

ヒステリシスモータの動特性

Dynamic Characteristics of Hysteresis Motors

井 上 達 之 助*
Tatsunosuke Inoue

要 旨

ヒステリシスモータの動特性について検討し、回転むらとの関係を明らかにした。
ヒステリシスモータの動特性は、固有周波数および減衰比により定められるが、これらの定数と静特性との関連について考察するとともに、回転むらの一原因である外乱による回転子の固有振動の性質を実験的に明らかにした。

1. 緒 言

ヒステリシスモータは、自己起動可能な低騒音、低回転むらの同期モータとして、音響機器あるいは計算機などのテープ駆動系に広く使用されているが、最近の半導体可変周波数電源の発達に伴って、モータ駆動電源周波数を制御して回転数制御を行なう自動制御系への応用もみられるようになった⁽¹⁾。

自動制御系に使用するモータについては、その伝達関数を明らかにし、動特性をは握することが重要である。しかし、ヒステリシスモータの自動制御系への応用については歴史も浅く、したがって応用面から伝達関数を実測した例が⁽²⁾⁽³⁾発表されている程度であって、直流モータあるいは二相サーボモータなど、従来自動制御系操作部に使用されているモータと比較して、不明な点が多い。

一方、ヒステリシスモータは低回転むらの同期モータとして使用されているが、厳密には同期点を中心として回転子移動角(位相)変動を伴っている。この原因には種々の要因が関係するが、現象的には動特性とも密接な関係があると考えられる。

今回ヒステリシスモータの動特性および回転むらについて検討し、それらの内容を明らかにすることができたので、その概要を報告する。

2. 動 特 性

2.1 伝 達 関 数

ヒステリシスモータは同期モータであるが、非定常時には次式の運動方程式⁽⁴⁾に従って、回転子移動角 δ は同期点を中心として運動すると考えられる。

$$P_j \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P(\delta) = P_{sh} \quad (1)$$

ここに、 P_j : 慣性係数

P_d : 制動係数

$P(\delta)$: 移動角 δ の関数で示される同期出力

P_{sh} : 軸出力

したがって、過渡時における δ の変動は(1)式の右辺をゼロとおいた(2)式の特性方程式で与えられる。

$$P_j \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P(\delta) = 0 \quad (2)$$

ヒステリシスモータの同期出力と移動角の関係は、直流励磁付同期モータあるいはリラクタンスモータのように明らかにされていないが、一般的に微小移動角変動を対象とすれば

$$P(\delta) = P_s \delta \quad (3)$$

の関係にあると考えてもよいと思われる。ここに P_s は同期化係数

である。

(2)および(3)式より、ヒステリシスモータの伝達関数 $G(s)$ は次式で与えられる。

$$G(s) = \frac{\omega_N^2}{s^2 + 2\zeta \omega_N s + \omega_N^2} \quad (4)$$

$$\text{ここに、} \omega_N = 2\pi f_N = \sqrt{P_s/P_j} \quad (5)$$

$$\zeta = P_d / \sqrt{P_s P_j} \quad (6)$$

であって、 ω_N 、 f_N および ζ はそれぞれヒステリシスモータの固有角周波数、固有周波数および減衰比である。

ヒステリシスモータの動特性は(4)式の伝達関数で与えられ、たとえば、ステップ状の外乱が加わった場合の移動角変動 $\delta(t)$ は、

$$\delta(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_N t} \sin \{ \sqrt{1-\zeta^2} \omega_N t + \phi \} \quad (7)$$

$$\text{ここに、} \phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

ただし、 $\zeta < 1$

となる。

以上のようにヒステリシスモータの動特性は、ほかの同期モータと同様に固有角周波数 ω_N (固有周波数 f_N)と減衰比 ζ で定められるが、ここで問題となるのがこれらの定数を決定する同期化係数 P_s および制動係数 P_d である。 P_s および P_d は、磁束および電流のみにより定まると近似できるモータにおいては解析的に求めることができるが、ヒステリシスモータにおいては回転子磁石の磁気特性が関係するため解析的に求めることが困難であり、実験的に求めることとなる。

2.2 実験的検討

2.2.1 供 試 機

ここでは、下記仕様のヒステリシスモータについて検討した結果を述べる。

形 式: TO-HY 相 数: 3
極 数: 2 周 波 数: 240 Hz
定格電圧: 270 V_{p-p}(方形波) 最大定格出力: 37 W

実験はトランジスタ増幅器を用いた方形波駆動電源を用いて行なったが、トランジスタはじゅうぶん飽和した状態で使用しているため、モータ駆動電源インピーダンスの影響は少ない。

また、方形波電圧駆動であるため高調波の影響が加わっているが、トルク特性に関しては正弦波電圧駆動とほぼ同一の特性を示すので、動特性に関しても方形波電圧の影響は少ないと考えられる。

2.2.2 静 特 性

2.1で明らかにしたように、動特性に関係する定数は慣性係数 P_j 、同期化係数 P_s および制動係数 P_d であるが、 P_j は機械定数によって定まり、 P_s および P_d はモータの静特性より求められる。

* 日立製作所日立研究所

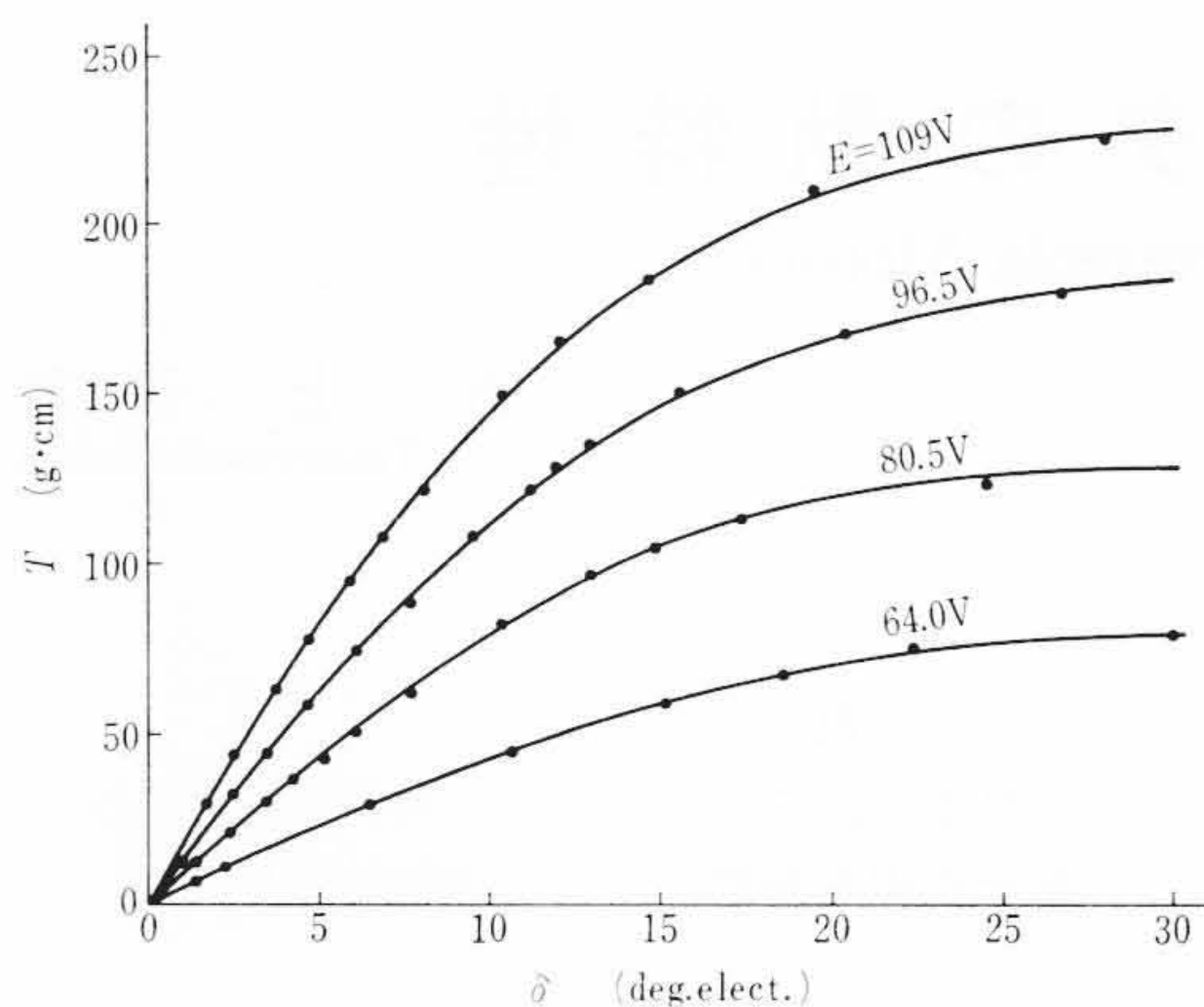


図1 移動角-トルク特性

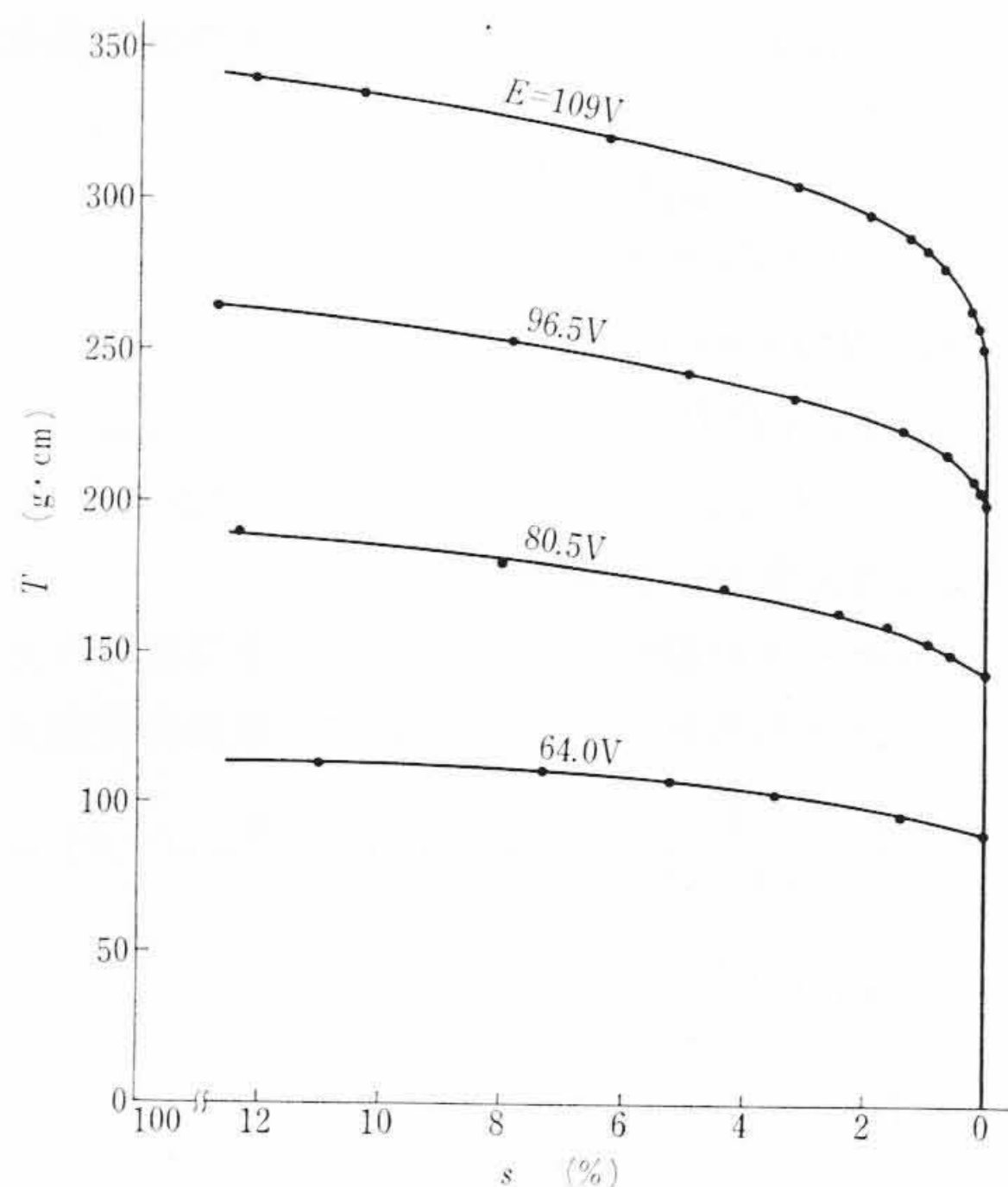


図2 同期速度近傍の速度-トルク特性

同期化係数 P_s は同期回転のモータに負荷を連続的に加えた場合の回転子移動角の変化, すなわち移動角-トルク特性のこう配として与えられる。

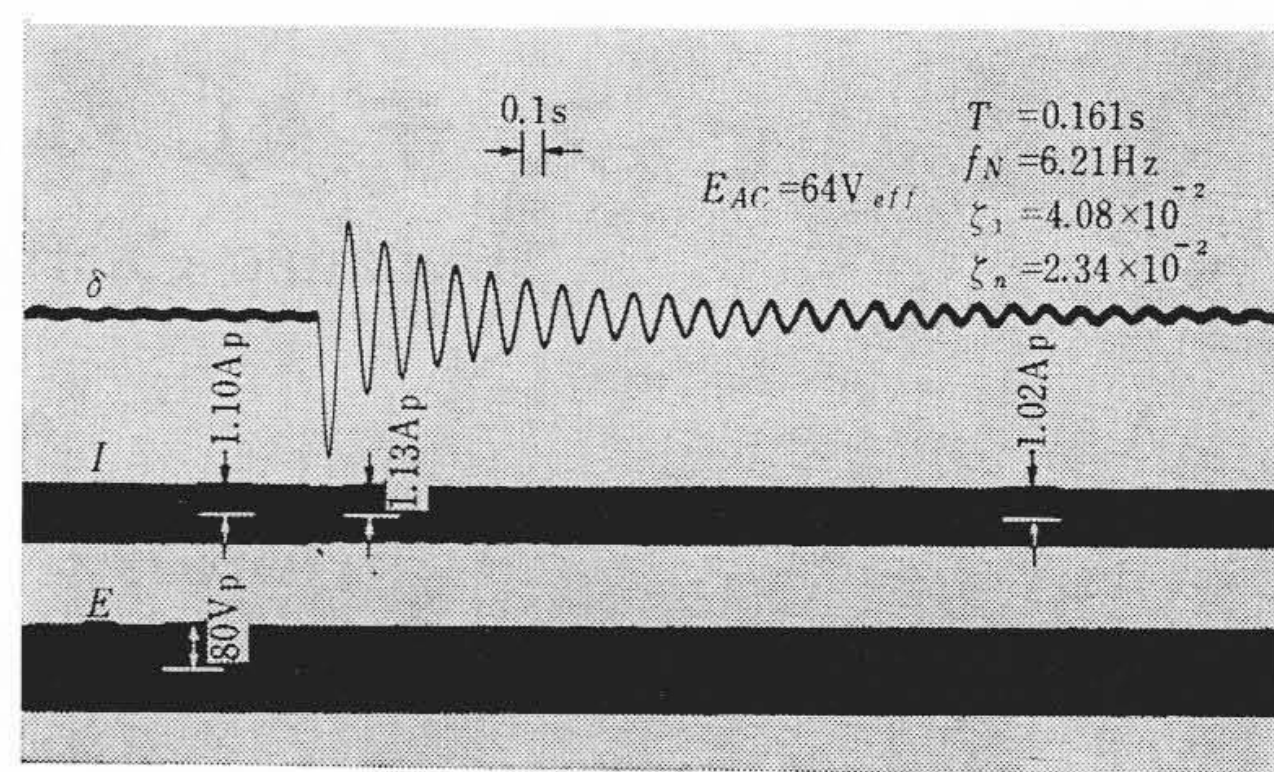
ヒステリシスモータの移動角-トルク特性は, 直流励磁付同期モータおよびリラクタンスモータの場合と異なり特異な特性を示すが, 電気角30度以下の範囲を示せば, 図1のようになる。図1はモータの端子電圧 E (実効値) (以下すべて同じ) をパラメータとして示した結果であるが, いずれの電圧においても微小トルク変化を考えれば, じゅうぶん(3)式の近似が成り立つと考えてよい。制動係数 P_d は, 同期速度近傍における回転速度変化に対するトルク特性のこう配として与えられる。供試モータの速度-トルク特性を示せば図2のとおりであって, モータ端子電圧の高い場合ほど同期速度近傍におけるトルクのこう配, すなわち制動係数は大きいことがわかる。

2.2.3 過渡特性

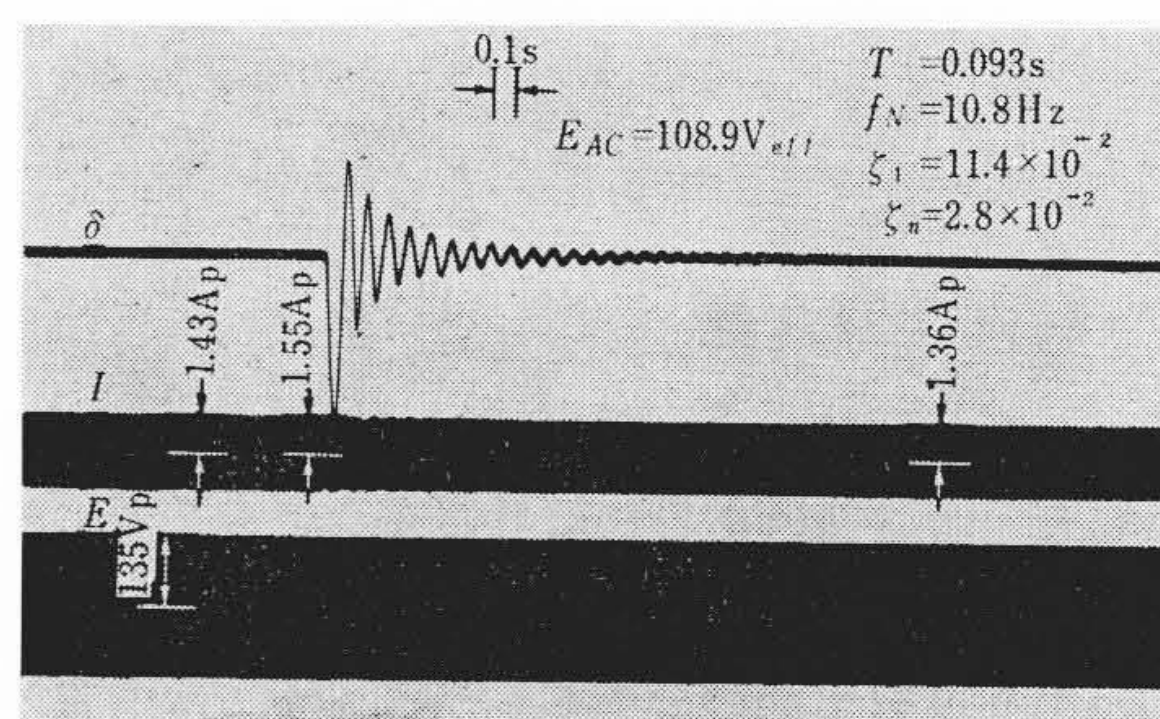
同期モータの動特性を求める方法としては, 一般の自動制御系要素の特性試験と同様に周波数応答法と過渡応答法があげられるが, 一般には過渡応答法が簡便である。ここでは, 周波数外乱をステップ状に加えて回転子移動角 δ の変動を測定する過渡応答法を採用した。

図3に示すオシログラムは端子電圧 $E=64\text{V}$ および 109V の場合であって, 電圧により移動角変動の周期および振幅の減衰が明らかに異なることを示している。

この移動角変動の振幅減衰が(6)式の減衰比 ζ を与えるが, 実



(a) $E=64\text{V}$



(b) $E=109\text{V}$

図3 ヒステリシスモータの過渡特性

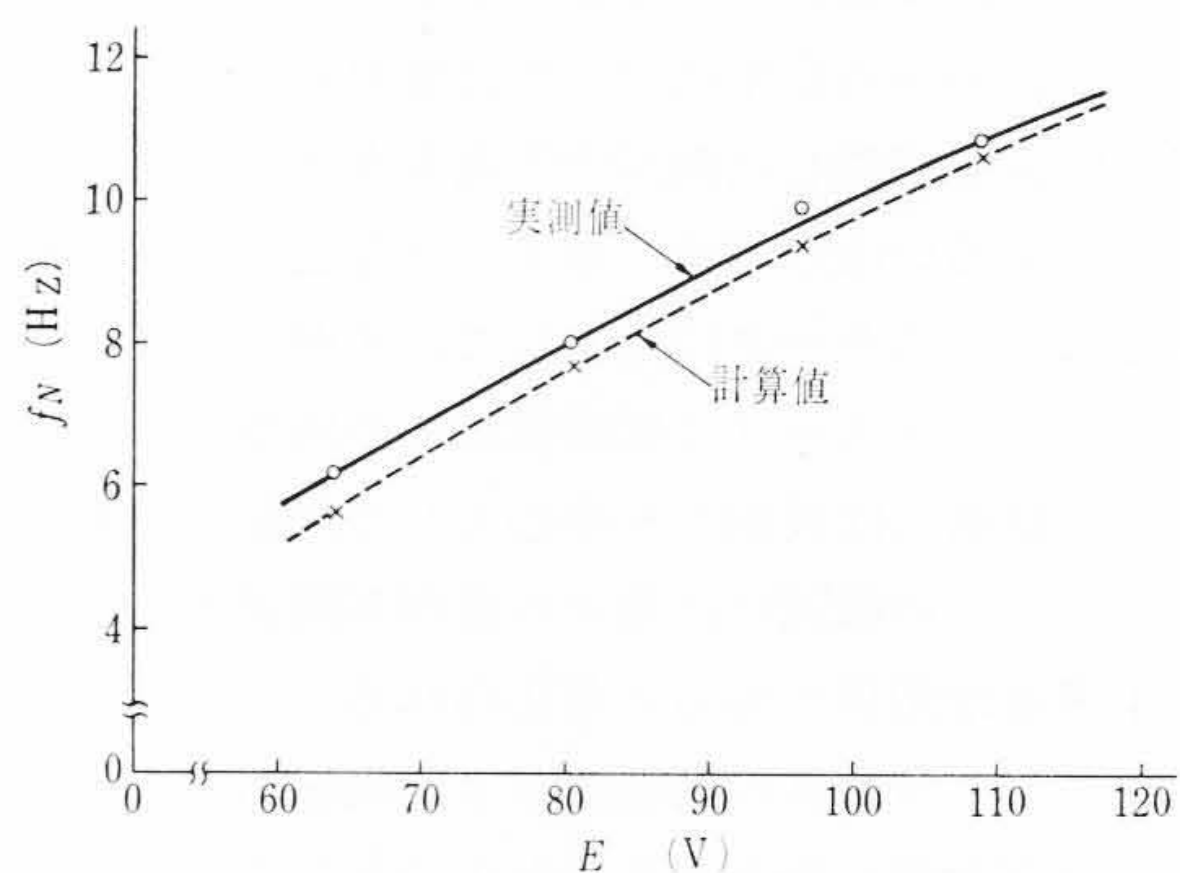


図4 固有周波数の電圧特性

験結果を整理すればヒステリシスモータの ζ は一定ではなく, 過渡変化直後から数サイクルまでと, それ以降との2種類の ζ で近似される特性を示している。したがって, ここでは前者を ζ_1 後者を ζ_n で示した。

2.2.4 固有周波数の電圧特性

図3に例を示した過渡特性より固有周波数 f_N を求め, その電圧特性を図4に実線で示した。同期化係数 P_s は電圧の増加に対してほぼその2乗に比例して増加するが, f_N は P_s の平方で与えられるので, f_N は電圧にほぼ比例する特性として示される。

図4に示した固有周波数 f_N は, 回転子位相検出器の慣性モーメントを含む状態における値であるが, 図1の移動角-トルク特性より求めた同期化係数 P_s と供試状態における慣性モーメントを用いて計算した慣性係数 P_j を(5)式に代入して計算で求めると図4の鎖線のようになり, 静特性より計算した結果は実測値とよく一致する。

すなわち, ヒステリシスモータの固有周波数は, 移動角-トルク特性および回転子系の慣性モーメントが明らかとなれば, 計算により求めることが可能である。

2.2.5 減衰比の電圧特性

過渡時の移動角変動の振幅減衰が大きい初期減衰比 ζ_1 の電圧特性を示したのが図5の実線である。 ζ_1 は電圧の増加に対して指数関数的に増大する。

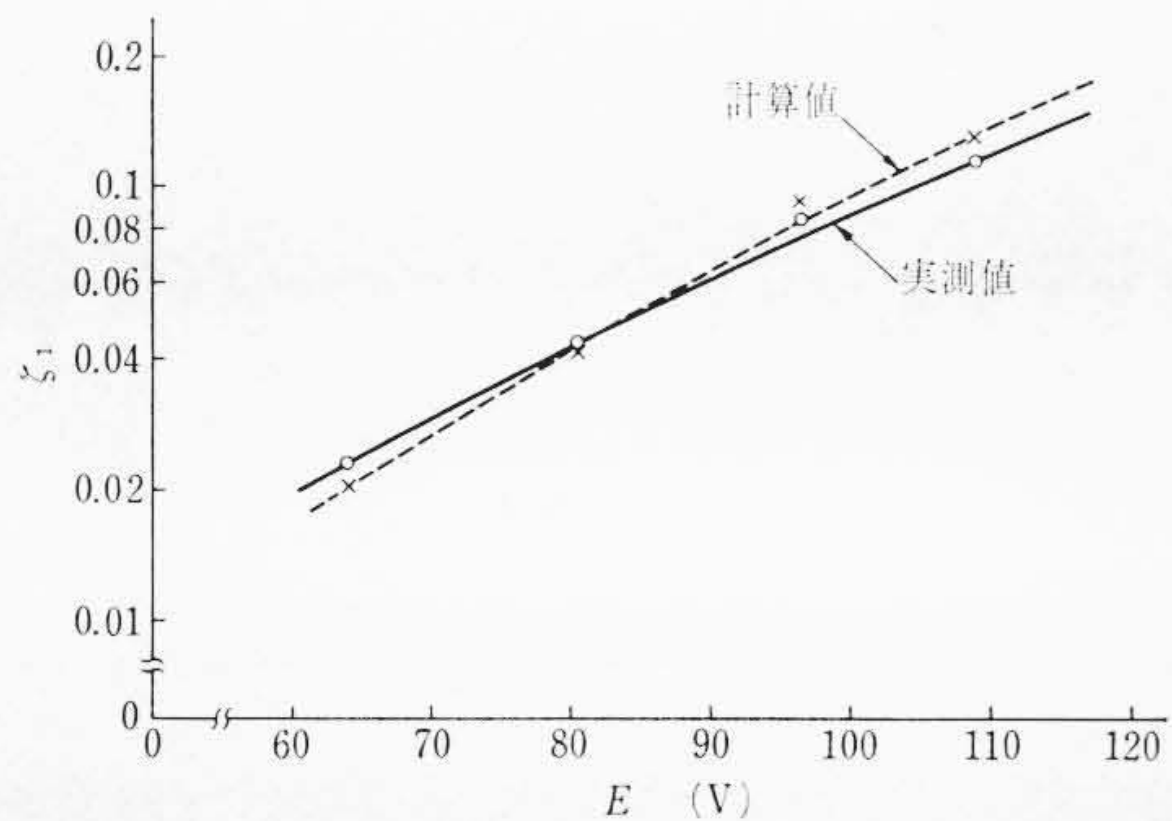


図5 減衰比の電圧特性

減衰比は(6)式に示されるように、主としてうず電流が関係する制動係数に比例し、同期化係数の平方に反比例するが、後者が前項に述べたように電圧にほぼ比例する特性をもつものに対し、前者が電圧の n 乗に比例する特性をもつため、減衰比は電圧に対して指数関数的に変化する。

図2の特性より制動係数を求め、(6)式により過渡特性測定時の初期減衰比 ζ_1 を計算すれば図5の鎖線のようになる。

すなわち、静特性から計算により求めた減衰比は、モータに外乱が加わり発生する回転子移動角振動の初期の振幅減少割合を決定する減衰比 ζ_1 とよく一致することが明らかとなった。

3. 回転むら特性

3.1 回転むらの原因

ヒステリシスモータは、回転子表面が磁気的にかつ機械的に平滑であるいわゆる平滑回転子モータであるため、ほかの同期モータに比較して騒音および回転むらが少ない。しかし、一般には次の電磁気的および機械的な原因により回転むらは避けられない。

3.1.1 電磁気的な要因

ヒステリシスモータの回転むらの原因となる電磁気的な要因は、

- (1) 回転磁界が完全な円回転磁界ではない。
- (2) 空けき長の不均一に起因する発生トルクの変動がある。
- (3) 固定子歯の存在による空間高調波の影響がある。

などがおもなものである。

なお、上記の諸条件のほか、モータ磁気回路の不均衡、各相印加電圧の不均衡ならびに電源周波数の変動などは回転むらの原因となるが、これらは製作上、使用上の条件により減少させることが可能である。

電磁気的な原因で発生する回転むらの特長は、その周波数が明確で時間的に連続していることである。たとえば、二相方形波電源駆動のヒステリシスモータでは電源周波数の偶数調波の回転むらを発生し、そのうち特に第4調波の回転むら成分の影響が大きい。

3.1.2 機械的な要因

機械的な要素で回転むらに影響する要因は、

- (1) 回転子の不釣合
- (2) 軸受の機械的振動、潤滑剤の不均一動作
- (3) 冷却ファンの通気振動

などがあげられる。

(1)および(3)の原因による回転むらはその周波数が明確でかつ連続して発生しているが、(2)の原因による回転むらは電磁気的な要因および上記(1)、(3)の機械的な要因に基づく回転むらと性質を異にする。

ここでは、この軸受に起因する回転むらの性質について検討

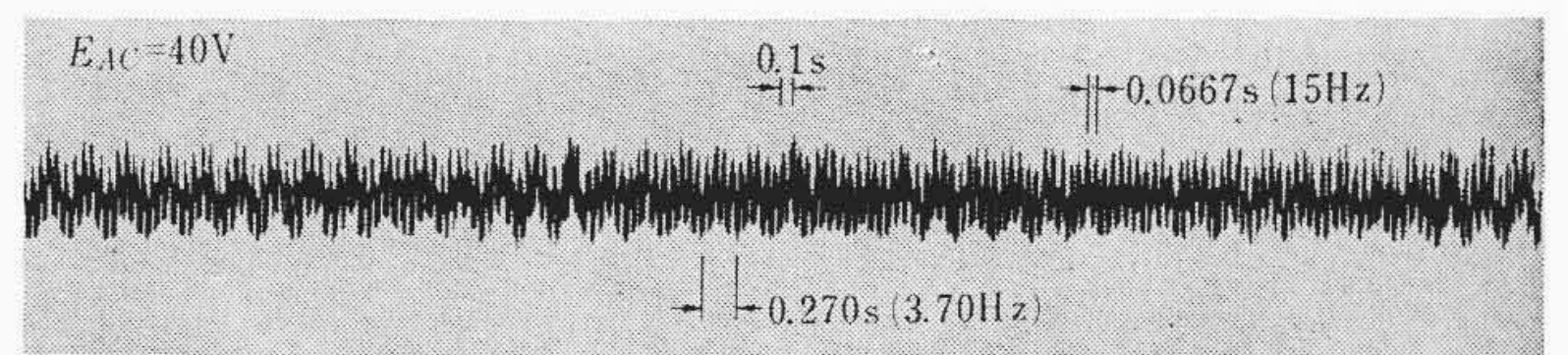
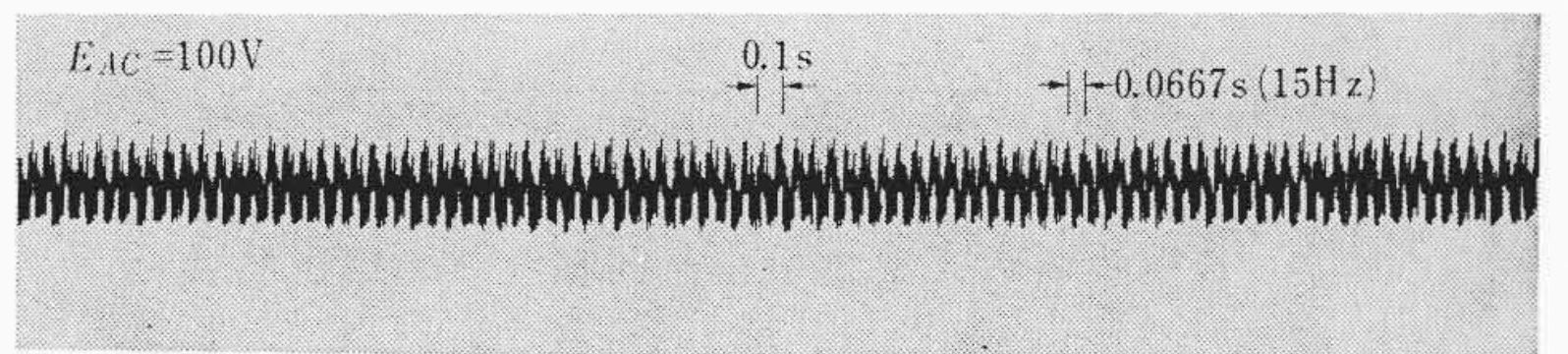
(a) $E=40V$ (b) $E=100V$

図6 8極ヒステリシスモータの回転むら特性

する。

3.2 軸受に起因する回転むら

軸受はその種類および使用する潤滑剤によって差はあるが、いずれの軸受においてもその状態は時間的には一定ではなく、変動がある。したがって、モータ負荷が微視的には絶えず変化している状態と考えてよく、外部条件すなわち電源周波数、電圧および負荷が完全に時間的に一定であっても、モータは軸受の負荷変動によって絶えず固有振動を行なっていることが考えられる。

軸受に起因する回転むらが特に問題となるのは、回転子機械系が電磁気的な原因による高周波振動に追従し得なくなる高速回転モータの場合である。

一般に、モータ回転子の重心偏位は $N/60$ Hz (N : 回転数(rpm))の回転むらを生ずるので、ヒステリシスモータ回転子では動平衡をとるが、限界があるためこの周波数の回転むらは必ず存在すると考えられる。したがって、電源周波数が数百ヘルツの2極機になると、最低回転むら周波数が電源周波数と等しく、電磁気的原因による回転むら周波数はその倍数となるため回転子機械系はかかる高周波振動には追従し得ず、騒音とはなるが回転むらとしては現われなくなる。かかる場合の回転むらは、軸受に起因する回転子系の固有振動がおもなものとなる。

3.3 低速機の回転むら特性

ここで低速機とは、一般には1,000 rpm以下のモータ固有周波数 f_N と回転周波数 $N/60$ Hzとが近いモータをいう。

3.3.1 供試機

実験に使用したモータの仕様は、下記のとおりである。

形式: YSFO-HY 相数: 2
極数: 8 周波数: 60 Hz
定格電圧: 270V_{p-p}(方形波) 回転数: 900 rpm

以下の実験ではモータ固有の回転むらを明らかにするため、電源周波数は水晶発振器を使用して安定なものとし、定電圧装置により端子電圧を一定として、無負荷の状態における回転むらを検討した。

3.3.2 回転むら波形および回転むらの電圧特性

回転むら波形の例として、モータ端子電圧 $E=40V$ および $100V$ の場合のオシログラムを図6に示す。図6(a)の低電圧の場合には、回転周波数15 Hzの主周波数をもつ回転むら波形が3.7 Hzの周波数で脈動しているが、電圧が高くなると固有周波数が高くなって回転周波数に近づくため図6(b)では固有周波数成分は明りようではなくなる。

回転むら波形測定時の回転むらをワウ・フラッタ実効値($W.F_{eff}$)で示せば図7のようであって、電圧の増加とともに回転むらは増大する。

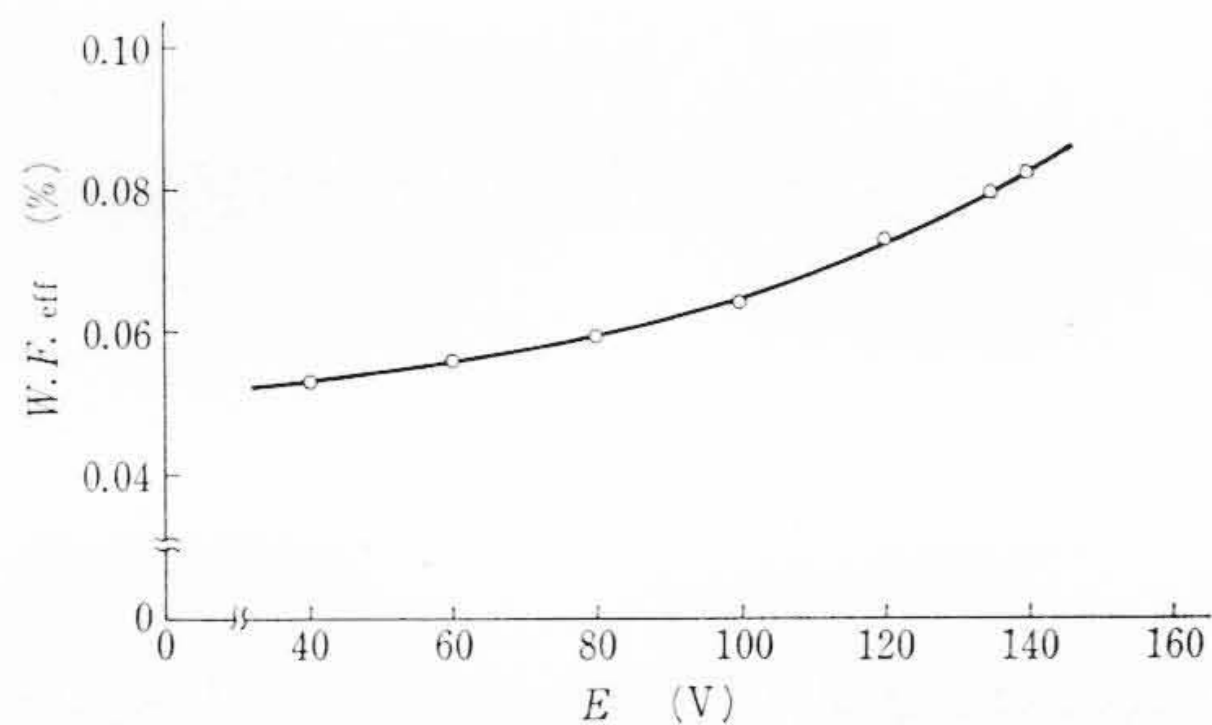


図7 8極ヒステリシスモータ回転むらの電圧特性

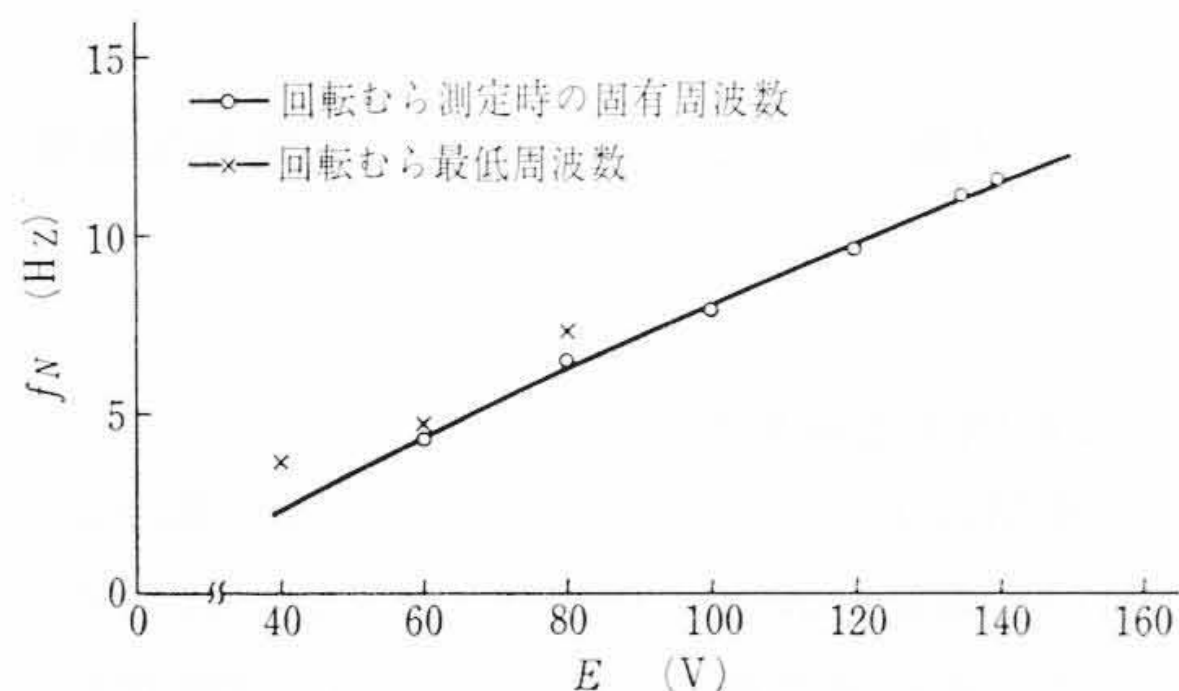


図8 8極ヒステリシスモータ固有周波数の電圧特性

以上の結果から、低速ヒステリシスモータの場合には固有振動に基づく回転むらの影響は少なく、電磁氣的要因による回転むらの影響が大きいので、回転むらは電圧の増加とともに増大すると考えることができる。

3.3.3 固有周波数との関係

回転むら測定時の回転子系の固有周波数を過渡応答法で測定した結果を、図8に実線で示す。電圧に対する傾向は図4の例とほぼ同じ傾向を示している。

図6に例を示した回転むら波形の脈動は、本例では $E=80V$ まで判定できる値であったが、その値を図8に×印で示した。回転むらの最低周波数は、ほぼ固有周波数に等しいことがわかる。

3.4 中速機の回転むら特性

ここで中速機とは、回転周波数は固有周波数の2倍以上であるが、回転子機械系が電源周波数およびその倍数の周波数には応動しうると考えられるモータを意味する。

3.4.1 供試機

ここでは、3.3.1に記載のモータと同一仕様で、極数が4極、回転数1,800 rpmの場合を例として示す。

3.4.2 回転むら波形および回転むらの電圧特性

図9に $E=60V$ および $100V$ における回転むら波形の例を示す。本例では回転周波数は30 Hzであって、回転むらの主周波数は30 Hzとなっているが、これを低周波で変調した形となっており、その低周波成分は100Vにおいても非連続ではあるが存在している。

この回転むら波形測定時には、ワウ・フラッタ指示計の指針に振動が認められたが、その最大値および最小値を示せば図10のとおりであって、最小値はほぼ一定であるが最大値は電圧の増大とともに減少する特性を示している。

この現象は、回転むら波形の変化から次のように考えることができる。すなわち、電圧が低い場合には同期化係数が小さく、外乱に対する回転子移動角変動の振幅が大きい状態であるが、低速機の場合と異なり回転周波数と固有周波数との間に差があるため軸受に発生する外乱により回転子系は振動しやすく、また発生した振動は減少しにくい。したがって、外乱のない場合には小さな回転むらも、固有振動の発生により大きくなる。電圧が高くなる

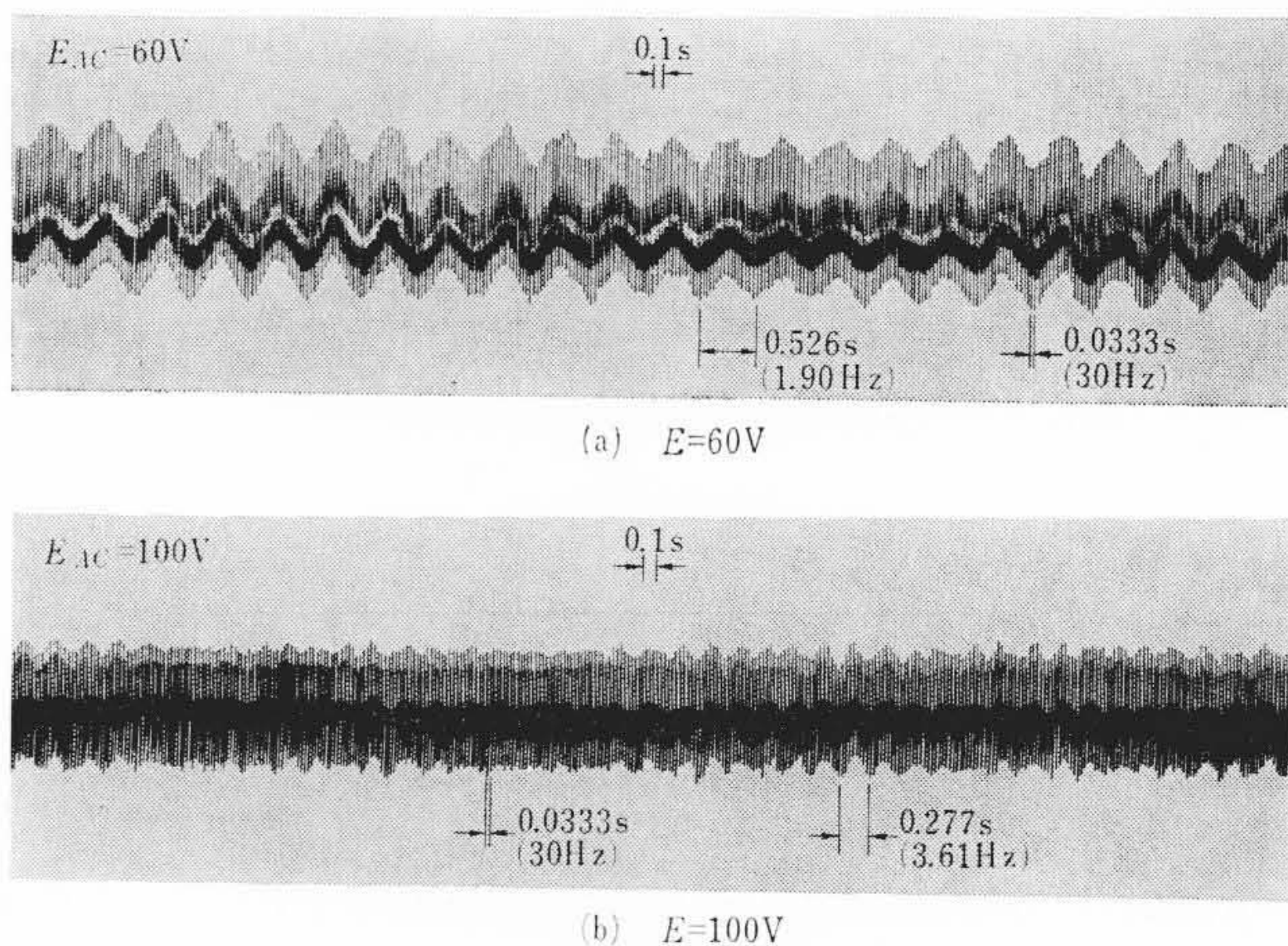


図9 4極ヒステリシスモータの回転むら特性

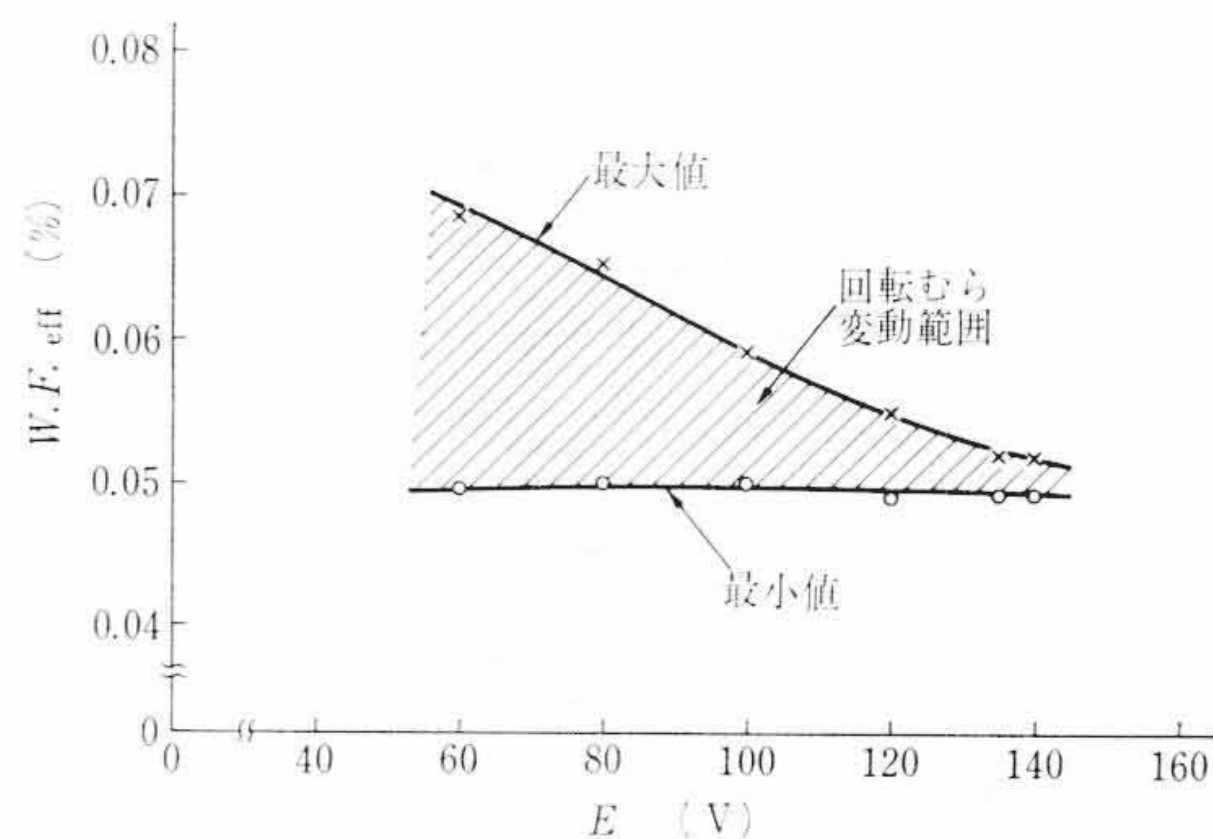


図10 4極ヒステリシスモータ回転むらの電圧特性

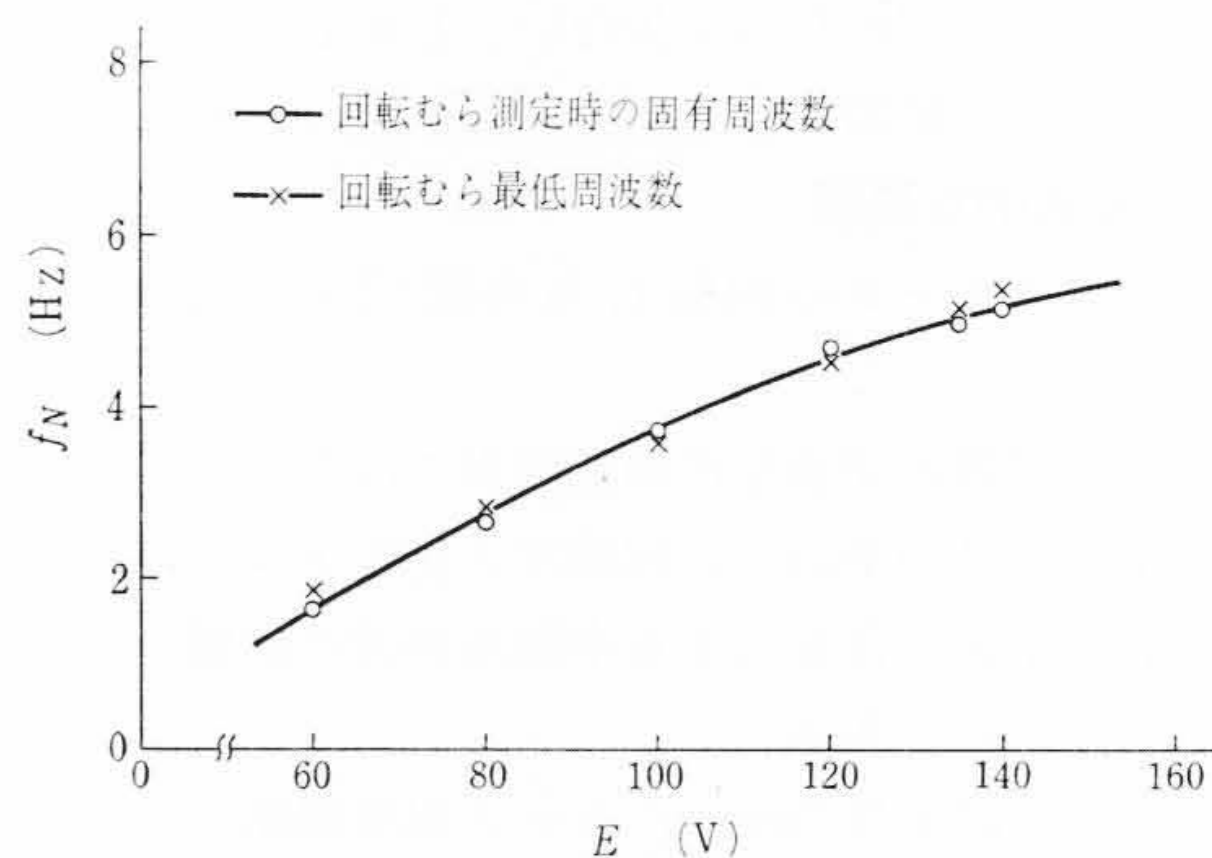


図11 4極ヒステリシスモータ固有周波数の電圧特性

と、外乱発生の確率が同一であっても移動角変動振幅が小さく、また振動の減衰が早いのでワウ・フラッタ実効値は小さくなる。

なお、軸受に起因する回転むらは使用時間により変化し、一般には運転時間の経過とともに固有周波数振動を発生する外乱の発生ひん度は減少する。供試モータにおいても長時間運転後には軸受の状態が安定し、図10の最小値で示した回転むらのみとなった。

3.4.3 固有周波数との関係

供試モータの回転むら測定状態における固有周波数を、過渡応答法で測定すれば図11の実線のようになる。一方、図9のオシログラムから求めた回転むら最低周波数を記入すれば×印のようになって、過渡応答法で求めた固有周波数とよく一致する。したがって、回転むら波形における低周波振動は、回転子系の固有振動であることを証明している。

3.5 高速機の回転むら特性

3.5.1 供試機

高速機の例として、2.2の実験に使用した2極、240 Hz機の

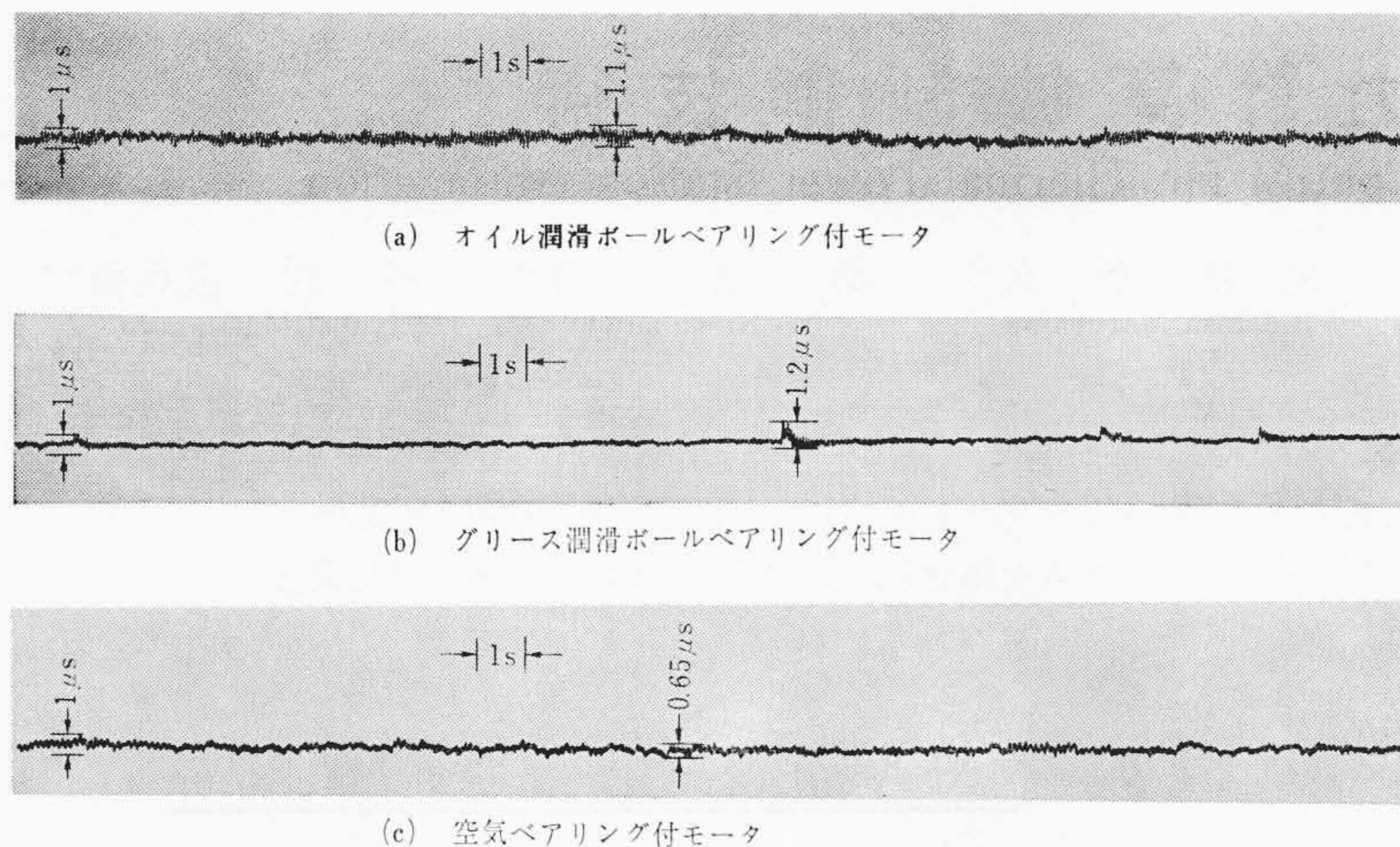


図12 高速ヒステリシスモータのベアリングによるジッタの変化

回転むら検討結果を述べる。

3.5.2 回転むら波形

供試機は 14,400 rpm であるから、電磁気的な要因による回転むらはほとんどなく、軸受に起因する固有振動が回転むらの主要原因と考えられるので、軸受の種類をかえてその影響を検討した。回転むらはサンプリング周波数 240 Hz の回路で、ジッタ (Jitter) を測定した。

図12はオイル潤滑およびグリース潤滑ボールベアリングならびに空気ベアリング付モータについて、1分間のジッタを測定、記録し、その間の最大値を求めた結果である。なお、供試機のジッタと回転むらとの関係は、回転周期が $4,166.7 \mu s$ であるからジッタ $1 \mu s$ は回転むら(最大値) 0.024% に相当する。

図12のジッタ波形より、ベアリングの種類による回転むらの特長が明らである。すなわち、オイル潤滑ボールベアリングでは軌道面、転道面の機械的衝突に基づき回転子系は絶えず固有周波数で振動している。それに対して、グリース潤滑ボールベアリングにおいては、非定常的に発生するグリースのチャンネルング(channeling)⁽⁵⁾が外乱となって、回転子移動角に減衰振動が発生する。

一方、空気ベアリングは回転むらに対しては理想的軸受と考えられるものであるが、この場合でもジッタはゼロとはならない。ジッタの最大値はボールベアリング付モータの約 1/2 となっているが、空気系の状態変化が原因となって、連続的に固有振動を行っている。

なお、図12のジッタ波形における振動の周波数は、固有周波数であるが空気ベアリング付モータの場合のみ固有周波数が小さい。この原因は、供試空気ベアリング付モータの電磁気系はボールベアリング付モータと同一仕様であるが、空気ベアリングを構成する部分の慣性モーメントが大きいため、供試状態ではボールベアリング付モータに比較して固有周波数が約 52% に減少しているためである。

3.5.3 運転時間による変化

3.4.2 で述べたように、ボールベアリング付モータの回転むらは運転時間により変化する。高速機における例として、新ベアリング装着の場合と同一グリース潤滑ベアリングをベアリングのみ 14,400 rpm で 1,000 時間連続運転したのち、それを回転子軸に装着した場合との、ジッタ ($p-p$ 値) の電圧特性を比較して示したのが図13である。

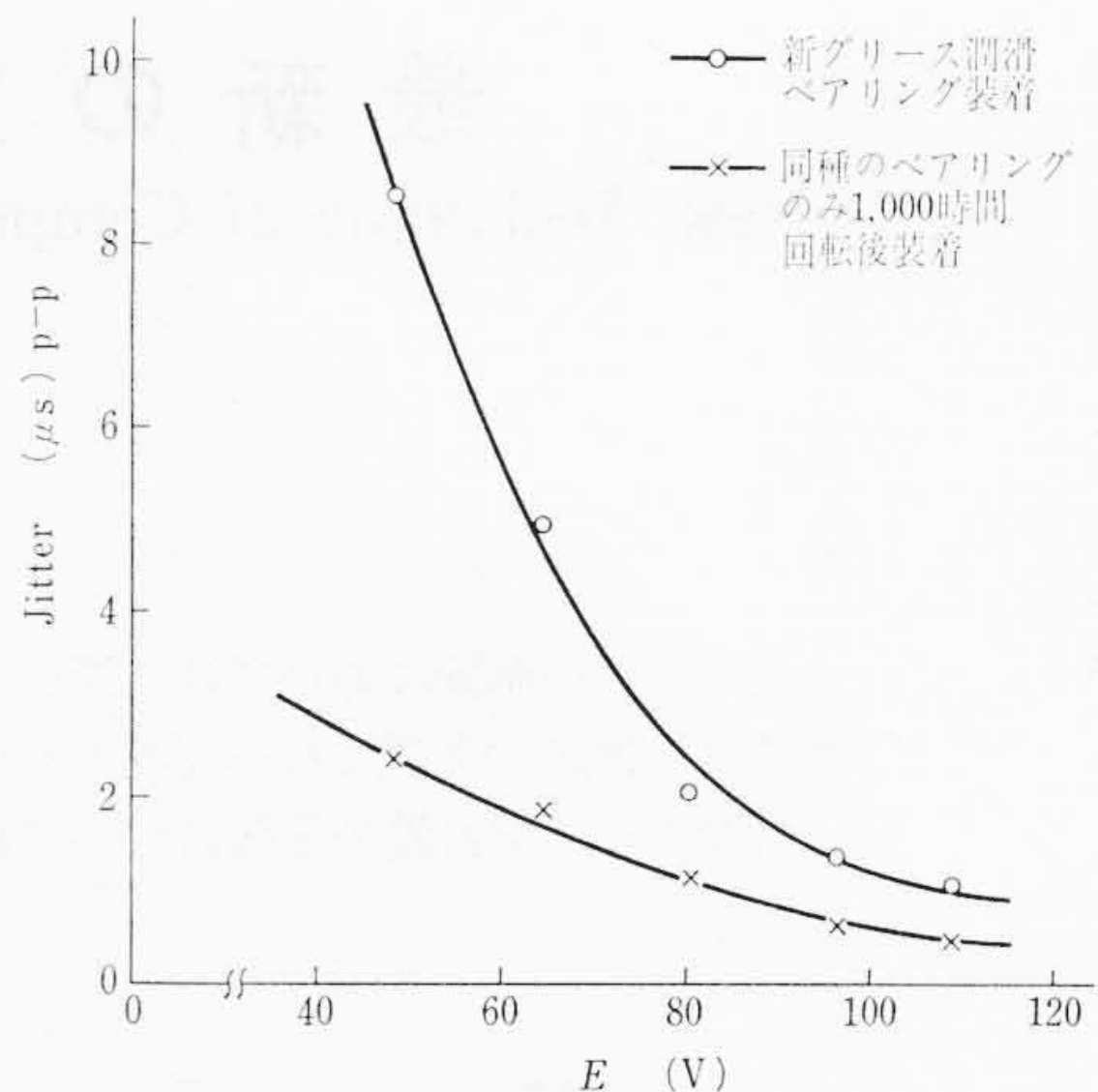


図13 新および 1,000 時間回転ベアリング装着時のモータジッタの相違

図13の結果から明らかなように、グリース潤滑ベアリングにおいても長時間運転後に安定し、ジッタの $p-p$ 値は減少する。また、電圧の増加に伴いジッタの $p-p$ 値が減少するのは、電圧の増加に伴い同期化係数が増大するため、同一負荷変動に対する移動角変動範囲が減少するとともに、振動の減衰が早くなるためである。

以上本章では非定常的に発生する外乱として軸受に基づく外乱の影響を検討し、その回転むら特性を明らかにしたが、電源電圧あるいは周波数に外乱が非定常時に加わる場合にも同じ回転むら特性を示すことが考えられる。

4. 結 言

ヒステリシスモータの動特性について検討し、回転むらにおける固有振動成分の特性を明らかにした。おもな結果は次のとおりである。

- (1) ヒステリシスモータの伝達関数は、一般の同期モータと同様に 2 次要素で示されると考えてよい。また、特性を決定する固有周波数および減衰比は、静特性より計算によって求めることが可能である。
- (2) 回転むらには種々の原因があるが、その 1 因として軸受の状態変化に起因する回転子系の固有振動がある。この原因による回転むらは、軸受の種類、状態ならびにモータの固有周波数、減衰比および回転周波数に関連して変化する特性をもつ。

本研究に使用したヒステリシスモータは、日本放送協会総合技術研究所の援助をうけて日立製作所において開発したものである。高性能ヒステリシスモータ開発の機会を与えられ、ご指導いただいた日本放送協会総合技術研究所に対し、ここに厚くお礼申し上げる。

また、本研究に当たり、終始ご激励ご協力いただいた日立製作所多賀工場ならびに日立研究所の関係各位に対して、深謝の意を表する。

参 考 文 献

- (1) 鈴木：ビデオテープレコーダ，62 (昭-36，共立出版)
- (2) 岩沢：テレビジョン 17, 76 (昭 38-2)
- (3) 小西ほか 3 名：テレビジョン 21, 430 (昭 42-6)
- (4) A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr.: Electric Machinery 266, (1961, McGraw Hill)
- (5) 軸受・潤滑便覧編集委員会：軸受・潤滑便覧 270 (昭-36，日刊工業新聞)