

両頭形ピストンの応力についての一考察

An Observation on Stress in Double Acting Pistons

岸 敦夫* 須藤 寿男*
Atsuo Kishi Sumio Sudô

In order to analyze the stress in double acting pistons that use swash plates, the theory of beam was introduced and experimental measurements were made. As a result, the limits of theoretical values were found. Observations are made on the results of this study.

1. 緒言

現在、自動車用空気調和装置に使用されている吐出量200cc/rev程度の小容量のピストン形ガス圧縮機には、そのピストンを往復動する方式によって、クランク式および斜板式に分類されている。クランク式のものについてのピストン系の応力解析は、すでに行なわれているが、斜板で揺動する両頭形ピストンを動かす方式のものについてのピストン系の応力解析を行なった実験例は見あたらない。斜板で揺動する両頭形ピストンに加えられる力について考えてみると、ガスを圧縮する場合のガス圧力による力が、シャフトの回転とともに変化し、また斜板を介して1本のピストンに圧縮部を2個もっており、ピストンの動作は、斜板を介してガスによる圧縮力を1回転に2回受け、その応力の発生は非常に複雑であるといえる。このピストンに発生する応力を解析するために理論的には、ピストンを段違い梁(はり)にモデル化して、応力計算を試みた。一方、実験的には、ピストンにひずみゲージをはり付けて応力分布を測定することによってピストンに発生する応力を求め、段違い梁理論が応用できる限界を見いだすことができた。この結果、斜板で揺動される両頭形ピストンの応力は、梁理論によって解析できることが明らかになったので、その考察の結果について以下説明する。

2. 斜板式圧縮機の構造および仕様

斜板を用いた圧縮機の構造の一例は、図1に示すように、駆動軸に固定された斜板にピストンを組み合わせ、駆動軸の回転に伴う斜板の軸方向揺動運動によってピストンを往復運動させるもので、その往復動力は、斜板面を摺動(しゅうどう)するスリッパとボールとを介してピストンに伝達される。ピストンは両頭形で、駆動軸を中心として120度に等分された同一円周上に3本配置せられ、前後にそれぞれ3気筒、計6気筒で構成されている。本実験に用いた実験機の仕様は表1に示すとおりである。

表1 試験機の仕様

気筒数	6
気筒径	37.2φ mm
ストローク	25.7 mm
工程体積	167 cc/rev
斜板傾き角	21°
ボア配置径	67φ mm
往復動重量	0.19 kg
材 料	アルミニウム合金鋳物

* 日立製作所佐和工場

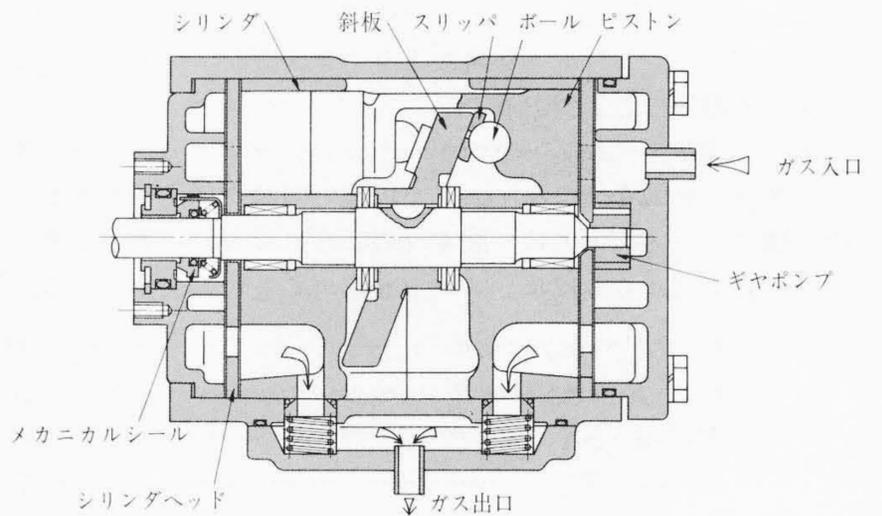


図1 斜板式圧縮機構造

3. 実験装置

予備実験および計算結果から、ピストンに生ずる応力は、ピストン両頭の連結部と頭部の境界で最大最小となることが推定されるので、この部分にひずみゲージをはって計測を行ない、この部分での応力についてまとめた。

実験は、温度補正するために2点式で行ない、1枚をピストン応力測定用に、他の1枚をシリンダ脚部にDゲージとして使用した。試験装置の概略図は図2に示すとおりである。

4. ピストンに働く応力の理論解析

ピストンは、斜板の揺動運動によってシリンダ内を往復運動するが、径方向に対しては、斜板およびシリンダに拘束されているためスリッパ、ボールおよび斜板とピストンとの間隙(かんげき)(以下スリッパギャップという)により、ピストンを組み込んだ状

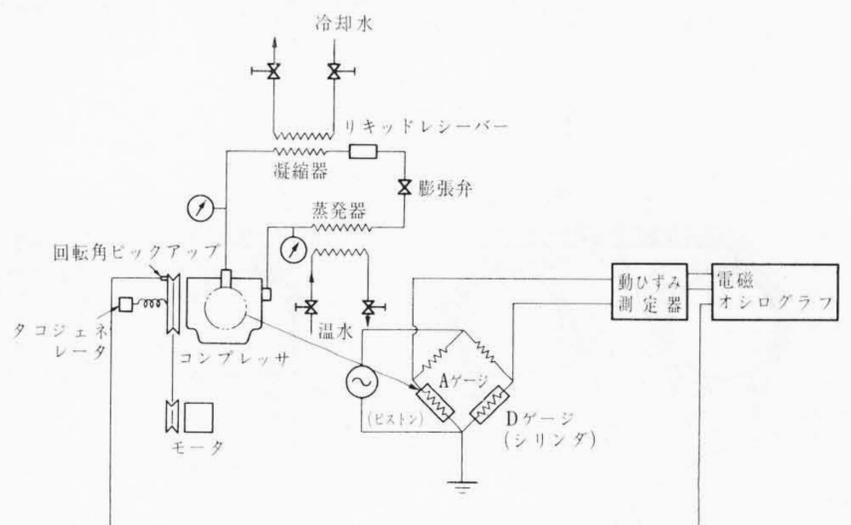


図2 試験装置

態で、斜板とシリンダから外力を受ける。

ピストンが作動すると、ピストン両頭で交互にガス圧縮を行なうために、ピストン頭部にガスフォースを受けると同時に、斜板からの駆動力、シリンダ壁面からの反力および慣性力を受ける。

ピストンは、斜板をはさんで、シリンダにそう入されているだけなのでその境界条件が複雑であり、両者を分けて、ピストンの発生応力の解析を試みた。

4.1 ピストンを斜板に組み込んだときに生ずる応力

スリッパギャップ δG_s によってピストンの傾きうる角度 $\delta \gamma_s$ とスリッパギャップ δG_b との関係は、幾何学的に(1)式のように表わされる。(図3)

$$\Delta G_s = (L + H_1 + H_2 - 2R) \sin \gamma \cdot \Delta \gamma_s \dots\dots\dots(1)$$

ボアギャップ δG_b によって、ピストンの傾きうる角度 $\delta \gamma_b$ とボアギャップ ΔG_b との間には、幾何学的に(2)式の関係がある。

$$\Delta G_b = l_0 \cdot \Delta \gamma_b \dots\dots\dots(2)$$

したがって、ピストンが斜板とシリンダ壁面から拘束されるのは(3)式の関係のときである。

$$\Delta G_b < -\Delta G_s \dots\dots\dots(3)$$

ピストンを図4-bに示すような段違い両端支持梁と考えると、その曲げモーメント図は、図4-cのようになる。いま、ピストンに働く拘束力から曲げモーメントを求めると次のようになる。

$$F_{1z} = F_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \theta \dots\dots\dots(4)$$

$$F_{2z} = F_2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \theta \dots\dots\dots(5)$$

$$M_1 = n_1 \cdot F_{1z} \dots\dots\dots(6)$$

$$M_2 = n_2 \cdot F_{2z} \dots\dots\dots(7)$$

$$R_1 = \frac{a_0 + b_0}{l_0} \cdot F_{1z} + \frac{a_0}{l_0} F_{2z} - \frac{M_1 + M_2}{l_0} \dots\dots\dots(8)$$

$$R_2 = \frac{a_0}{l_0} F_{1z} + \frac{a_0 + b_0}{l_0} F_{2z} - \frac{M_1 + M_2}{l_0} \dots\dots\dots(9)$$

$$(F_1 + F_2) m \cos \theta = \frac{l_0}{2} (R_1 + R_2) \dots\dots\dots(10)$$

$$\left(\frac{dw}{dy}\right)_{y=a_0} + \left(\frac{dw}{dy}\right)_{y=a_0+b_0} = \Delta \gamma_s - \Delta \gamma_b \dots\dots\dots(11)$$

ここで、

F_1, F_2 : 斜板反力

R_1, R_2 : シリンダ反力

M_1, M_2 : 斜板反力 F_1, F_2 の y 方向成分のA, B点のモーメント

θ : 斜板回転角

w : ピストンのたわみ曲線

梁理論から、たわみと曲げモーメントの間には、(12)(13)(14)式の関係がある。

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = -\frac{M_a}{EI_1} \cdot \frac{x}{a_0} \quad x < a_0 \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = -\frac{1}{EI_2} \left\{ M_b + \frac{x-a_0}{b_0} (M_c - M_b) \right\} \quad a_0 \leq x \leq a_0 + b_0 \quad (13)$$

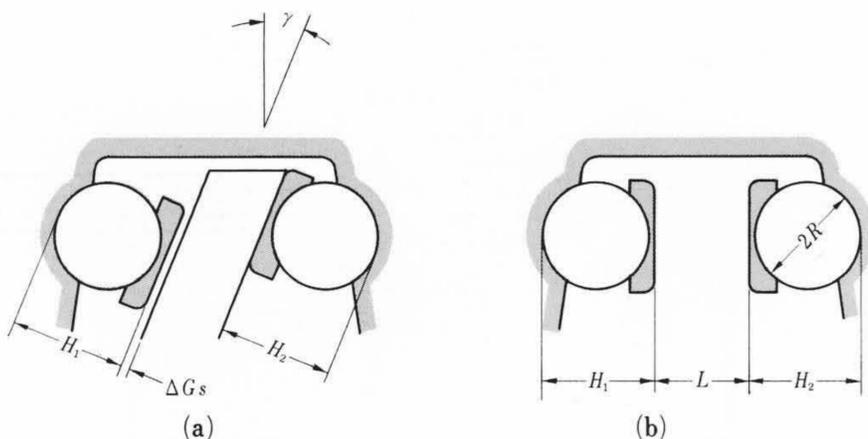


図3 スリッパ回りの関係

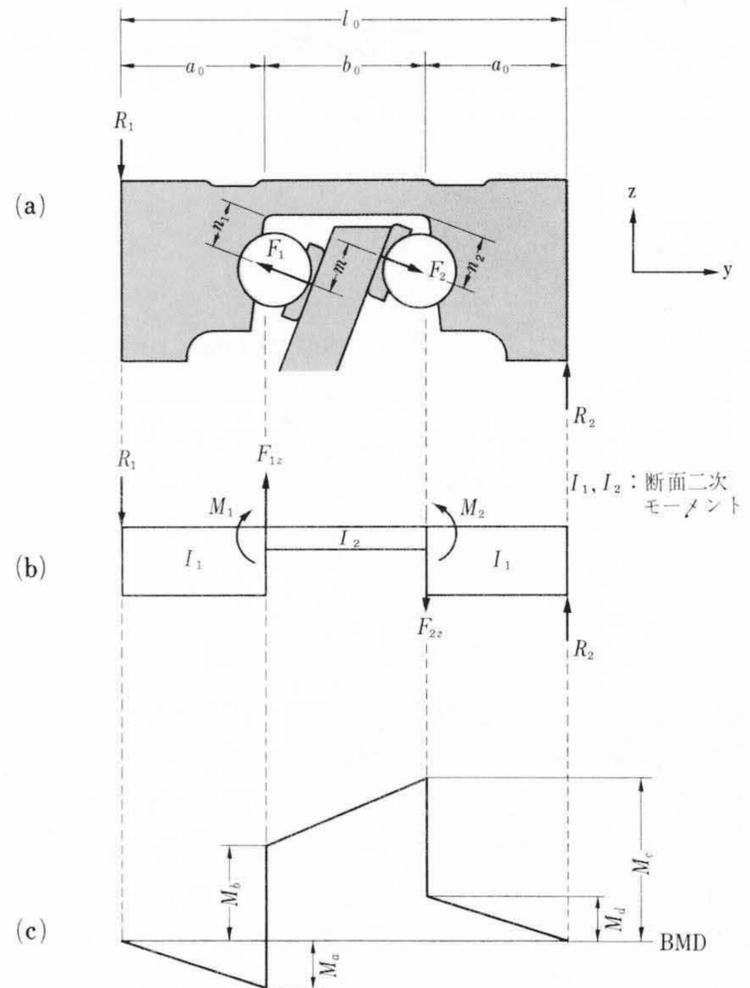


図4 組込時にピストンに働く外力および曲げモーメント図

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = -\frac{M_a}{EI_1} \cdot \frac{x-c_0}{a_0} \quad a_0 + b_0 < x < l_0 \dots\dots\dots(14)$$

ただし、

$$M_a = \frac{a_0}{l_0} \{ (a_0 + b_0) F_{1z} + a_0 F_{2z} \} + \frac{a_0}{l_0} (M_1 + M_2) \dots\dots\dots(15)$$

$$M_b = \frac{a_0}{l_0} \{ (a_0 + b_0) F_{1z} + a_0 F_{2z} \} + \frac{1}{l_0} \{ -(a_0 + b_0) M_1 + a_0 M_2 \} \dots\dots\dots(16)$$

$$M_c = \frac{a_0}{l_0} \{ a_0 F_{1z} + (a_0 + b_0) F_{2z} \} + \frac{1}{l_0} \{ -a_0 M_1 + (a_0 + b_0) M_2 \} \dots\dots\dots(17)$$

$$M_d = \frac{a_0}{l_0} \{ a_0 F_{1z} + (a_0 + b_0) F_{2z} \} - \frac{a_0}{l_0} (M_1 + M_2) \dots\dots\dots(18)$$

スリッパギャップと、ボアギャップとの関係から、ピストンに働く曲げモーメントが求められ、(19)式より応力 σ が算出される。

$$\sigma = \frac{M}{Z} \dots\dots\dots(19)$$

M : 曲げモーメント

Z : 断面係数

4.2 ピストン運動時にピストンに働く外力

スリッパギャップがゼロの場合、ピストン作動時にピストンに働く外力は、次のように分類される。(図6-a)

(1) 斜板により伝達される駆動力 F (F_x, F_y, F_z)

斜板により伝達される駆動力 F の方向は、スリッパ摺動面の方向すなわち斜板面の方向によって決まり、その方向余弦は、次に示される。

$$(-\sin \theta \cdot \sin \gamma, \cos \gamma, -\cos \theta \cdot \sin \gamma) \dots\dots\dots(20)$$

(2) ガス圧縮時のガス圧力によるガスフォース P

ピストンは、両頭で交互にガス圧縮を行ない、それぞれのピストン頭部にガス圧力を受けるので、ガスフォース P は、(21)式で示すようになる。

$$P = (P_R - P_F) \cdot A \dots\dots\dots(21)$$

ここで、

A : ピストン頭部表面積

P_R, P_F : ガス圧力

ガス圧力と斜板回転角 θ の関係は、理論指圧線図より、次のように求めることができる。

$$0 < \theta < \theta_1 \quad P = \frac{P_d V_c^k}{V_c + A r \tan \gamma (1 - \cos \theta)} \quad \dots\dots(22)$$

$$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \quad P = P_d - P_s \quad \dots\dots(23)$$

$$\theta_2 < \theta < \pi \quad P = \frac{P_s}{(1 - \cos \theta)^n} \quad \dots\dots(24)$$

ここで、

$$\cos \theta_1 = 1 - \left(\frac{P_d}{P_s} \right)^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{V_c}{V_0} \quad \dots\dots(25)$$

$$\cos \theta_2 = 1 - \left(\frac{P_s}{P_d} \right)^{\frac{1}{k}} \quad \dots\dots(26)$$

V_c : クリアランスボリューム

V_0 : 行程体積 ($2A r \tan \gamma$)

n : ガスの圧縮指数

k : ガスの膨張指数

r : ボア配置半径

(3) 往復動重量による慣性力 F_c

ピストンは、加速度運動をするので、慣性力を外力と考えると、次の式で示される。

$$F_c = -\frac{W}{g} r \cdot \ddot{\theta}^2 \cdot \cos \theta \cdot \tan \gamma \quad \dots\dots(27)$$

(4) シリンダよりの反力 R_3, R_4

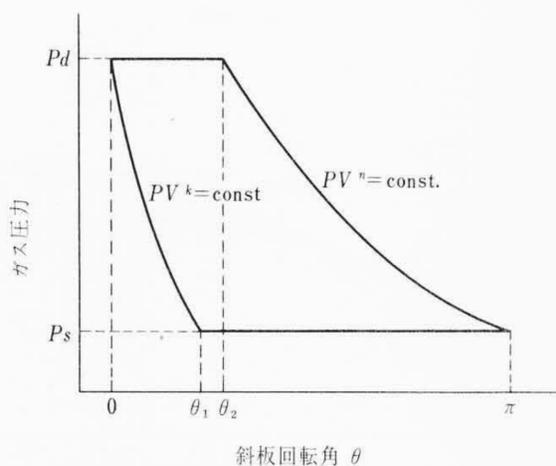
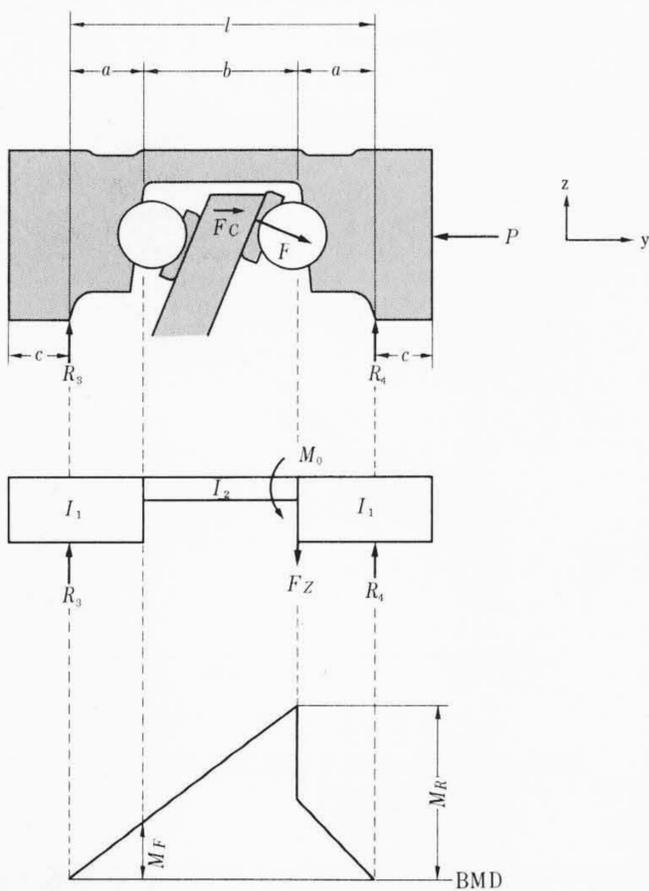
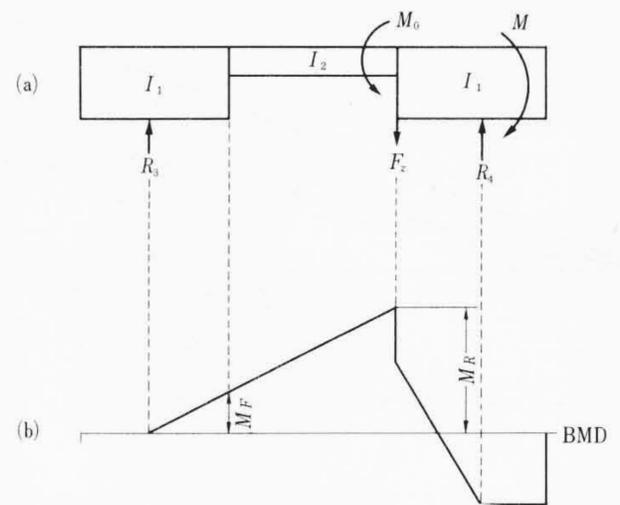


図5 理論指圧線図



(ピストン変形がボアギャップより小さい場合)

図6 ピストン作動時に働く外力および曲げモーメント図



(ピストン変形がボアギャップより大きい場合)

図7 ピストン作動時に働く外力および曲げモーメント図

4.3 ピストン運動時に生ずる応力

ピストンを 4.1 と同じように段違い梁と考え、ピストンが変形しても、シリンダに拘束されない場合は、図6-bのように両端支持となり、その曲げモーメント図は、図6-cのように表わされ、その大きさは、梁の一般式によって、次のように求められる。

$$M_R = M_0 + \frac{a \cdot (a+b)}{l} F_z \quad \dots\dots(28)$$

$$M_F = \frac{a}{a+b} M_0 + \frac{a^2}{l} F_z \quad \dots\dots(29)$$

$$M_0 = F_{yz} \cdot n - P(H-R) \cos \theta \cdot \sin \gamma \quad \dots\dots(30)$$

ここで、

$$F_y = F \cos \gamma = P + F_c \quad \dots\dots(31)$$

$$F_z = F \cos \theta \cdot \sin \gamma \quad \dots\dots(32)$$

ピストンのたわみが大きくなるとともに、ピストン頭部は、シリンダ壁面に拘束されるが、この場合、ピストンは図7のように一端固定一端支持の段違い梁となり、その曲げモーメントは、(33)(34)式により求められる。

$$M_R = \frac{(3l-a)F_z + 3\left(\frac{2l}{a}-1\right)M_0}{7a+3b+\frac{I_1}{I_2}(3a+2b)\left(\frac{b}{a}\right)^2} \cdot (a+b) \quad \dots\dots(33)$$

$$M_F = \frac{(3l-a)F_z + 3\left(\frac{2l}{a}-1\right)M_0}{7a+3b+\frac{I_1}{I_2}(3a+2b)\left(\frac{b}{a}\right)^2} \cdot a \quad \dots\dots(34)$$

ピストン頭部のシリンダ内での傾斜する角度 $\Delta \delta_h$ は、(35)式で示される。

$$\Delta \delta_h = \frac{\Delta G_b}{c} \quad \dots\dots(35)$$

したがって、ピストンが変形し、ボアに拘束され始める境界条件は、(36)式より求められる。

$$\left(\frac{dw}{dy} \right)_{y=a+b} = \Delta \delta_h \quad \dots\dots(36)$$

ここで、

$$\left(\frac{dw}{dy} \right)_{y=a+b} = \frac{M_F + 2M_R}{6EI_2} \cdot l \quad \dots\dots(37)$$

以上の関係式より、ガス圧力、圧縮機回転数、ボアギャップが与えられるならば、ピストンに働く曲げモーメントは求まり、ピストンに生ずる応力は計算できる。

5. 実験結果ならびに考察

5.1 ピストンを斜板に組み込んだときに生ずる応力

ピストンを組み込んだ状態でピストンに生ずる応力を 4.1 で導いた関係式より算出した値と、実測値とを比較して示したのが図8である。

実測値が計算値よりも大きくなっているのは、ピストンおよび

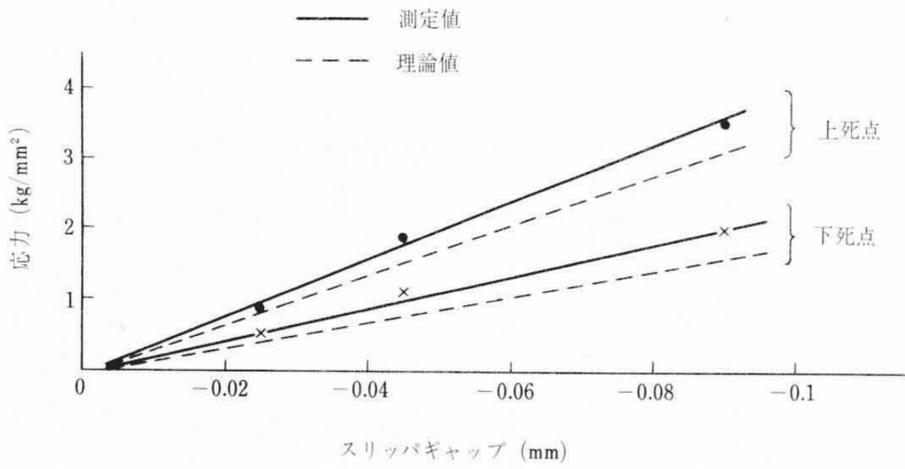


図8 ピストン組込時における応力

シリンダボアの偏心，真円度などの製作公差の影響と考えられる。

5.2 ピストンの運動時に生ずる応力

4.3で導いた関係式に各諸元を代入して，ボアギャップをパラメータに最大応力とガス圧力との関係を示すと図9～11のようになる。また，回転数をパラメータに最大応力とボアギャップの関係を示すと図12～14のようになる。

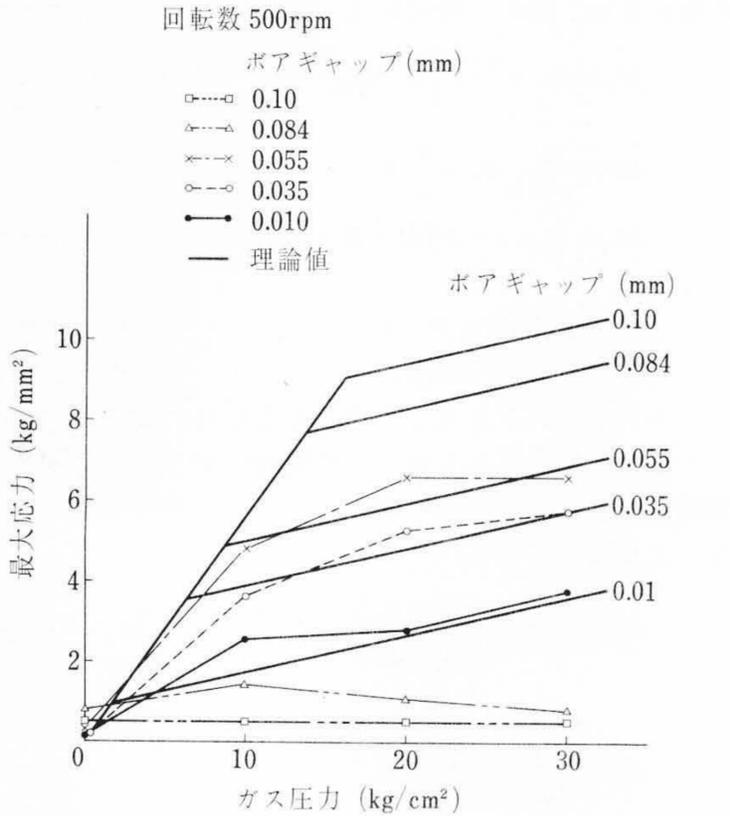


図9 ピストンに生ずる応力(500rpm)の圧力による変化

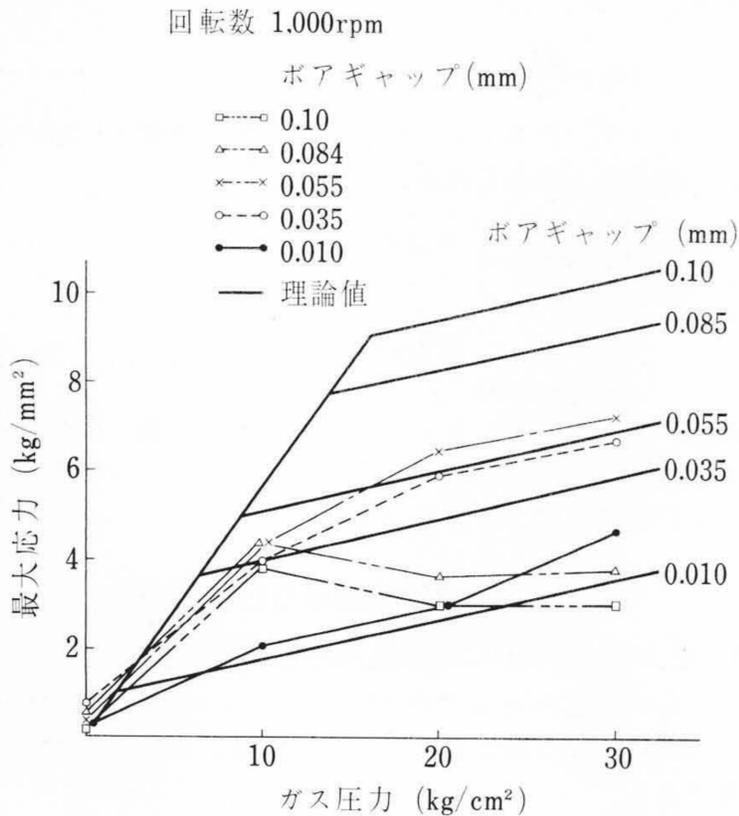


図10 ピストンに生ずる応力(1,000rpm)の圧力による変化

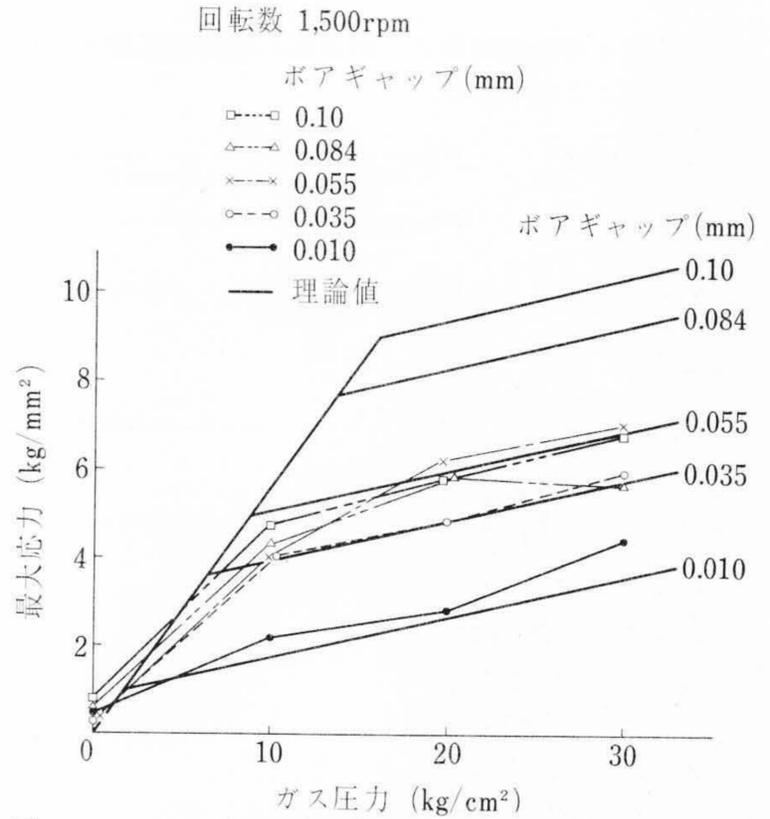


図11 ピストンに生ずる応力(1,500rpm)の圧力による変化

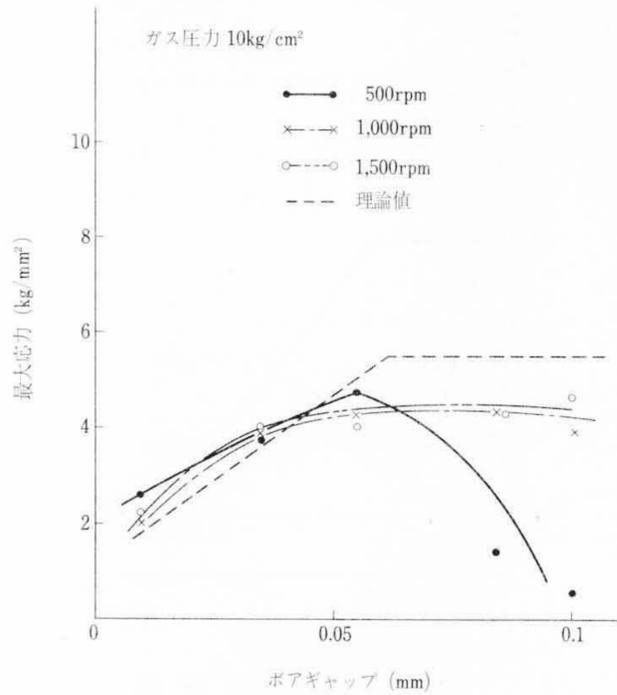


図12 ピストンに生ずる応力のボアギャップによる変化 (圧力10kg/cm²)

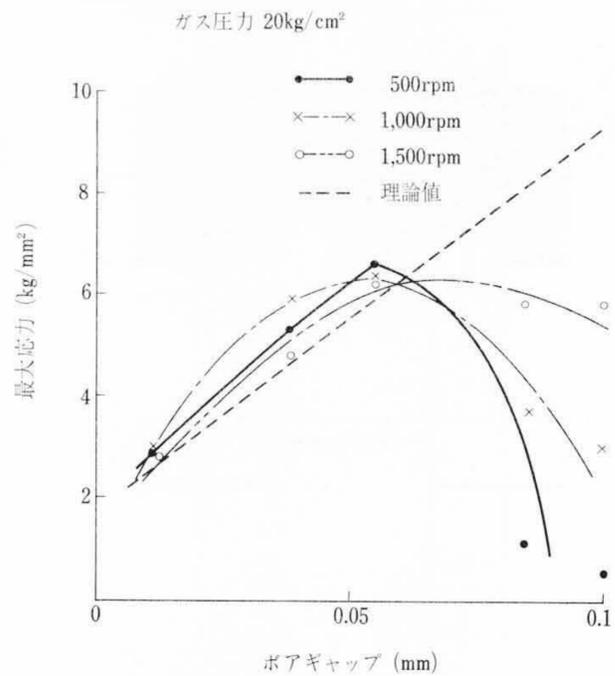


図13 ピストンに生ずる応力のボアギャップによる変化 (圧力20kg/cm²)

ボアギャップが0.01～0.05mmの間では，計算値と実測値は，ほぼ同じに出ているが，値にばらつきがあるのは，シリンダボアの真円度，偏心，あるいは，ピストンの真円度，偏心，斜板傾角な

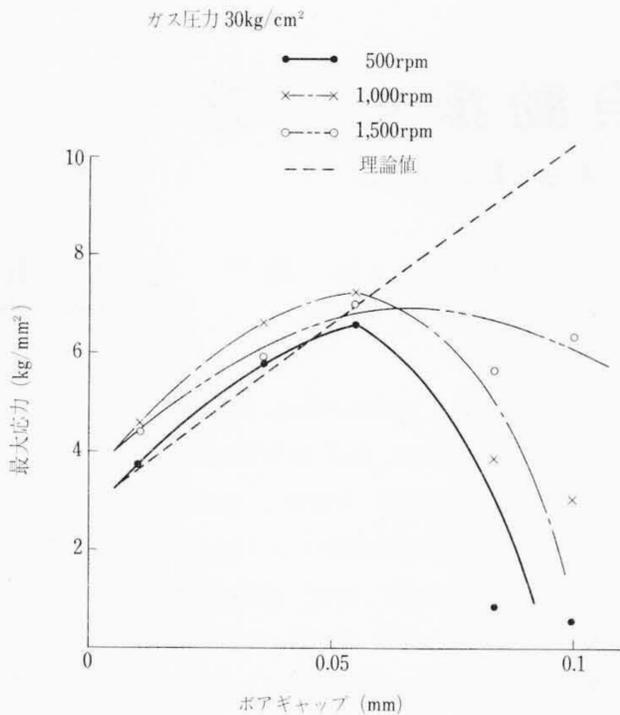


図14 ピストンに生ずる応力のボアギャップによる変化 (圧力30kg/cm²)

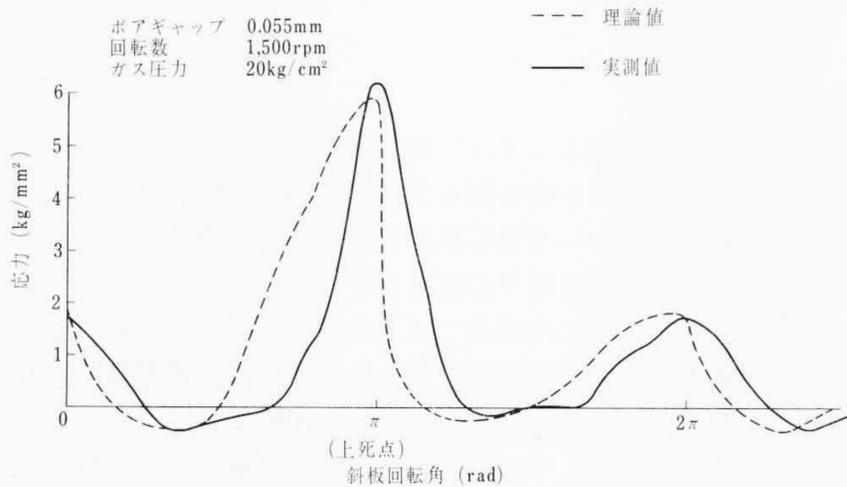


図15 斜板回転角とピストン応力の関係

どの製作公差およびピストンとシリンダ、スリッパと斜板の間の運動摩擦抵抗のような不安定要素の影響であると考えられる。さらにボアギャップが0.055mm以上に大きくなると、計算値とは逆に応力が小さくなってきているが、ボアギャップが大きくなると、シリンダ内でのピストンの動きの自由度が大きくなり、シリンダ内でピストンが、拘束されない方向に運動するために、境界条件が変化しているためである。また、この現象は、回転数が低いほど顕著に現われていることから明白である。

次に、斜板回転角と応力の関係を示すと図15のようになる。

理論値と測定値は、ほぼ同様の傾向にあるが、多少の相違があるのは、理論と実際の指圧線図の違い、製作公差などの影響、さらに、理論では、Z軸方向のみを考えたためである。

6. 結 言

斜板で揺動されるピストンに生ずる応力を解析した結果、次のことが明らかになった。

- (1) スリッパギャップにより、ピストンには初期応力が発生するがピストン作動中に生ずる応力に比べると小さい。
- (2) ピストン作動中には、ガス圧力に比例した応力が発生し、ボアギャップが大きいほど生ずる応力は大きい。しかし、ボアギャップが0.06mm以上では、逆に応力は小さくなる。
- (3) ピストンの応力解析に梁理論を応用する場合、ボアギャップによって応用範囲が限定されることがわかった。

以上、斜板で揺動される両頭形ピストンの応力の解析について検討を行ってきたが、ボアギャップが大きくなった場合、ピストンの動きの自由度が大きくなり、理論的な解析のむずかしいことがわかった。この点については、今後、さらに検討を進めていきたいと考えている。

参 考 文 献

- (1) E.R.Maki, A.O.Dehart : SAE, Oct. 1971

Vol. 54

日 立 評 論

No. 8

目 次

■ 論 文

- ・NTL・LSTで構成した小形コンピュータの試作
- ・連続鋳造設備の計算機制御
- ・変圧器絶縁におけるコロナ
- ・放射線形自動油量測定機の製作と応用
- ・EVR用フライングスポット管の開発
- ・中国電力株式会社玉島発電所納め 390,000 kVAタービン発電機のカロリー法による現地効率試験
- ・水車の速度制御に及ぼす水圧鉄管の影響とその対策
- ・Z形ユニットスクリーンケーブルの特性

- ・プロセス制御用言語PCL/1の開発
- ・大容量時代に対処する日立-GEガスタービン
- ・BWRプラント主蒸気隔離弁の漏えい試験

■ 鉄道における計算制御特集

- ・鉄道業務へのコンピュータ導入
- ・列車自動運転の最近の傾向
- ・制御計算機による新幹線電車の自動制御システム(ATOMIC)
- ・新幹線運転管理システム・コムトラック
- ・札幌市高速電車・計算制御トータルシステム

発行所 日立評論社

東京都千代田区丸の内一丁目5番1号
郵便番号 100

取次店 株式会社 オーム社書店

東京都千代田区神田錦町3丁目1番地
郵便番号 101

振替口座 東京 20018番