

タービン発電機ロータの遠心応力解析

Centrifugal Stress Analysis of Turbine Generator Rotor

清水 翼* 樋口 重雄* 岩崎 勤*
Tasuku Shimizu Shigeo Higuchi Tsutomu Iwasaki

要 旨

本報はタービン発電機ロータの強度の検討のため、遠心力によるシャフトスロット部の局部応力解析を行なったものである。この数値計算には有限要素法を用いたが、本法の遠心応力および熱応力解析への適用について検討し、光弾性実験によってその妥当性を確認した。

1. 緒 言

従来形状の複雑な構造物については詳細な応力解析はほとんどできなかった。しかし最近になって有限要素法が活用され、これらの問題が急速に解決されつつある。ここで取り上げたタービン発電機ロータシャフトについても同様であって、これまでの等価力などを用いて行なった簡略な計算では、シャフトスロット部に発生する局部応力がは握できず強度の検討がじゅうぶんでなかった。一方、機器の側からその大形化に伴って詳細な応力解析が要求されてきている。そこでわれわれは有限要素法を遠心応力や熱応力の解析に適用するために種々の計算を行なってその妥当性を確かめ、ロータの遠心応力解析を行なった。なお計算の結果を光弾性実験と比較して良好な結果を得たのでここに報告する。

2. 記号の説明

- { } : 列 行 列
- [] : 行 列
- []⁻¹ : 逆 行 列
- []^T : 転 置 行 列
- [A] : 要素の節点座標からなる座標変換行列
- [B] : 変位とひずみの関係から変位を微分して得られる行列
- [D] : 応力とひずみの関係を与える対称行列
- {F} : 節点力を要素とする外力の行列
- [M] : 要素の変位関数
- {α} : 未定係数行列
- {δ} : 6個の節点変位を成分として要素の変形を定義する行列
- {ε} : 要素のひずみを定義する行列
- {σ} : 要素の応力を定義する行列
- S : 要素の面積
- E : 縦弾性係数
- m : 質 量
- T : 温度上昇 °C
- t : 要素の板厚
- x, y : 直角座標系および節点座標
- α : 線膨張係数
- {p} : 要素の分布荷重を示す行列
- {v} : 要素内の任意の点の変形
- ν : ポアソン比
- ω : 回転角速度

3. 計 算 方 法

3.1 等価節点力

有限要素法に関する基本的な解法⁽¹⁾の説明は省略する。本法の特

* 日立製作所日立研究所

長として構造物は節点のみで結合していると考えているので、外力も節点のみに作用するものでなければならない。このため全体に分布しているような外力は節点への集中外力におきかえる必要がある。ここでは三角形要素の中に分布して存在する外力を等価な節点力におきかえる方法を一般的に述べる。いま要素の変位関数を $[M(x, y)]$ とすれば要素の変形 $\{v\}$ は未定係数 $\{\alpha\}$ を用いて

$$\{v\} = [M(x, y)] \{\alpha\} \dots\dots\dots (1)$$

上式を用いて要素の変形を一義的にあらわす節点変位 $\{\delta\}$ を求めると

$$\{\delta\} = [A] \{\alpha\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに $[A]$ は、要素の節点座標を変位関数 $[M]$ に代入して求められる正方行列である。したがって

$$\{v\} = [M] [A]^{-1} \{\delta\} \dots\dots\dots (3)$$

一方、要素のひずみ $\{\epsilon\}$ は次式で与えられる。

$$\{\epsilon\} = [B] [A]^{-1} \{\delta\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに行列 $[B]$ は、弾性学の公式である変位とひずみの関係⁽²⁾ から求められるものである。

同様に要素のひずみ $\{\epsilon\}$ と応力 $\{\sigma\}$ の関係は次式で与えられる。

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) \dots\dots\dots (5)$$

ここに $[D]$ は、材料の弾性係数とポアソン比から定まる対称行列であり、 $\{\epsilon_0\}$ は初期ひずみを一般的にあらわす行列である。

次に、等価節点力を求めるために仮想仕事の原理を用いる。 $\{\delta v\}$ を節点に与えた仮想変位とすると、これに対応する要素の仮想変位 $\{v v\}$ は (3) 式から

$$\{v v\} = [M] [A]^{-1} \{\delta v\} \dots\dots\dots (6)$$

また、仮想ひずみ $\{\epsilon v\}$ は (4) 式から

$$\{\epsilon v\} = [B] [A]^{-1} \{\delta v\} \dots\dots\dots (7)$$

したがって節点力を $\{F\}$ 、要素内の単位体積あたりに作用する分布荷重を $\{p\}$ とすると、外部仕事と内部仕事が等しいということから次式を得る。

$$\{\delta v\}^T \{F\} = \int_V [\{\epsilon v\}^T \{\sigma\} - \{v v\}^T \{p\}] dv \dots\dots\dots (8)$$

ここに積分は要素の体積全体について行なわれるものとする。上式に (5)~(7) 式を用いて単位の仮想変位を与えたと考えれば

$$\begin{aligned} \{F\} = & [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D] [B] dv \cdot [A]^{-1} \{\delta\} \\ & - [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dv \\ & - [A^{-1}]^T \int_V [M]^T \{p\} dv \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

上式において右辺第1項は剛性マトリクスにより外力と変位の関係を示す項であり、第2, 3項はそれぞれ初期ひずみおよび分布力によって生ずる節点の反力である。すなわち初期ひずみに対する等価節点力は

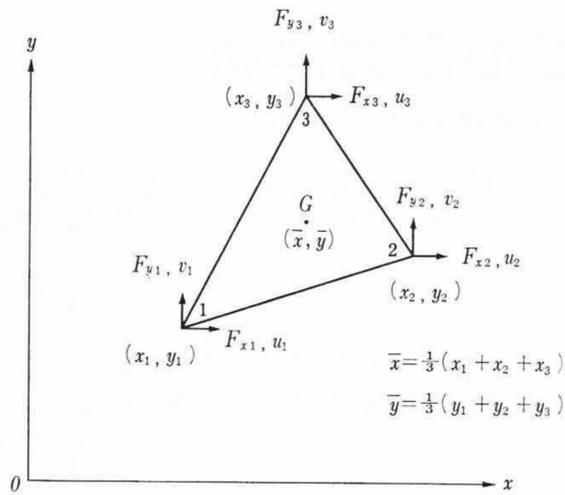


図1 三角形要素の記号と方向

$$\{F\}_{\epsilon_0}^e = [A^{-1}]^T \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dv \dots\dots\dots (10)$$

分布力に対する等価節点力は

$$\{F\}_p^e = [A^{-1}]^T \int_V [M]^T \{p\} dv \dots\dots\dots (11)$$

である。

3.2 熱 応 力

図1に示すような三角形要素を考え、変位関数 $[M]$ を次式で与える。

$$[M(x, y)] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

したがって(10)式の行列 $[B]$, $[D]$, $[A]$ は図1の記号を用いて次のようになる。

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

要素の線膨張係数を α , 温度上昇分を $T^\circ\text{C}$ とすれば, 等方性材料で平面応力状態の場合初期ひずみ $\{\epsilon_0\}$ は次式で与えられる⁽¹⁾。

$$\{\epsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

(13)~(16) 式を (10) 式に代入して積分を完了すれば

$$\{F\}_{\epsilon_0}^e = [A^{-1}]^T [B]^T [D] \begin{Bmatrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot S \cdot t \dots\dots\dots (17)$$

すなわち(17)式で計算される等価節点力 $\{F\}_{\epsilon_0}^e$ は, $T^\circ\text{C}$ の温度上昇によって要素に生ずるひずみと等価なひずみを要素に発生させる。したがって, 以後の解析においては温度上昇 $T^\circ\text{C}$ として与えられた条件を等価節点力 $\{F\}_{\epsilon_0}^e$ が与えられたものとして解けばよい。この場合応力は(5)式により, (16)式の $\{\epsilon_0\}$ を引くことに注意する必要がある。

3.3 遠 心 応 力

前節と同様に三角形要素について求める。要素の回転角速度を ω , 質量を m として, 原点を回転の中心にとるものとするれば分布力

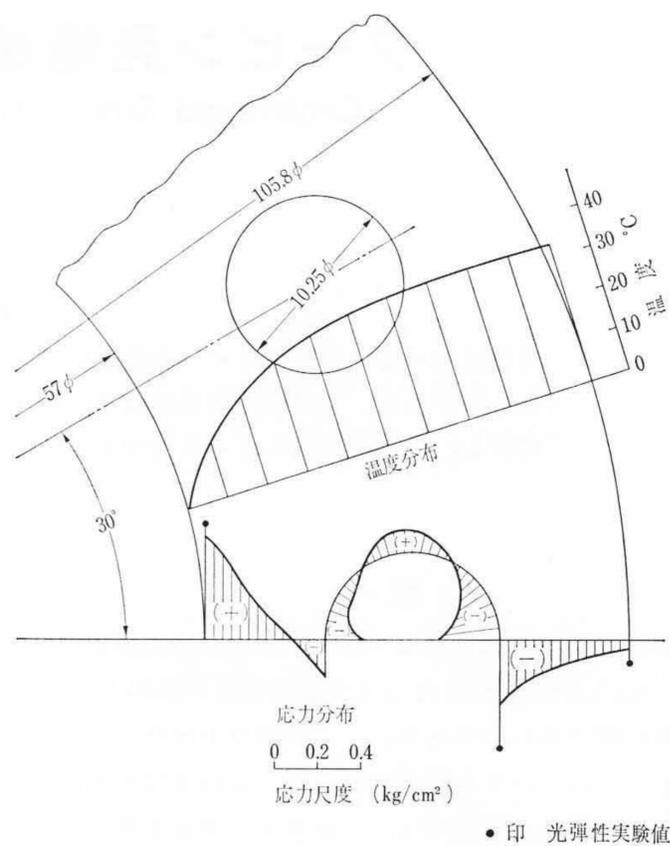


図2 偏心円孔を有する円板の熱応力

$\{p\}$ は次式となる。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix} = m\omega^2 \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

したがって(12)式および(18)式を(11)式に代入すると

$$\{F\}_p^e = \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \end{Bmatrix} = m\omega^2 [A^{-1}]^T \cdot t \cdot S \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

ここに, $I_1 \sim I_5$ は図1の記号を参照して

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \bar{x} \\ I_2 &= \bar{x}^2 + \frac{1}{12} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 \} \\ I_3 &= \bar{x}\bar{y} + \frac{1}{12} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) \\ &\quad + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + (x_3 - \bar{x})(y_3 - \bar{y}) \} \\ I_4 &= \bar{y} \\ I_5 &= \bar{y}^2 + \frac{1}{12} \{ (y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + (y_3 - \bar{y})^2 \} \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

すなわち(19)式で計算される節点力 $\{F\}_p^e$ は, 角速度 ω で回転する要素に生ずる遠心力と等価な外力である。したがって以後の解析では角速度 ω として与えられた条件を, 等価節点力 $\{F\}_p^e$ が与えられたものとして解く。

4. 計 算 例

4.1 偏心円孔を有する円板の熱応力

実機への応用例としてボルト穴をもつフランジの熱応力の計算を行なった。モデルの形状, 温度分布および計算結果と光弾性実験の結果を合わせて図2に示す。これによると最大応力はフランジ内周縁に生じ, 計算値と実験値はかなりよく一致している。しかし, ほかの点では必ずしも一致していないが, これは計算の場合と実験の場合の温度分布が異なっているためであろうと考えられる。

応力分布の傾向はひずみゲージによる実験結果ともよく合っており, 温度分布を正確に与えれば実機に対してもじゅうぶん正しい値が得られるものとする。

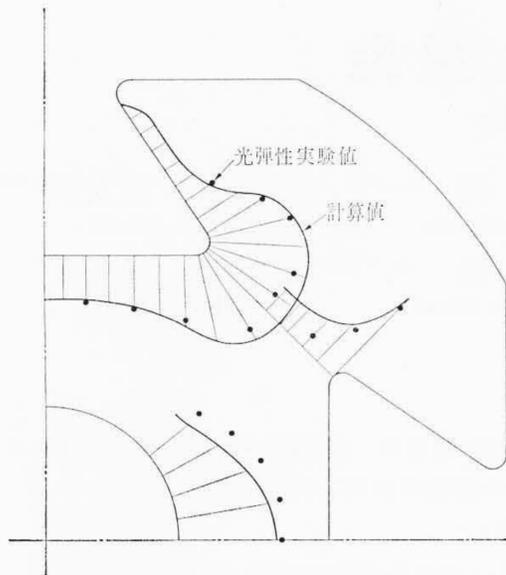
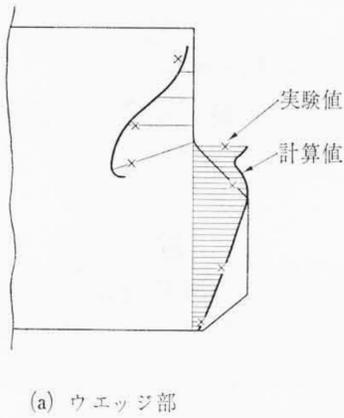
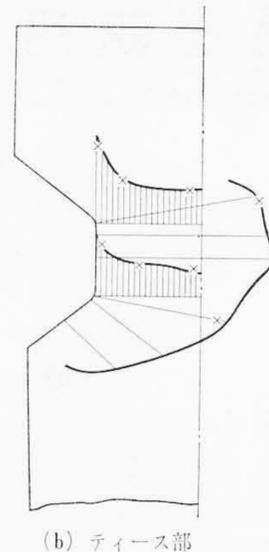


図3 ダブテールヨークの遠心応力



(a) ウェッジ部



(b) ティース部

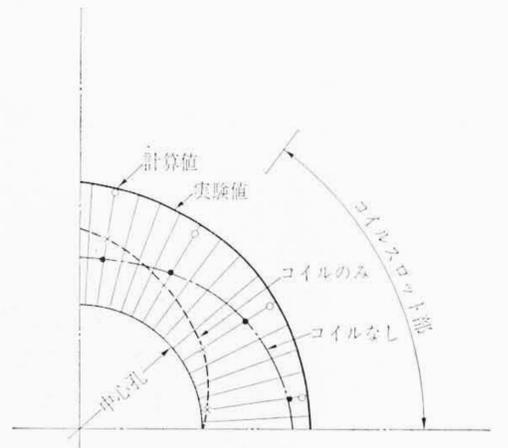
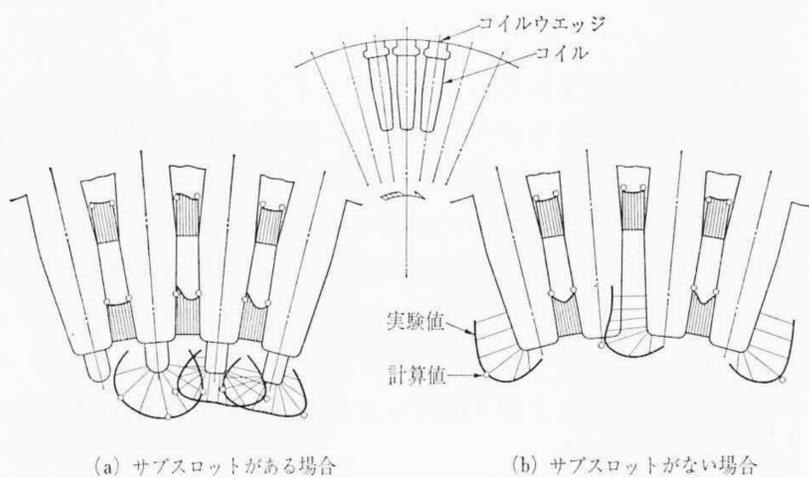


図6 中心孔の応力分布



(a) サブスロットがある場合

(b) サブスロットがない場合

図4 シャフトスロット部の応力分布

4.2 ダブテールヨークの遠心応力

ダブテールヨークの遠心応力の計算を行ない、光弾性実験の結果と合わせて示したのが図3である。ヨーク自身の遠心力による応力のみでポールの遠心力は含まれていないが、計算値と実験値はよく一致している。このことから考えて実機についても計算によって詳細な応力分布を知ることが可能である。

5. 発電機ロータシャフトの遠心応力

5.1 実験モデルと実験方法

タービン発電機の合理的な強度設計法の確立をめざし、その第1段階としてロータシャフトの応力解析を行なうことにした。タービン発電機のロータには多くのスロットが切り込まれており、各スロットにはコイルが巻き込まれていてコイルウェッジによって押えられている。従来、これらロータ断面の応力解析に関する研究は比較的小形の光弾性モデル(約100mmφ)について行なわれ、その実験結果⁽³⁾が発表されているのみである。そこで今回は大形のコイル付き光弾性モデル(343~575mmφ)を用いて各部の応力とくにスロットの局部応力を精度よく求めると同時に、有限要素法による計算結果と比較検討することにした。

ロータシャフトはコイルの冷却方式により、直接冷却形のものと同接冷却形のものに分類され、さらにポール数により2ポールおよび4ポールタイプのものに大別される。各種類について光弾性実験と計算結果について検討をしたが、ここでは直接冷却形2ポールタイプの結果について述べる。荷重方法としては実機と同じロータの回転による遠心力を加えることにした。コイルおよびコイルウェッジを組み込んだ光弾性モデルを応力回転凍結炉に取り付け、遠心力を与えたまま130℃より徐冷を行ないモデル内に応力を凍結した。

5.2 結果および検討

遠心応力の凍結されたモデルを光弾性用偏光装置に入れ応力しま写真を求めた。応力しま次数の測定をしてスロット部の応力分布を求めると図4のようになる。スロット底周縁の応力と各断面の主応力差分布を求め、これに前述の計算方法を用いて解いた結果をプロットしてある。この結果、従来の計算方法ではとうてい求められないようなスロットすみ部の局部応力についても、今回の有限要素法による計算を用いることにより正確に求められることがわかった。また、要素の分割数の制限などでティースの先端およびコイルウェッジの応力については同時に計算できなかったため、その部分については別に計算を行ない実験値と比較した。図5はティース先端およびコイルウェッジ肩部の応力分布を示したものである。計算値と実験値はかなりよく一致しており実際にじゅうぶん使用し得ることがわかった。中心孔の応力についてもコイルがないときの応力と逆にコイルの遠心力のみを外力とした場合について応力を求め両者を合成して実験値と比較した。図6はその結果を示したものである。スロット部にコイルを組み込んで一体となった場合の中心孔の応力はほぼ均一となっており計算値と実験値はよく一致している。

以上の各計算に要する時間はHITAC 5020Fで1ケース約1分である。

6. 結 言

有限要素法を用いた二次元応力解析用プログラムを作成し、タービン発電機ロータの応力解析を行なった結果、次のようなことが明らかになった。

- (1) 遠心応力問題に対して本プログラムの計算結果は解析解および実験値とよく一致し、同種の遠心応力問題の解析が可能となった。
- (2) 熱応力問題に対して円板の解析解と本プログラムの計算結果はよく一致し、同種の熱応力問題の解析が可能となった。
- (3) 大形の光弾性モデルを用いてタービン発電機ロータシャフトの遠心応力を求め計算値と比較した結果、実験値と計算値はかなりよく一致しており各部の応力を正確に求めることができた。

終わりに本研究の遂行にあたり終始ご指導を賜わった、日立製作所日立研究所 大内田部長、楠本室長ならびに日立工場 西部長に対し深甚の謝意を表す。

参 考 文 献

- (1) O. C. Zienkiewicz & Cheung: The finite element method in structural and continuum mechanics, McGraw-Hill Co.
- (2) S. Timoshenko, Theory of Elasticity, McGraw-Hill Co.
- (3) 前田ほか, 三菱電機 30, 2 p. 157~161 (昭31-2)