

窒化歯車の疲れ強さ

Fatigue Strength of Nitrided Gears

岸 正 也* 阿 部 勢 武 夫**
Masaya Kishi Semuo Abe

要 旨

窒化歯車の歯面の強さおよび曲げ疲れ強さについて、製品歯車に近い供試歯車と、試験が簡易にできるローラ試片ならびに回転曲げ試片に対して実験を行ない、窒化歯車の耐負荷能力を検討した。

この結果、歯面強さは表面の硬度より表面下の硬度に比例して高まる。また、曲げ強さについては、回転曲げ試片では窒化によって、平滑が約28~44%、切欠($\alpha \div 2.1$)が約56~96%増加した。

1. 緒 言

表面硬化法としての窒化処理は、1920年代に実用化され、その後各方面で使用されてきている⁽¹⁾⁽²⁾。

窒化は浸炭焼入、高周波焼入などに比べて、変態点以下の低温で処理できるため、比較的ひずみが小さく、また表面硬度の高いものが得られる。このため、近年、窒化歯車はギヤカップリング、タービン減速機、遊星歯車変速機⁽³⁾などに多く使用されている。

現在ドイツにおいては⁽⁴⁾

- (i) 量産される歯車装置用の歯車は窒化歯車に移行しつつある。
- (ii) 周速の大きい大形歯車装置などの歯車にも使用される傾向にある。

この事実は、窒化歯車が、浸炭および高周波焼入に比べて、変形が著しく小さく⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾、従来の調質鋼歯車に比べて、歯車装置を小形低価格でつくられる⁽⁴⁾などの多くの利点をもっているためと考えられる。

この窒化歯車は浸炭焼入研磨歯車など、高級歯車にとって代わり、将来の歯車熱処理の主流になることは期待できないにせよ、“衝撃の少ない、製作保守の精度を高く保てる、モジュールの小さい”歯車に対しては、今後、より広く使われるものと考えられる。

熱処理法としての窒化の歴史は古い⁽⁸⁾が、窒化歯車が重負荷の歯車に実用された歴史はまだ新しく、耐ピッチング、耐折れ性能、また熱処理ひずみなど一部研究が進められている⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾、また多くの問題点が残されている。

本報は、各種材料による窒化歯車の、歯面の強さおよび曲げ疲れ強さについて、製品歯車に近い供試歯車と、試験が簡易にできるローラ試片および回転曲げ試片に対する実験結果をまとめたものである。

2. 窒化歯車の歯面の疲れ強さ

窒化歯車の歯面の強さを実験的に求めるため、製品に近い供試歯車と、その供試歯車の歯面の接触状況に近い条件で、すべりところ

がりところが作用するローラ試片とについて、ピッチング耐久実験を行ない、歯面の疲れ強さを検討した。

この両者の相関性が明らかになれば、将来は試験が簡易にできるローラ試片による実験で代用できる。

2.1 試験材料

試験歯車材料は、歯車に広く使われているCr-Mo鋼(SCM1, SCM4)2種と、窒化用鋼(SACM1)1種の3種類を選び、それぞれに窒化処理を施したものである。

これら材料の化学成分および機械的性質は表1に、窒化処理条件は表2に示すとおりである。

ここで、SCM1材については、窒化処理時間を二とおりに変え、歯面強さに対する窒化深さの影響を検討した。

ローラ試片と供試歯車については、両者の実験条件をできるだけ一致させるため、同一素材からローラおよび歯車の試片を採取した。また、両者の窒化深さの割合は、接触面での相対曲率半径比により定めた。

図1はローラ試片の硬度分布、図2は供試歯車のピッチ点付近における硬度分布を示したものである。

2.2 試験装置

ローラ試片による実験にはころがり摩耗試験機を用いた。本試験機は従来のころがり摩耗試験機(たとえば、西原式金属摩耗試験機)に比べて、高速回転用に製作されたものである。表3はころがり摩耗試験機の仕様を示したものである。

次に、供試歯車の実験は動力循環式歯車試験機によっている。表4は歯車試験機の仕様である。

2.3 試験条件

(1) 試片の仕様

ローラ試片の形状寸法と接触状況および供試歯車の諸元を表5、表6に示す。

ここで、ローラ試片の形状寸法は供試歯車の歯面上で、ピッチングが多く現われる位置のすべり率、ころがり速度、曲率半径比にできるだけ合わせたものである。

表1 化学成分と機械的性質

材 料	化 学 成 分 (%)								機 械 的 性 質				
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Al	降 伏 点	引 張 強 さ	伸 び	絞 り	かたさ H _B
SCM1	0.33	0.21	0.48	0.012	0.010	1.15	0.19	—	kg/mm ² 79	kg/mm ² 91	22%	65%	269
SCM4	0.40	0.30	0.66	0.013	0.008	1.00	0.15	—	92	102	18	58	302
SACM1	0.45	0.41	0.56	0.017	0.007	1.62	0.17	1.00	88	98	24	63	282

表2 窒化処理条件

材 料	窒 化 条 件
SCM1	ガス窒化 530°C×35~65h
SCM4	530°C×45~100h
SACM1	530°C×45~55h

* 日立製作所機械研究所

** 日立製作所亀有工場

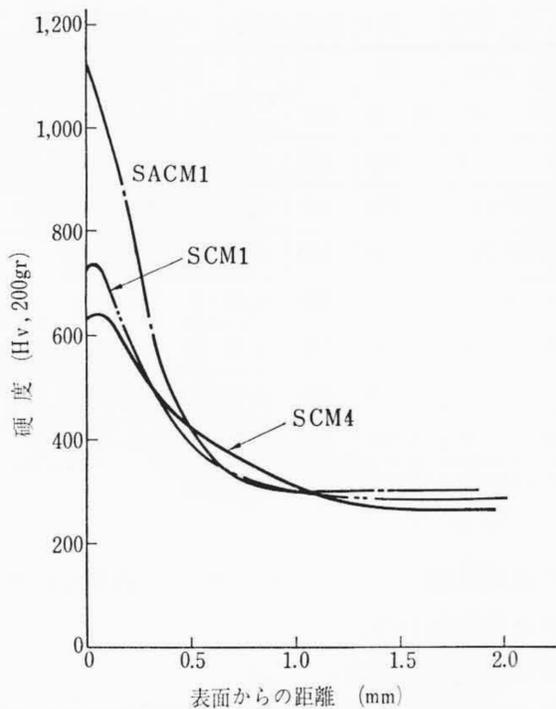


図1 ローラ試片の硬度分布

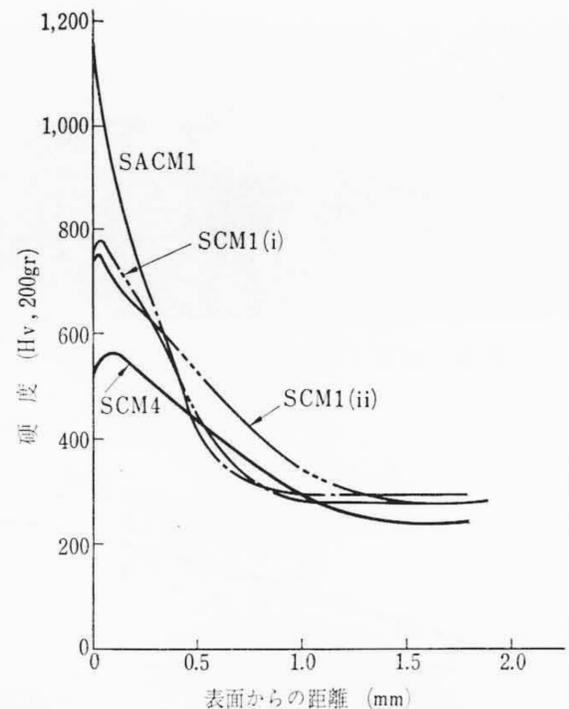


図2 供試歯車の硬度分布

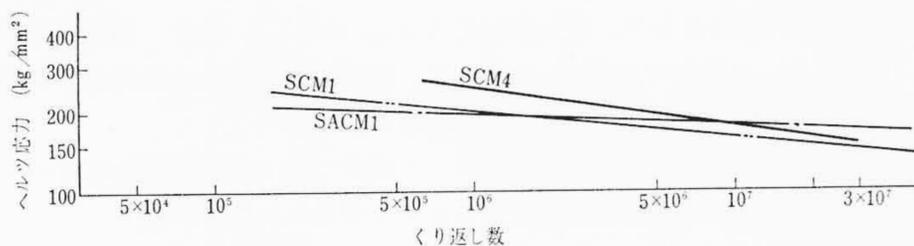


図3 ピッチング強さ (ローラ試片)

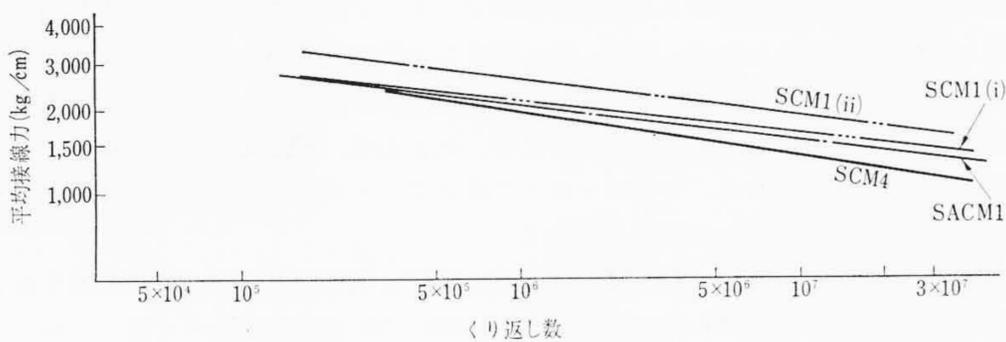


図4 ピッチング強さ (供試歯車)

表3 ころがり摩耗試験機の仕様

設定荷重	20~300 kg	
回転数	小ローラ	3,430 rpm
	大ローラ	1,430 rpm
軸中心距離	32~75 mm	

表4 動力循環式歯車試験機の仕様

循環動力	200 kW
原動機	22 kW 6P 誘導電動機
入力軸回転数	998 rpm
歯車中心距離	237 mm

(2) 製作精度

ローラ試片および供試歯車とも表面研削（歯車はマージ研削）後、窒化処理したもので、極力製作精度を高め、製作精度による実験結果のバラツキを少なくするように努めた。

(3) 潤滑

潤滑油にはローラ試片および供試歯車の実験とも、モビール油 No. 40 を使用した。潤滑油温度は約 40°C に調整し、給油した。

2.4 試験結果とその検討

ローラ試片および供試歯車によるピッチング耐久実験結果をまとめて、図3および図4に示す。

2.4.1 歯面のいたみ

ピッチングの形状は最初から比較的大きな破片が脱落し、運転を継続すると短時間に拡大するハク離形 (Spalling) のものである。

その発生位置は供試歯車についてみると、おもにかみ合いピッチ点付近から歯元寄りである。

このハク離の断面の形状は歯面にほぼ平行になる底辺をもつ凹形のもので、き裂も歯面にほぼ平行に発生している。

これらのき裂の多くは表面に連なっているものであるが、しかし、表面下に発生し、表面とつながっていないき裂も確かめられた。

表5 ローラ試片の形状寸法と接触状況

項目	小ローラ	大ローラ
ローラ径	32.2 mm	67.8 mm
相対曲率半径	10.92 mm	
ローラの接触幅	3 mm	
ころがり速度	5,786 m/s	5,076 m/s
すべり率	12.27%	-13.98%

表6 供試歯車 (平歯車) の諸元

項目	小歯車	大歯車
モジュール	8	
工具圧力角	20°	
歯数	19	40
標準刻み円径	152,000 mm	320,000 mm
歯幅	20 mm	20 mm
アデンドラム	9.016	8
転位量	1.016	0

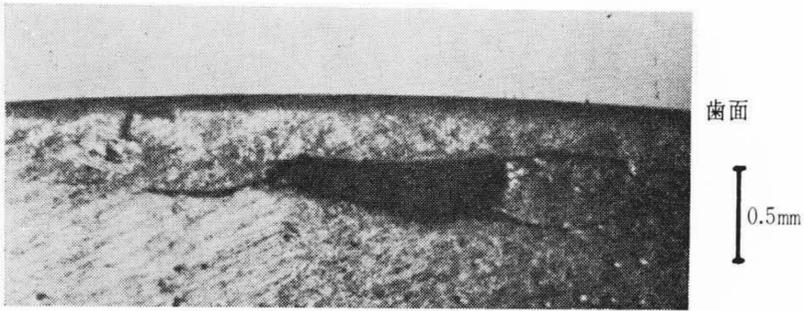


図5 表面下のき裂の形状 (SACM1)

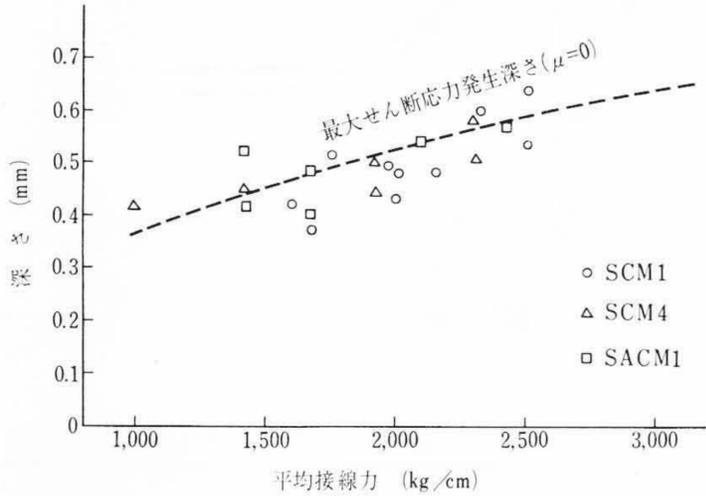


図6 ハク離とき裂の深さ (ピッチ点)

図5はSACM1材の小歯車歯面の表面下に発生した、き裂の断面の状態である。

き裂は表面下に、歯面とほぼ平行に発生している(2本のき裂の中間部分が空洞(くうどう)になっているのは、切断面を研磨するときに脱落したものである)。また、表面に連なるき裂もみられる(このき裂は、表面下のき裂には接続していない)。

図6はハク離が発生した歯車のピッチ点における、ハク離およびき裂の深さをプロットしたものである。

図中の点線はピッチ点において摩擦係数 $\mu=0^{(9)}$ のときの最大せん断応力の発生位置を示したものである。ピッチ点において、ハク離およびき裂の発生している深さはせん断応力が最大になる位置に近似している。

このように表面を硬化した面に発生するハク離を支配する応力として、接触面下の最大せん断応力振幅が考えられる。

2.4.2 ピッチング強さ

図3および図4はローラ試片および供試歯車によるピッチング耐久線図を示したものであるが、この結果から、負荷くり返し数 10^7 回における耐久限度をまとめたのが表7である。また、各試験片の硬度、窒化深さおよび耐久限度における最大せん断応力発生深さの硬度についても示してある。

ここで、ローラ試片と供試歯車の耐久限度に差がみられることについて、両者の実験条件を簡単に検討する。

(1) 工作精度

ローラ試片は供試歯車に比べて、形状が簡単であるため、工作精度は高くできる。供試歯車は各種誤差(歯形誤差、ピッチ誤差、ピッチ円のフレなど)を考慮すると、ローラ試片に比べてかなり悪い。

(2) 負荷状態

ローラ試片の接触状態(相対曲率半径、接触面に加わる荷重、ころがり速度、すべり速度など)はどの点でも一定であるが、供試歯車の場合は、歯車が等速度で、定荷重で運転されていても、歯のかみ合い過程の歯面の接触状態は各かみ合い位置で変化し、その運転中には動荷重があらわれる。

この動荷重の変動のうちには、さきの工作精度の影響も含まれ、

表7 窒化歯車のピッチング強さ

材 料	試片の形状	硬 度 Hv			耐久限度 (ヘルツ応力) kg/mm ²	最大せん断応力 発生深さの硬度 Hv
		表 面	心 部	Hv 400 の深さ		
SCM1	ローラ	725	285	0.46	150~155	570
	歯車(i)	760	280	0.57	(168~184)	500
	歯車(ii)	750	280	0.81	(189~194)	530
SCM4	ローラ	630	260	0.55	168~174	550
	歯車	530	240	0.60	(141~146)	450
SACM1	ローラ	1,120	300	0.54	170~180	600
	歯車	1,140	300	0.50	(169~175)	490

() 内はピッチ点における最大接触応力に換算

供試歯車の負荷状態はローラ試片に比べ、過酷な状態で運転されているものと考えられる。

(3) 形状寸法と硬化深さ

さきに述べたように、ハク離を支配する応力として、接触面下の最大せん断応力振幅を考えると、最大せん断応力の発生する深さ Z は、摩擦係数 $\mu=0$ のとき、 $Z=0.786b$ 、ここに b は接触面の幅の半分で、最大接触応力 σ_{max} が等しい場合、相対曲率半径 ρ_r に比例する*1。したがって、両者の硬化深さは相対曲率半径に比例した割合にする必要がある。

以上、3項目について検討した結果では、ローラ試片に比べて、供試歯車は過酷な状態にあるものと考えられる。

次に、このピッチング強さは常に硬度のみによって定まるものではないが、このように表面を硬化した場合には、その表面のかたさ、硬化層の深さと硬度分布がピッチング強さに影響するおもな因子と考えられる。特に、その硬度こう配が表面から心部にかけて大きく減少する場合は、表面の硬度について比較するより、表面下の硬度で検討すべきものとする。たとえば、SACM1の供試歯車についてみると、そのピッチング強さはピッチ点におけるヘルツ応力169~175 kg/mm²内にある。

ここで、SACM1の表面の硬度はHv1,140になり、SCM1あるいはSCM4の表面硬度(Hv530~760程度)に比べて著しく高いものであるが、そのピッチング強さは表面硬度が高く得られる割合に低い。

これは、さきに述べたように表面を硬化した場合の、ハク離を支配する応力として、接触面下の最大せん断応力振幅を考えると、ピッチング強さは、表面下の最大せん断応力発生深さにおける硬度に比例して高まるものと考えられる。すなわち、SACM1の場合についてみると、その最大せん断応力発生深さにおける硬度はHv490であり、SCM1(Hv500)、SCM4(Hv450)に比べて、発生深さにおける硬度に大きな差がみられない。

ピッチング強さは、このような硬度のみによって定まるものではないが(残留応力、潤滑油の特性なども影響する因子と考えられる)、特に表面を硬化した場合には、その表面のかたさ、硬化層の深さと硬度こう配などが、ピッチング強さに影響するおもな因子と考えられる。

*1 最大接触応力 $\sigma_{max}=2P_n/\pi b$ (a)

ここに、 P_n : 単位長さ当たりの法線力
また、 $\nu_1=\nu_2=0.3, E_1=E_2=E$ とすると

$\sigma_{max}=0.418\sqrt{\frac{P_n \cdot E}{\rho_r}}$ (b)

ここで、(a)および(b)式から、 b と ρ_r との関係を求めると、

$b = \frac{3.644 \cdot \sigma_{max} \cdot \rho_r}{E}$ (c)

となる。この(c)式で、 b は相対曲率半径 ρ_r に比例する。

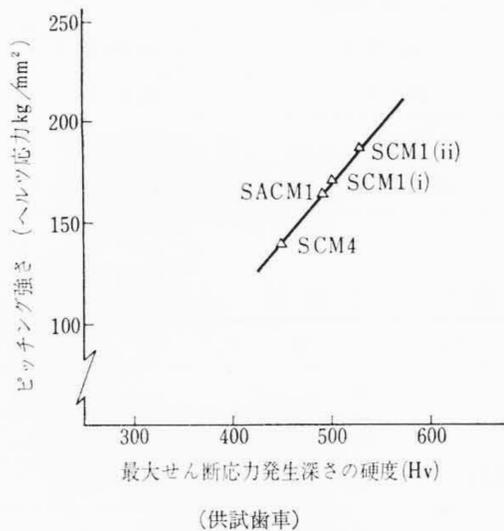


図7 ピッチング強さと表面下のかたさ

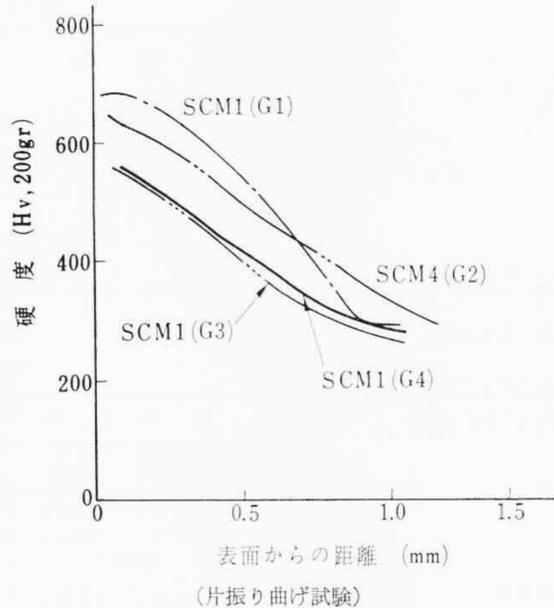


図8 供試歯車の硬度分布

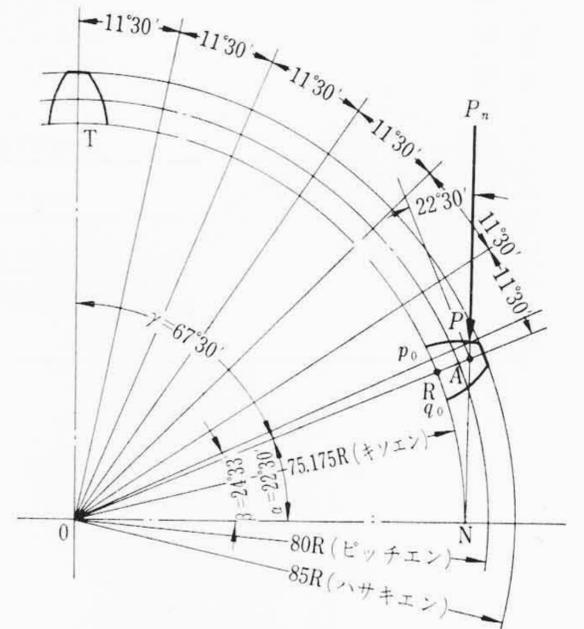


図9 歯にかかる荷重の位置

表8 化学成分と機械的性質

材 料	化 学 成 分 (%)							機 械 的 性 質				
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	降 伏 点	引 張 強 さ	伸 び	絞 り	硬 さ H _B
SCM1	0.37	0.20	0.38	0.017	0.008	1.14	0.18	kg/mm ² 81	kg/mm ² 102	20%	61%	293
SCM4	0.43	0.31	0.70	0.019	0.007	1.05	0.21	89	101	19	56	302

表9 窒化処理条件 (片振り曲げ試験)

試料番号	材 料	窒 化 条 件
(G1)	SCM1	ガ ス 窒 化 530°C×100h
(G2)	SCM4	
(G3)	SCM1	530°C×(45+35)h
(G4)		530°C×(120+35)h

表10 供試歯車 (平歯車) の諸元

モ ジ ュ ー ル	5
工 具 圧 力 角	20°
歯 数	32
標 準 刻 み 円 径	160,000 mm
歯 幅	12 mm
ア デ ン ダ ム	5

図7は供試歯車の実験結果から、ピッチング強さと硬度の関係を求めたものである。図において、横軸の硬度は各種材料の耐久限度における最大せん断応力の発生する深さの硬度である。

図にみられるように、ピッチング強さと硬度の関係は表面下の硬度でまとめるとかなりよく合い、この表面下の硬度に比例して、ピッチング強さは高まるものと考えられる。したがって硬化層の深さの選定に当たっては、この表面下のかたさを考慮する必要がある。

3. 窒化歯車の曲げ疲れ強さ

窒化歯車の歯元の曲げ疲れ強さを実験的に求めるため、供試歯車による片振り曲げ試験と、この供試歯車と同材質、同一形状係数、同一窒化条件を与えた回転曲げ試験による小野式回転曲げ試験を行った。

3.1 片振り曲げ試験

3.1.1 試験材料

本実験に用いた歯車材料は、SCM1およびSCM4の2種で、

これに窒化処理を施したものである。

これら材料の化学成分および機械的性質を表8に、窒化処理条件を表9に示す。供試歯車の硬度分布は図8に示すとおりである。

3.1.2 試験装置

片振り曲げ試験はアムスラー油圧式パルセータおよび油圧ジャッキ(容量10t)を用いた片振り圧縮試験機によって行なわれた。本装置は供試歯車の軸に対称な位置の2枚の歯に、油圧ジャッキにより、圧縮荷重片を介して荷重を伝えるものである。試験速度は600rpmである。

3.1.3 試験条件

(1) 試片の仕様

供試歯車の概略仕様は表10に示すとおりである。

(2) 荷重の位置

歯車の歯元応力および形状係数は、一般に歯面上の荷重位置によって変化する。したがって、荷重の位置を明らかにしておく必要がある。インボリュート歯形の性質から、荷重の位置は幾何学的に求められる。供試歯車について計算すると図9のようになる。

(3) 歯元応力および形状係数

歯元応力の表示として、Niemann-Glaubitzの比較応力 $\sigma_v^{(10)}$ を用いた。

$$\sigma_v = P_n \frac{\cos \alpha}{b \cdot S_f} \sqrt{\left(\frac{6h}{S_f} - \tan \alpha\right)^2 + a^2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 P_n : 法線荷重

b : 歯幅

S_f : 最弱断面の歯厚

次に、形状係数はDolan氏の式⁽¹¹⁾から求めた。Dolan氏によれば、形状係数 f_c は歯元すみ肉部の曲率半径を ρ_f とすると、圧力角20度の歯形に対して、

$$f_c = 0.18 + \left(\frac{S_f}{\rho_f}\right)^{0.15} \left(\frac{S_f}{h}\right)^{0.45} \dots\dots\dots (2)$$

供試歯車についての計算結果は、 $S_f=10.04$ mm, $h=6.40$ mm, $\rho_f=3.23$ mm, $f_c=1.65$ である。

3.1.4 試験結果とその検討

窒化歯車の片振り曲げ試験の結果をまとめて示したのが、図10

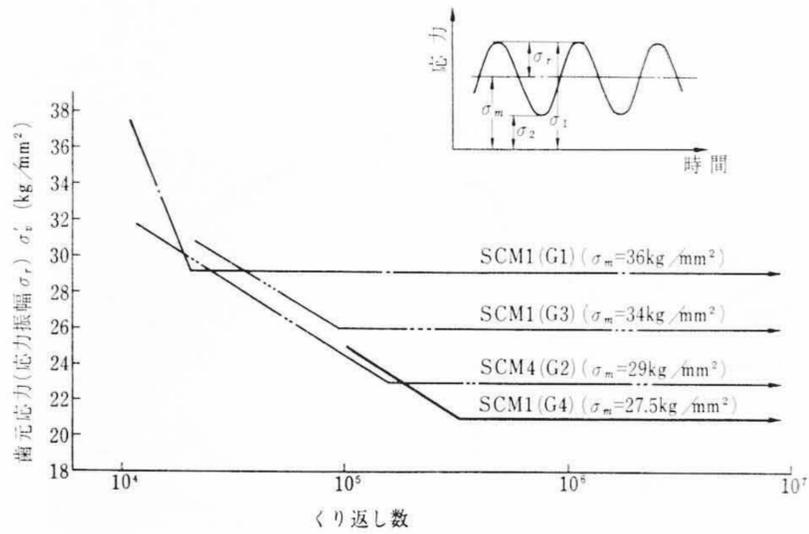


図10 片振り曲げ疲れ強さ (供試歯車)

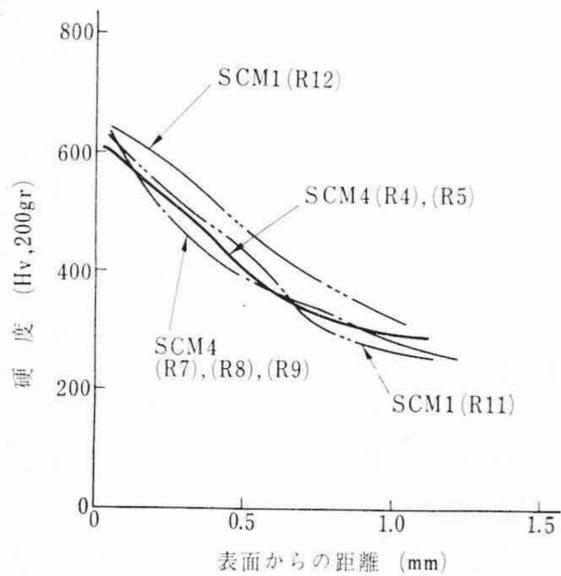


図11 回転曲げ試験片の硬度分布

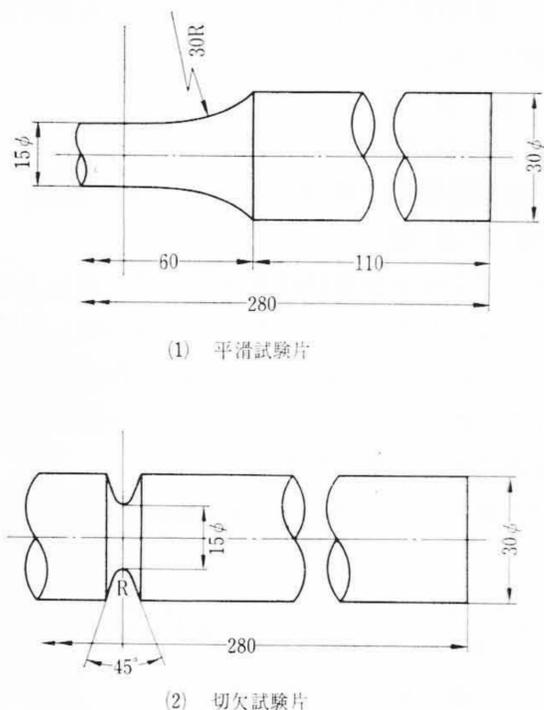


図12 回転曲げ試験片の概略寸法図

である。

図において、縦軸は歯面荷重 P_n に対する歯元の比較応力 σ_v' (=応力振幅 σ_r) である。

図10から、片振り曲げ疲れ強さをまとめて示したのが表11である。

表11にみられるように、窒化条件が同一である試料(G1)および(G2)を比較すると、SCM4の片振り曲げ強さが $29 \pm 23 \text{ kg/mm}^2$ に対して、SCM1のほうが $36 \pm 29.2 \text{ kg/mm}^2$ と高い結果となっている。また、同一チャージの試料(G3)と(G4)につい

表11 窒化歯車の片振り曲げ試験結果

試料番号	材 料	片振り曲げ疲れ強さ σ_v' kg/mm^2	$\sigma_v = f_c \cdot \sigma_v'$
(G1)	SCM1	36 ± 29.2	59.5 ± 48.2
(G2)	SCM4	29 ± 23	47.9 ± 38
(G3)	SCM1	34 ± 26	56.2 ± 42.9
(G4)		27.5 ± 21	45.4 ± 34.7

表12 窒化処理条件 (回転曲げ試験)

試料番号	材 料	窒 化 条 件
(R1) (R2) (R3) (R10)	SCM4	調 質
(R4) (R5)		液 体 窒 化 $530^\circ\text{C} \times 15 \text{ h}$
(R6)		ガ ス 窒 化 $530^\circ\text{C} \times 35 \text{ h}$
(R7) (R8)		ガ ス 窒 化
(R9)		ガ ス 窒 化 $530^\circ\text{C} \times 100 \text{ h}$
(R11)	SCM1	ガ ス 窒 化 $530^\circ\text{C} \times (45+35) \text{ h}$
(R12)		ガ ス 窒 化 $530^\circ\text{C} \times (120+35) \text{ h}$

表13 回転曲げ試験片の仕様

試料番号	材 料	形 状	形状係数 α
(R1) (R4) (R7)	SCM4	平 滑	1
(R2)		切 欠 (0.25R)	4.2
(R3) (R5) (R8)		切 欠 (1.3R)	2.1
(R6) (R9)		切 欠 (2.3R)	1.65*
(R10)		JIS B 7703-4号	
(R11) (R12)	SCM1	欠 切 (2.3R)	1.65*

* 形状係数 $\alpha=1.65$ は、供試歯車と同形状係数である。

てみると、曲げ強さは(G3)の $34 \pm 26 \text{ kg/mm}^2$ に対し、(G4)は $27.5 \pm 21 \text{ kg/mm}^2$ で、窒化時間の長い(G4)が(G3)より低い結果となった。

試料(G4)の加熱時間は $530^\circ\text{C} \times (120+35)$ 時間で、試料(G3)より55時間長い。実測による窒化深さは(G3)の0.5mmに対し(G4)は0.52mmであり、あまり差がみられない。このほか、長時間窒化による、窒化層内の ϵ 相の析出、また心部組織におけるフェライトの析出などにより、曲げ強さが低下するものと推定される。

3.2 回転曲げ試験

窒化歯車の片振り曲げ試験とともに、小野式回転曲げ試験を行なった。そのおもなねらいは、

- (1) 供試歯車と同材質、同一形状係数および同一窒化処理を施した試験片による回転曲げ試験により、歯車の歯元の疲れ試験結果の back check とする。
- (2) 高周波焼入および浸炭焼入材の回転曲げ試験結果と、窒化したものとの比較が可能となる。
- (3) 窒化を施した場合の曲げ強さが、窒化深さおよび硬度分布により受ける影響を、実歯車の場合に比べて、費用および時間的にも容易に、実験して調べることができる。

3.2.1 試験材料

材質は片振り曲げ試験の場合と同様に SCM1 と SCM4 である。

窒化処理条件は、表12に示すとおりである。図11はこれら試験片の硬度分布を示したものである。

3.2.2 試験片

試験片の概略仕様を表13に、平滑試験片および切欠試験片の概略寸法を図12に示す。

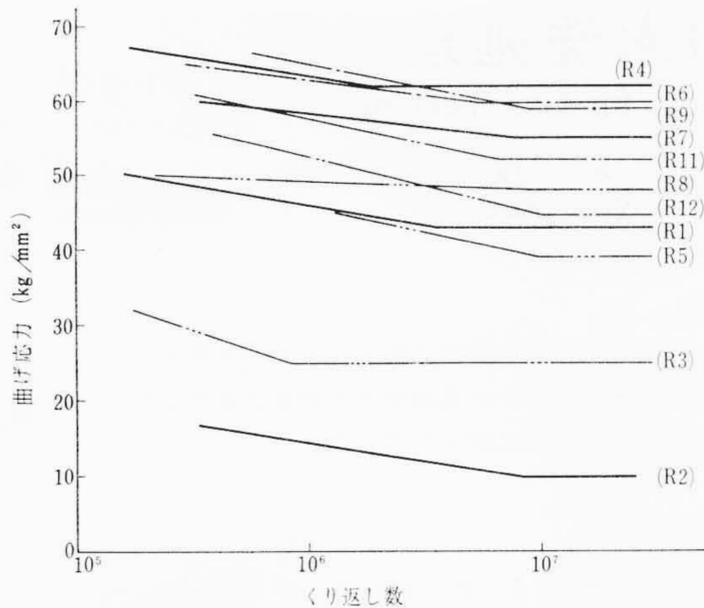


図 13 曲転曲げ疲れ強さ

3. 2. 3 試験結果とその検討

小野式回転曲げ試験結果をまとめて、示したものが図 13 である。

SCM 4 について、試験片の形状に対する疲れ限度を比較すると、調質材に対して、窒化することにより疲れ限度は平滑では 28~44%、切欠($\alpha=2.1$)では 56~92% 上昇している。

次に、さきの片振り曲げ試験結果と比較する。

供試歯車と同一形状係数になる回転曲げ試験片と歯車の試験結果を、それぞれ同一材質および同一窒化条件のものとを対応させて表 14 に示す。なお、図 14 は Cr-Mo 鋼の引張り強さを窒化表面硬度約 Hv 610 に対して、 $\sigma_B=210 \text{ kg/mm}^2$ と仮定して窒化歯車の疲れ強さを耐久線図に示したものである。

片振りから両振りに換算した曲げ疲れ強さと回転曲げ疲れ限度の比は大体 1.7~2.2 となった。

4. 結 言

以上、窒化歯車の歯面の強さおよび曲げ疲れ強さの試験から得られた結果を要約すると、次のとおりである。

歯面の強さ

- (1) ピッチングの形状は、ハク離形 (Spalling) で、その断面形状は歯面に、ほぼ平行になる底辺をもつ凹形である。
そのハク離およびき裂の深さは最大せん断応力発生深さの近くに多く分布している。
- (2) 表面を硬化した場合、ピッチング強さは表面の硬度より表面下の硬度に比例して高まる。

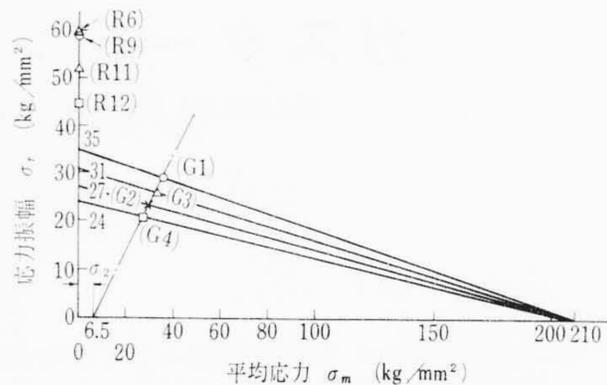


図 14 曲げ疲れ強さの比較

表 14 供試歯車の曲げ疲れ強さと回転曲げ試験結果との比較

試料番号	材 料	窒化条件	Hv 400 の窒化深さ mm	両振り疲れ限度 kg/mm^2		疲れ限度の比 (R)/(G)
				σ_{r0}'	$\sigma_{r0} = f_c \cdot \sigma_{r0}'$	
(R11)	SCM1	ガス窒化 530°C × (45+35) h	0.58	±52	±85.8	1.7
(G3)			0.5	±31	±51.2	
(R12)		ガス窒化 530°C × (120+35) h	0.7	±44.4	±73.5	1.9
(G4)			0.52	±24	±39.6	
(R9)	RCM4	ガス窒化 530°C × 100 h	0.55	±59	±97.3	2.2
(G2)			1.1	±27	±44.5	

曲げ疲れ強さ

- (3) 回転曲げ試験の結果、調質材に対する窒化による曲げ強さは、平滑試験片で約 28~44%、切欠試験片 ($\alpha=2.1$) で約 56~96% 上昇している。
- (4) 歯車の片振り曲げ試験は回転曲げ試験の結果に比べ、曲げ強さは回転曲げのほうが大きく、その比は約 1.7~2.2 となった。

終わりに臨み、種々ご指導いただいた日立製作所機械研究所ならびに亀有工場の関係各位に、厚くお礼申しあげる。

参 考 文 献

- (1) たとえば、C. G. Wahl: Schiff und Hafen, 14, 2 (1962)
- (2) The Brown Boveri Review, 50, 1/2 (1963)
- (3) たとえば、J. P. Jones: The Institute of Marine Engine 79, 8 (1967-8)
- (4) G. Niemann, H. Rettig: VDI-Z, 102, 6 (1960)
- (5) G. Niemann: 機械学会誌, 68, 558 (昭 40-7)
- (6) 砂本, 遠藤, 大村: Mitsubishi Tech Bull 010047 (1967-4)
- (7) The Brown Boveri Review, 50, 6/7 (1963)
- (8) 岸: 機械学会講演論文集, 192 (1968-4)
- (9) 金子: 機械学会論文集, 32, 236 (昭 41-4)
- (10) G. Niemann, H. Glaubitz: VDI-Z, 92, 3321 (1950)
- (11) 仙波: 歯車 3 巻 (日刊工業新聞社)