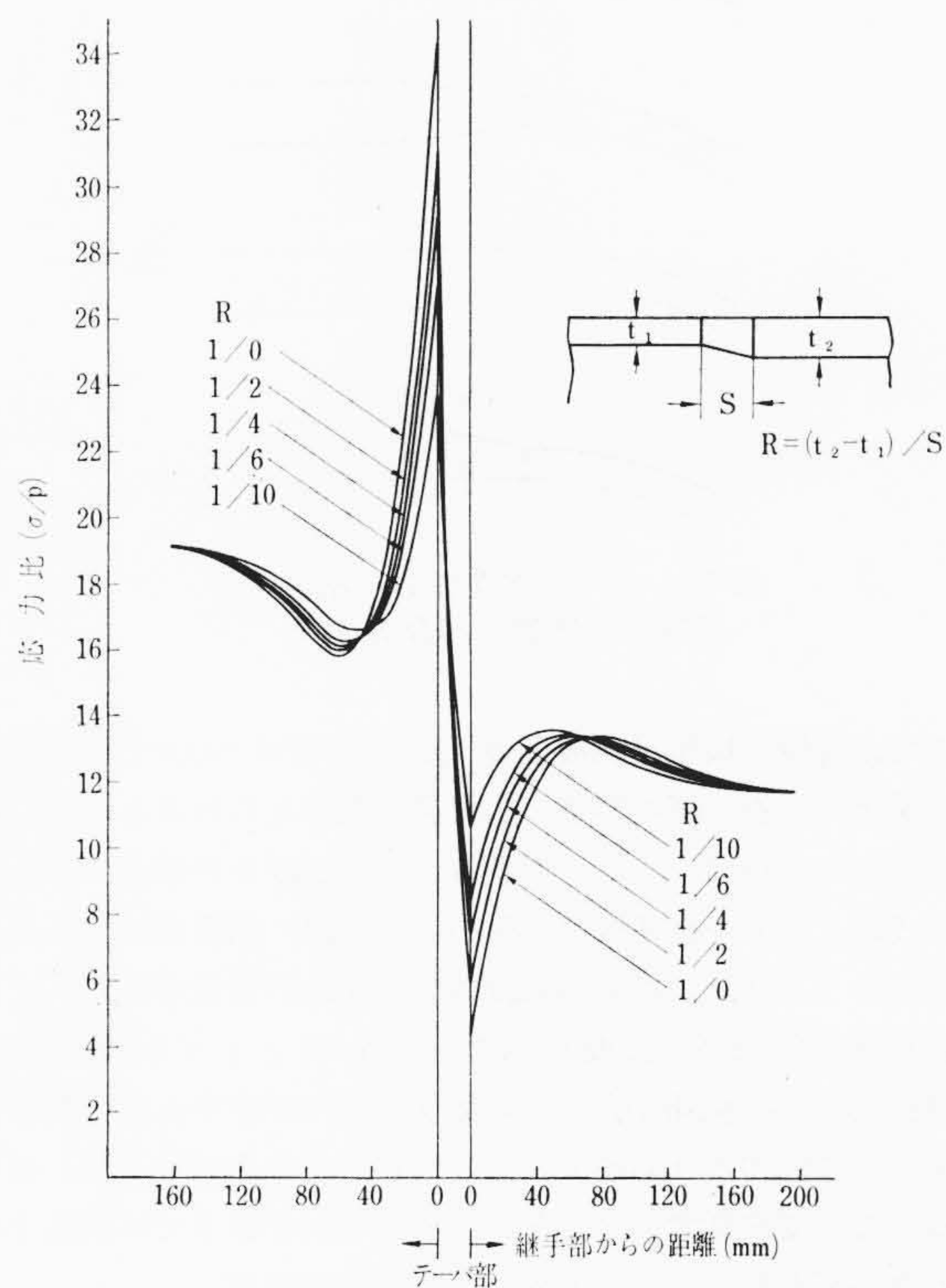


図10 テーパ部の長さを変化させたときの応力分布の一例 (軸方向内面応力)

題はなく、規格には今後改良できる余地があることを示している。

3.4 テーパ継手部を介して円筒殻と球殻を接続する場合

円筒殻と球殻を接合する場合には、3.3の場合よりもさらにパラメータが多くなって、全般的な検討は困難になってくる。

ここで興味のある一つの問題は、板厚の異なる全半球形鏡板と胴板との接合部の設計である。“TROIKA”コードを用いて、原子力第一船の原子炉圧力容器試設計に対する計算例を図11に示しておく。図11からもわかるように、テーパ継手部では軸方向の応力集中が大きいこと、および球殻では軸方向膜応力が円周方向膜応力と等しくなることから、おもに軸方向の応力が問題となってくる。

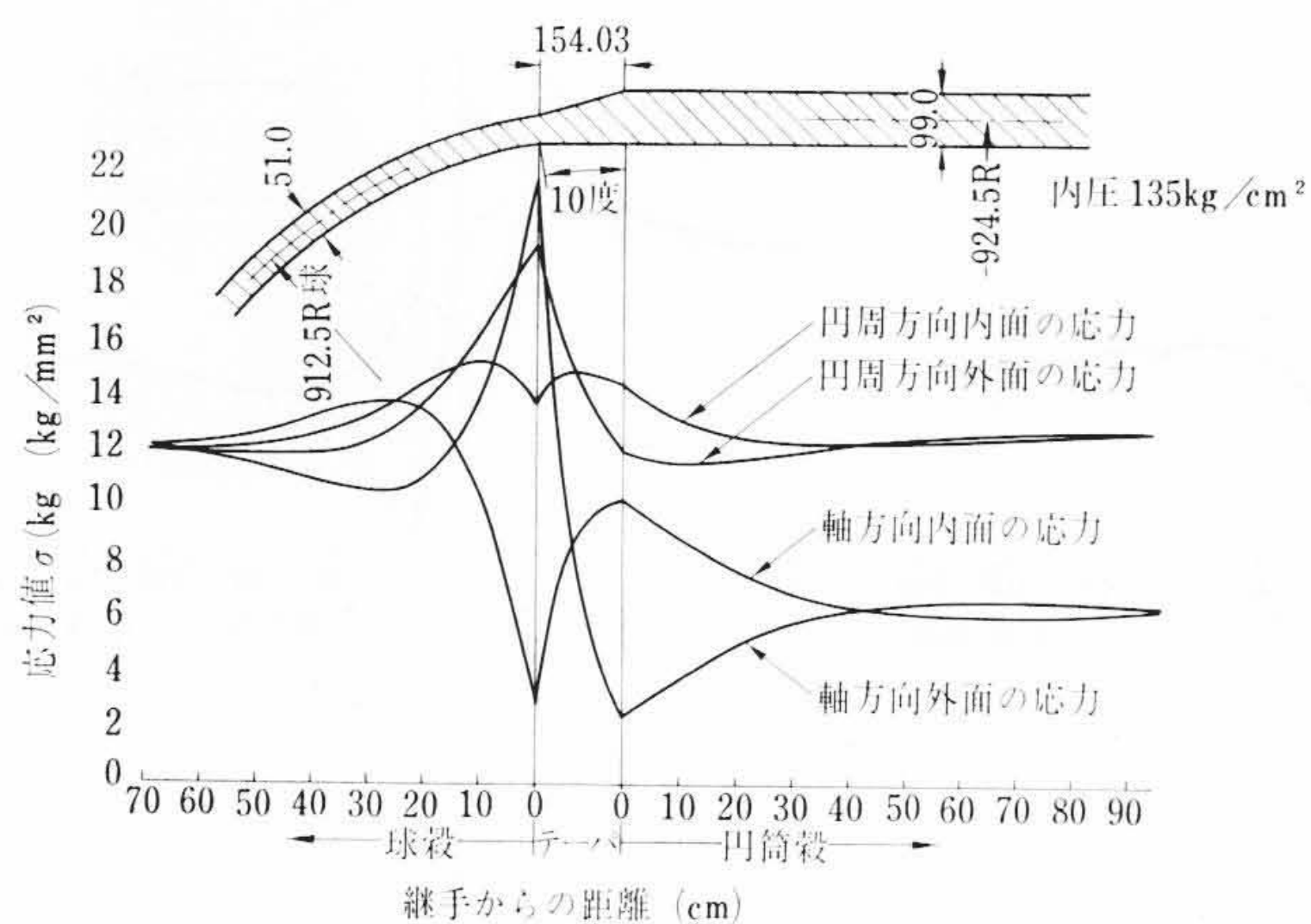


図11 原子力第一船の压力容器における円筒胴と下鏡板の継手部の応力分布

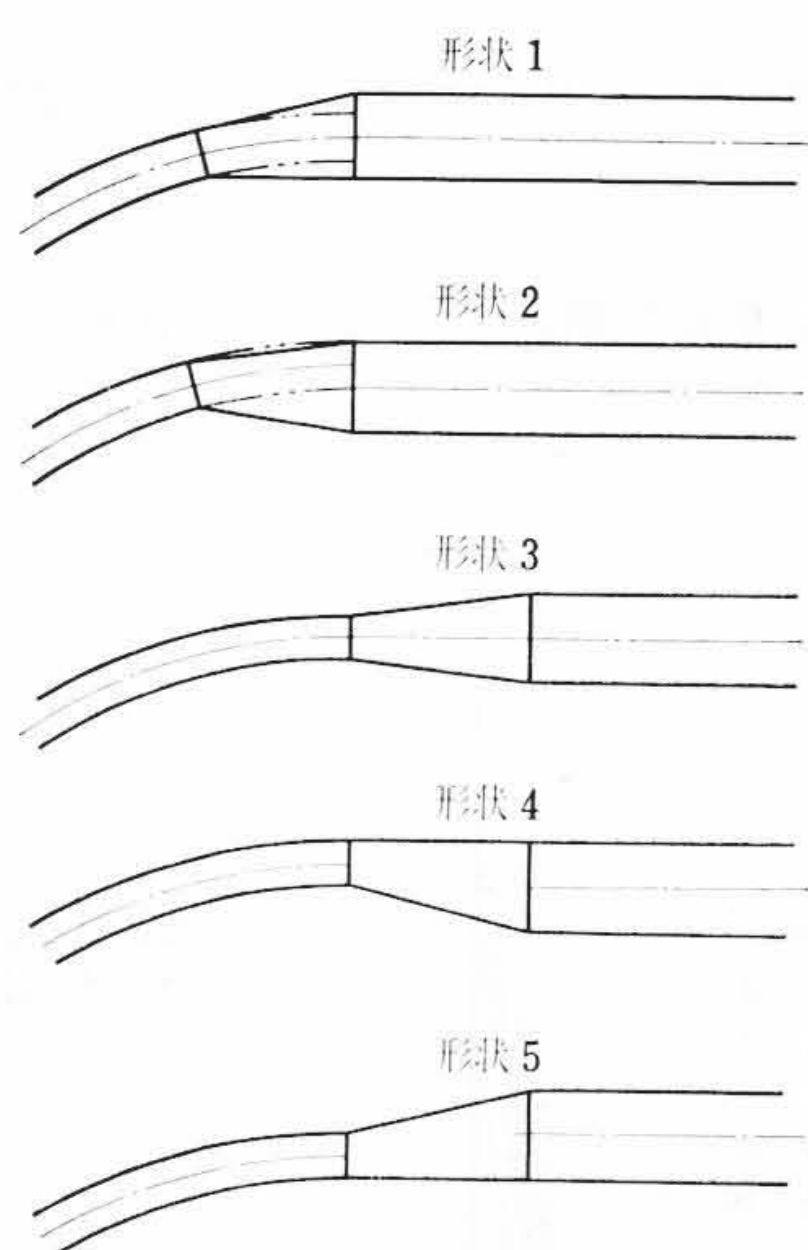


図12 テーパ部を介して結合する円筒殻と球殻の結合方法

ここで、鏡板の板厚が胴板よりも薄い場合について検討してみる。まずテーパ継手部の形状として設計上考えられるものは、図12に示すように5種類となる。形状3、4および5の場合では、胴板に規格による最小必要板厚を用いていれば、胴板側にテーパ継手部を設けることは、規格上からは許容できない形状である。次に、鏡板厚/胴板厚を1/2、鏡板厚/鏡半径を1/50として計算した結果を図13に示す。本図に示した鏡板の膜応力に対する応力集中係数は、すべての応力のうち最大のものに対してのみプロットしたものである。ここで注意すべきことは、形状1および2では構造上からテーパ継手部の長さSには限界があることである。

図13からわかるように、こう配が1:8程度までは軸方向応力が問題になるが、それ以上にこう配が小さくなると円周方向の応力が大きくなっていく。さらにこう配が小さくなるに従って、その円周方向応力がしだいに大きくなって問題になっていく。5種類の形状に対する応力集中係数を比較してみると、規格で許容される形状1、2は、許容されていない形状3、4、5と比べて必ずしも応力は小さく

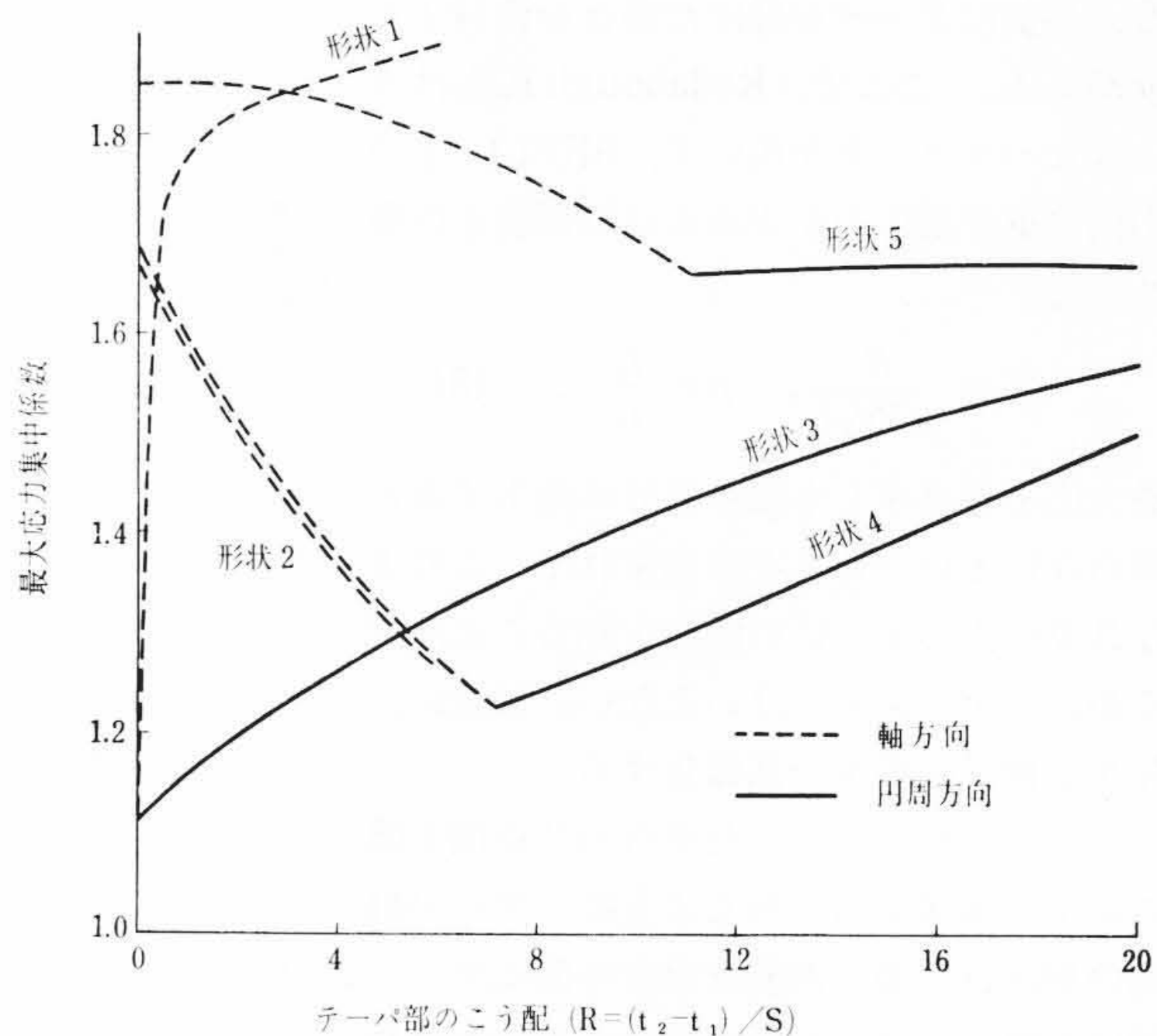


図13 各形状に対する最大応力集中係数の比較

なっていないことがわかる。またこう配1:4程度までの範囲では、形状3が最も好ましい形状であることがいえる。さらに、規格で許容されている形状の中では、一般に形状2のほうが望ましいことになる。形状2、3、4に比べて形状1、5の応力が高くなるのは、(30)式に示したせん断力に起因しているものと考えられよう。いずれにせよ、応力集中係数は3.3の場合よりは大きくなるが、2を越えることはないから内圧による応力以外に大きな応力が重ね合わされない限り、十分安全な範囲にあるといえる。

以上、テーパ継手部に対する最大許容こう配と同様に、鏡板と胴板との継手部の形状についても、今後規格には改良する余地があることを示した。さらに、鏡板の形状が全半球形以外の場合、鏡板が胴板よりも厚い場合などについても類似の検討を行なえば、今後さらに興味ある結果が得られよう。

4. 結 言

原子炉压力容器を対象にして、テーパ継手部の応力解析用コード“TROIKA”を完成した。計算結果はアメリカで行なわれた実験値ともよく一致し、十分に実用性のあることが確認された。二つの円筒殻または円筒殻と球殻をテーパ継手部を介して結合した場合について、二、三の検討を加え、いまだASME規格などにも改良の余地があることを指摘した。本コードによってさらにいろいろな検討ができるので、今後ともこの種の応力解析を行なうとともに、必要な実験データを積み重ねていく予定である。

参 考 文 献

- (1) 浜田：原学誌 7, 382 (昭40-7)
- (2) E. C. Rodabaugh, T. J. Atterbury: Tr. A. S. M. E., Ser. B J. of Engg. for Industry 84, 321 (1962-8)
- (3) S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, 466 (1959, McGraw-Hill Book Co., Inc.)
- (4) W. Fliigge: Stresses in Shells, 271 (1962, Springer Verlag)
- (5) 奥田：円筒，球，回転円板，岩波機械工学講座Ⅱ (昭17)