

超 高 圧 直 流 O F ケ ー ブ ル の 絶 縁 特 性

Insulation Properties of E. H. V. DC Oil-filled Cables

安 藤 順 夫*
Nobuo Andô

遠 藤 恒*
Takeshi Endô

沼 尻 文 哉**
Fumiya Numajiri

要 旨

超高圧直流 OF ケーブルの開発にあたり、その絶縁特性として直流ケーブルの絶縁破壊、油浸紙材料の直流諸特性および絶縁体の段絶縁について検討した。その結果、油浸紙ケーブルが直流に対してすぐれた絶縁耐力を持つこと、油浸紙材料の固有絶縁抵抗の温度および電界依存性、各種電圧に対する絶縁強度などを明らかにすることができた。さらに、特性の異なる絶縁紙を組み合わせで段絶縁を行えば、絶縁体内の特異な電位分布が改善され、直流ケーブルの絶縁耐力の向上を図りうることを示した。

1. 緒 言

1954年にスウェーデンのゴットランド島で世異初の本格的な直流送電が実施されて以来すでに約20年を経過している。日立電線株式会社では、超高圧直流送電系統の出現を予想し、直流 OF ケーブルの研究を行なってきたが、最近ようやく北海道-本州連系あるいは遠隔地原子力発電所からの大電力の送電を対象とした超高圧直流送電実現の気運が高まりつつある。

長距離海底ケーブルとしての超高圧直流 OF ケーブルには未解決の問題が多数残存しているが、本報告では特にその基礎となる絶縁特性について記述する。

2. 直流ケーブル開発上の問題

超高圧直流ケーブルの開発にあたっては、絶縁材料の直流特性から長尺ケーブルの布設まで解決しておかなければならない問題が多数存在する。問題の概要を表1にまとめたが、直流ケーブル独自の問題として第1に検討しなければならないものはケーブルの絶縁特性の問題であろう。すなわち、交流ケーブルの場合と異なり、直流ケーブルの場合には、電位分布が常時の直流電圧に対しては絶縁体の固有絶縁抵抗により、急しゅんなサージ性の異常電圧に対しては誘電率により決定されることである。しかも、固有絶縁抵抗が温度と電界により大幅に変化するので、絶縁体内の電位分布は印加電圧の種類とそのストレスおよび負荷条件によって複雑に変化する。また、潮流反転に伴うケーブル運転電圧の極性反転も直流ケーブル特有の問題として取り上げられる。

われわれは、このような直流ケーブルの絶縁特性上の特異現象について種々の検討を行ない、高粘度油を含有した直流 OF ケーブルの基礎特性とケーブル用油浸紙材料の直流絶縁特性を明らかにすることができた。また、絶縁紙の組合せによる絶縁体内の電位分布の改善法を検討した。

3. 直流 OF ケーブルの基礎特性

3.1 絶縁体内電位分布

前述のように、固有絶縁抵抗が温度と電界により大きく変化するため直流ケーブルの絶縁体内電位分布は特異な分布となる。絶縁体内電位分布の計算については数種の計算法が提案されているが⁽¹⁾、われわれは絶縁体内の電位と温度に関するラプラスおよびポアソンの方程式を連立微分方程式として計算機を用いて解く方法を試みた⁽²⁾。図1は後述の試作250kV、1×250mm²高粘度油含浸直流OFケーブルを例として絶縁体内の電位分布を電界分布表示で示したも

表1 超高圧直流 OF ケーブルの開発上の問題とその検討

項 目	問 題 点	検 討 内 容
ケ ー ブ ル 絶 縁 体	油浸紙の直流諸特性。 絶縁体内の電位分布。 実ケーブルの直流絶縁耐力。	油浸紙材料の固有絶縁抵抗の温度、電界依存性に基づくケーブル絶縁体内の特異な電界分布の解析と絶縁耐力等をは握し、直流ケーブルの絶縁設計を検討するとともに実ケーブルによる絶縁耐力を確認する。本文中に詳述する。
外 装	金属シース、防食層、鍍装の材質と構造。シース伝ば異常電圧の解析。	交流海底ケーブルの設計、製造経験を活かし、さらに直流電流による腐食の問題を検討する。またシースと鍍装の接続法を開発する。
製 造、輸 送、布 設	大サイズ長尺ケーブルの製造、輸送、布設方法。	交流海底ケーブルの製造、輸送、布設方法を延長する。とくに長尺なケーブルに対しては新設備の増強も必要となる。
付 属 品	大サイズケーブルのジョイントと気中ケーブルヘッド。	基本的には交流ケーブル用のジョイント構造を用いることができるが、絶縁設計の点では、ケーブル本体と同様の直流の特異性を考慮に入れる必要がある。また気中ケーブルヘッドの汚損とせん絡については懸垂がいし連と共通して検討を要する。
そ の ほ か	送電系統の基準絶縁強度 接地帰路回路 試験方法と電圧	直流送電系統全体の問題として諸外国の既設例を参考に解決しなければならない。

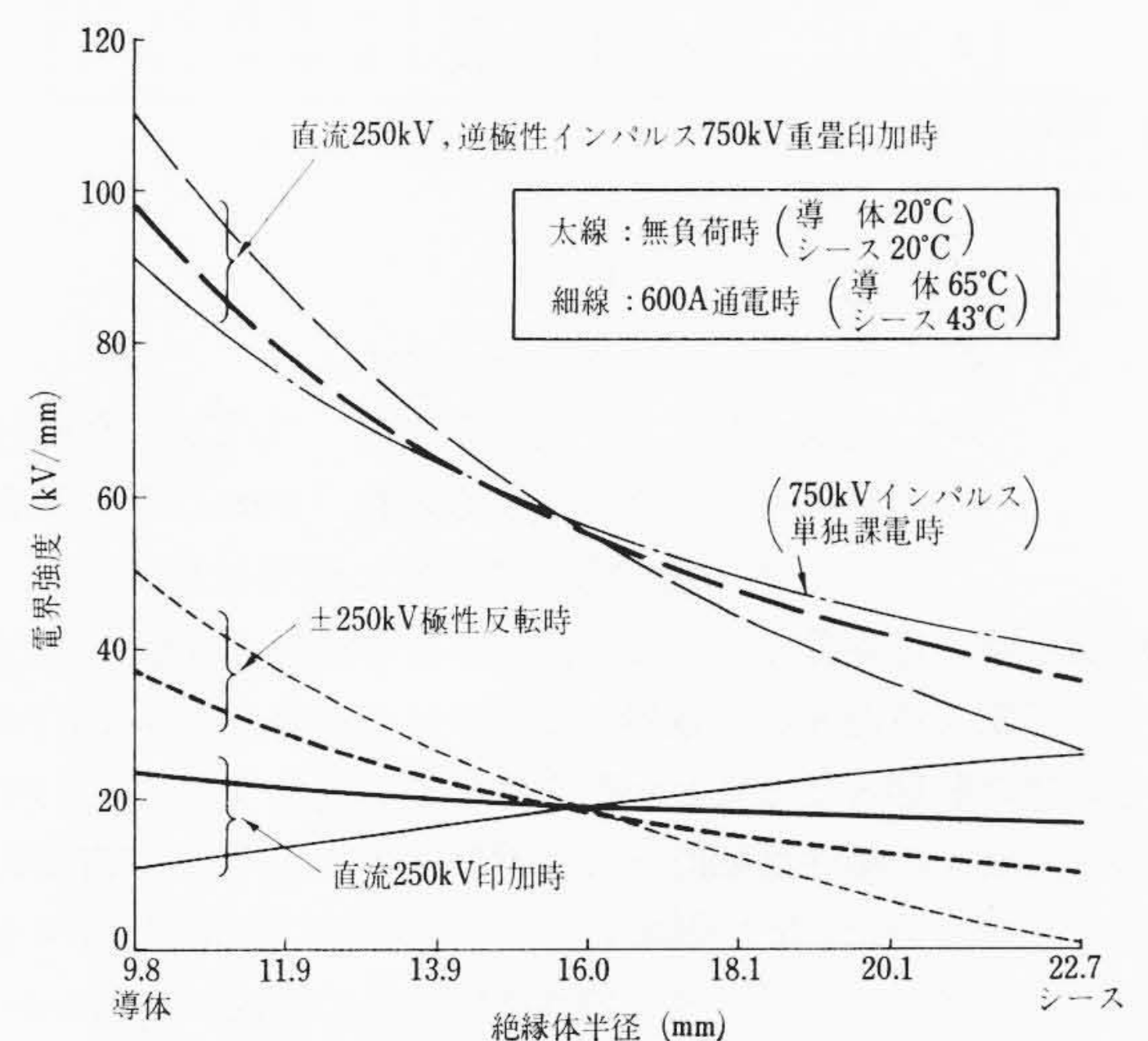


図1 250 kV 直流 OF ケーブルの絶縁体内電界分布

のである。曲線は、600 A の負荷有りと無しの2条件について、直流250 kV印加時、直流±250 kV極性反転時および直流250 kVに逆極性のインパルス電圧750 kVを重畳したときの三つの場合について示されている。ただし、絶縁抵抗の温度および電界依存性は一般に次の実験式で表示されている⁽¹⁾。

$$\rho = \rho_0 \exp[-(\alpha T + \beta E)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ρ : 固有絶縁抵抗 ($\Omega \cdot \text{cm}$)

ρ_0 : 絶縁材料により定まる定数 ($\Omega \cdot \text{cm}$)

$[2.62 \times 10^{19}]$

* 日立電線株式会社研究所

** 日立電線株式会社研究所 工学博士

表2 250 kV 直流
OF ケーブルの構造

項	目	数	値
公 称 電 圧			±250 kV
線 心 数			1
導 体	公 称 断 面 積		250 mm ²
	形 状		圧 縮 円 形
	外 形		19.0 mm
パインダ しゃへい層厚さ			0.3 mm
絶 縁 体 厚 さ			12.9 mm
しゃへい層厚さ			0.3 mm
鉛 被 厚 さ			2.6 mm
ポリエチレン 防食層厚さ			3.5 mm
概 算 外 径			59 mm

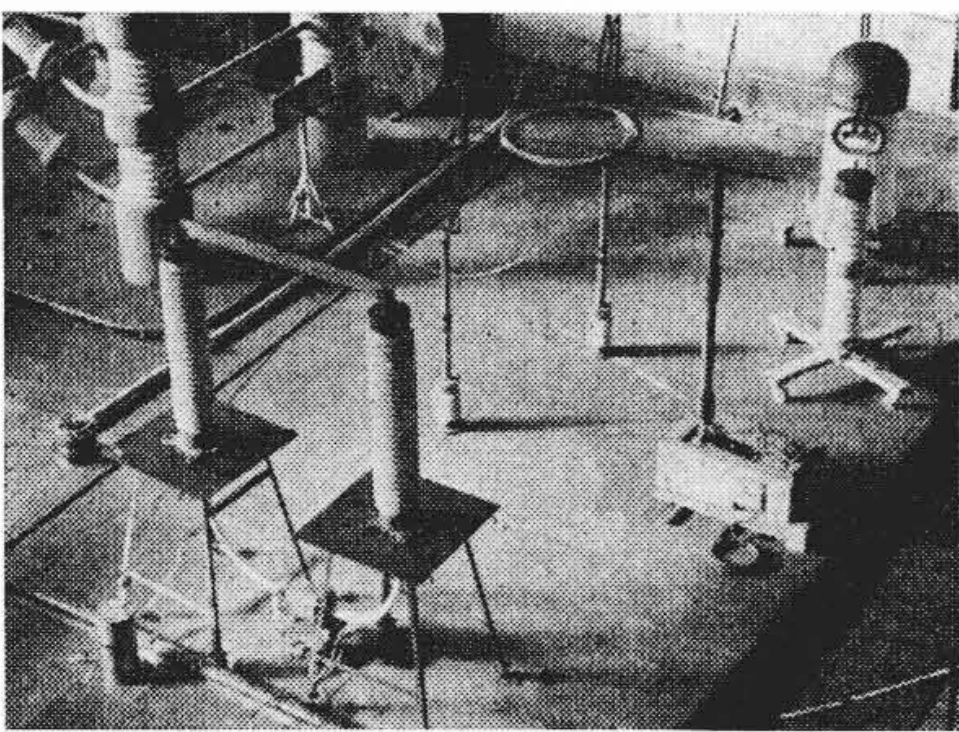


図2 250 kV 直流 OF ケーブル
極性反転試験状況

表3 250 kV 直流 OF ケーブルの試験結果

試 験 条 件			試 験 結 果	最大電界強度	
条 件	課 電 条 件	通 電 条 件		導 体 側 (kV/mm)	シース側 (kV/mm)
常 温 破 壊	⊖400 kV から 50 kV/60分昇圧	通 電 体 な し 導 体 シース 18℃ 18℃	⊖950 kV 1分 CH 外閃	78.7	69.4
高 温 破 壊 (温度こう配あり)	⊖400 kV から 50 kV/60分昇圧	通 電 体 600A 導 体 シース 65℃ 42℃	⊖850 kV 2分 CH 内閃	53.6	74.6
	⊖400 kV から 50 kV/60分昇圧	通 電 体 600A 導 体 シース 65℃ 42℃	⊖1,000 kV 1分 CH 外閃	64.5	87.4
高 温 破 壊 (温度こう配なし)	⊖400 kV から 50 kV/60分昇圧	通 電 体 な し 導 体 シース 72℃ 72℃	⊖900 kV 10分 端末部のケーブル B. D	74.8	65.6
	⊖400 kV から 50 kV/60分昇圧	通 電 体 な し 導 体 シース 72℃ 72℃	⊖1,000 kV 3分 CH 外閃	82.0	72.6
極 性 反 転 耐 圧	±375 kV それぞれ1時間 反 転 時 間 3 秒	通 電 600A ON, OFF (各2時間) 導 体 {最高 70℃ 最低 28℃ シース {最高 46℃ 最低 26℃	極 性 反 転 100 回 ヒートサイク ル 50 回 で 異 常 な し	71.9	13.6

注：CH はしゃへい型でがい管として B-1401 を使用した。

T ： 温 度 (℃)
 E ： 電 界 (kV/mm)
 α ： 絶縁材料により定まる定数 (1/℃) [0.119]
 β ： 絶縁材料により定まる定数 (mm/kV) [0.0600]
〔 〕内の値は今回の計算に使用した値

極性反転時の電界分布は、元の直流による電界と反転直後の誘電率によって定まる過渡的な電界との差の分布になるとみなした場合が最も過酷な状態となることが明らかにされており⁽¹⁾⁽³⁾、この考えに基づいて図1の極性反転時および逆極性のインパルス電圧印加時の電界分布を求めた。なお印加インパルス電圧の波高値は3×(直流運転電圧)となっている。後述の油浸紙材料の特性から明らかなように直流耐電圧特性はインパルス耐電圧特性と同等あるいはそれ以上であるから、直流ケーブルの絶縁体にとって最も過酷な状態は運転中に逆極性のサージ電圧が加わった場合である。なお、ここに採用された3×(直流電圧)というサージ電圧値はインパルス電圧が単独に加わったときのケーブルの耐電圧値として考えられているものであり、必ずしも逆極性の重畳を意味するものではないが、たとえ重畳時のサージ電圧が2×(直流電圧)であるとしても最も過酷な状態となる点には変わりない。参考のため図1中にはインパルス750 kVを単独で課電した場合の電界分布をも併記してある。また、交流ケーブルと異なり、負荷時のシース側電界が導体側電界より高くなることも絶縁設計上注意すべき点である。

3.2 試作直流 OF ケーブルの破壊試験

各種条件下における直流ケーブルの耐電圧あるいは破壊電圧特性を求め、前節の電界分布の考え方およびケーブル状態での材料の破壊特性を検討する目的で、表2に示す構造の±250 kV、1×250 mm²高粘度油含浸直流 OF ケーブルの試作と試験を行なった。表3は試験条件、試験結果および前節の計算法による絶縁体内の電界を示したものである。図2は±375 kV 極性反転試験中のケーブル、2台の直流発生装置および極性反転装置を示したものである。今回の試験で生じた絶縁破壊はすべてケーブルヘッドの外部閃絡(せんらく)あるいは端末部の破壊であり、ケーブル自体の破壊特性は得られなかったが、いずれの試験条件でも約80 kV/mm程度の耐圧特性を持つことが明らかになり、実ケーブル設計上の指針が得られた。

以上、試作ケーブルによる破壊試験および電界分布計算結果から、OF ケーブルは直流に対してすぐれた特性を持つことが判明した。しかし、逆極性のサージ電圧侵入時の導体側あるいは無負荷時のシース側絶縁体に部分的な高電界が発生するので、これにじゅうぶん耐えうる安定な性能のケーブルを設計製作しなければならない。

4. 油浸紙絶縁材料の直流特性

絶縁特性の安定したケーブルを開発するには油浸紙材料の直流特性として以下の点が検討されなければならない。

- (1) 固有絶縁抵抗の温度および電界依存性
- (2) 直流、交流およびインパルス電圧に対する絶縁強度
- (3) 異常電圧に対する絶縁強度

他方、実際のケーブルが海底ケーブルとして機械的に過酷な条件にさらされることを考えると絶縁紙の機械的強度も重視されなければならないが、この点に関する検討は本文では割愛する。

4.1 固有絶縁抵抗の温度および電界依存性

絶縁材料の絶縁抵抗が温度および電界に強く依存することは古くから知られており、材料の物理特性と関連して詳細に研究されている。われわれは油浸紙について多くの検討を行ってきたが、まだこの物理的機構を説明するに至っていない。そこでとりあえずこの依存性を従来から用いられている先の(1)式で近似した。

各種の絶縁紙と各種の含浸油を組み合わせた場合の絶縁抵抗の温度、電界依存性から ρ_0 、 α および β を求めて⁽⁴⁾、油浸紙全般についての傾向をみると次のとおりとなる。

- 〈 ρ_0 〉 ρ_0 は材料の種類により $1\sim5\times10^{19}$ (Ω・cm)の範囲で変化し、その変化の傾向は交流で測定された誘電特性(誘電正接と誘電率)の変化と密接に関係する。OF ケーブル用鉱油と合成油による差はあまりみられない。
- 〈 α 〉 α としては0.09~0.12 (1/℃)の値が得られ、交流での高温における誘電正接の立上りが大きいものほど α も大きくなる。
- 〈 β 〉 β は0.03~0.06 (mm/kV)の値が得られているが同一材料でも測定温度によるばらつきが大きい。

以上のように固有絶縁抵抗は交流の誘電特性と強く結びついていることが明らかになった。今後その相関性をさらに検討し、過去の交流 OF ケーブル用油浸紙の研究成果を直流ケーブルに活用したい。

4.2 直流、交流およびインパルス電圧に対する絶縁破壊強度

交流およびインパルス電圧の場合と比較しつつ直流電圧に対する油浸紙の絶縁破壊強度を検討してみた⁽⁵⁾。この結果から油浸紙の直流破壊強度について以下の点が明らかになった。

すなわち、油浸紙の常温における破壊電界強度は、直流電圧の場合には約120 kV/mm、インパルス電圧の場合には約110 kV/mm

程度であり、直流の場合のほうが約 10% 高くなる。しかし、絶縁紙の物理特性および含浸油の粘度と油圧などと絶縁破壊強度との結びつきの点では両者は非常によく類似している。したがって、油浸紙の直流電圧に対する破壊強度はインパルス電圧に対するそれと同等かややそれを上回っているとみなせばよく、先に 3.1 に示したように実際のケーブルで最も過酷な状態となるのはインパルス電圧の重畳時であることを考え合わせると、一般的には油浸紙の直流単独の絶縁破壊強度はあまり問題でなく、次節に述べる異常電圧に対する絶縁破壊強度が重要となる。ただし、直流破壊強度はインパルス破壊強度以上に温度や吸湿条件の影響を受けやすいので、実ケーブルの絶縁耐力を検討する場合にはじゅうぶん注意する必要がある。

4.3 異常電圧に対する絶縁破壊強度

直流ケーブルに加わる異常電圧は直流運転電圧と交流あるいはサージ性の重畳電圧および直流の極性反転時の過渡的な電圧である。これら異常電圧に対する絶縁破壊強度はすでに報告されており⁽⁶⁾⁽⁷⁾以下にその概要を述べる。

4.3.1 交流、インパルスおよび開閉インパルス電圧重畳時の絶縁破壊強度

3枚ごとに油隙(げき)を設けた 125 μ 厚の油浸紙シート 6枚を試料として一方の電極には直流を、他方の電極には一定の交流、インパルスおよび開閉インパルス電圧を印加し、直流電圧を 3 kV/min の割合で段階的に昇圧した。図 3 はこれらの試験結果をまとめたものであり、縦軸はピーク値で表示されている。また、インパルスおよび開閉インパルス電圧と直流電圧とは逆極性となっている。

図 3 を逆に解釈すれば重畳時の破壊強度は、ベースとなる直流電界の上昇とともに上昇することがわかる。特に交流電圧の場合に著しい。しかし、運転中の直流 OF ケーブルの最大電界が 40 kV/mm 以下であるから、重畳による破壊強度の上昇を無視して、インパルスと開閉インパルスに対しては 110 kV/mm、交流に対しては 60 kV/mm が重畳時の絶縁破壊強度とみなされなければならないであろう。

4.3.2 極性反転時の絶縁破壊強度

直径 16 mm の銅パイプに 125 μ 厚の絶縁紙テープ 6 層を巻き、鉱油系 OF 油を含浸したモデルケーブルを試料として直流極性反転時の絶縁破壊強度を検討した。

その結果、破壊電圧は極性を反転しない場合の約 85% に低下するが、5 μ s~40 s の範囲の反転時間では反転時間の影響を受けないことが明らかになった。しかし、反転回数が増加すると破壊強度は若干低下する。図 4 は昇圧 1 ステップあたりの反転回数(反転時間 0.43 ms)と破壊時の直流電界強度の関係を示したもので、反転回数が 30 回/1 ステップの場合には、1 回/1 ステップの場合の 90% に低下している。ただし累積反転回数は前者の場合約 200 回であるが後者の場合は 6 回である。

以上の結果は絶縁厚約 0.7 mm のモデルケーブルで得られたもので、今後さらに絶縁厚の厚い実ケーブルについて検討する必要がある。

以上、油浸紙の直流特性について検討したが、絶縁耐力の面では直流電圧単独の場合よりは直流電圧とサージ電圧の重畳あるいは直流の極性反転といった異常電圧に対する絶縁強度を重視しなければならないことが明確となり、ケーブルの絶縁特性の一つのポイントもこの点にあることが判明した。この意味から固有絶縁抵抗や破壊

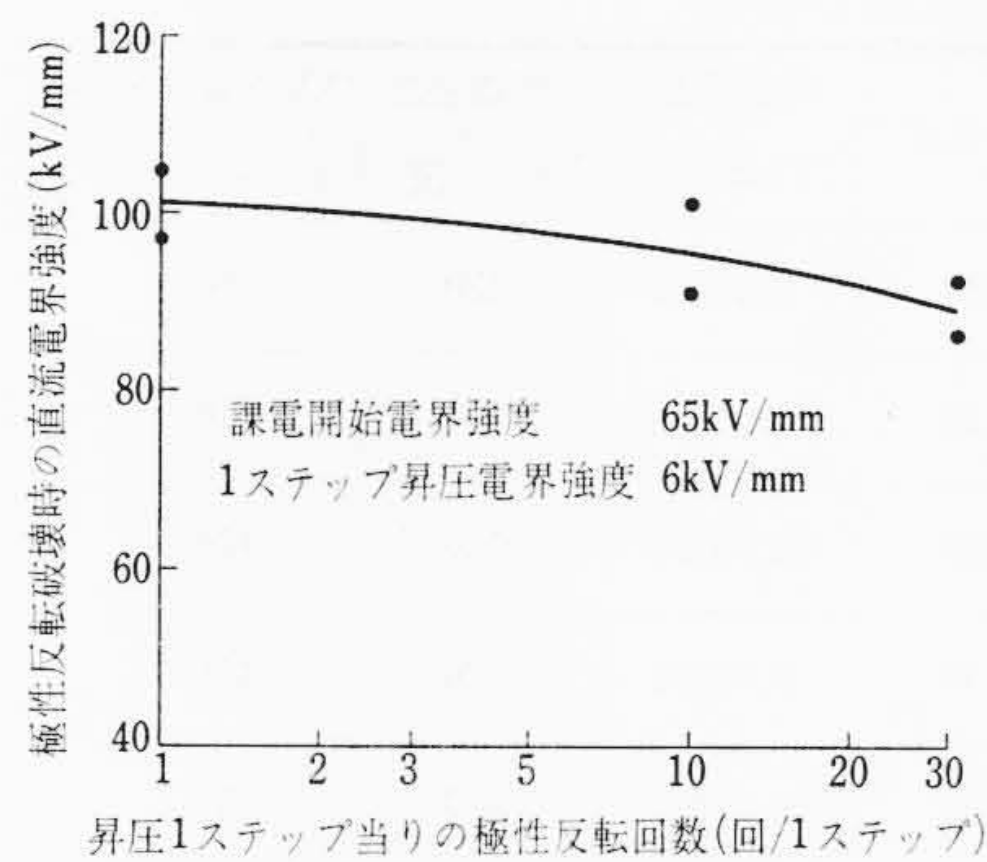


図3 OF油浸紙の異常電圧重畳時の絶縁破壊強度

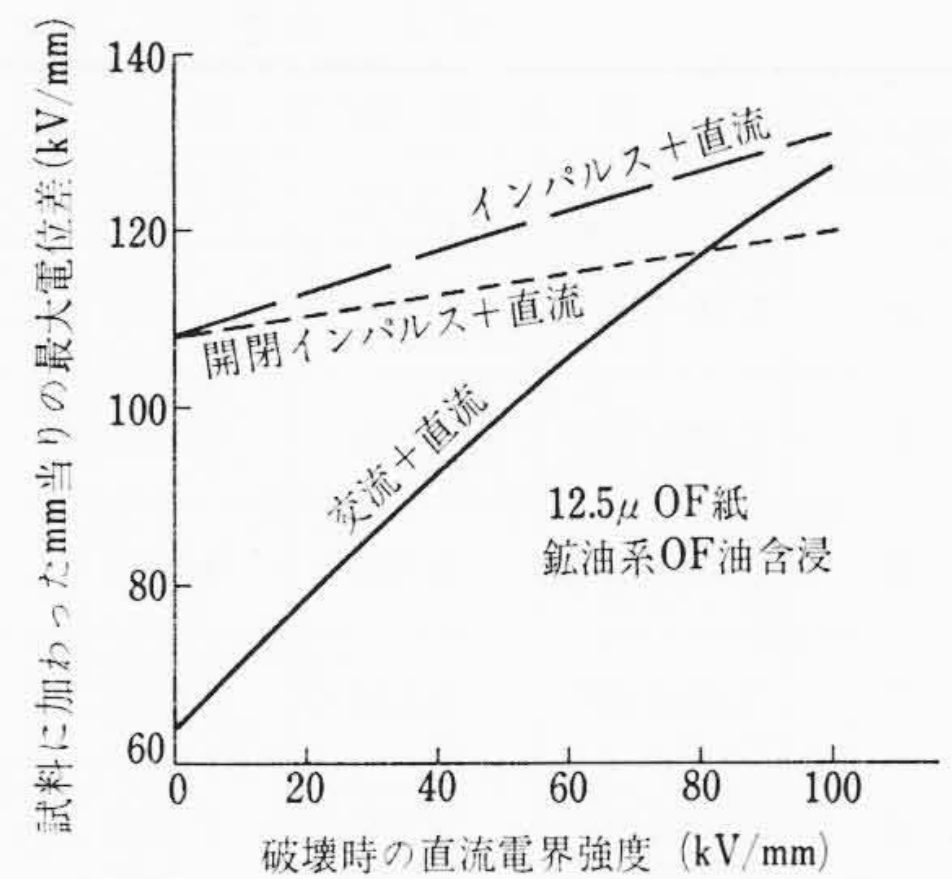


図4 極性反転の繰り返しによる絶縁破壊強度の低下

強度などの特性の異なる絶縁紙を組み合わせた段絶縁を取り入れ、高電界部の絶縁強度あるいは電界分布自体に改良を加えることが有効な手段となろう。絶縁紙の種類による直流諸特性の相違についても、交流あるいはインパルス電圧に対する特性と結びついて、しだいに明らかになってきたので、今後は直流ケーブルに適した絶縁紙の開発に主力を注ぎたい。

5. 段絶縁による電界の緩和

前章までの検討により、われわれは各種絶縁紙を組み合わせることにより絶縁体内の電界分布を緩和できる見通しを得た。油浸紙の特性の中で電界分布に寄与する要因は固有絶縁抵抗と誘電率であり、また熱抵抗の影響も大きいといわれている⁽⁸⁾。また絶縁耐力の面から各油浸紙の直流およびインパルス電圧に対する絶縁強度とその温度特性も考慮されなければならない。

これら諸要因を考慮して直流ケーブルの絶縁体内電界分布を計算するには、これらを一定値であるとして導かれた従来の計算法を適用することはできない。そのためわれわれは前述の絶縁体内電界分布計算法から出発して、上記諸要因を考慮した電界分布を計算機を用いて求めた。なお計算手法の概略は付録に示されている。

以下に導体サイズ 1,000 mm² (外径 44.6 mm)、絶縁厚 20 mm の単心 OF ケーブルを対象に行なった段絶縁による電界緩和の試算例を示す。

A ケーブルは同一絶縁紙により均一に絶縁されており、B ケーブルは絶縁体が 10 等分され表 4 に示した 5 種の絶縁紙で段絶縁されているものとする。なお計算結果を明確にするため 5 種の絶縁紙は固有絶縁抵抗の指標 ρ_0 と誘電率のみが異なっており、ほかの特性は同一であるとした。このケーブルが海底に布設され、導体にのみ負荷電流 1,500 A が流れる場合を考える。周囲温度を 20°C、防食層と土壌の熱抵抗の合計を 60 (°C·cm/W) とすると、負荷時の導体温度は約 77°C、シース温度は 50°C となる。また無負荷時には 20°C の均一温度となる。

図 5 がこれらケーブルに対する電界分布の計算結果である。図中には負荷有りと無しで直流 500 kV を印加した場合、負荷無しで逆極性インパルス電圧 1,500 kV を重畳印加した場合のそれぞれの電界分布が示されている。A ケーブルの場合と B ケーブルの場合を比較すると、

- (1) 直流 500 kV に対して、負荷時のシース側電界は A ケーブルで 38 kV/mm となるのに対し、B ケーブルでは 24 kV/mm に押さえられる。
- (2) 無負荷時の導体側電界は、A ケーブルの 30 kV/mm に対し、B ケーブルでは 23 kV/mm に低減する。
- (3) 負荷時に逆極性インパルス電圧が重畳印加された場合の導体側電界は、A ケーブルでは 133 kV/mm にも達するが、

表4 段絶縁に用いた絶縁紙の特性

導体側からの 使用順序	固有絶縁抵抗			比誘電率	熱伝導度 (°Ccm/W)	破壊強度 (kV/mm)	
	ρ_0 ($\Omega\cdot\text{cm}$)	α (1/°C)	β (mm/ kV)			直 流	インパルス
1, 10	1.10×10^{19}	0.100	0.0410	3.98	0.00182	120	110
2, 9	1.76×10^{19}	0.100	0.0410	3.79	0.00182	120	110
3, 8	2.42×10^{19}	0.100	0.0410	3.59	0.00182	120	110
4, 7	3.08×10^{19}	0.100	0.0410	3.39	0.00182	120	110
5, 6	3.74×10^{19}	0.100	0.0410	3.22	0.00182	120	110

Bケーブルでは121 kV/mmにとどまる。

(4) 一方、絶縁体中央部の電界は、Aケーブルが28 kV/mmであるのに対し、Bケーブルでは34 kV/mmとなっている。などの相違点が見いだせる。

(4)項を除いて段絶縁を施したBケーブルでは、均一絶縁のAケーブルより大幅に電界が緩和されていることがわかる。また絶縁体の中央部は導体やシース近傍に比べて布設工事や運転中の熱伸縮による機械的なストレスから保護されていることを考えると(4)項の直流電圧に対する電界がBケーブルの場合に絶縁体中央部で最大となることは、運転中のケーブルの絶縁耐力の面から必ずしもマイナスの要素ではなからう。

以上の結果から、異なった特性の絶縁紙を組み合わせた段絶縁を行なうことにより、直流ケーブルの絶縁体内の電界をある程度まで人為的に緩和できることが明らかになった。しかし、ここに取り上げた組合せ例は段絶縁の一例であり、逆極性のインパルス電圧重畳時の導体側電界が120 kV/mmとなる点を見てもこれを直ちに500 kV OFケーブルに適用することはできない。今後さらに、前述の固有絶縁抵抗(ρ_0 , α , β) 誘電率および熱抵抗などがすべて異なった絶縁紙を組み合わせて電界の緩和を図るとともに、各部分の絶縁紙の絶縁強度に見合った電位分担となるような最適絶縁設計を行なう必要がある。また系統のほかの機器の直流特性やサージ電圧重畳時の特性などと協調をとって直流系統全体の絶縁レベルを選定する必要がある。

6. 結 言

以上、超高圧直流 OF ケーブルの開発にあたって検討した直流 OF ケーブルの基礎特性、材料の直流諸特性および絶縁体の段絶縁の手法の一例を述べた。これらの結果をまとめると下記のとおりである。

- (1) 直流ケーブルの絶縁特性の安定化を図るには、直流単独課電、直流極性反転とともに逆極性サージ電圧侵入時の重畳電圧を重視しなければならない。
- (2) 実ケーブルおよびモデルケーブルの試験により油浸紙ケーブルは極性反転に対してじゅうぶんな耐力を持つことが明らかになったが、今後、多数回の繰返し極性反転による若干の絶縁耐力の低下現象を追求しなければならない。
- (3) 各種油浸紙の固有絶縁抵抗、絶縁耐力などの差を明らかにするとともに、これらを組み合わせた場合の絶縁体内電界分布計算法を導いた。一例として5種の絶縁紙を組み合わせることにより部分的な高電界を大幅に低減できることを示した。今後さらに直流ケーブルの安定した絶縁耐力を得るため、各種特性の異なった直流ケーブル用絶縁紙を開発し、それら材料固有の特性を生かした最適な絶縁設計を行なわなければならない。

本文は現在開発中の超高圧直流 OF ケーブルについて、その絶縁

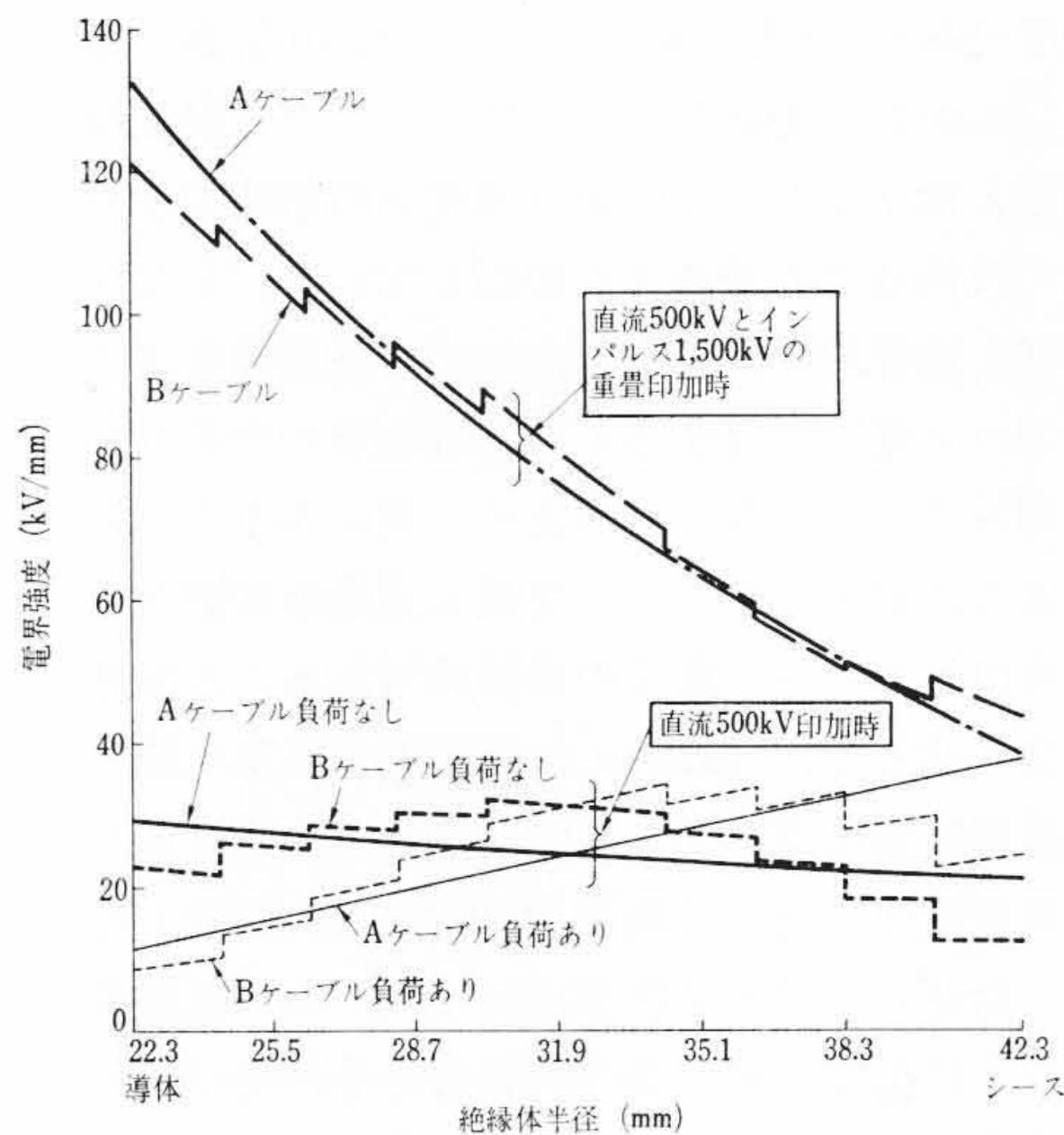


図5 均一絶縁と段絶縁による絶縁体内の電界分布の比較

特性を主体にとりまとめたものである。機械的な問題、布設工事の問題、各種付属品の問題なども従来の交流ケーブルで蓄積された経験を生かして個々に開発を進めてきている。今後は500 kV 直流 OF ケーブルを具体的目標として総合的な開発を行なっていきたい。

終わりに、本研究に際し種々ご指導賜った関係各位、特に日立電線株式会社研究所木村所長、電力ケーブル部比企野部長ならびに網野主任技師に厚くお礼申しあげる。

参 考 文 献

- (1) S. C. Chu: IEEE, PA & S 86, 1029 (Sept. 1967) など
- (2) 日立電線株式会社: 電気学会高電圧試験専門委員会資料 No. 19-188-1 (昭44-7)
- (3) W. Breilmann: ETZ-A, Bd. 91, 291 (H. 5, 1970)
- (4) 遠藤, 沼尻, 木村: 昭和46年電気学会全国大会 No. 303 (昭46-4)
- (5) 日立電線株式会社: 電気学会高電圧試験専門委員会資料 No. 19-188-3 (昭44-7)
- (6) 日立電線株式会社: 電気学会高電圧試験専門委員会資料 No. 19-188-4 (昭44-7)
- (7) 遠藤, 沼尻: 昭和45年電気学会東京支部大会 No. 322 (昭45-10)
- (8) 天野, 比企野, 網野, 村田: 昭和46年電気学会全国大会 No. 1134 (昭46-4)

付録 段絶縁時の絶縁体内電位分布計算法

絶縁体内で熱流と電流が連続であるとして電位と温度に関する方程式を導くと次式を得る。ただし、絶縁体中の空間電荷効果は絶縁抵抗の温度と電界依存性に含まれるものとする。

$$\text{div}\{k(\text{grad } T)\} = -\sigma(\text{grad } V)^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{div}\{\sigma(\text{grad } V)\} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 V : 電位, T : 温度, k : 熱伝導度, σ : 絶縁体電導度である。 σ の温度と電界依存性として ρ に関する(1)式と同じ表式を用い、印加電圧を正極性であるとして円筒座標で書き改めると、最終的に次式を得る。

$$\frac{d^2T}{dr^2} = -\left\{ \frac{1}{k} \frac{dk}{dr} \frac{dT}{dr} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\sigma_0}{k} \left(\frac{dV}{dr} \right)^2 \exp \left[\alpha T - \beta \frac{dV}{dr} \right] \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{d^2V}{dr^2} = \frac{-\left(\frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma_0}{dr} + \frac{d\alpha}{dr} T + \alpha \frac{dT}{dr} - \frac{d\beta}{dr} \frac{dV}{dr} + \frac{1}{r} \right) \frac{dV}{dr}}{\left(1 - \beta \frac{dV}{dr} \right)} \dots\dots\dots (5)$$

(4), (5) 式と導体側およびシース側の境界条件に対して、微分方程式の数値解法の一つである Runge-Kutta-Gill 法を用いて繰返し計算を行えば $V(r)$, $T(r)$ が求められる。