

引張卷取機の巻締力

Winding Force of Tension Reel

秦 和宣* 木村智明* 木村光男*

Kazunori Hata Tomoaki Kimura Mitsuo Kimura

要旨

引張卷取機のドラムにストリップを巻き取るとき、コイル内部にはコイルのバックリングに関する円周方向応力と、ドラムの強度に関する半径方向応力、すなわち巻締力とが発生する。これらの応力は、ストリップ巻取中にドラムが収縮しない静止ドラムと、収縮する移動ドラムとでは異なる値を示す。移動ドラムとした場合には、巻締力をコントロールできるので、ドラム強度の点から有利となるが、コイルのバックリングからも限界値を検討する必要がある。

本稿では、このコイル内部に発生する応力を理論的に求め、これに関連するコイルバックリングの限界値についても検討を加え、その値に及ぼす因子を解明した。

1. 緒 言

冷間圧延の圧延理論については種々の研究が行なわれているが、最終製品であるコイルの仕上げ状態を左右する引張卷取機は、重要なものであるにもかかわらず、あまり研究されていないように思われる。たとえばセンジマーミルなどにおいては、大きなテンションを加えて圧延することが絶対的必要条件である。このため卷取機の強度をあげる意味で中実のドラムを用い巻き直しの巻取機を用意したり、バックリングを防ぐためスプールを用いたりして設備が根本的に変わってきたりする。これらの場合、巻取機として問題となるのは、

- (1) 卷取ドラムは、どのような巻締力(半径方向応力)を受けるのであろうか。
 - (2) 卷取コイルのバックリングは、どのような条件で起こるのか。
 - (3) バックリングと、巻締力に関する要素は何であろうか。
- ということであろう。これらの点に関して、コイル各層のストップは相互にすべりがなく、また卷取ドラムは、平均した均一な剛性をもち、コイルの円周方向、半径方向の綫弹性係数は同じであると仮定して解析した結果、比較的簡単な式を得ることができた。ここでは、ドラムの構造より定まる剛性係数を媒介として、以上(1), (2), (3)につき理論計算を行ない、実測値と比較した結果、よく一致した。これらより卷取条件によって、どのようなドラム剛性すなわち、ドラム構造が望ましいかがあきらかになった。

2. 卷取ドラム構造

冷間圧延設備の圧延機の前後に設置され、ストリップをコイル状に巻き取るドラムに要求される性能は、一般的に

- (1) コイル抜き出しのため、ドラムが開閉すること(中実の開閉しないドラムを用いるときは、巻戻し装置を要す)。

- (2) 巷締力に耐えること。
- (3) 巷き取ったコイルに傷をつけないこと(たとえば、リールマーク、コイルバックリングなど)。

以上の条件を満足するために、種々の構造が考えられるが、大別すると、図1に示すような、五つの種類に分けられる。いずれも、油圧シリンダでくさびを動かし、そのくさび作用でドラムを開閉する方式である。

3. 巷 締 力

3.1 記 号

本報で使用する記号を一括して次に示す。

σ_r : コイルの任意の半径 r での半径方向応力 (kg/mm^2)

σ_t : コイルの任意の半径 r での接線方向応力 (kg/mm^2)

$\Delta\sigma_{in}$: r_n のコイル外周に第 n 層目を巻いたために新たに起こる内圧の増加 (kg/mm^2)

$\Delta\sigma_{on}$: r_n のコイル外周に第 n 層目を巻いたために新たに起こる外圧の増加 (kg/mm^2)

σ_s : ストリップの単位引張応力 (kg/mm^2)

σ_1 : 回転シリンダによるドラムを押し広げようとする応力 (kg/mm^2)

σ_t' : コイルを抜き取るため、ドラムを収縮した瞬間の接線方

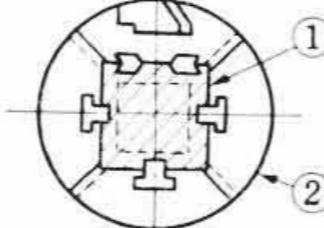
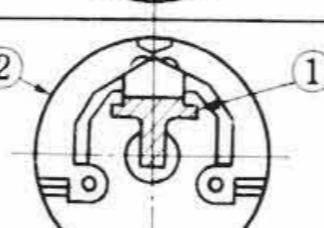
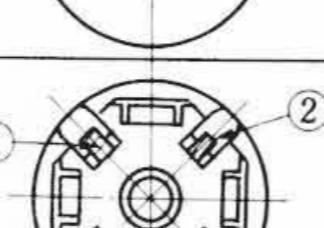
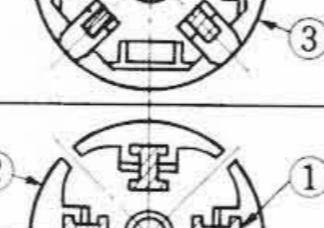
形 式	構 造	開 闭 方 法	使 用 設 備
ピラミッド形 (二重シャフト式)		ピラミッド軸①を油圧シリンダにて軸方向に移動させることによって4セグメント②を開閉させる。	○ リダクション ○ センジマーミル ○ タンデム ○ スキンバス
2セグメント形		軸方向に傾斜の付いたウェッジ①を油圧シリンダにて軸方向に移動させることによって2セグメント②を開閉させる。	○ リダクション ○ スキンバス ○ タンデム
スムーズサーフェイス形		軸方向に傾斜の付いたウェッジ①を油圧シリンダにて軸方向に移動させ②のガイドバーを介して4セグメント③を開閉させる。	○ スキンバス ○ プロセッシングライン
ウェッジ形		軸方向に傾斜の付いたウェッジ①を油圧シリンダにて軸方向に移動させることによって4セグメント②を開閉させる。	○ プロセッシングライン ○ リダクション ○ タンデム
ライトピラミッド形		軸方向に傾斜の付いたウェッジ①を油圧シリンダにて軸方向に移動させることによって4セグメント②を開閉させる。	○ プロセッシングライン

図1 卷取機の種類と構造

向の応力 (kg/mm^2) σ_c : 座屈応力 (座屈直前薄肉円筒に生じて
いる接線方向応力) (kg/mm^2) t : ストリップ板厚 (mm) k : ストリップの単位幅当たり、半径方向
に単位長さ圧縮するために必要なドラ
ム外周上の全巻締力 (kg/mm^2) U : 半径 ξ の位置での半径方向の変位
(mm) ΔU : $\Delta\sigma_{in}$, $\Delta\sigma_{on}$ のために新たに起こる半径
 ξ での半径方向の変位 (mm) δ : コイル内径 r_i での半径方向の変位 (mm) m : コイルのポアソン数 ν : ポアソン数 E : コイルのヤング率 (kg/mm^2) r_i : コイル内径 (mm) r_0 : コイル外径, r_n の最大径 (mm) λ : ドラムしゅう動面の摩擦角度 ($^\circ$) μ : 摩擦係数 P : シリンダ出力 (kg) δ_0 : $r=0$ におけるたわみ、すなわち、座屈部における最大た
わみ (mm) B : ストリップ幅 (mm) K : $k/2\pi$ でドラム剛性係数 (kg/mm^2) R : 薄肉円筒の半径 (mm) ε_0 : 座屈前薄肉円筒に生じている接線方向のひずみ ε_0' : 座屈後薄肉円筒に生じている接線方向のひずみ h : 薄肉円筒の板厚 (mm)

3.2 ドラムにかかる応力解析

ドラムにかかる応力を計算するに当たり、次の仮定を置く。

(1) ドラムは k なる剛性係数をもつ弾性体だと考える。

(2) コイル各層のストリップは相互にスリップを起こさない。

(3) コイル円周方向、半径方向の綫弹性係数は同じである。

ストリップの微小部分は、その力の釣合により、半径 ξ の位置で

図 2 より考えると、

$$\Delta\sigma_r = \frac{1}{\xi} (\sigma_r + \sigma_t) \cdot t \quad (1)$$

図 3 のようなコイルでは、円筒の式より

$$\frac{d^2U}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dU}{d\xi} - \frac{U}{r^2} = 0 \quad (2)$$

なお $\xi=r_n$ で $\sigma_t=-\sigma$, $\sigma_r=0$ であるから (1) 式より

$$\Delta\sigma_{on} = -\frac{t}{r_n} \sigma \quad (3)$$

ドラムは k なるバネ定数をもって、内部より抵抗するので、

$$\Delta\sigma_{in} = -\frac{k}{2\pi r_i} |\Delta U|_{\xi=r_i} = -\frac{K}{r_i} \Delta\delta \quad (4)$$

ただし、 $K=k/2\pi$ でドラム剛性係数と名付ける。ここで、(2) 式より、内外圧 $\Delta\sigma_{in}$, $\Delta\sigma_{on}$ の境界条件を与えて解くと

$$\Delta U = \frac{r_i^2 \{m-1\} \xi^2 + (m+1) r_n^2\} \Delta\sigma_{in} - r_n^2 \{(m-1) \xi^2 + (m+1) r_i^2\} \Delta\sigma_{on}}{m E \xi (r_n^2 - r_i^2)} \quad (5)$$

 $\Delta\sigma_{in}$ は (3) 式より求まる。さらに、半径方向のひずみは $d(\Delta U)/d\xi$ 、接線方向のひずみは $\Delta U/\xi$ となるので、 σ_r , σ_t の増加、 $\Delta\sigma_r$, $\Delta\sigma_t$ は、次の式となる。

$$\Delta\sigma_r = \frac{E}{1-1/m^2} \left\{ \frac{d(\Delta U)}{d\xi} + \frac{1}{m} \frac{(\Delta U)}{\xi} \right\} \quad (6)$$

$$\Delta\sigma_t = \frac{E}{1-1/m^2} \left\{ \frac{(\Delta U)}{\xi} + \frac{1}{m} \frac{d(\Delta U)}{d\xi} \right\} \quad (7)$$

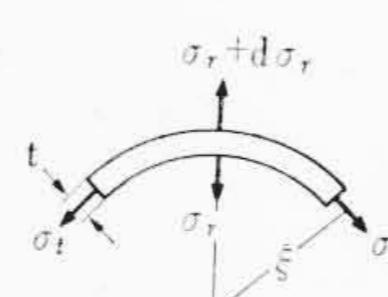


図 2 板の応力状態

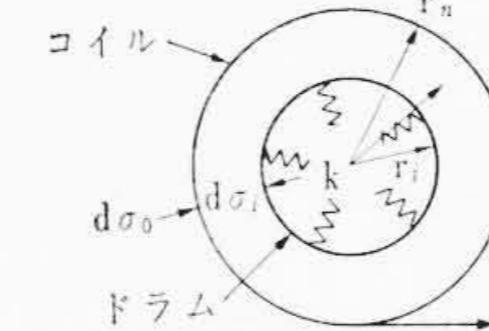
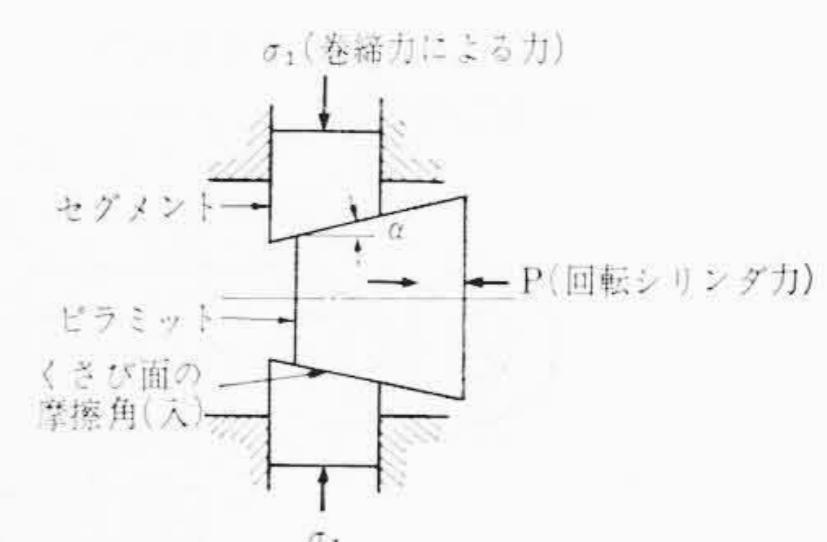


図 3 卷取状態

図 4 くさび角と、回転シリンドラ力、
巻締力との関係コイルが、 $r_n=r_0$ まで巻き太ったとき、 ξ 位置での巻締力、接線力は、(6), (7) 式に (5) 式を代入して

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \int f(r_n) \cdot t = \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \Delta\sigma_r \\ &= \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \frac{-r_n [(Km+K+mE)\xi^2 + (Km-K-mE)r_i^2] \cdot \sigma \cdot t}{\xi^2 [(Km+K+mE)r_n^2 + (Km-K-mE)r_i^2]} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma - \int F(r_n) \cdot t = \sigma - \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \Delta\sigma_t \\ &= \sigma - \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \frac{r_n [(Km+K+mE)\xi^2 - (Km-K-mE)r_i^2] \cdot \sigma \cdot t}{\xi^2 [(Km+K+mE)r_n^2 + (Km-K-mE)r_i^2]} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\delta = \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \Delta\delta = \sum_{r_n=r_i}^{r_0} \frac{2m \cdot r_i \cdot r_n \cdot \sigma}{[(Km+K+mE)r_n^2 + (Km-K-mE)r_i^2]} \cdot t \quad (10)$$

以上の式により、 σ_r , σ_t , δ は板を巻くごとに数値計算により求め
ることができる。巻き取る途中で、 K , σ が変化する場合でも、上式
で一般的に取り扱うことができる。

3.3 静止ドラムと移動ドラム

上式(8), (9), (10) 式であきらかのように、ドラム表面への巻締
力が順次大きくなっていく過程で、くさび角 α の値により次の二つ
の巻き取り状態が考えられる。(1) くさび角 α がくさびのしゅう動面の摩擦角 λ より小さい
と、巻締力に対してドラムシャフトとセグメントの相対す
べりは生じないで巻き取る状態を静止ドラムと呼ぶ。(2) $\alpha > \lambda$ のときは、巻締力と回転シリンドラ出力によるドラム開
閉が釣合うまで巻き太る。それ以上の巻き太りに対してド
ラムは収縮して逃げその巻き太ったコイルで受ける状態が
ある。その状態を移動ドラムと呼ぶ。この状態により、次のよ
うな値になる。

3.3.1 移動ドラム

ストリップの張力を一定とすると、 r まで巻き太ったときのコ
イルの巻締力 (σ_r) は種々のドラムによって異なるが図 4 のよう
なドラム表面でのシリンドラ力とが釣合うときの応力を σ_1 とすると

$$\begin{aligned} |\sigma_r|_{\xi=r_i} &= -\sigma_1 \\ &= \int_{r_i}^r \frac{2K \cdot m \cdot r_n}{[(Km+K+mE)r_n^2 + (Km-K-mE)r_i^2]} \\ &\quad \times \sigma \cdot dr_n \end{aligned} \quad (11)$$

上式より

$$r = \left\{ \frac{2Km}{Km+K+mE} \cdot e^{\frac{(Km+K+mE)\sigma_1}{K \cdot m \cdot \sigma}} - \frac{Km-K-mE}{Km+K+mE} \right\}^{\frac{1}{2}} r_i \quad (12)$$

 r 以上の巻き太りに対しては、 $\sigma_r=\sigma_1$ であり、かつ、ドラムは逃
げるので、 $K=0$ と考えられる。ここで、ドラム表面での σ_r , σ_t , δ
は次のようになる ($\xi=r_i$)。

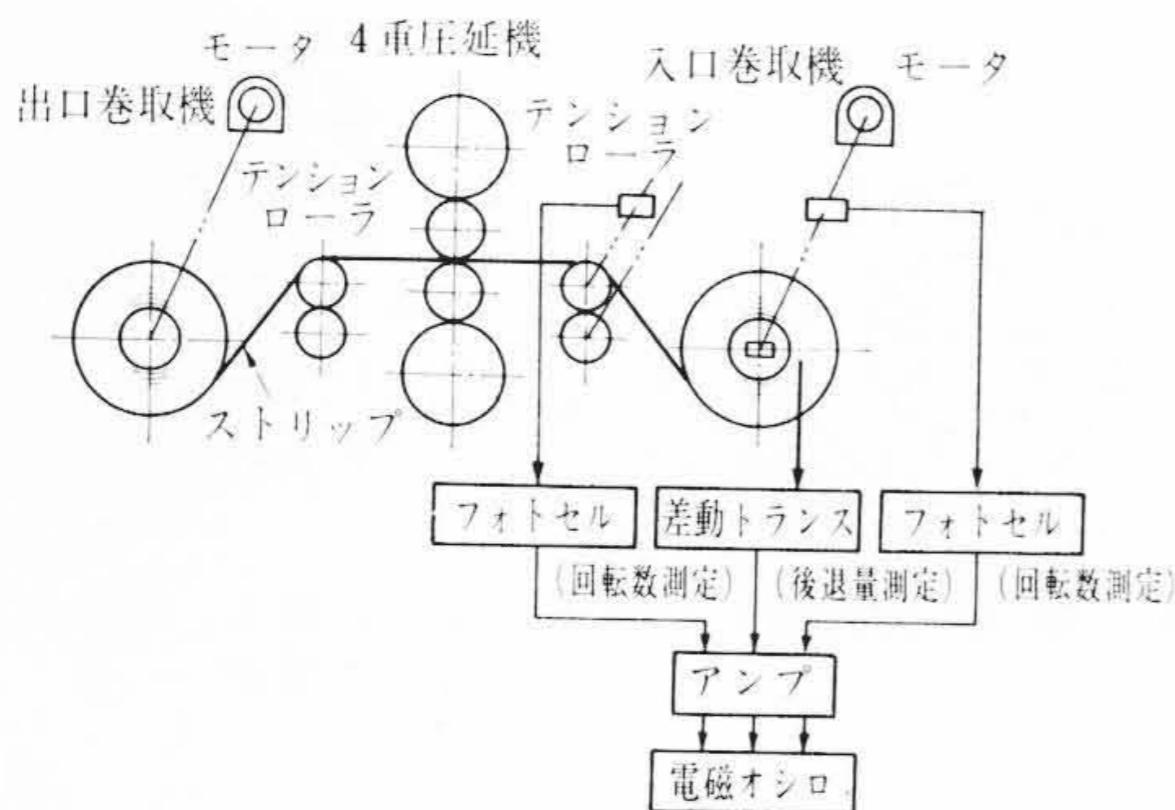
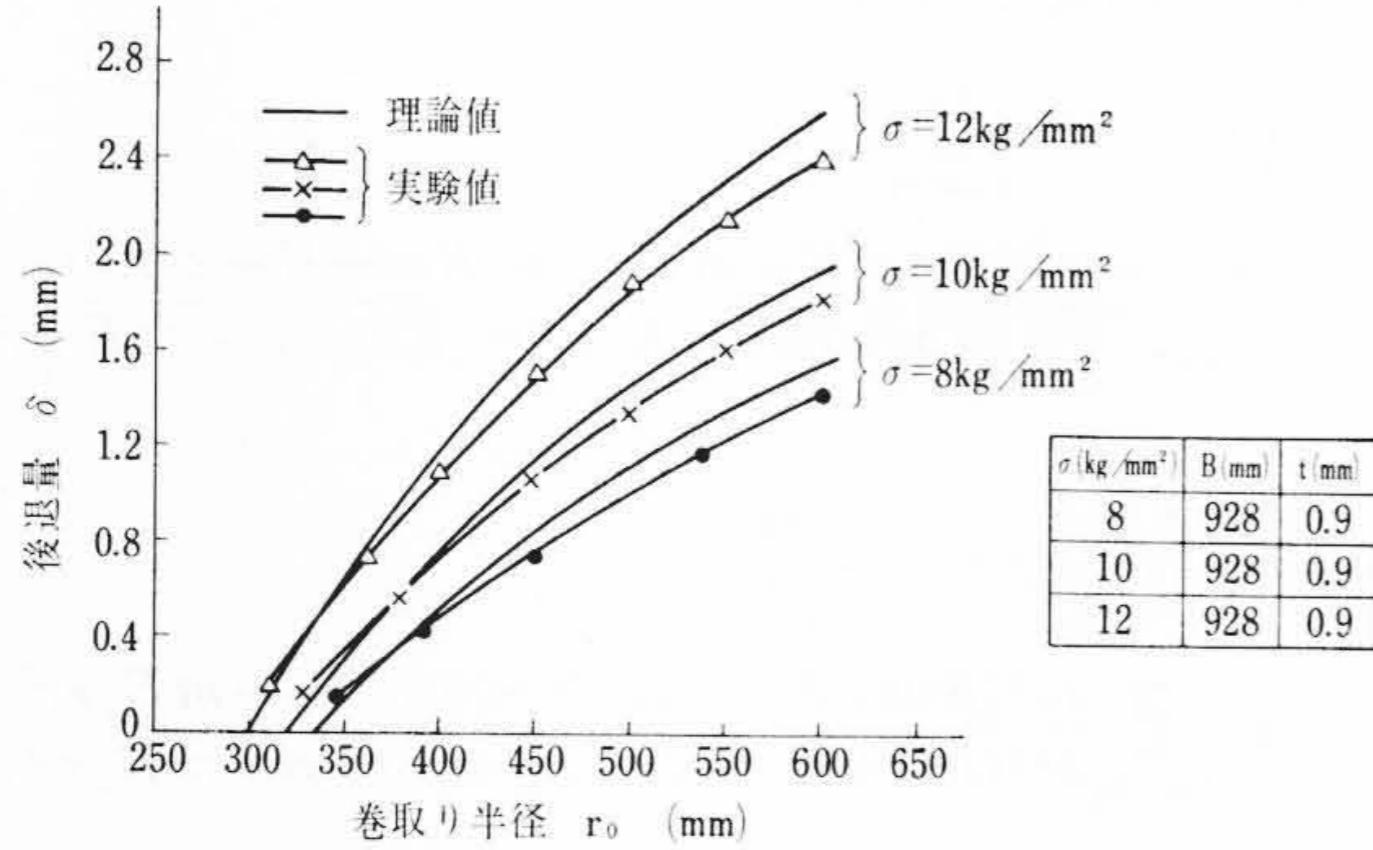


図5 実験装置

図6 $P=30 \text{ kg}/\text{cm}^2$ における巻取り半径と回転シリンドラの後退量の関係

$$\sigma_r = \int_{r_i}^r f(r_n) \cdot dr_n + \int_r^{r_0} |f(r_n)|_{K=0} dr_n \dots \quad (13)$$

$$= \frac{\sigma \cdot K \cdot m}{Km + K + mE} \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2 \cdot Km \cdot r_i^2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma + \int_{r_i}^r F(r_n) dr_n + \int_r^{r_0} |F(r_n)|_{K=0} dr_n \\ &= \sigma \left\{ 1 - \frac{K + mE}{Km + K + mE} \right. \\ &\quad \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2Kmr_i^2} \\ &\quad \left. - \log_e \frac{r_0^2 - r_i^2}{r^2 - r_i^2} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

なお、コイル抜き出しのためドラムを収縮するとき、コイルの内径において、 $|\sigma_r|_{\xi=r_i=0}$ となり σ_t はその分だけ内圧が減じた厚肉円筒と考えられ下記計算式になる。

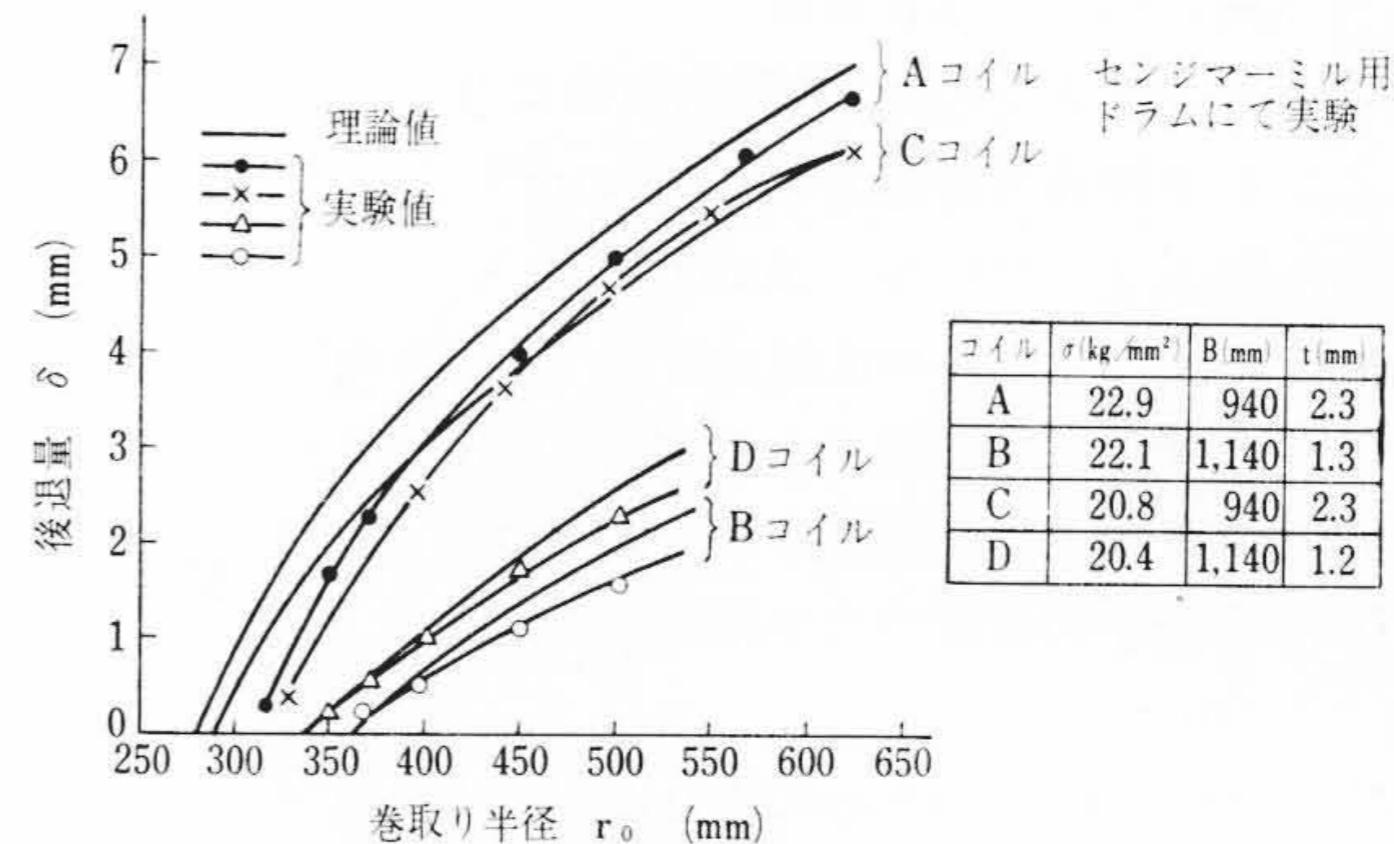
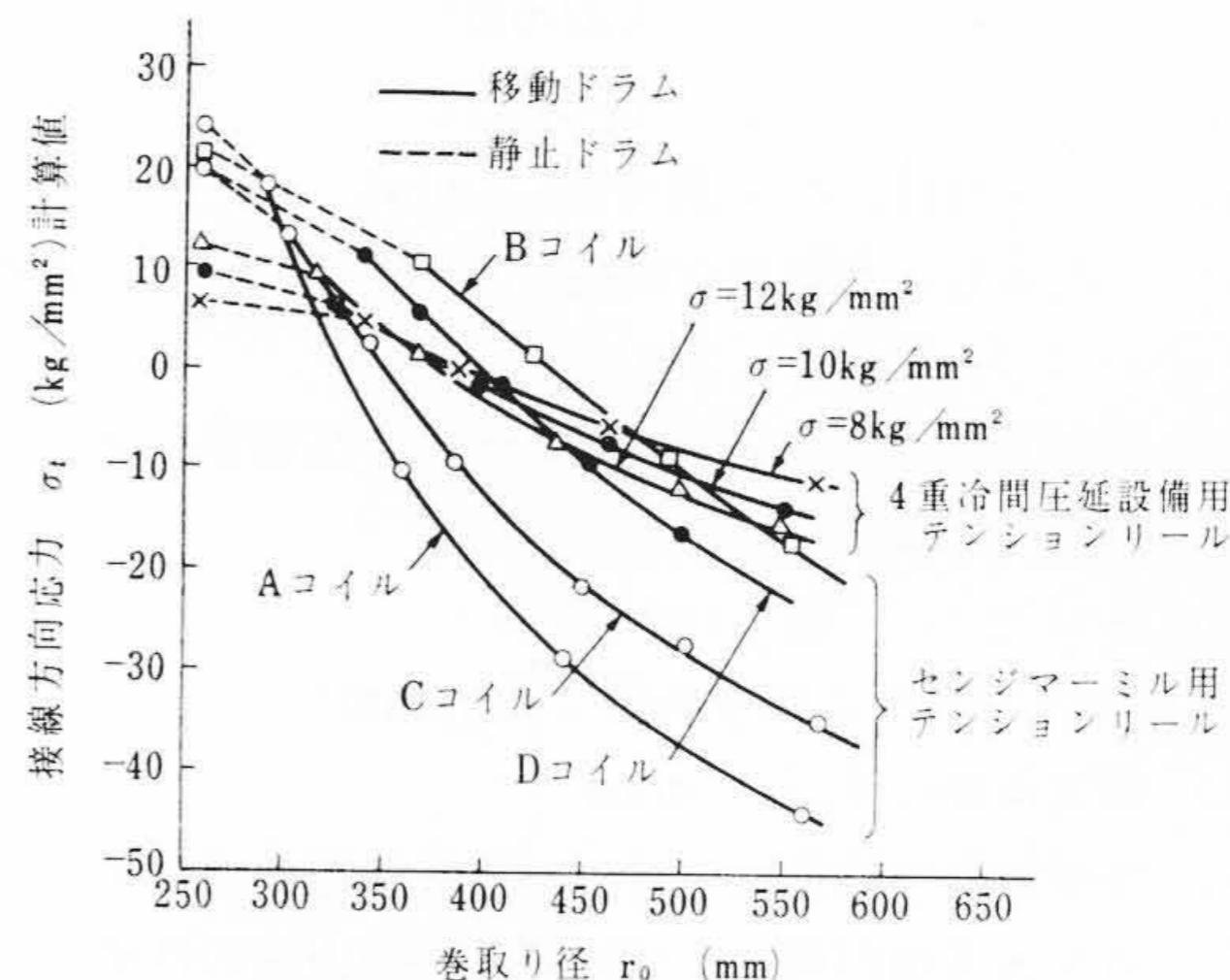
$$\sigma'_t = \sigma_t - \left(\frac{r_0^2 + r_i^2}{r_0^2 - r_i^2} \right) \sigma_r \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\sigma \cdot m \cdot r_i}{Km + K + mE} \\ &\quad \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2Kmr_i^2} \\ &\quad + \frac{r_i \sigma}{E} \log_e \left(\frac{r_0^2 - r_i^2}{r^2 - r_i^2} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

3.3.2 静止ドラム

静止ドラムの場合には、巻締力によりドラムが収縮しない状態であるので上式に対し $r=r_0$ として考えてよい。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma \cdot K \cdot m}{Km + K + mE} \\ &\quad \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r_0^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2Kmr_i^2} \end{aligned} \quad (17)$$

図7 $P=15 \text{ kg}/\text{cm}^2$ における巻取り半径と回転シリンドラの後退量の関係図8 σ とドラム外周上の σ_t との関係

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma \left\{ 1 - \frac{K + mE}{Km + K + mE} \right. \\ &\quad \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r_0^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2Kmr_i^2} \left. \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\sigma mr_i}{Km + K + mE} \\ &\quad \times \log_e \frac{[(Km + K + mE)r_0^2 + (Km - K - mE)r_i^2]}{2Kmr_i^2} \end{aligned} \quad (19)$$

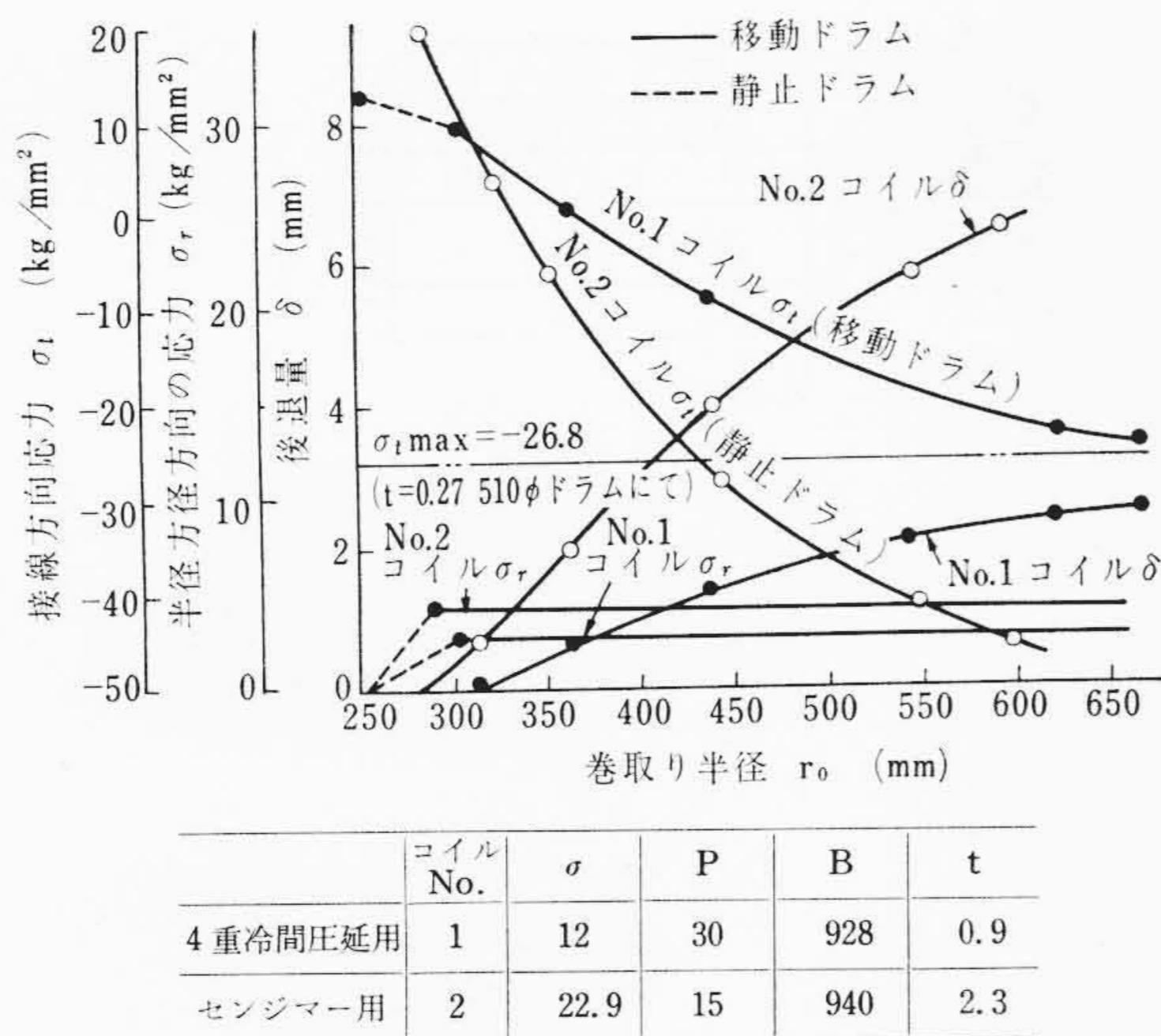
3.4 巷締力測定

巷取り半径と引張応力 (σ) によって、漸次変化する巷締力を直接測定することは非常に困難である。そこで、一定張力を加えながら巷き取っている過程中において、回転シリンドラの出力に相当する巷締力まで巷き太ったときの r (巷取り半径) と、その後の巷き太りに対してドラムシャフトの後退量を測定しドラムの収縮量を逆算するという間接的な方法で行なった。すなわち、図5に示すような装置によった。これは、読み取りによっても現場的に簡単にできるものである。

4重圧延機設備用ドラムと、センジマーミル設備用ドラムにおいて、上記の実験方法によって測定した結果を図6、7、8に示す。

3.5 応力を決定する要素

以上の実験より得た値は、理論値と比較的よく一致する結果を得た。この巷締力 σ_r はドラムの強度に直接関係し、ドラムの強度上の許容応力より上限値が定まる。この許容応力は別途に光弾性実験により詳細解析している。一方、 σ_t は圧縮力として大きくなるとコイルにバックリングを起こす。この σ_r , σ_t は、互いに相反するものであり、 σ_r を小さくするために移動ドラムとし、回転シリンドラ力と摩擦角 λ より定まる σ_t より大きくならないようにして、ドラムの許容巷締力内に押さえればよいが、これは(14)式より明らかなように σ_t を

図 9 σ_r , σ_t , δ 間の相互の関係

大きくする結果となる。この各値に関連する要素のうち、張力 σ および巻き太り比が大きいと、 σ_r , σ_t , δ はともに大きくなるが、圧延条件すなわち、圧下率、コイル径、板厚精度、形状、材料の機械的性質に関連して定まる値である。また、くさび角 β は使用する潤滑条件より定まる。それに反し、ドラム剛性係数 K は、ドラムの形状が定まるとその値もほとんど定まるもので、現在までのドラム形式の発展の歴史が、ドラム剛性係数の上昇を通じてうかがうことができる。たとえばピラミッド形式のものでは、ほぼ中実棒としたときの値に近い値であり、開閉ドラムとしては最強である。さらに強い中実棒の場合には、ドラム径に関係なく、最高値 $K=mE/m-1=3\times10^4$ kg/mm² となる。この関係は図 9 のようになる。

したがって、巻取ドラムとして K をできる限り大きくして、コイル間の大きなスリップや、バッククリングの発生を防ぐようにする。そのために、ドラム強度を越えるような大きな力が生ずる場合は移動ドラムとして強度上の安全を守ることが、圧延上から、あるいは設備上からも最良であるといえる。もちろん、移動ドラムとするためには、回転シリンダの油圧は自由に定圧が加えられるような配慮が必要である。

4. コイルバッククリング応力

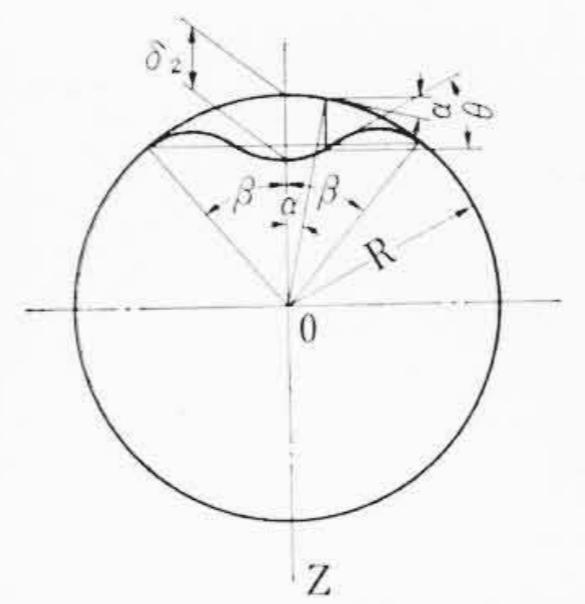
以上のような観点より巻取ドラムを考えると、コイルバッククリングにつき、 σ_t がどのような値のときに起こるかを知ることが重要な意義をもってくる。

バッククリングは、コイルをドラムより抜き取る際に一度に数十層のストップが内径方向に座屈し、最悪の場合は引き続いて外径方向への層が連鎖的に座屈し最外層にまで及ぶものである。

実際のコイルのバッククリングの問題を解析するに当たっては、コイルの性質上、コイル内径部におけるストリップ先端が σ_t の応力を解放し、無拘束の状態にあるのでコイル内径部では必然的にゆるみを生じていることを考慮しながら、多層になっている薄肉円筒の座屈現象について解析することが必要である。しかし、これは非常に困難な問題であるため、本報では問題を単純化し、固定壁に囲まれた薄肉円筒の座屈応力の解析によることにして、実験結果とともに記す。

4.1 固定壁に囲まれた薄肉円筒の座屈応力

図 10 は固定壁に囲まれた薄肉円筒の座屈した状態を示す説明図である。解析には有限変位理論によるエネルギー法を採用した。図 10において、 $\Delta\lambda$ を座屈した部分(座屈後の中に角 2β)の座屈曲線長



直交座標系 (r , z) において座屈の形状曲線は、 z 軸に関して対称と考える。 α は任意の位置を示す角度、 β は境界の位置を示す角度、 θ は座屈した曲線の任意の位置における傾斜角を示す。

図 10 座屈曲線関係図

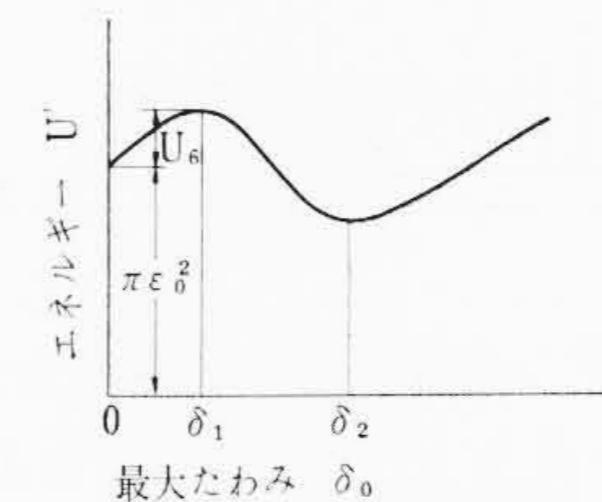


図 11 エネルギー曲線図

さと、中心角 2β 間に含まれる半径 R の円弧の長さとの差として

$$\Delta\lambda = -4\lambda/2\pi R \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

とおけば、 ε_θ , $\varepsilon_{\theta'}$ および ε_0 間の関係は近似的に、

$$\varepsilon_{\theta'} = \varepsilon_0 - \varepsilon_\theta \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

$\Delta\lambda$ は、 $dz/dr = \tan\theta$ の関係があるから次式のようになる。

$$\Delta\lambda = 2 \left[\int_0^{\beta} \sqrt{1 + \tan^2 \theta} d\theta - R\beta \right] \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

r_β は、 $\alpha = \beta$ における r の値である。座屈する瞬間においては、 θ , α , β などの量は小さいので微小項を無視すれば、(22)式の $\Delta\lambda$ は

$$\Delta\lambda = R \int_0^\beta (\theta^2 - \alpha^2) d\alpha \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

ゆえに ε_θ は(20)式より

$$\varepsilon_\theta = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\beta (\theta^2 - \alpha^2) d\alpha \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

任意の位置 r における座屈前後の曲率変化 X_α は、

$$X_\alpha = \frac{d\theta}{dS} - \frac{1}{R} = \frac{1}{R} \left(\frac{\cos\theta}{\cos\alpha} \cdot \frac{d\theta}{d\alpha} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

dS は座屈曲線に沿う微小長さである。座屈後単位幅の薄肉円筒がもっている全ポテンシャルエネルギー U は、 $\varepsilon_{\theta'}$ による圧縮ひずみエネルギーと、 X_α による曲げエネルギーであるが(21), (23), (25)式を用いて無次元化してこれを U' で表わせば次式となる。

$$U' = U/EhR = \pi \varepsilon_0^2 + \varepsilon_0 \int_0^\beta (\theta^2 - \alpha^2) d\alpha + \frac{1}{4\pi} \left[\int_0^\beta (\theta^2 - \alpha^2) d\alpha \right]^2 + \frac{1}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \int_0^\beta \left(\frac{d\theta}{d\alpha} - 1 \right)^2 d\alpha \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

(26)式を計算するため θ と α との関係曲線を仮定する必要があるが、 θ に対して α^5 までの次のような級数の奇関数曲線を採用する。

$$\theta = \alpha \left[1 - \eta \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right)^2 \right] \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

η は定数、一方 $r=0$ における最大たわみ δ_0 は微小項を無視する場合

$$\delta_0 = \int_0^{\beta} \tan\alpha dr - \int_0^{\beta} \tan\theta dr \cong R \int_0^{\beta} (\alpha - \theta) d\alpha \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

(27)式を(26), (28)式に入れて計算すると

$$U' = \pi \varepsilon_0^2 + \frac{16}{105} \varepsilon \cdot \beta^3 \left(\frac{8}{33} \eta - 1 \right) \eta + \frac{64}{11025\pi} \beta^6 \left(\frac{8}{33} \eta - 1 \right)^2 \eta^2 + \frac{32}{945} \cdot \frac{1}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{h}{R} \right)^2 \eta^2 \beta \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

$$\delta_0 = \frac{\eta R \beta^2}{6} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

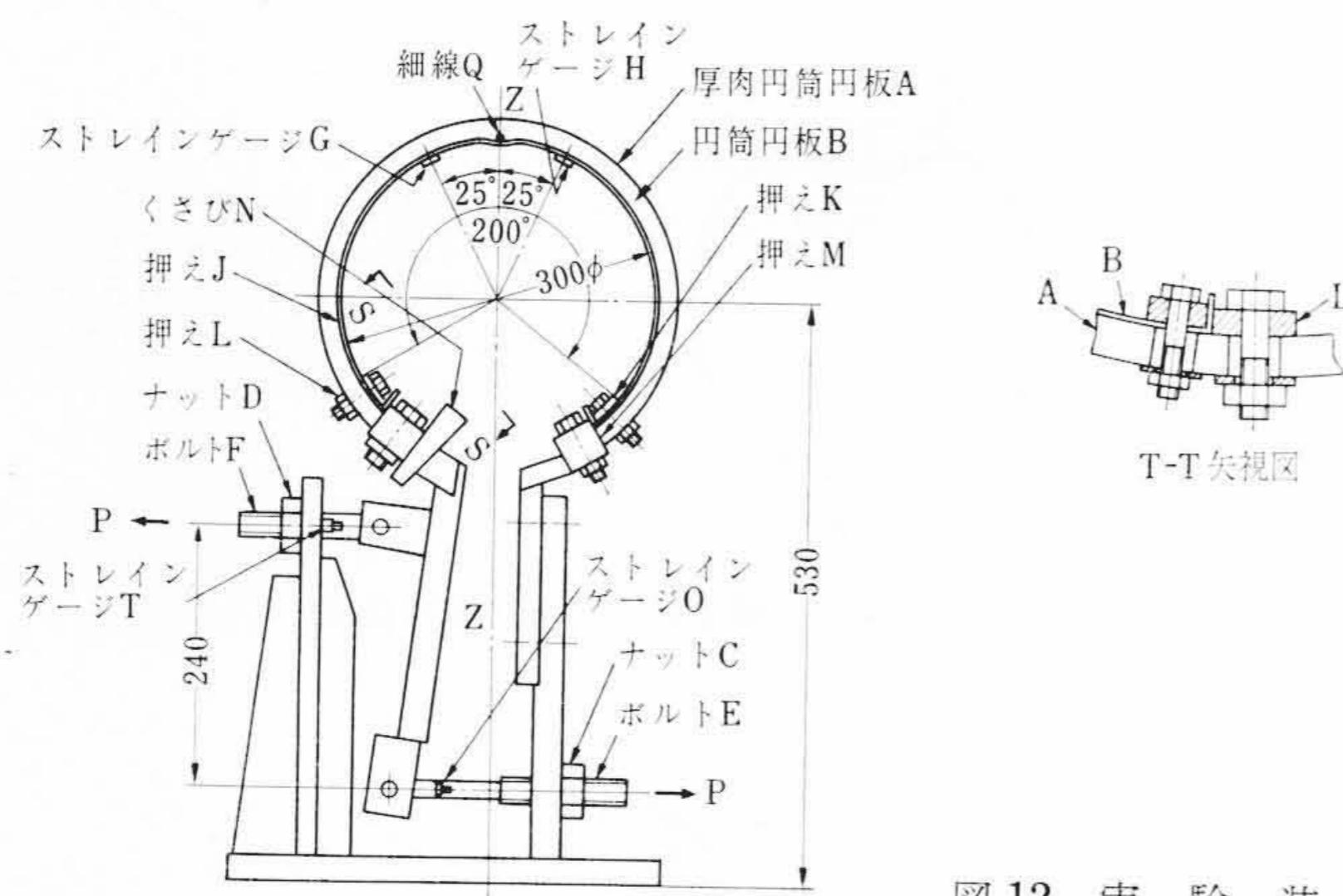
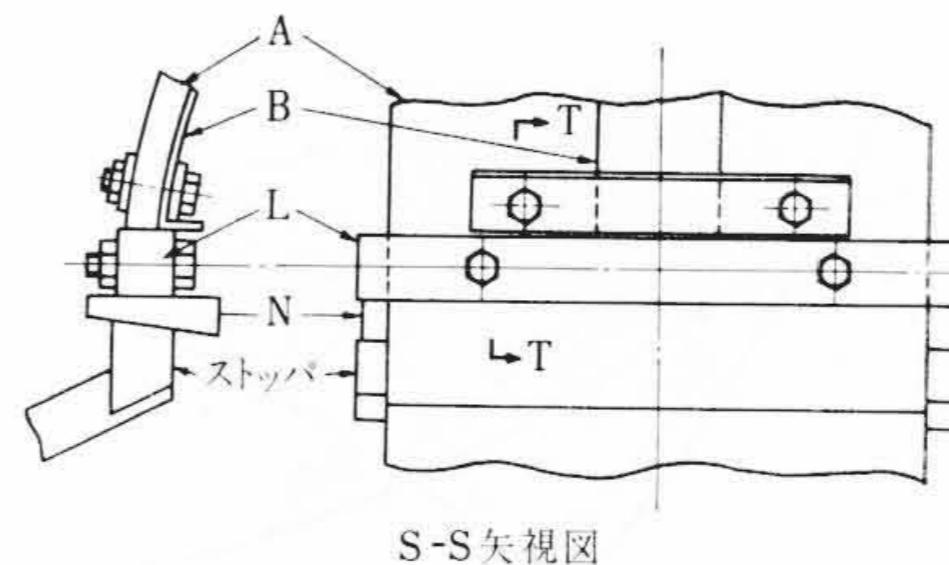


図 12 実験装置



(29)式の U' は座屈前の接線方向ひずみ ε_0 を一定すれば、 β および δ_0 の関数になるが、 β を U' が最小になるように選びながら U' と δ_0 との関係を描けば図 11 のようになる。

δ_1 にて U' は極大値をとり不安定な状態、すなわちバックリングする可能性が生じてくる。したがって真円状態の薄肉円筒は σ_t の大きさにかかわらず安定状態にあることがわかる。しかるに、実際の巻取ドラムは真円状態ではなくグリッパー部や、セグメントのつぎ目に不真円量がありこのために図 11 のたわみ δ_1 に相当する不真円量が存在し、このためにコイルのバックリングが起こるものと考えられる。次に、不真円量として次のようなたわみ δ_n を有する微小な凸を仮定し座屈計算を進める。不真円量凸部の曲線は座屈曲線と一致するものとして次式のように決める。

$$\theta_0 = \alpha \left[1 - \eta_0 \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right)^2 \right] \quad \eta_0 = 6\delta_n / R\beta_0^2 \quad (31)$$

θ_0 の状態より座屈したものとすれば、座屈後の薄肉円筒のひずみは近似的に

$$\varepsilon_{\theta 0}' = \varepsilon_0 + \varepsilon_{\theta 0} - \varepsilon_\theta \quad (32)$$

$\varepsilon_{\theta 0}$ は、(24), (31)式より求められ次式で表わされる。

$$\varepsilon_{\theta 0} = -\frac{8}{105\pi} \beta_0^3 \left(\frac{8}{33} \eta_0 - 1 \right) \eta_0 \quad (33)$$

座屈したのち、薄肉円筒のもっている全ポテンシャルエネルギーは(29)式と同様に無次元化して求めれば

$$U' = \pi(\varepsilon_0 + \varepsilon_{\theta 0})^2 + \frac{16}{105}(\varepsilon_0 + \varepsilon_{\theta 0})\beta^3 \left(\frac{8}{33}\eta - 1 \right) \eta + \frac{64\beta^6}{11025\pi} \left(\frac{8}{33}\eta - 1 \right)^2 \eta^2 + \frac{32}{945} \times \frac{1}{(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 (\eta^2 \beta - \eta_0^2 \beta_0) \quad (34)$$

$\delta = \delta_n$ において、エネルギー曲線が極大値をとる条件は

$$\frac{\partial U'}{\partial \delta} \Big|_{\delta=\delta_n} = 0 \quad (35)$$

また、 β に対してエネルギー U' は極小値をとるから

$$\frac{\partial U'}{\partial \beta} \Big|_{\delta=\delta_n} = 0 \quad (36)$$

(35), (36)式を計算し、 η について解けば

$$\eta = 0 \quad \text{または} \quad \eta = 165/32 \quad (37)$$

不真円の仮定により、 $\eta \neq 0$ であるから、座屈する場合は $\eta = 165/32$ を採用し、この値を(35), (36)のいずれかに代入すれば次式が得られる。

$$(\varepsilon_0 + \varepsilon_{\theta 0})\beta^2 + \frac{11}{112}\beta^5 + \frac{55}{36} \frac{1}{(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{R} \right)^2 = 0 \quad (38)$$

η の値を(30)式に代入し、これと(38)式から ε_0 を求め、 E を乗じて座屈応力 σ_c を求める。

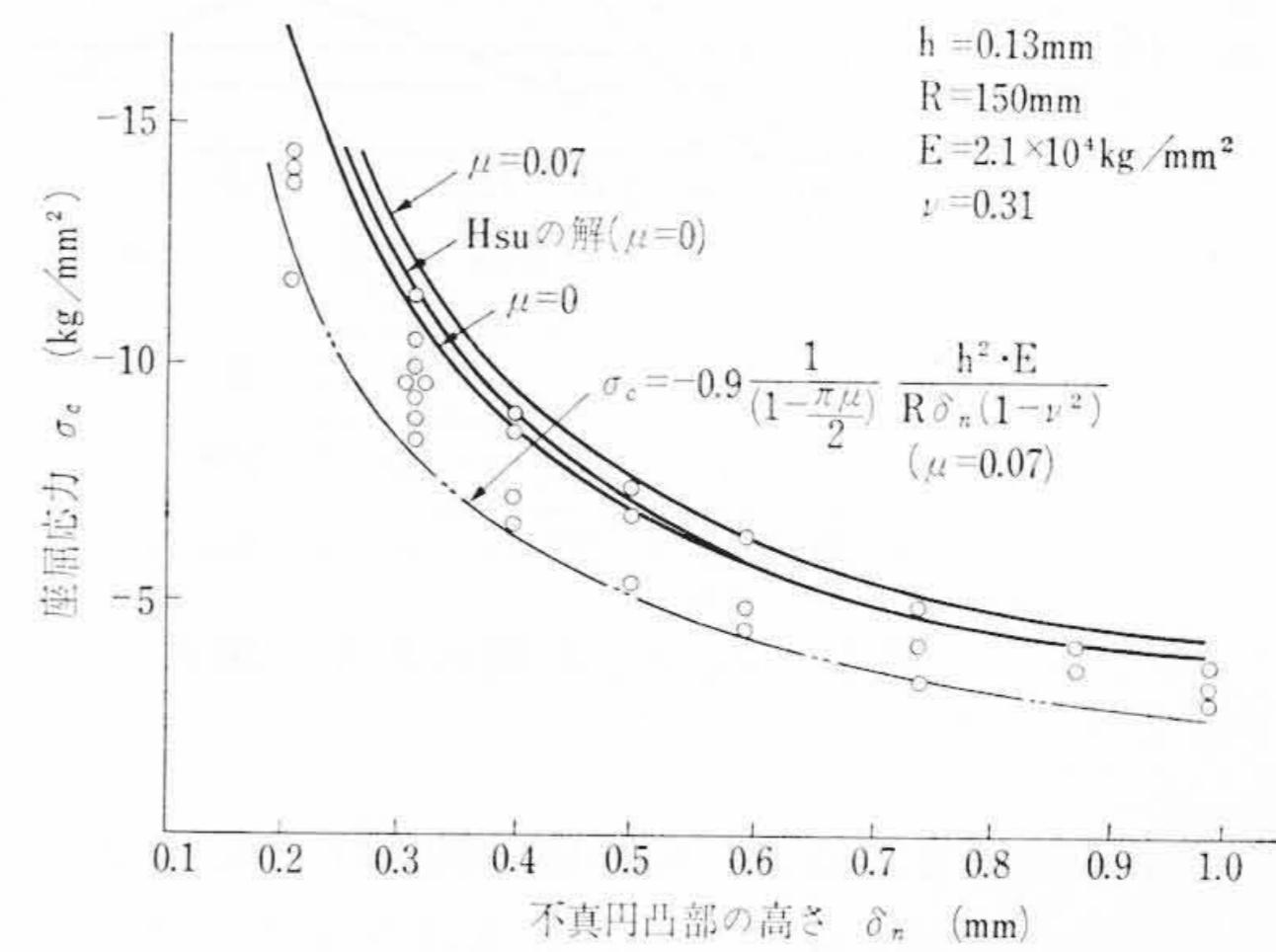


図 13 不真円凸部の高さと座屈応力の関係

$$\sigma_c = -E \left\{ 0.1233 \cdot \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\delta_n}{R} \right)^{1.5} + \varepsilon_{\theta 0} \right\} - 1.313 \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{h^2}{R \delta_n} \quad (39)$$

次に、固定壁と薄肉円筒間の摩擦の影響を考慮した座屈応力について考える。

全円周について、一様な摩擦力を受けるとすれば、座屈に費やされたエネルギーは、

$$U_f = 2 \int_0^\pi \mu P_r R^2 \phi \varepsilon_\theta d\phi \quad (40)$$

ここで ϕ は半径 R の円における任意の角度を示す。 P_r は半径方向の圧力であり、座屈する瞬間の接線応力を σ_c と $\sigma_{\theta 0}'$ の平均と考えると

$$P_r = \left(\frac{\sigma_c + \sigma_{\theta 0}'}{2} \right) \frac{h}{R} = \frac{hE}{2R} (2\varepsilon_0 - \varepsilon_\theta) \quad (41)$$

(41)式を(40)式に代入し U_f を無次元化して(34)式に加え、(39)式と同様に座屈応力を計算すれば、

$$\sigma_c = -E \left\{ 0.1233 \frac{1}{\pi} \left(\frac{\delta_n}{R} \right)^{1.5} + \frac{1}{\left(1 - \frac{\pi\mu}{2} \right)} \varepsilon_{\theta 0} \right\} - 1.313 \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\mu\pi}{2}} \cdot \frac{h^2}{R \delta_n} \quad (42)$$

4.2 固定壁に囲まれた薄肉円筒の座屈実験

実験装置を図 12 に示す。

4.3 実験および計算結果

実験結果を図 13 に示す。理論解析による曲線には、すべて図 13 の試験片 B の欠損部の影響を考慮して計算したものである。

4.4 実際のコイルバックリング応力計算法への適用法

前記したようにコイルバックリングはコイル内径部でゆるみがあり、また数十層のものが一度に座屈するので非常に複雑なものであるが、コイルのゆるみは経験的に数層のみで生じ、残りの層はこれに比較すると数十層であるため、コイル内径部に生ずる接線応力としては、近似的に 4. の項で求めた接線方向の応力 σ_t を採用し、(42)式で座屈応力を求めれば、コイルのバックリングに対して安全な設計となる。また、不真円としてはコイル形状により簡単ではないが

薄板の場合にはグリッパー部にて、 $\delta_n = t$ として考えてよいと考えられる。このようにすると、薄板でコイル重量が同じ場合、ドラム径を大きくすると巻き太り比が小さくなり、したがって σ_t も小さくなるので(42)式よりバッククリングを起こしがたい結果を示す。すなわちドラム径が大きいほど有利となる。一般には、ドラム径が小さいほどバッククリングを起こしがたいとされているが、理論的にはこれは巻き太り比が同じ場合の話である。しかしながら、実際にバッククリングを起こす実験が困難なためドラム径を大きくすることの利点があると考えられるが、実際に確認するまで決定的な結論が出せない段階にあり、今後の課題であろう。

5. 結 言

卷取ドラムでの巻締力と、コイルバッククリングについて要約すると次のとおりである。

(1) 巷締力の理論式(18), (19), (20)式は、18% 以下の精度で安

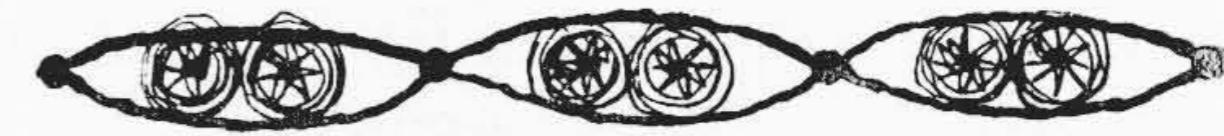
全側に出ることがわかった。ここで、 m, E, σ 巷き太り比は圧延条件より定まる。

- (2) ドラム剛性係数は強いほど、バッククリングや、スリップに対して有利となるが、一方、ドラムの強度に限界が生じた場合には、移動ドラムとすればよい。K はドラムの形式により定まるが、最高は中実で $K = 3.0 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ である。
- (3) σ_r はドラム部品の許容応力、 σ_t はバッククリング応力内であるように、 K, P, α を決定すればよい。 α に関するグリースの選定はきわめて重要である。
- (4) バッククリング応力は、(42)式で求めることができ板厚の2乗に比例し、ドラム半径および不真円量に反比例する。

終わりに臨み、測定データをいただいた川崎製鉄株式会社葺合工場中嶋掛長、実験に協力いただいた太平洋製鋼株式会社に対し謝意を表わすとともに、ご指導いただいた日立製作所日立研究所楠本韶主任研究員、志田茂氏に対し衷心よりお礼申しあげる。



特 許 の 紹 介



特許 第482819号 (特公昭41-8976号)

大島 亮一郎・福沢 宗一

ジ ェ ッ ト ポ ン プ

一般家庭用の井戸ポンプはその吸上高さが種々に変化するため揚量形の特性と揚程形の特性を合わせ備えていることが好ましい。

従来ポンプの揚程を上げるためにジェットポンプが使用されているが、この種のポンプでは低揚程時において揚水量が増大するとベンチュリ内の流速が大きくなるために、ベンチュリ部にキャビテーションが発生していた。

本発明は低揚程時においてもキャビテーションが発生しないジェットポンプに関するものである。すなわち図に示すようにディフューザ4のベンチュリ部3とジェットポンプの吸込側6とを連通するバイパス9を形成し、このバイパス9に逆止弁8を設けたものである。このようなジェットポンプにおいては、圧力管2より供給される圧力水がノズル1よりベンチュリ部3に向かって噴出する際、吸込側の水をまき込んで揚水を行なうものであるが、揚程が大きいときにはベンチュリ部3の圧力は吸込側6よりも高く、キャビテーションは発生せず逆止弁8も閉じている。しかし揚程が小さくなつて揚水量が増すとベンチュリ部3の圧力が低下し、この時には逆止弁8が開いてバイパス9を通る水によって圧力の補充がなされるためキャビテーションは発生しない。したがって低揚程時におけるポンプ特性は低下するところなく、家庭用井戸ポンプとして最適の特性を示すものである。

(岩田)

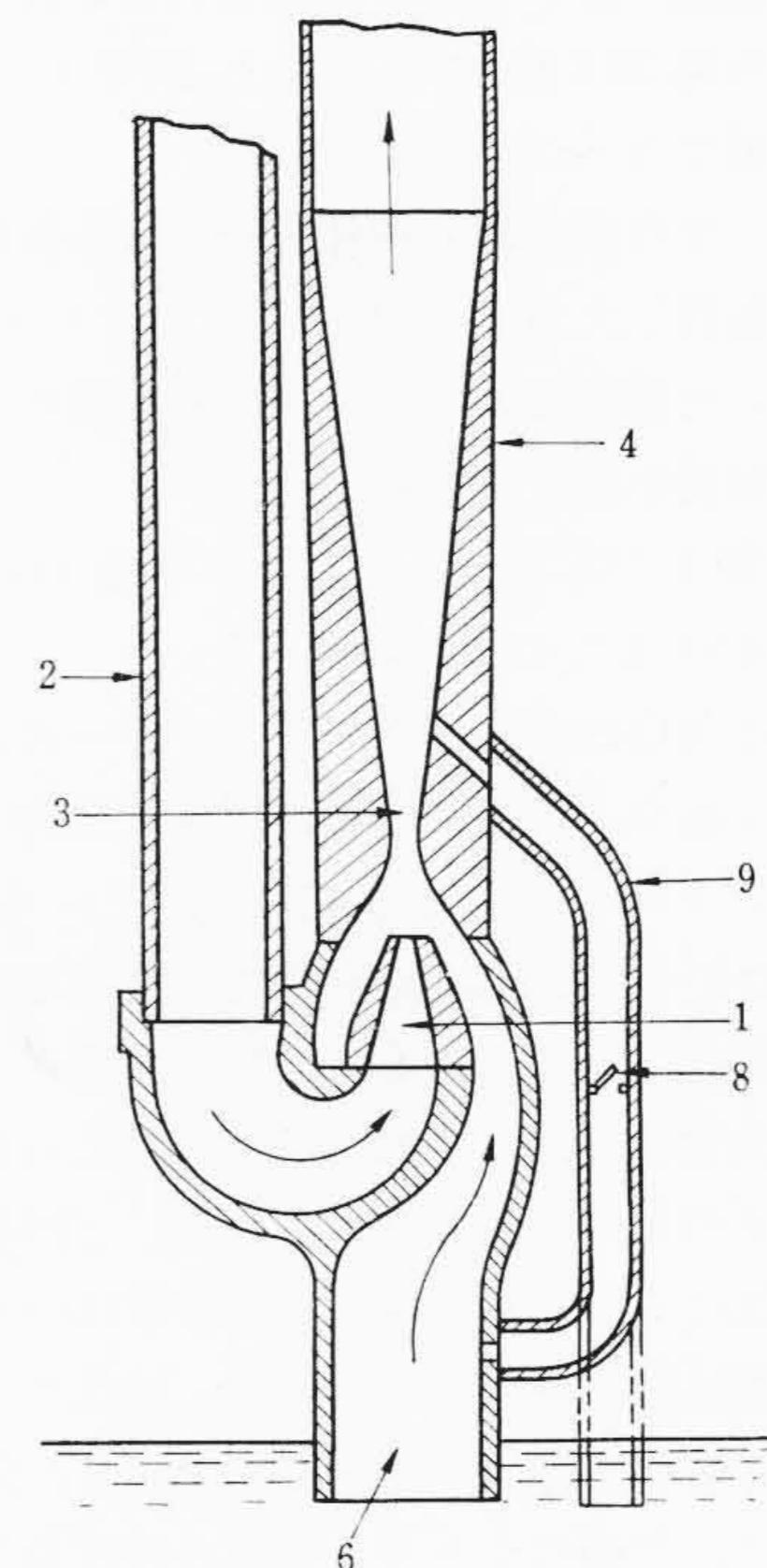


図 1