変圧器漏れ磁界と損失

Analysis of Leakage Field and Losses in Transformer

奥	Щ	賢	*	乾		芳	彰*
ŀ	Ken'ichi (Okuyama	t.		Yoshia	ki Inui	
高	橋	孝	夫*	I.	藤	宇	**
	Takao T	akahashi	k.		Uichi	Kudô	

要

上 日

変圧器の負荷損,発生電磁力,インピーダンスなどを左右する漏れ磁界の算出方法を明らかにした。これを 基礎として構成材料中に生ずる漂遊損失を容易に算出することを目的として材料を非磁性体と磁性体に分けて 考え,前者については無限長材料に生ずる損失をもとに任意の有限長材料の損失計算法を確立した。後者につ いては最も問題となる平行磁界中の損失計算法を明らかにした。

— 61 —

簡単な例について実験結果と比較し、きわめて良好な一致をみることができた。

1. 緒 言

変圧器漏れ磁界は負荷損,短絡時の発生電磁力,短絡インピーダンスなどを左右するが,数万kVA程度までの変圧器ではその磁束密度も低く,これによって生ずる問題はそれほど重要なものではない。しかし大容量化につれてこの磁束密度は高くなり,磁束量も増



すために漂遊損も増し、その低減のために発生個所、発生原因の究 明、その対策がきわめて重要な問題になってくる。すなわち損失の 発生個所は温度上昇の発生個所を意味し、その大きさによって低減 策、冷却法などを入念に検討することが必要になってくる。また漏 れ磁界の正確な算定はそのまま発生電磁力、インピーダンスの正確 な算定とも結びつくことになる。

本報告は以上の観点にたって,まず漏れ磁界の算出法について検討し,ついで損失計算の基礎を確立した点について述べる。

2. 磁界計算

漏れ磁界による損失を求めるにはまず磁界計算法が確立されてい なければならない。これは短絡時の発生電磁力の計算の基礎ともな る。磁界については Maxwell の方程式をそのまま計算していくこ とによって求めることも可能であるが,電子計算機を用いても計算 時間そのほかの点で必ずしも有効な方法ではなく,ここでは線電流 によってつくられるベクトルポテンシャルを求める方法を用いるこ とにした。

2.1 円形線状電流

線状導線に電流iが流れているとき,この導線からr離れた点の ベクトルポテンシャルは(1)式で与えられる⁽¹⁾。

図1のように半径 a の円に沿って電流 I が流れているときに任意 点 Pに生ずるベクトルポテンシャルは半径方向ならびに Z 方向成分 をもたず θ 成分のみとなる。したがって P 点におけるベクトルポテ ンシャル A_θ は(2)式であらわされる。

$$A_{\theta} = \frac{\mu I}{-K} \sqrt{\frac{a}{k}} \left[(1 - 0.5k^2) \mathbf{K}(k) - \mathbf{E}(k) \right] \dots (2)$$

図2 長方形断面無限長電流によるベクトルポテンシャル







* 日立製作所日立研究所** 日立製作所国分工場



昭和43年2月

日



図3 円形電流と無限長電流の場合のベクトルポテンシャル

短縮される。

線状電流によるベクトルポテンシャルはすでに(1)式で与えられているが、Z方向に無限長で電流もZ方向のみとすればベクトルポテンシャルのx成分、y成分は0となりZ成分のみとなり、(4)式が得られる。

$$A_z = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \log r \qquad \dots \qquad (4)$$

からベクトルポテンシャル 0の線にはかなりの違いが みられる。また巻線中央部 の軸方向磁束密度および巻 線端部の半径方向磁束密度 は図4のように, 軸方向成 分は曲率による差は少ない が内側巻線では曲率を考え たほうが無限長電流として 求める場合より若干高くな っている。半径方向成分は 曲率を考えた場合は内側で は低く,外側では高くなっ ている(3)。このことから巻 線端部での軸方向電磁力を 考えると無限長導体として 求める場合と曲率を考慮し たときとで若干の相違があ らわれることがわかる。し かし巻線中央部での半径方 向電磁力は, 無限長導体と

論



して求めても十分正確に得られるといえる。

変圧器巻線を考えると図2のように長方形断面となり、これを素線集合と考えれば(4)式は微小面積 *4S* に流れる電流によってつくられるベクトルポテンシャルであり、これを導体断面積について積分すればよい。したがって図2において

$$A_{z} = -\frac{\mu_{0}\sigma}{2\pi} \int_{y_{1}}^{y_{2}} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \log \sqrt{(x-x_{p})^{2} + (y-y_{p})^{2}} \, dx \, dy$$

$$= -\frac{\mu_{0}\sigma}{2\pi} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} (-1)^{i+j} F(x_{i}y_{i}x_{p}y_{p}) \dots (5)$$

ただし σ は単位面積当たりのアンペアターン

$$F(x_{i}y_{i}x_{p}y_{p}) = \frac{1}{2} \left\{ (x_{i}-x_{p}) (y_{i}-y_{p}) \log[(x_{i}-x_{p})^{2} + (y_{j}-y_{p})^{2} - 3(x_{i}-x_{p}) (y_{j}-y_{p}) + (x_{i}-x_{p})^{2} \tan^{-1} \frac{y_{i}-y_{p}}{x_{i}-x_{p}} + (y_{i}-y_{p})^{2} \tan^{-1} \frac{x_{i}-x_{p}}{y_{i}-y_{p}} \right\}$$

変圧器では巻線の数は一般に2以上であり,さらに同じ巻線内で も絶縁あるいは巻数などによりアンペアターン分布が一様でない場 合がある。また鉄心の影響は影像を考えることによって表わされる から変圧器巻線全体のベクトルポテンシャルはそれら各断面からの 値を集積することによって得られることになる。すなわちn個の長 方形断面導体がある場合のベクトルポテンシャルは(6)式で与 えられる⁽²⁾。

$$B = \partial A_z$$

3. 無限長非磁性材料の渦電流損

3.1 解 析 法

ある与えられた幅で,長さが無限長の材料が一様磁界中にある場 合が最も解析しやすく,かつ今後の解析の基礎になる。またこの場 合電解槽法と数値計算の両方で解析が可能であるが,種々のパラメ ータをわかりやすく表現できるのは電解槽法であり,これについて まず簡単に説明する。

渦電流のある磁場の方程式は次式で表わされる。

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\sigma \operatorname{grad} V \dots (8)$$

$$\sigma = \bar{q} \equiv \bar{q} = \frac{1}{\rho}$$

一方電解槽では空間の電位分布を Vm,抵抗分布を Pm,外部から 流れ込む電流を jc とすると

いま j_eを分布容量Cを通して流し込むと考えると



2.3 円形電流と無限長電流とによる磁界の比較 一例として内側巻線,外側巻線の幅および両者の間隔を一定とし て巻き半径を変えて磁界計算を行ないその比較をしてみる。図3は *R*/*D*=5と無限長電流の場合の磁力線分布を比較したもので,これ

(12) 式を2次元場で考えると $\frac{\partial}{\partial x_m} \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial V_m}{\partial x_m} \right) + \frac{\partial}{\partial y_m} \left(\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial V_m}{\partial y_m} \right) - \frac{\partial}{\partial t} (C V_m) = -\frac{\partial}{\partial t} C V_c$(14) 以上により実際の磁界を電解槽で模擬するには(10)式のµ, Az,

 $V_e \geq (14)$ 式の $\rho m, V_m, V_e$ などを対応させればよいの で容易に渦電流 i_z を得ることができる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

3.2 損失の一般表示

幅 l, 厚さd, 固有抵抗 ρ の無限長平板に垂直に周 波数f, 磁束密度Bの磁束が印加されているときの板 中の渦電流損は上述した方法により電解槽の実験から 容易に求められるが,実際には損失を求める対象の寸 法がいろいろ変わるのでそのつど測定するのはたいへ んである。しかし電解槽法では定数変換によりきわめ て簡単に損失表示ができる。たとえば幅 l_0 , 厚さ d_0 , 固有抵抗 ρ の板の損失を測定しておけばスケールファ クタ a_0 を考えることにより, この平板を最初の幅 l_0 , 厚さ d_0 の基準平板と同一の電解槽モデルで模擬でき, そのときの渦電流は(15)式で表わすことができる。

この式の意味は幅および厚みがそれぞれ基準平板の a_0 倍あり,固有抵抗 ρ の供試平板が磁束密度B (gauss max),周 波数fの磁界中にあるときの平板の各部分を流れる渦電流 I_e は,基 準平板において磁束密度 B_0 ,周波数 f_0 のときに求めておいた固有 抵抗と,渦電流分布の関係曲線から,固有抵抗が $\rho/a_0^2 \cdot f_0/f$ に相当 する渦電流を求め,それを $B/B_0 \cdot a_0$ 倍すればよいことを示すもので ある。このような考え方に基づいて磁束密度 1,000 gauss max, 50 c/sにおける単位体積当たりの渦電流損(W/cm³)をわれわれが等価 平板抵抗と名づけた $\rho/l^2 \cdot 50/f$ ($\mu\Omega$ /cm)とd/lとによりグラフに まとめることができ,その一例を示したのが図**5**である。



流れる渦電流の総和で表わすことができる。したがって印加磁束と 各素線を流れる渦電流とそれらの間の相互インダクタンスとより各 素線の誘起電圧を求めれば,次にこの素線の自己インダクタンスと 抵抗より各素線に流れる渦電流が求められる。

平板の断面を直径 dr の素線の集合と考えると、この素線を流れ

以上により任意の幅,厚さ,固有抵抗をもつ非磁性体無限長平板 が磁束密度B,周波数fの磁界中にある場合の損失を求めることが 可能である。ただし図5は1,000 gauss max が基準になっているの でB gauss max のときの損失値はこれから得た損失値に $(B/1,000)^2$ を乗じてやらなければならない。

また従来この種の計算に用いられる計算式として平板の長さ方向 に平行に磁界が印加されている場合,渦電流の影響を無視した平板 単位体積当たりの渦電流損を求める式⁽⁶⁾

と導体内ではこの影響を考えている式(7)

$$w = \frac{1.26\sqrt{f\rho} B^2 \times 10^{-4}}{d} f\left(\frac{cd}{2}\right) \quad (W/cm^3) \quad \dots \dots (17)$$

ただし, $c = \sqrt{0.4 \pi^2 f \times 10^{-8}/\rho}$

$$f\left(\frac{cd}{2}\right) = \frac{\varepsilon^{\frac{cd}{2}} - \varepsilon^{-\frac{cd}{2}} - 2\sin\frac{cd}{2}}{\varepsilon^{\frac{cd}{2}} + \varepsilon^{-\frac{cd}{2}} + 2\cos\frac{cd}{2}}$$

とがある。これを図5中に示すと(16)式は図中〇一〇で示す 値,(17)式は×……×で示す値となり,前者は渦電流によって周囲 磁界が変わらず内部の渦電流も直線分布の場合は成立し,後者は平 板に平行に磁束が通る場合で,これからみると d/lが非常に大きく なったときに成立することがわかる。

この式は容易に解くことができ渦電流 $I_{(i,k)}$ の実数部 $I_{(i,k)}$ と虚 数部 $J_{(i,k)}$,抵抗 $R_{(i,k)}$ とより単位長さ当たりの損失は(19)式で与 えられる。

(19)式により求めた値を図5に示してあるが,若干小さめに得ら れている。これは平板を分割した素線を円断面としているのに対し 実際には正方形断面として考えるべきであるため,抵抗値が面積比 だけ高くなる。渦電流による磁界のひずみがほとんどない条件では この補正は容易であり,面積比 π/4 だけ横軸上の小さい値と比較し なければならないことになるが,これを考慮するとよく一致してい る。しかし渦電流により,磁界ひずみのある場合にはこの補正は簡 単でない。また電解槽法における境界の影響もあり,これらの点か ら一応図5を基本として考えて大きな間違いを生ずることは少ない とみてよい。

4. 長方形非磁性材料

4.1 計算値と実測値の比較

一般に用いられる材料ならびに実験で確認できるものは長方形板 になる。これは電解槽法の性質上簡単には模擬できず,3次元法に よらざるを得ないが非常にめんどうな手法となるので,ここでは3.3 に述べた計算法を利用することにし,実験との比較対応を行なうこ とにした。

これは本来両者の式を解くときの条件となっていることから当然 であるが,これらの計算式の使い分ける範囲およびそれらによって 求められなかった範囲が明確にでき損失を求めるうえできわめて有 益な結果が得られたといえる。 3.3 計算による確認

図5の結果を確かめるには計算による方法が最も良い。その方法 として板を素導体の集合と考えると,板中の全渦電流は各素導体を この計算法は(18)式をそのまま用いるが素線を無限長板では平行 2線で考えたものを長方形状で考えることにした違いのみである。 したがってインピーダンスが変わるだけで容易に渦電流を計算する ことができる。 月

立 評

日

第50巻第2号



図6 長方形板損失実験装置

				銅	板	黄鱼	同 板	ステンレス鋼板	
板	の 厚	3	mm	4.8	9.5	4.8	9.5	6.0	9.0
計	算	値	w	593	471	673	747	103	146
実	測	値	w	472	327	592	610	113	163
計	算值/	実测	則值	1.25	1.43	1.15	1.22	0.91	0.90

表1 長方形板損失の計算値と実測値

(長方形板の幅 200 mm,長さ 300 mm)

次に図6に示す装置で実験を行ない,計算結果と比較したのが表 1で,厚い銅板,黄銅板での差が若干大きいが比較的よい近似を示 している。この両者の差の原因は3.3にも述べたように素線を円断 面としている点,実験装置の大きさからくる境界の影響とみられる がこの計算法を基本として考えても十分であると推定できる。 る場合は少なく,種々 の例についての磁束密 度分布計算からみると 三角形状の分布をして いることが多い。

論

このような磁束に対 する損失を求めるため 長方形板に磁束が図7 のように三角分布して いるときについて 4.1 にのべた計算法で算出 したところ一様分布に 比較し,材質によって 差があるがほぼ一定の 比率となることがわか った。

これにより三角分布 0.2 We の場合の損失は三角形 0.1 失 の最大値の磁束密度を 0.08 0.06 長 とって図5と4.2の方 0.04 法でまず一様分布の長 0.02 方形板の損失を得てか 0.01 ら上記係数を乗ずるこ とで求めることができ る。





4.2 無限長板と長方形板との比較

3.2 で無限長板の一般的な損失曲線の得られることが明らかとなったが、4.1でさらに長方形板での損失の得られることもわかったので、これを結びつければ任意の長方形板の損失を求めることが可能となる。

その方法として計算機で求める方法を利用して無限長板に対する 長方形板の損失の比を求めてみると、長方形板の厚さ、幅、固有抵 抗によって若干の差はあるが正方形板では無限長板の35~45%、長 さが幅の10倍位の長方形では無限長板の80~85%の結果が得られ た。この係数は板の厚さ、幅、固有抵抗をパラメータとしたグラフ 表示にしておけば使ううえできわめて便利である。

表1に示した例を図5のグラフとここで求めた係数をもとに算出 して測定値と比較すると,4.8 mm 厚の黄銅板では777W となりこれ に対する測定値は592W,6 mm 厚のステンレス鋼では127Wで, 測定値は113W となった。測定装置の点で渦電流の大きい材料では 損失が小さめに得られていることから本方法で損失を算出した場 合,誤差は20%を越えることはまず無いとみてよいであろう。

4.3 斜めに一様磁界が印加される場合

今まで解析したのは磁束が垂直に印加されている場合の損失であ ったが、一般には斜方向に印加されることも考慮しなければならな い。この場合の算出法として印加磁束を供試品の面に垂直な成分と 平行な成分に分け、そのおのおのについて損失を求めて和をとるこ とを考えてみる。

最初に正方形断面の無限長の材料を考え,45度の方向から磁束が 印加されたとき電解槽法で求めた損失と,各成分に分けて求めた損 失を比較すると後者は10~15%小さめになる。また図6の実験装

5. 磁性材料の渦電流損

磁性材料の渦電流損失を解析するにも一般には板が対象となるの で面に平行に磁束がはいる場合と垂直にはいる場合について検討し なければならない。しかし非磁性材料と異なり導磁率の影響をうけ て磁界解析は容易でない。また実際にはこのために大部分平行磁束 として作用する場合が多いので,平行磁界に限定して解析を行なっ た。

5.1 磁束と損失

鉄板中を平行に流れる磁束によって生ずる損失についてはこれま でにも理論的解析はあるが,ほとんど鉄板中の磁場の強さおよび磁 束密度の関数として取り扱われてきた⁽⁸⁾⁽⁹⁾。しかし変圧器などを対 象にして考えると磁束の関数として扱ったほうが便利である。そこ で鉄板を用いてリング状試料を作り,これにトロイダル状にコイル を巻き,鉄板中を流れる磁束と損失の関係を調べた。

厚さ3.2 mm~25 mmの鉄板について損失と鉄板中の磁束の関係を測定した結果が図8で、上記の厚さの範囲では厚さに無関係に (20)式の一つの直線で表わされることが認められた。

5.2 考 察

われわれが扱った厚さの鉄板ではヒステリシス損は渦電流損に比

アメニャッシュと 使用 いて 材料を 磁束の印加方向に対し 0~90 度に変えて 損失を 測 定し、さらに各角度ごとに 磁束の垂直分、平行分に分けて合成した 損失と比較するとやはり計算値のほうが最大 15%程度小さめにな るが大体よい近似が得られ、2 成分に分けて合成することで大きな 誤りは生じないとみてよいであろう。 4.4 三角分布磁界の場合 変圧器構成材料中の損失を求めるにあたって磁束密度が一様であ A = Back A = BackA = Component and a component

変 圧 器 漏 れ

磁

界









表 2	静雷遮へ	い板の	温度上昇
21 4	111. 147 1000	· · · · ·	

失

(a) スダレ状遮へい板の場合

と

損

静電遮	$\sim i$	、板	単位面積	1	温 度	上昇	₽°C	
0.01671-0	部厚さ当たりの	当たりの	計貨	筆 値	実	測	値	
材 質	分	mm	渦電流損 W/cm^2	Aまたは Bの平均 値	平均值	Aまたは Bの平均 値	平均值	最高温度
	A	2.0	0.23	110	70	50	50	70
	в		0.06	30		50		
銅	A	0.12	0.018	9	6	8	6	10
	В		0.005	2.5		4		
	A		0.0086	4	0	7	6	12
ステンレス鋼	$ \begin{vmatrix} A \\ B \\ \end{vmatrix} \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15						
-	A	0.05	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1				
アルミニウム	В	0.05	0.001	0.05	1	0	0	1

(b) ノレン状遮へい板の場合

静	電遮へ	い 板	単位面積当	温	度 上 昇	°C
4-4	庻	国々	 たりの渦電 流損 	計算值	実 測	』 値
11	具	PF ⊂	W/cm^2	平均值	平均值	最高温度
銅 ステンレス鋼		2.0	0.072	35	32	40
		0.12	0.0094	5	3	7
		2.0	0.0043	2	4	6
アルミ	ニウム	0.009		0	0	0

また3mm以上の厚さの鉄板に対しては

$$\frac{B_a}{B} = \frac{\sqrt{2}}{cd} = \frac{\mu_a}{\mu} \qquad (22)$$

ただし,
$$c = \sqrt{0.4\pi f \frac{\mu}{\rho} \times 10^{-8}}$$

の関係がある(?)。したがって(21)式は(23)式となる。

ここでµadはφmaxの関数であることから各種の鉄板について 測定したところ鉄板の飽和しない領域では

 $\mu_a d = K_t \phi_{\max}^{-0.64}$

の関係のあることが認められた。これを(23)式に代入すると

となり,損失は磁束の2.6乗で表わされ,実験式(20)式が2.5乗に 比例したのとほぼ一致している。

(20), (24) 式のように損失が鉄板厚さに無関係に表わされる点 を考察してみる。

磁束の浸透深さるは

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \frac{\mu}{\rho}}}$$

で表わされる(8)がこの関係と(22)式とから

$$\mu_a \frac{d}{2} = \frac{\mu \delta}{\sqrt{2}\sqrt{0.4\,\pi \times 10^{-8}}}$$

となり µad は鉄板の厚さと無関係になる。すなわち鉄板の平行磁 界中における損失は磁束量の関数として表わせば非常に扱いやすく

良い一致を示している。遮へい板の温度上昇も表2に示すように比 較的両者は一致しており材質,形状の相違も明確にすることができ た。ただステンレス鋼での値の差は大きいが、これは熱伝導率が小 さいために最高温度と最低温度の差が大きすぎることから, 平均損 失, 平均温度の考え方に基づく計算でなく, 局部損失そのもので考 える必要のあることを示しており、この考え方によれば好結果を得 られることが確かめられている。

以上により本方法は相当よい近似で推定できることが判明し,漂 遊損失,温度上昇などの検討にきわめて有効に活用できる。

言 7. 結

以上を取りまとめると次のようになる。

- (1) 変圧器漏れ磁界は円形導体,無限長導体のいずれの方法で も算出できるが、一般には後者の計算法を用い、鉄心、タ ンクのイメージを考慮して求めればよい。
- (2) 非磁性材料の渦電流損は磁界分布をもとに無限長平板に対 して得られた損失を基準として任意の長方形板の損失を求 めることができるようになった。また変圧器漏れ磁界の分 布形状のうえで比較的多い三角分布磁界の場合の損失算出 法も確立できた。
- (3) 鉄板の平行磁界中の損失も磁束量の関数で表現できること が判明し,利用上きわめて便利になった。
- (4) 応用結果から、本解析法の有効なことが認められた。

最後に本研究にあたり,日立製作所日立研究所田口所長を始め国 分工場諸関係者からご激励ご援助をいただいたことを深く感謝する ものである。

献 考 文 参

なる。

6. 応用の一例

一例として,図9に示すような絶縁した実験用遮へい板を製作し てモデル変圧器に適用し,前述した計算法による磁束密度,温度上 昇の計算値と比較した。

モデル巻線最外側の磁束密度は図10に示すように両者は非常に

たとえば、竹内: 電磁気学現象理論, 丸善(昭36.2) (1)工藤: 電学東支大 No. 136 (昭 42) (2)奥山, 高橋, 稲垣: 電4学連大 No. 462 (昭41) (3) H. K. Farr, W, R, Willson: AIEE Vol. 70, p. 1301 (1951) (4)奥山, 乾, 高橋: 電4学連大 No. 964 (昭40) (5)たとえば、電気工学ハンドブック, p,193 (昭40) (6)S. Momota: 電学誌, p. 505 (1924.5) (7)E. Rosenberg: The Electrican p. 188 (1923.8) (8)D. Agarwal: TAIEE III Vol. 78, p. 169 (1959.5) (9)たとえば、J. Turowski: CIGRE No. 102 (1964) (10)