



ホッブの振れに依る齒車齒形の偏倚に就いて(第1報)

森 田 一 弘*

Study on the Unsymmetry of Gear Tooth Profiles Caused by the Eccentricity of Hob

By Kazuhiko Morita
Kameari Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

When gears having few teeth are generated with hob, the produced gears become very unsymmetrical often.

The writsr has found that this unsymmetry is not caused, by the failure of the centring work of hob teeth on the gear wheel, but by a radically different thing which produces an important effect an gear tooth profiles.

The writer has made it clear thearectically that the unsymmetry is due to the eccentricity of the axis of hob, and how the centring work of eccentric hob teeth on the gear wheel is related to the symmetry on gear teeth proffles.

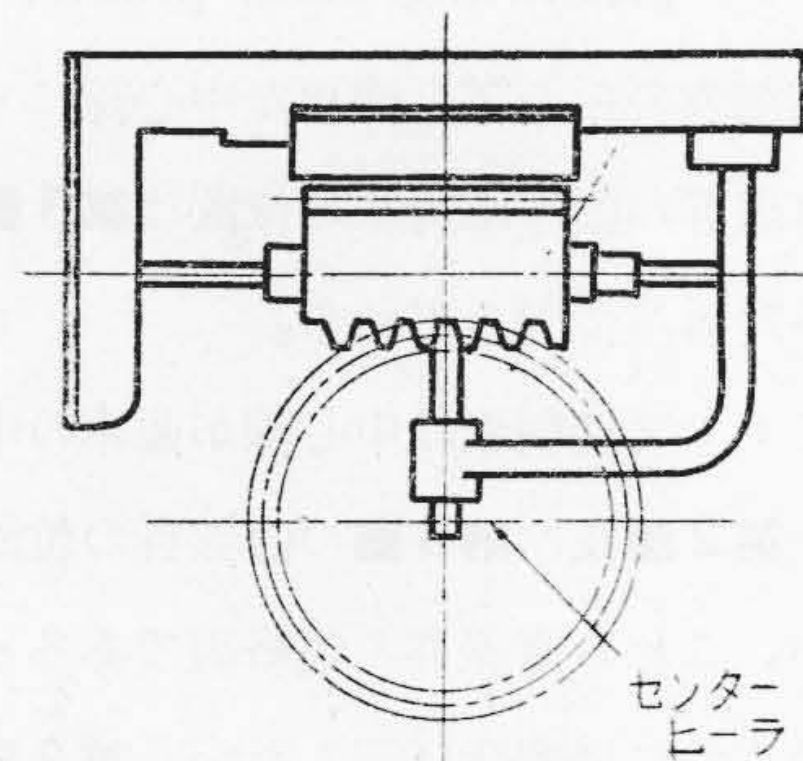
[I] 緒 言

従來齒車齒形の不對稱は第1圖に示す様なセンターフィーラーを用いて、ホッブの芯出し作業をなす際の不正確に基くと云うのが一般の概念であつたが、H. Walker氏に依つてホッブの芯出しは、實際には齒形の不對稱に殆んど無關係であると言う事が立證された。然らば齒車の切削中に屢々惹起される齒形の不對稱は、何に起因するかと言うにホッブアーバの振れ、アーバ受けメタルの偏心ホッブの製作不良に依る切削刃の偏心等を綜合せるホッブの振れに基く事が判つた。

筆者はホッブの軸心が並行に偏心した場合に生ずるインボリュート齒形の偏倚を理論的に探求し、更に實驗的に之を明かにする爲に、インボリュートテスターを改造

して使用し、ホッブの偏心より生ずる齒形を實際に書き出し、之がインボリュート齒形から偏倚する状態を指示した。

本研究の結果に基き従來齒切作業中に屢々生じた齒形の偏倚及び不對稱がホッブの偏心に基く事が明らかになつたので、齒切作業を開始するに先立ちホッブの齒形を



第1圖 センターフィーラーの取付圖

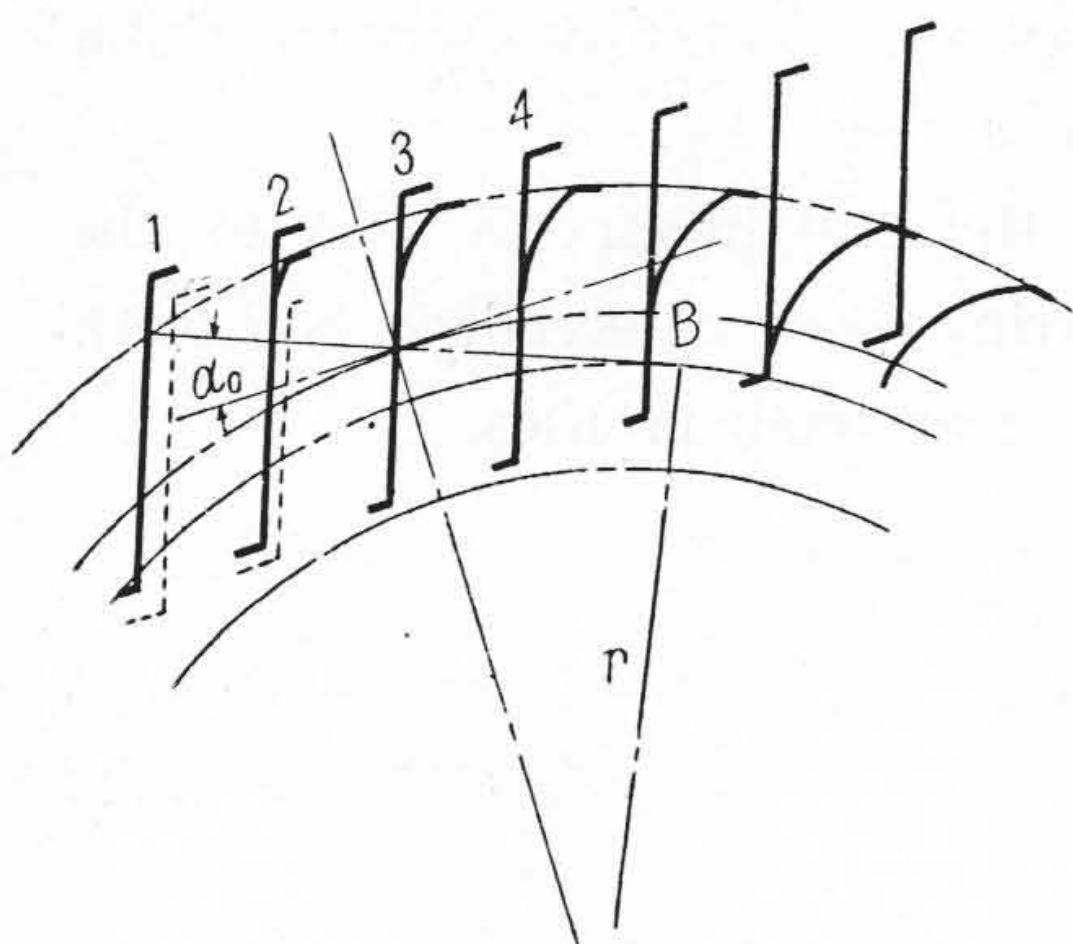
Fig. 1 Setting of the center feeler.

* 日立製作所龜有工場

研磨するか、アーバーを再製するか、若しくはアーバーの軸受メタルを補正するかによつて、ホップの偏心（通稱振れ）を取り除く事に努め、その結果として偏倚及び不對稱の全然無い正確な齒形を削り出す事に成功した。

[II] ホップの偏心と齒車の偏倚との關係

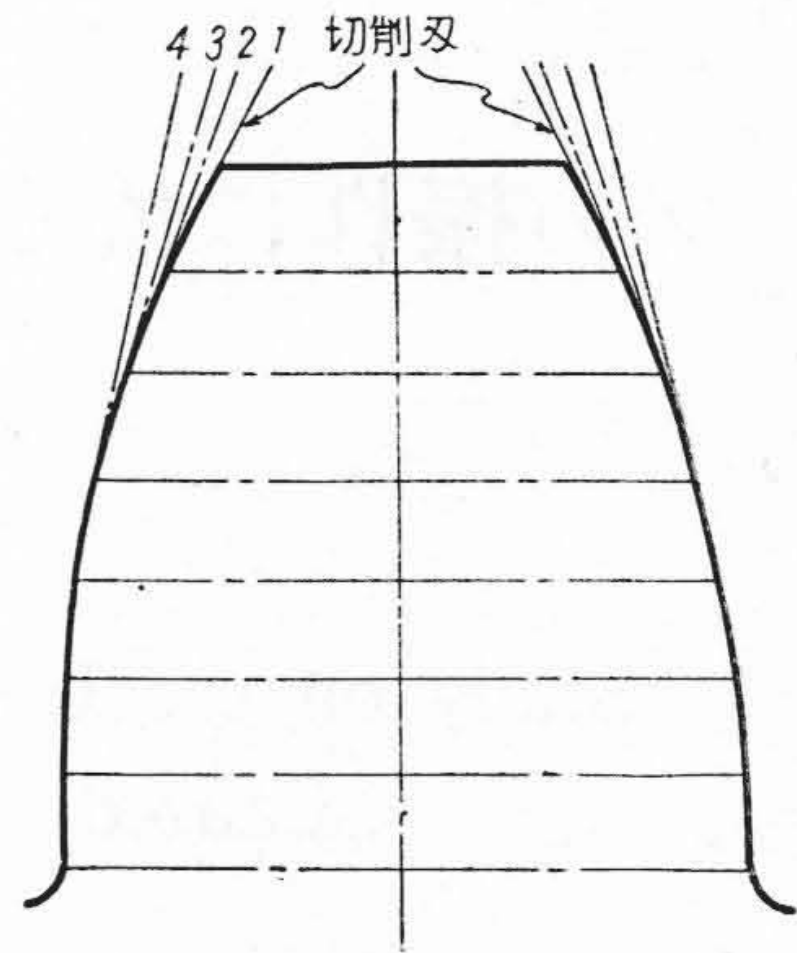
ホップの振れの形態は種々あるが、此處ではホップの回轉軸が正規の回轉軸に並行に偏心して居る場合のみに就いて述べる。第 2 圖はホップで齒車を切削する時の狀況を示す。この圖に於て AB は接觸線であり、1, 2, 3, ... は接觸線上で切削作業を順次に行うホップの切削刃の位置を示し、第 3 圖は斯くして切削された齒車の齒形を示す。インボリュート曲線は圖上に記入せる 1, 2, 3, ... 等の直線群の包絡線である。センターフィーラーを使用し



第 2 圖 齒形を削成するホップの削刃が接觸線上を移動する經過
Fig. 2 Progress of movement of hob teeth on the path of contact generating tooth profile.

てホップの切削刃の中心線を齒車の中心線に合わせれば、以上の直線群の齒車に対する位置は第 3 圖に示す如く左右兩側が對稱の位置を占める。

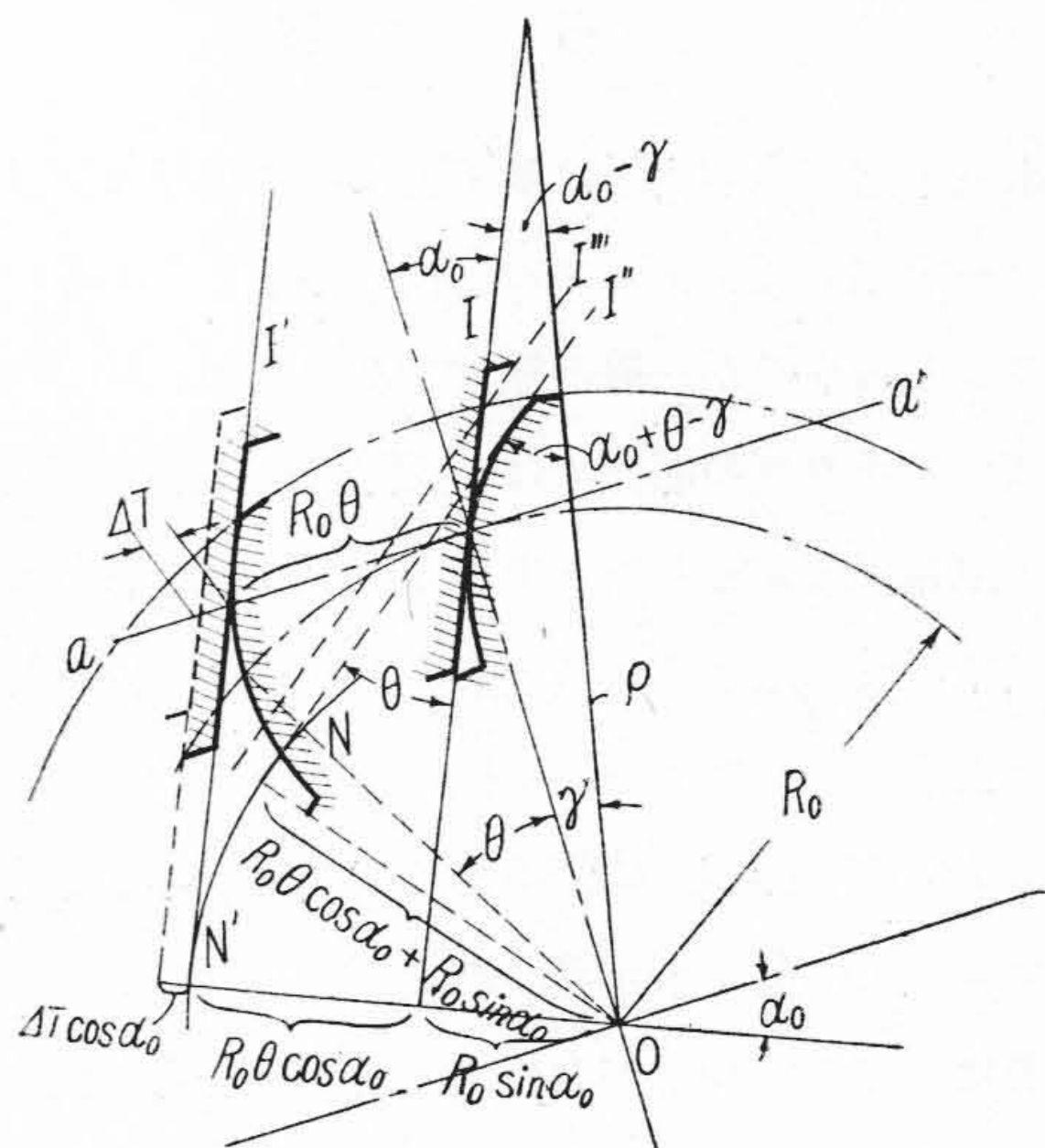
之に對してホップ切削刃の中心線が齒車の中心より外ずれた場合、第 2 圖及び第 3 圖の直線群の位置は左右不對稱になるが、これら直線群の包絡線であるインボリュート曲線そのものには變化は起らない。第 2 圖に示す様に正しいホップを使用して齒車を切削する場合は、ホップの各切削刃は接觸線 AB 上を等ピッチで切削する。



第 3 圖 ホップ切りされた齒車の齒形擴大圖
Fig. 2 An enlarged tooth form generated with hob.

假にその内の左端の一枚の切削刃が Δm_1 だけ偏心し、之に續く第 2, 第 3, ... の各切削刃が $\Delta m_2, \Delta m_3, \dots$ 心と順次に偏して居る場合には、これ等に依つて切削される齒車の齒曲形線が如何様になるかを考えて見よう。本論に於てはホップを直線ラックとして取扱ひ、ラックとピニオンとの噛み合いを考える。

第 4 圖に於いてピッチ點 P に於てラックと噛み合う齒車が θ だけ回轉すれば、ラック齒はそのピッチ線上 $R_0\theta$ だけ移動して I なる切削刃は I' の位置に移る。此のラ



第 4 圖 直線齒を有するホップで削成される齒車の齒形の形成
Fig. 4 Development of the tooth profile for straight hob teeth.

ック歯と歯車との関係を考えるのに、歯車を固定してラック歯が歯車に対して移動すると考えれば、 I' なるラック歯は O を中心として θ だけ回轉して I'' なる位置に移る。今ラックの壓力角を α_0 とし、中心 O より直線 I 及び I'' に下した法線を夫々 $\overline{ON'}$, $\overline{ON''}$ とすれば、 I'' なるラック歯の直線は θ を媒介變數とする極座標系 (ρ, γ) で次の様に表わし得る。第4圖に於いて

$$\overline{ON'} = \overline{ON''} = R_0 \cdot \theta \cdot \cos \alpha_0 + R_0 \cdot \sin \alpha_0 \dots (1)$$

故に直線 I'' を現わす極座標方程式として次式を得る。

$$\rho \cdot \sin(\alpha_0 + \theta - \gamma) = R_0 \cdot \theta \cdot \cos \alpha_0 + R_0 \cdot \sin \alpha_0 \dots (2)$$

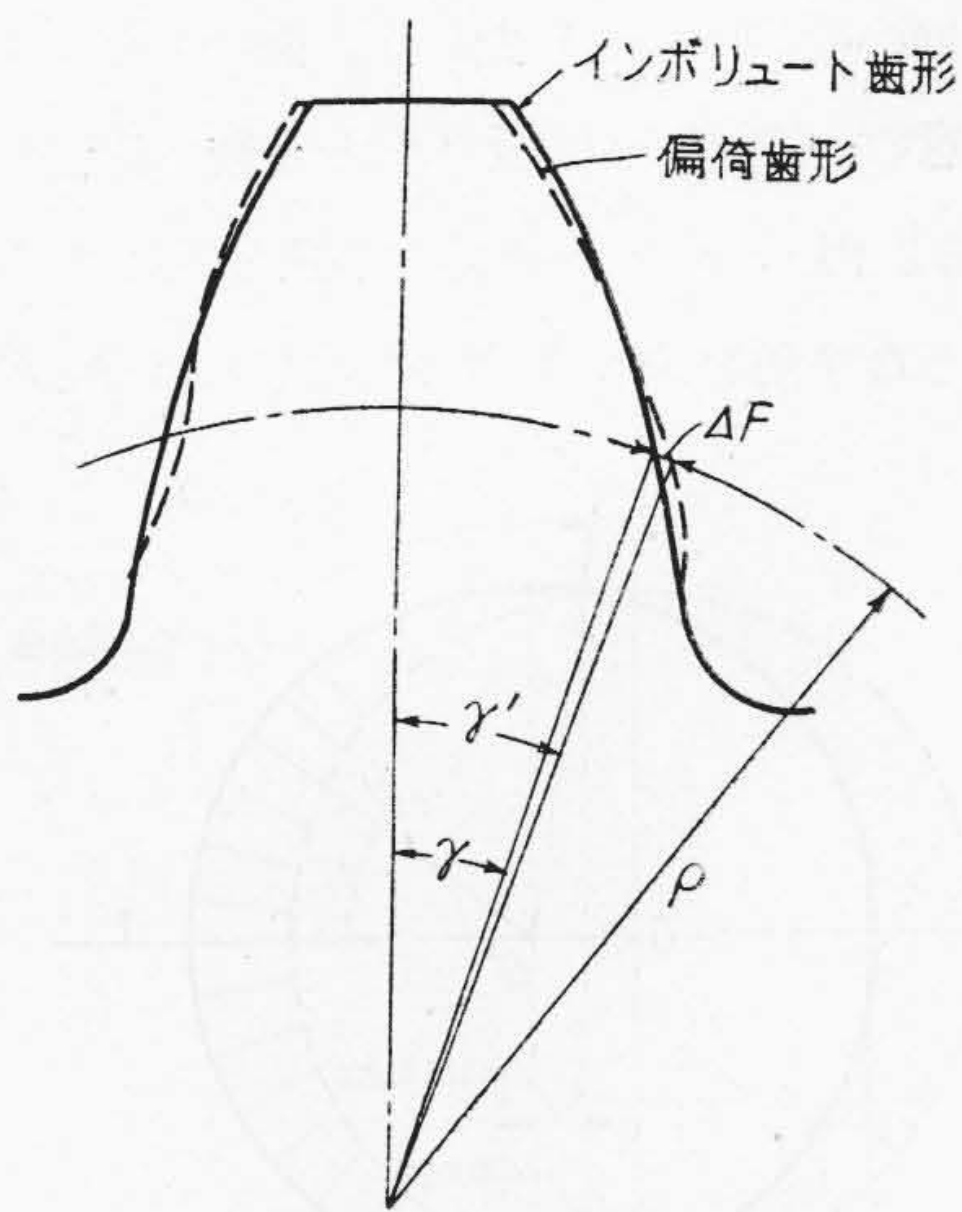
インボリュート歯形は θ を媒介變數とする (2) 式の直線群の包絡線と考えられるから、(2) 式を θ で偏微分すれば

$$\rho \cdot \cos(\alpha_0 + \theta - \gamma) = R_0 \cos \alpha_0 \dots (3)$$

となる。即ち (2) 及 (3) 式が直線ラックで創成されるインボリュート歯形の方程式である。

さて、 Δm だけホップが偏心する事に依つて切削刃が aa' 線上でずれた量を ΔT とする。このずれた位置で切削刃が歯形を切る直線 I''' の極座標方程式としては

$$\begin{aligned} \rho' \cdot \sin(\alpha_0 + \theta - \gamma') \\ = R_0 \cdot \theta \cdot \cos \alpha_0 + \Delta T \cdot \cos \alpha_0 + R_0 \cdot \sin \alpha_0 \dots (4) \end{aligned}$$



第5圖 偏倚 ΔF 半径 ρ との関係
Fig. 5 Relation between deviation ΔF and radius ρ .

を得る。(4) 式を θ で偏微分すれば

$$\rho' \cdot \cos(\alpha_0 + \theta - \gamma') = R_0 \cdot \cos \alpha_0 \frac{d\Delta T}{d\theta} \cdot \cos \alpha_0 \dots (5)$$

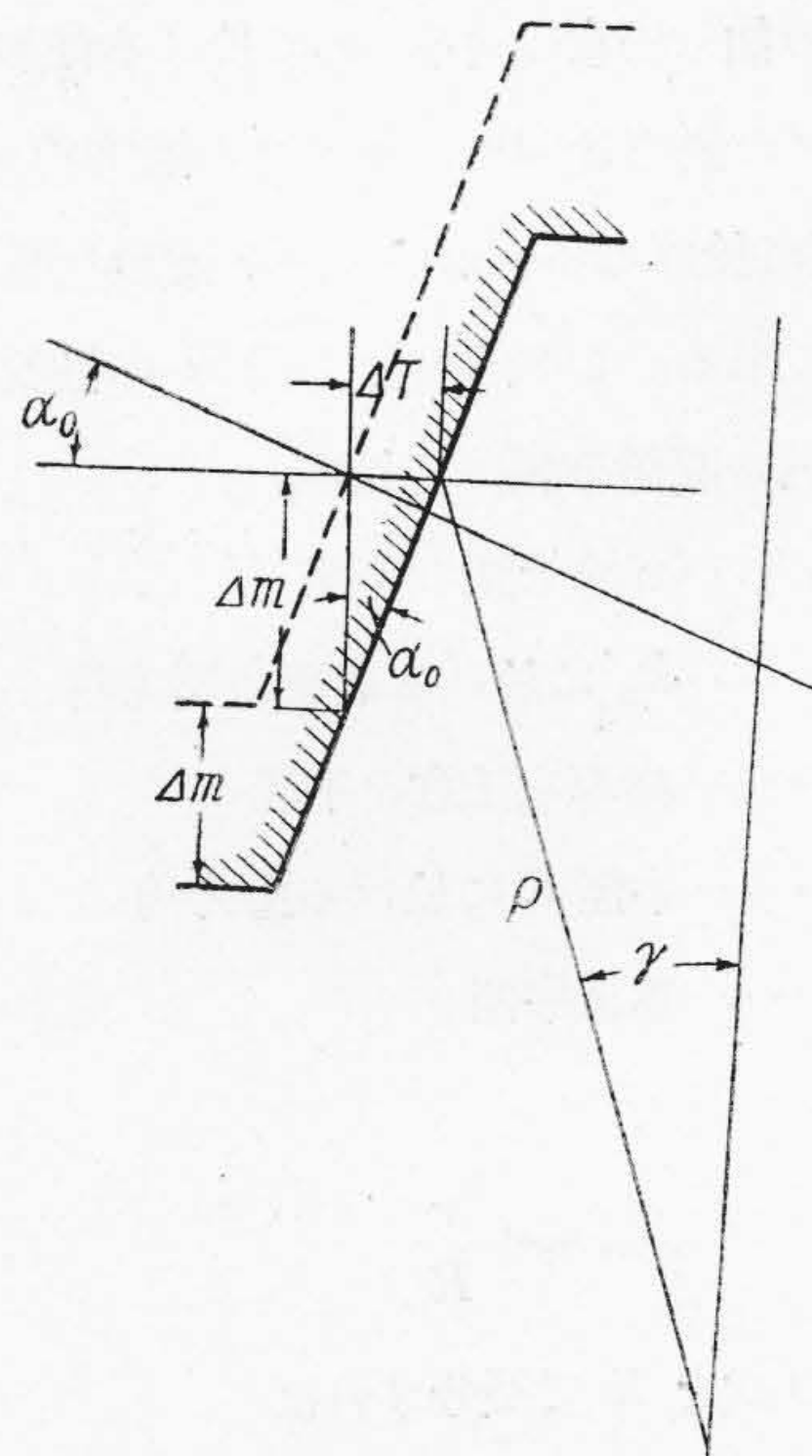
となる。(4) 及 (5) 式はホップの切削刃が ΔT だけずれた場合の歯車の歯形を表わす方程式である。此の偏倚した歯形を正規のインボリュート歯形と比較する爲に同一半径上に於ける兩歯形の變位量 ΔF を求めて見る (第5圖参照)。之が爲には (3) 式の ρ と (4) 式の ρ' とを同一に取り、即ち $\rho = \rho'$ として (4) 式より (2) 式を引き、 $\Delta T \cdot \cos \alpha_0$ を見出す。即ち

$$\begin{aligned} 2\rho \cdot \cos\left(\frac{\alpha_0 + \theta - \gamma' + \alpha_0 + \theta - \gamma}{2}\right) \cdot \\ \sin\left(\frac{\alpha_0 + \theta - \gamma' - \alpha_0 - \theta + \gamma}{2}\right) = \Delta T \cdot \cos \alpha_0 \dots (6) \end{aligned}$$

$$\text{今 } \gamma' = \gamma + \Delta\gamma \dots (6)$$

と置けば (6) 式は次の如くなる。

$$\begin{aligned} 2\rho \cdot \left\{ \cos(\alpha_0 + \theta - \gamma) \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\Delta\gamma}{2}} \cdot \sin \frac{\Delta\gamma}{2} \right. \\ \left. + \sin(\alpha_0 + \theta - \gamma) \cdot \sin^2 \frac{\Delta\gamma}{2} \right\} = \Delta T \cdot \cos \alpha_0 \dots (8) \end{aligned}$$



第6圖 ホップ刃に於ける Δm と ΔT の関係
Fig. 6 Relation between Δm and ΔT in a hob tooth.

$\Delta\gamma$ は極めて小さい角であるから

$$\sin^2 \frac{\Delta\gamma}{2} \approx 0, \quad \sin \frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{\Delta\gamma}{2}$$

と置く事が出来る。

然る時は (8) 式は

$$\rho \cdot \cos(\alpha_0 + \theta - \gamma) \Delta\gamma = \Delta T \cdot \cos \alpha_0 \quad \dots (9)$$

となる。(9) 式に於ける $(\alpha_0 + \theta - \gamma)$ は正規の歯形上の任意の點に於ける壓力角に相當する角であるから (第 4 圖参照)

$$\alpha_0 + \theta - \gamma = \alpha \quad \dots (10)$$

で表わし得る。然るにホップの偏心量 Δm と變位量 ΔT との間には

$$\Delta T \cdot \cos \alpha_0 = \Delta m \cdot \sin \alpha_0 \quad \dots (11)$$

なる關係がある。(第 6 圖参照)

任意の半径 ρ に於ける歯形の圓周方向の偏倚を ΔF とし、この歯形の變位量 ΔF と Δm との關係は、次の如くして見出される。

$$\Delta F = \rho \cdot \Delta\gamma \quad \dots (12)$$

であるから、(10)(11) 及 (12) を式に入れるば

$$\Delta F = \frac{\Delta m \cdot \sin \alpha_0}{\cos \alpha} \quad \dots (13)$$

となる。此の如く任意の半径 ρ に於ける歯形の變位量 ΔF はホップの偏心量 Δm 、ホップの壓力角 α_0 、及び半径 ρ の位置に於けるインボリュート歯形の壓力角 α の函數となつて来る。この内の壓力角 α の性質を更に追及して ΔF との關係を調べて見る。

- 今 R_0 ピッチ圓の半径
- α_0 R_0 に於ける齒車の壓力角
- R 齒車の任意の半径
- α 半径 R に於ける壓力角
- r 基圓半径

とすれば

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{r}{R} \quad \dots (14)$$

である。(14) 式を R で微分すれば

$$\frac{d\alpha}{dR} = \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2}} \quad \dots (15)$$

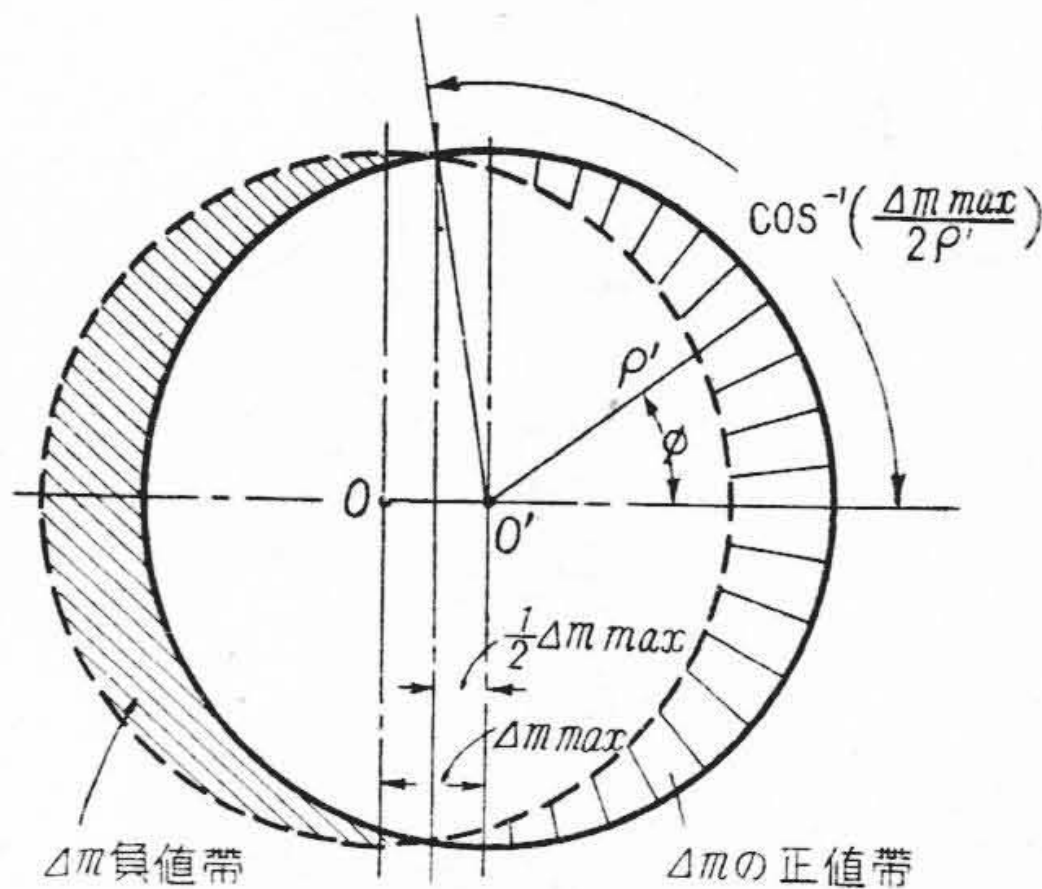
$R = aR_0$ とおけば

$$\frac{d\alpha}{dR} = \frac{\cos \alpha_0}{dR_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - \cos^2 \alpha_0}} \quad \dots (16)$$

(15) 及 (16) 式より次の様な結論が得られる。(15) 式に依れば $\frac{d\alpha}{dR}$ は常に (+) の値を有する故、壓力角 α は R が大きくなると共に大きくなるが、その増大率は (16) 式が示す如く a 及 R_0 が大きくなると共に減少する。従つて一組の齒車に於て、小齒車の齒先の壓力角は大齒車の齒先の壓力角より大きく、反對に小齒車の齒元の壓力角は大齒車の齒元の壓力角より小さい。この故に同一偏心ホップで、同一條件のもとに切削された小齒車と大齒車とを比較すれば、(13) 式に依り小齒車の齒先の變位量 ΔF は大齒車の齒先の變位量より大きく、反對に齒元の變位量 ΔF は小さくなる。又一つの齒車に於いて云えば齒先に於ける變位量は最も大きくなる。總括して云えば齒数が少なく、壓力角の大きい齒車の齒先に於いてはホップの偏心量 Δm に基く變位量 ΔF が最も強く現われるのである。

[III] ホップの偏心

ホップの偏心には種々の形態が考えられるが、此處では回轉軸が並行的に移動した場合の偏心 Δm に就いて述べる。第 7 圖に於いて O 點を正規のホップの中心とし、 O' 點を偏心したホップの中心とすれば、 OO' はホップの最大の偏心量 Δm_{max} を表わす。偏心したホップの圓周上の任意の一點 P と O 及 O' とを結ぶ直線を夫々 ρ 及 ρ' とする。但し ρ' はホップの半径を表わす。 ρ 及 ρ' が水平軸となす角を夫々 ϕ 及 ϕ' とすれば ρ, ρ', ϕ, ϕ'



第 7 圖 ホップ中心の偏心量の變化

Fig. 7 Variation of eccentricity of hob center.

及び Δm_{\max} の間に次の關係式を得る。

$$\rho' \cdot \cos \phi' = \rho \cdot \cos \phi - \Delta m_{\max} \quad \dots (17)$$

$$\rho' \cdot \sin \phi' = \rho \cdot \sin \phi \quad \dots (18)$$

(17) 及 (18) 式より

$$\rho = \cos \phi \cdot \Delta m_{\max} \pm \sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \sin^2 \phi} \quad \dots (19)$$

となる。但し今後の取扱い上、(19) 式の (±) 記號の内 (+) の場合のみを考える。第7圖に於ける P 點の偏心量を Δm とすれば

$$\Delta m = \rho - \rho' \quad \dots (20)$$

となる。

(19) 及び (20) 式より

$$\Delta m = \cos \phi' \cdot \Delta m_{\max} + \sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \sin^2 \phi'} - \rho' \quad \dots (21)$$

(21) 式はホップが O' を中心として ϕ' だけ回轉した場合の切削刃の偏心量を表わす。(21) 式に於て

$$\phi' = \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) \text{ のとき}$$

$\Delta m = 0$ で此の時切削刃は無偏心

$$0 < \phi' < \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) \text{ のとき}$$

$\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} < \frac{\pi}{2}$ であるから $\Delta m = (+)$ 値

$$\cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) < \phi' < 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) \text{ のとき}$$

$\Delta m = (-)$ 値

$$2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) < \phi' < 2\pi \text{ のとき } \Delta m = (+) \text{ 値}$$

なる關係がある。

(21) 式を ϕ' で微分すれば

$$\frac{d\Delta m}{d\phi'} = - \left(\frac{\sin \phi' \cdot \Delta m_{\max} + \cos \phi' \cdot \sin \phi' \cdot \Delta m_{\max}^2}{\sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \sin^2 \phi'}} \right) \quad \dots (22)$$

(22)式は

$$\phi' = \pi \text{ のとき } \sin \phi' = 0 \text{ となり } \frac{d\Delta m}{d\phi'} = 0$$

$$0 < \phi' < \pi \text{ のとき } \frac{d\Delta m}{d\phi'} < 0$$

$$\pi < \phi' < 2\pi \text{ のとき } \frac{d\Delta m}{d\phi'} > 0 \text{ となる。}$$

依つて $0 < \phi' < \pi$ では Δm は 減小函數 となり、

$\pi < \phi' < 2\pi$ では Δm は 増加函數 となる。

即ち、ホップの偏心量 Δm は ϕ' の値が

$$0 < \phi' < \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right)$$

の範圍では正值を保ちつつその絶対値は次第に減少し

$$\cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) < \phi' < \pi - \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right)$$

の範圍では Δm は負値を保ちつつその絶対値は次第に増加する。

$$\pi < \phi' < 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right)$$

の範圍では負値を保ちつつその絶対値は次第に減少し

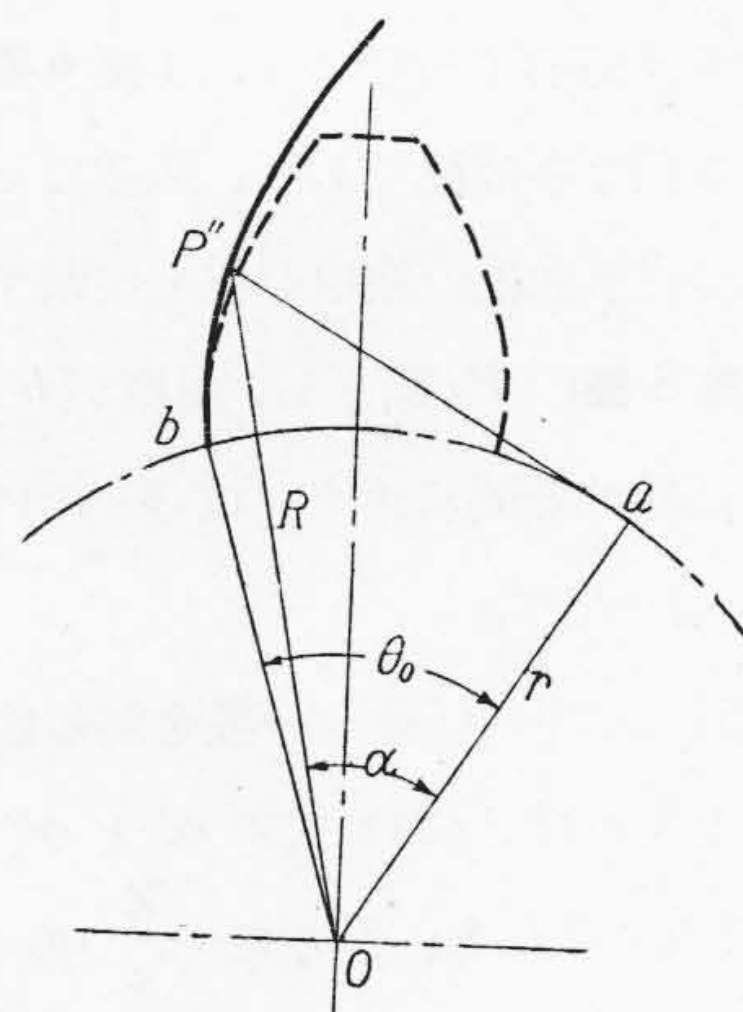
$$2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{\Delta m_{\max}}{2\rho'} \right) < \phi' < 2\pi$$

の範圍では Δm は正值を保ちつつ、その絶対値は次第に増加する。斯くの如くホップの偏心量はホップの一回轉に就いて種々に變化する値を有する故、偏心を有するホップで切削された齒車の齒形も種々の形に變化して來るわけである。

[IV] 偏心ホップで切削された齒車の偏倚せる齒形曲線及びその曲線の性質

[II] に於ける (4) 及び (5) 式は偏心したホップで切削された齒車の齒形曲線を表わす方程式であるが、(5) 式の $\frac{d\Delta T}{d\theta}$ をホップの偏心量 Δm で表わした齒形曲線の式を求める。

(11) 式より



第8圖 偏心ホップ切られた齋車の齒形
Fig. 8 The tooth profile generated with an eccentric hob.

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial \theta} \cdot \cos \alpha_0 = \frac{d \Delta m}{d \theta} \cdot \sin \alpha_0 \quad \dots (23)$$

であるが、此の内の $\frac{d \Delta m}{d \theta}$ に就いて考えて見る。

歯車が θ だけ回転するときのホップの回転角を ϕ' とすれば、

$$\phi' = \frac{Z}{z} \cdot \theta \quad \dots (24)$$

なる関係がある。但し

Z ……切削される歯車の歯数

z ……ホップの條數

(21) 及 (24) 式より

$$\begin{aligned} \frac{d \Delta m}{d \theta} = & - \left\{ \sin \left(\frac{Z}{z} \cdot \theta \right) \cdot \Delta m_{\max} \right. \\ & \left. + \frac{\cos \left(\frac{Z}{z} \cdot \theta \right) \cdot \sin \left(\frac{Z}{z} \cdot \theta \right) \cdot \Delta m_{\max}^2}{\sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{Z}{z} \cdot \theta \right)}} \right\} \cdot \frac{Z}{z} \end{aligned} \quad \dots (25)$$

が得られる。第 7 圖に於て $\phi' = 0$ の時には $\Delta m = \Delta m_{\max}$ であり、 ϕ' 角は Δm_{\max} を起點として計測する數量である。

(24) 式に於て $\phi' = 0$ の時には $\theta = 0$ となり、第 8 圖に於て $\theta = 0$ は、インボリュート曲線の起點を表わす。(25) 式に於ける θ と Δm との関係は b 點と Δm_{\max} とが對應して居る事を意味する。之は切削刃の最大偏心位置が b 點に来て歯形曲線を削り始める事を意味する。然るに實際に歯車を切削する際には、丁度 b 點に最大偏心の切削刃が来る様な事は稀であり、通常はホップの最大偏心の切削刃が歯形曲線の途中の點を切削する様になる。此の點を第 8 圖の P_0 點とし、歯車が b 點か a 點まで θ 角だけ回転する間にホップは ϕ_0 だけ回転して歯形曲線 bP_0 を削り出す。

b 點から歯形の途中の任意の一點を削る迄のホップの回転角を ϕ'' とすれば、(24) 式の ϕ' と ϕ'' との関係は $\phi'' = \phi' + \phi_0$ で與えられる。然るに $\frac{Z}{z} \cdot \theta_0 = \phi_0$ であるから $\phi'' = \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0)$ となる。ホップが ϕ'' 角廻つて歯形を削る時の歯車の回転角 θ'' は (4) 及 (5) 式に於ける θ とは $\theta'' = \theta + \theta_0$ の関係になる。

(25) 式に於ける θ は θ'' に相當する數値であるから、(25) 式の θ の代りに $\theta + \theta_0$ を入れて (26) 式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d \Delta m}{d \theta} = & - \left[\sin \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \Delta m_{\max} \right. \\ & \left. + \frac{\cos \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \sin \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \Delta m_{\max}^2}{\sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\}}} \right] \end{aligned} \quad \dots (26)$$

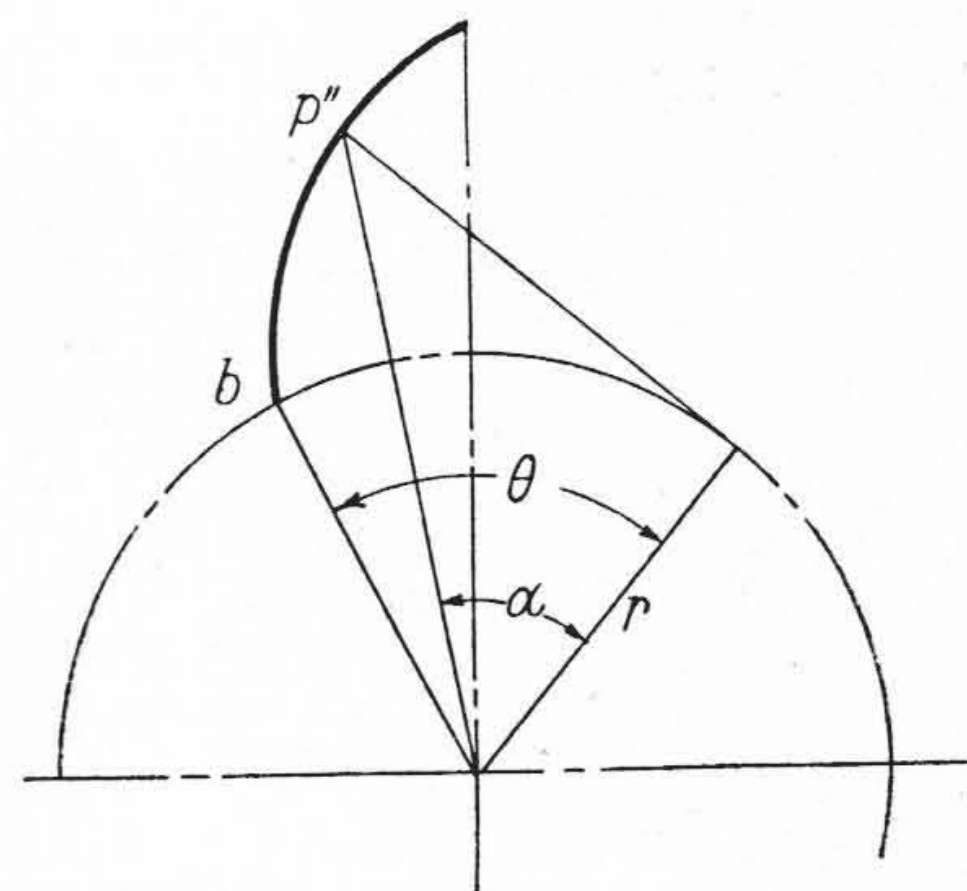
(23) 及 (26) 式の結果を (4) 及 (5) 式に入れば、偏倚せる歯形曲線として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \rho' \sin (\alpha_0 + \theta - \gamma') \\ & = R_0 \cdot \theta \cdot \cos \alpha_0 + \Delta T \cdot \cos \alpha_0 + R_0 \cdot \sin \alpha_0 \\ & \rho' \cos (\alpha_0 + \theta - \gamma') \\ & = R_0 \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0 \left[-\sin \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \Delta m_{\max} \right. \\ & \left. + \frac{\cos \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \sin \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\} \cdot \Delta m_{\max}^2}{\sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{Z}{z} (\theta + \theta_0) \right\}}} \right] \cdot \frac{Z}{z} \end{aligned} \quad \dots (27)$$

即ち一定の最大偏心量 Δm_{\max} を有するホップで切削した場合でも創成される歯形曲線は取付角度 $\phi_0 = \frac{Z}{z} \cdot \theta_0$ に依つて種々に變化して来る。次に歯形の偏倚量 ΔF の θ に関する變化を見るに

第 9 圖より

$$\theta = \tan \alpha \quad \dots (28)$$



第 9 圖 インボリュート曲線に於ける α と θ との関係

Fig. 9 Relation between α and θ in an involute curve.

が得られる。従つて(13)式の Δm 及 α は、(21)_a (24)_a 及び(28)式より θ の函数で表はし得る。依つて(13)式を θ で微分すれば

$$\frac{dF}{d\theta} = \Delta m \cdot \sin \alpha_0 \cdot \sec \alpha \cdot \tan \alpha \cdot \frac{1}{1+\theta^2} - \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha} \cdot \left\{ \sin(\phi + \phi_0) \cdot \Delta m_{\max} + \frac{\cos(\phi + \phi_0) \cdot \sin(\phi + \phi_0) \cdot \Delta m_{\max}^2}{\sqrt{\rho'^2 - \Delta m_{\max}^2 \cdot \sin^2(\phi + \phi_0)}} \right\} \cdot \frac{Z}{z} \dots (29)$$

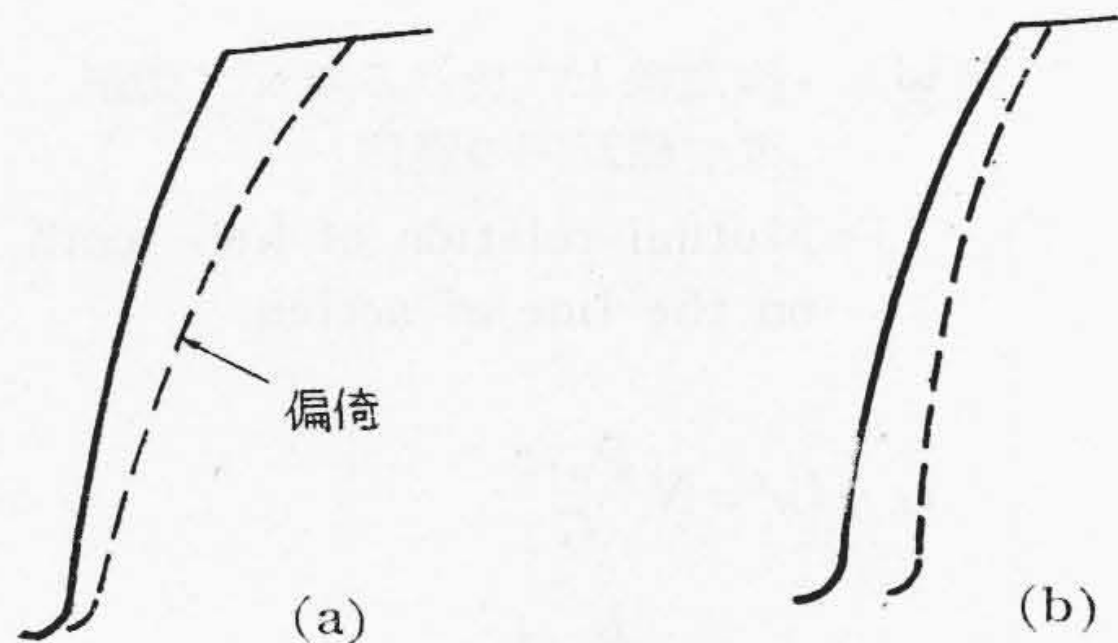
となる。

m の正值に對して、(29)式の第1項は θ の如何なる値に對しても(+)の値を持つが、第2項の{ }内は $\frac{d\Delta m}{d\phi'}$ であつて、これは先に述べた様に(+)(-)兩方の値を持つ。

従つて第2項が(+)の値を持つ時は、これが(-)の値を持つ時より $\frac{dF}{d\theta}$ の絶対値は大きくなる。

即ちホップの偏心率 Δm がホップの回轉に伴うて次第に大きくなる條件のもとで、歯車を歯元から歯先に向つて切削する場合には歯形の偏倚する増加率は、偏心率 Δm が逆に次第に小さくなる條件のもとで切削する場合に於ける偏倚の減少率よりも大きい。

第10圖(a)は前者の場合の偏倚歯形を點線で示し、第10圖(b)は後者の偏倚歯形を示す。若し Δm が負の値を有する時、上記と逆の現象を起す事は(29)式より見て明らかである。以上を綜合するに、ホップが歯車を歯元から歯先に向つて切削する時、ホップの回轉に伴つて偏心率 Δm が次第に増加し、丁度歯先の位置に於て最大

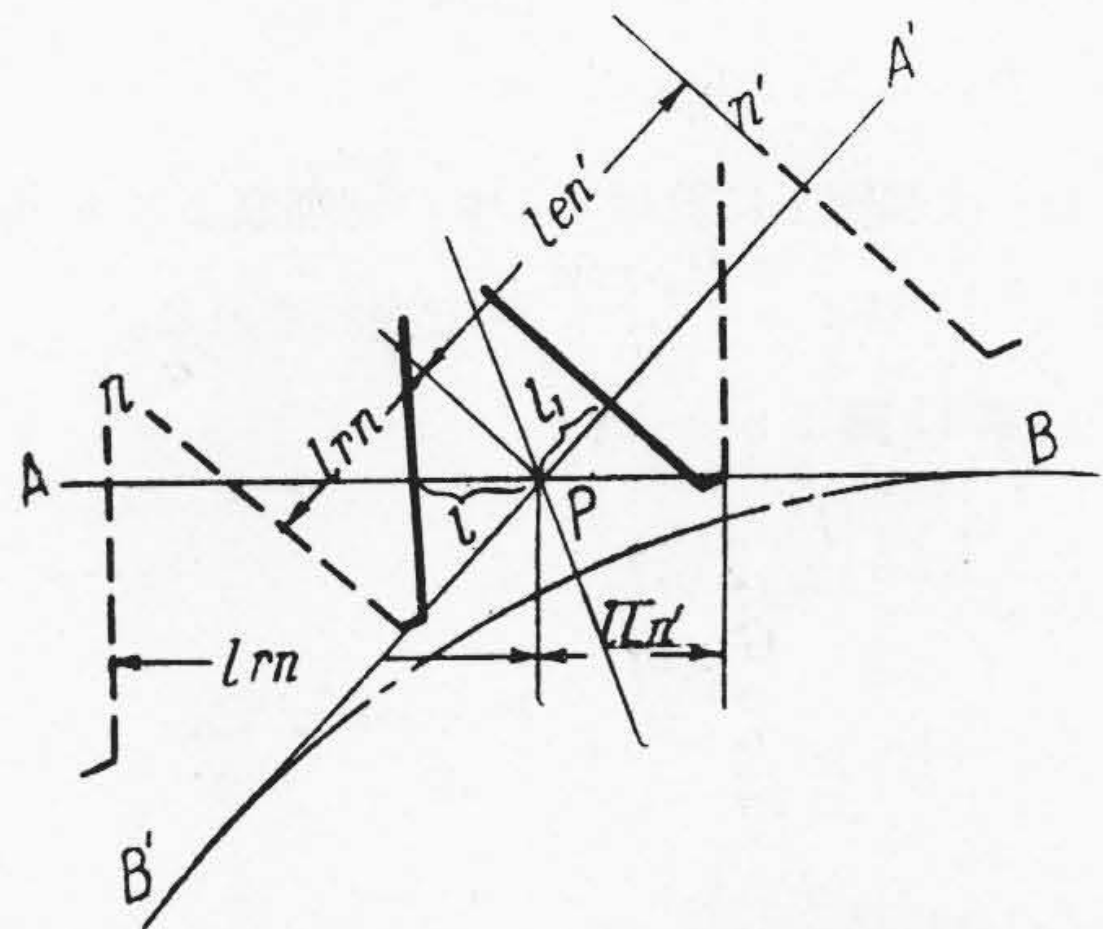


第10圖(a)(b) 同一の偏心ホップを用ひ二つの異なる取付方法で切削された歯形の二種別
Fig. 10 (a)(b) Two tooth forms generated with one and the same eccentric hob though two different setting methods.

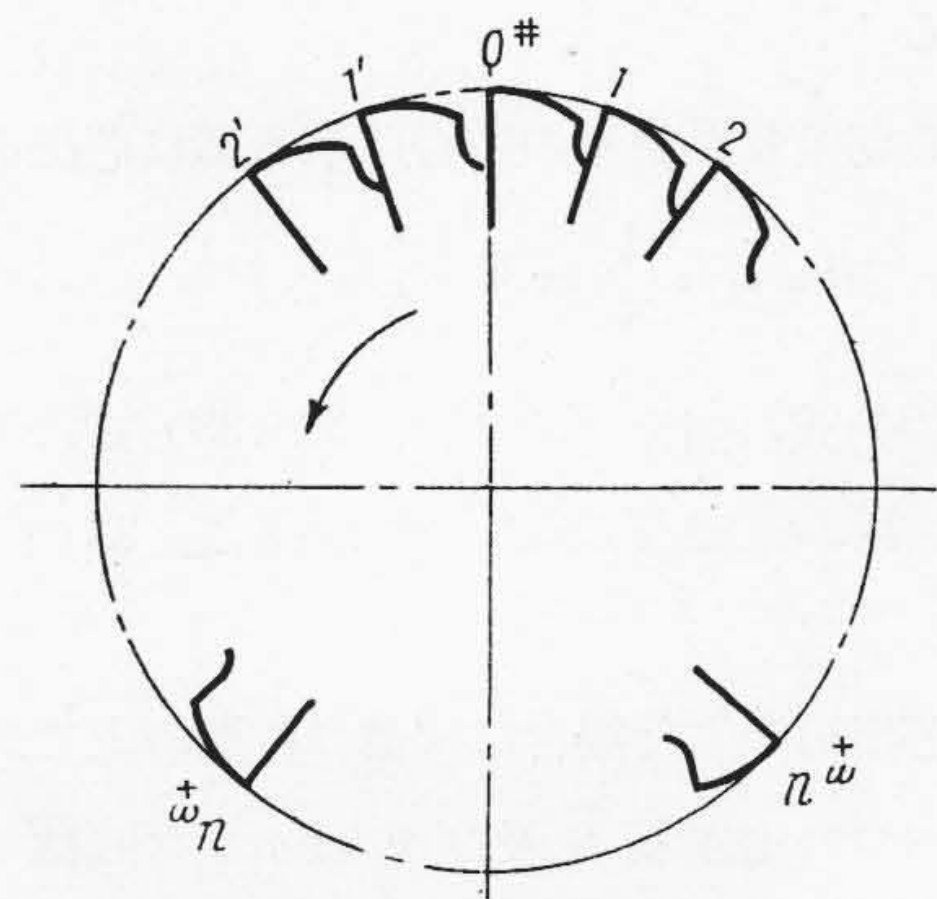
となる様なホップの取付けをした場合には、歯形の偏倚が最も著しく現われる事を知る。

[V] ホップの芯出しと偏心との關係

第11圖に於てPは刻み點、 \overline{AB} , $\overline{A'B'}$ は夫々、ホップと歯車の接觸線を表わす。今第12圖に示す如く、ホップ



第11圖 ホップの取付位置と歯車歯形との關係
Fig. 11 Relation between the setting position of hob and the gear tooth profile.



第12圖 ホップの切削刃
Fig. 12 hob teeth.

の任意の一切削刃を假りに $O\#$ と名付ける。(一切削刃とは歯車の一つの歯を挟むホップの相對する一組の切刃を意味する。)此の $O\#$ の切削刃が第11圖の \overline{AB} , $\overline{A'B'}$ 上に占める位置をP點よりの距離 l, l_1 で表わす。第12圖の一つの切削刃 O の螺旋條に沿つて時計廻り方向に各溝毎の切刃に $1, 2, \dots, n$ の番號を附し、同一の螺旋條に沿うて反時計廻りの方向に切刃に $1', 2', \dots, n'$ の番號を附する。 $O\#$ 切削刃から n 番目の切削刃が今切削位置に來た時には第11圖の上で n の位置を占め、その二つ

の切刃の接觸線上に於けるピッチ點からの距離を、夫々 l_{Rn}, l_{rn} とし、 n' 番目の切削刃が切削位置に来た時には第 11 圖の上では n' の位置を占め、その切刃の接觸線上に於けるピッチ點からの距離を夫々 $l_{Ln'}$ 及 l_{ln} とする。

- Mモジュール
- Gホップの溝數
- zホップの條數
- P_n法線ピッチ

とすれば、接觸線上に於ける $O\#$ の切削刃より n 番目の切削刃迄の距離は $\frac{P_n \cdot z \cdot n}{G}$ で表わされる。

依つて第 11 圖より

$$l_{Rn} = l + \frac{P_n \cdot z \cdot n}{G} \quad \dots (30)$$

$$l_{rn} = l_{Rn} - \frac{P_n}{2} = l + \frac{P_n \cdot z \cdot n}{G} - \frac{P_n}{2} \quad \dots (31)$$

$$l_{Ln'} = l_1 + \frac{P_n \cdot z \cdot n'}{G} \quad \dots (32)$$

$$l_{ln} = l_1 + \frac{P_n \cdot z \cdot n'}{G} - \frac{P_n}{2} \quad \dots (33)$$

が得られる。

今 $O\#$ の切削刃が齒車の中心に来る様に芯出すれば

$$l = l_1 = \frac{1}{4} \cdot \pi M \cdot \cos \alpha_0 \quad \dots (34)$$

となる。(34)式の値を (30)(31)(32)(33) 式に入れると

$$30 \text{ の } l_{Rn} = (32) \text{ の } l_{Ln'} \quad 31 \text{ の } l_{rn} = (33) \text{ の } l_{ln} \quad \dots (35)$$

依つて芯出しをした場合には第 12 圖の上で對稱の位置に在る二つの切削刃 n 及び n' はホップ回轉して夫々の切刃が切削位置に来た時には (35) 式に示す如く第 11 圖の上では對稱の位置を占める事を知る。

$O\#$ の切削刃が最大(又は最小)に偏心していると假定すれば、第 12 圖より明らかな様に $O\#$ より對稱の位置を占める n 及 n' 番目の各切削刃は常に等一量の偏心量をもつて切削する。此の故に $O\#$ の切削刃を芯出して切削した時の齒形上の偏倚は齒形上に全く對稱に表われて一見して正確な齒車であるかの如き錯覺を與える。

又 $O\#$ が最大(又は最小)に偏心をして居ない場合には、 n より n' 及番目の偏心量は不等になるから、斯様な場合には $O\#$ の切刃が芯出しされれば切削される齒車

の齒形の偏倚は左右不對稱に表われて来る。

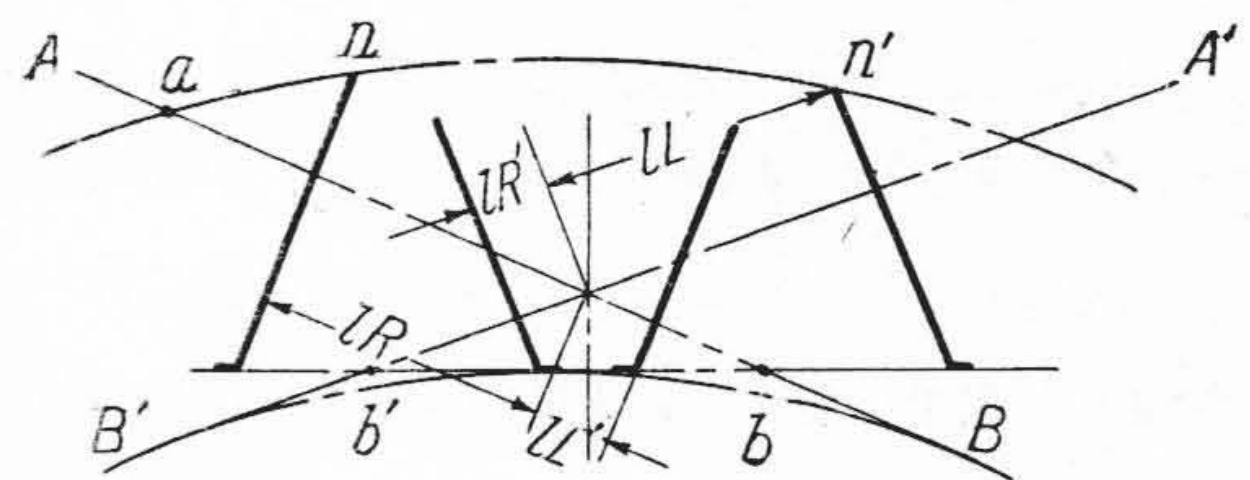
この故に、ホップが偏心している時は、其の最大(又は最小)の偏心量を有する切削刃を芯出した時を除いては、切削された齒車の齒形は總て不對稱となる。

實際にはホップの溝數は有限(通常 9~11)であるから、最大偏心量の現われる位置は正確にはホップの切刃の位置と一致しない。斯様な場合には、ホップの最大偏心量が何れの切刃にも現われ得ないので、ホップを如何に芯出しても、もはや對稱の齒形を得る事は不可能である。

次に任意の切削刃の偏心量が與えられた場合、これと等しい偏心量を有する他の切削刃が接觸線上に於て占むる位置を求める。

第 12 圖より明らかな様に、一つのホップに於て最大(又は最小)の偏心量を有する切削刃を除いて、同一偏心量を有する切削刃は一對ある譯である。

第 13 圖は同一偏心量を有する切削刃 n 及 n' の切削位置(第 12 圖の點線の切削刃)を新に實線で寫し出したものである。 n 及 n' の切削刃が互に N 個の溝數を隔て、居るとすれば、第 13 圖より此等の切削刃の接觸線上の位置(即ち $l_R, l_{R'}$ 及の $l_L, l_{L'}$ 間には、次の關係が存在する。



第 13 圖 作用線上に於けるホップ切削刃の相互間の關係

Fig. 13 Mutual relation of hob teeth on the line of action.

$$l_L + l_{L'} = N \frac{P_n \cdot z}{G} \quad \dots (36)$$

$$l_R + l_{R'} = N \frac{P_n \cdot z}{G} \quad \dots (37)$$

従つて、此等の内、その一つの切削刃の位置(例えば l_R) が與えられれば、(30)(31) 及び (36)(37) 式より他の三つの切削刃の位置は次の式で求められる。

$$l_L = N \frac{P_n \cdot z}{G} + \frac{P_n}{2} - l_R \quad \dots (38)$$

$$l_R' = l_R - \frac{P_n}{2} \quad \dots (29)$$

$$l_L' = N \frac{P_n \cdot z}{G} - l_R \quad \dots (30)$$

上述の如く同一の偏心量を有する切削刃は、ホップの一回轉に就き一對あるが、これが歯形上に現われる回数はホップと歯車の接觸線の長さより、次の式で求められる。第13圖より、接觸線の長さ \overline{ab} は

$$\overline{ab} = R_a \cdot \sin \alpha_a - R_0 \cdot \sin \alpha_0 + \frac{d}{\sin \alpha} \quad \dots (41)$$

となる。(但し、アンダーカットを生ずる場合を除く)

- 但し R_a …… 歯車の外周半径
 α_a …… R_a に於ける壓力角
 R_0 …… 刻み圓の半径
 α_0 …… に於ける壓力角
 R_0 …… ホップのアデンダム

ホップの一回轉によつて、歯形の片側を同一偏心量を有する切削刃が、切削する回数は2回であるが、一つの歯形を完成するにはホップが一回轉以上を要するのが普通である。一つの歯形を完成する迄に同一偏心量を有する切削刃が歯形を切削する總回数を m とすれば、(39) (40) 及び (41) より

$$m = \frac{2 \overline{ab}}{l_L + l_R'} \quad \text{或は} \quad m = \frac{2 \overline{ab}}{l_R + l_L'}$$

となる。

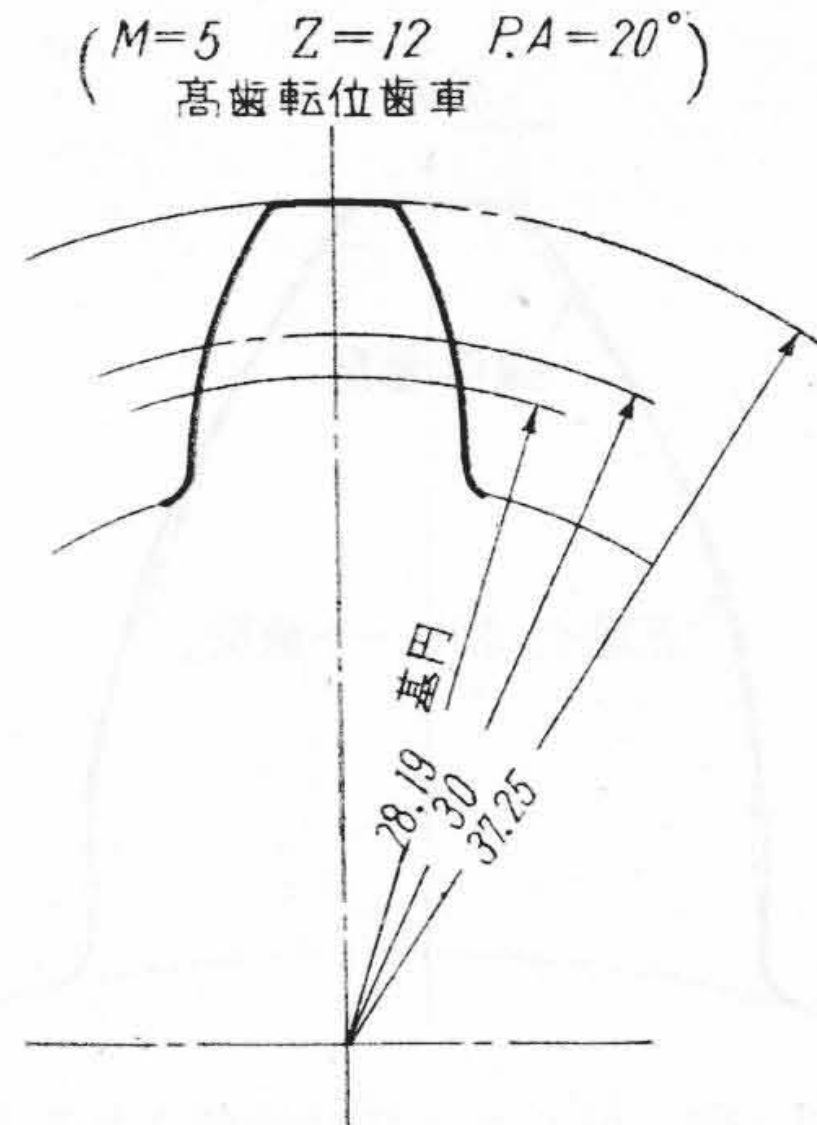
故に

$$m = 2 \frac{R_a \cdot \sin \alpha_a - R_0 \cdot \sin \alpha_0 + \frac{d}{\sin \alpha}}{N \cdot \frac{P_n \cdot z}{G}} \quad \dots (42)$$

(42)式より明らかな様に、歯数の多い歯車は \overline{ab} が長い故、 m は大となる。之に反して歯数の少ない歯車は \overline{ab} が短かいから m は小となる。最大(又は最小)の偏心量を有する切削刃に付いては、 $N=G$ となり、 m の値は最小となる。

[VI] 計 算 例

ホップの偏心量 $\Delta m_{\max} = 0.2 \text{ mm}$ なる場合の歯形に



第14圖 計算例に用いた齒車
 $M=5 \quad Z=12 \quad P.A=20^\circ$
 Fig. 14 A gear tooth for an example of calculation.
 $M=5 \quad Z=12 \quad PA=20^\circ$

表われる偏倚量を、小形巻揚機用ピニオンの高齒轉位齒車(モジュール5, 齒數12, 壓力角 20°)の場合に就いて實算して見よう。

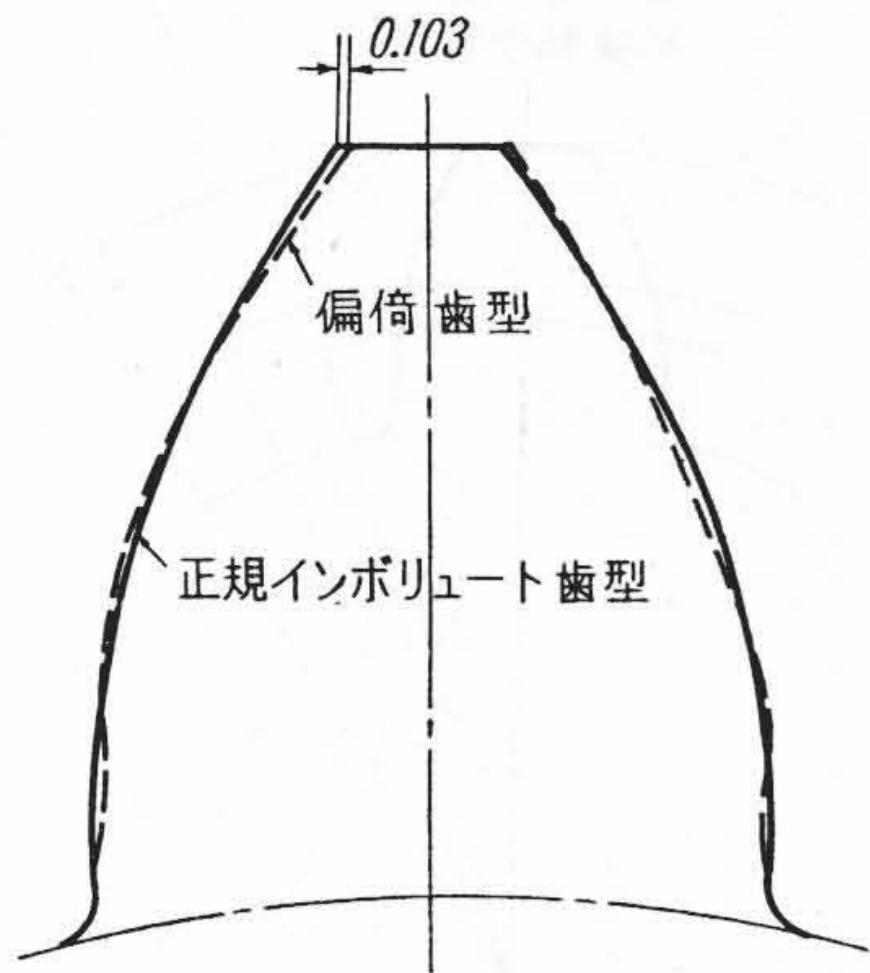
今最大偏心量0.2 mmを有するホップの切削刃が、第14圖に示す。齒先半径=37.25 mm, 刻み圓半径=30 mm 及び 基圓半径=28.19 mm の各位置を切削する三つの場合に就いて、齒形偏倚量 ΔF を算出する。

- i) $R=37.25 \text{ mm}$ の場合
 $\alpha=40^\circ 48'$, $\alpha_0=20^\circ$, $\Delta m=0.2 \text{ mm}$ なる故 (13) 式より $\Delta F=0.09 \text{ mm}$ となる。
- ii) $R=30 \text{ mm}$ の場合
 $\alpha=30^\circ$, $\alpha_0=20^\circ$, $\Delta m=0.2 \text{ mm}$ となり、 $\Delta F=0.07 \text{ mm}$
- iii) $R=28.19$ では $\alpha=0$, $\alpha_0=20^\circ$ となり、 $\Delta F=0.068 \text{ mm}$

となる。

即ち、齒先 ($R=3725 \text{ mm}$) の方では、刻み圓半径 ($R=30 \text{ mm}$) に於けるよりも大きな偏倚量を生じており、基圓半径 (12.89 mm) では偏倚量が刻み圓半径に於けるよりも小さくなつてゐる。實用上から云えば $\Delta F=0.09 \text{ mm}$ では問題となり、是非とも此の偏倚は避けねばならぬ。

第15圖は、最大偏心量が0.3 mmあるホップの最大偏



第 15 圖 例、偏心ホップで切削された止齒歯
 $\Delta m_{max} = 0.3$

Fig. 15 An example the tooth profile
 generated with an eccentric hob.
 $\Delta m_{max} = 0.3$

心切削刃が齒車の齒先を切削する様に、ホップを取付けたと假定した場合の偏倚量を (13) 式によりて算出し、齒形を畫き出したものである。

第 15 圖に於て、實線は正規のインボリュート齒形を表わし、點線は偏倚した齒形曲線を表わす。圖上で明らかな様に偏倚齒形は明瞭に左右不對稱となり、斯様な齒車を噛み合わせると著しい振動を起す。

本計算例に用いた Δm_{max} の値は現場で實際に偏倚齒

形を生じた時のホップアーバーの振れの數値を採用したものであるが、ホップ自身の偏心誤差を加算すれば、本數値より更に大きな偏倚を生ずる事は容易に想像される。

[VI] 結 言

從來齒切作業に於いて、それ程重視していなかつたホップの偏心が齒形に大きな影響を及ぼす事は上記の説明に依つて明瞭になつた。この故に齒數の特に少ない齒車を切削する場合には、ホップの偏心に對しては細心の注意を拂わねばならない。當龜有工場に於ては本研究の結果に基き、ホップの偏心を除去する事に努めたので、齒形の偏倚、並に不對稱を除去する事に大體成功した。この偏心を除去する問題に就いては、更に第 2 報以降に於て報告する考えである。

ホップが實際に齒形を切削する時の偏心は、本論で述べた偏心以外の原因からも起り、一層複雑なものであるから、此の點は將來大いに研究する餘地があると思う。

参 考 文 獻

- 1) Machinery 1940. 56 卷.
 H. Walker 氏の齒車切削に對するホップの芯出しの影響

第 32 卷 日 立 評 論 第 7 號

ガラスの冷熱抵抗に對する統計的考察 (第 1 報)	日立製作所・茂原工場・宮城清吉
—冷熱破損についての實驗—	
高速度遮斷器の遮斷特性 (第 2 報)	日立製作所・多賀工場
	{ 森田 誠 一 山田 勇 飛 福田 宏
自動交換機用スキッチ・フレームのダイカスト化について	日立製作所・戸塚工場
	{ 山田 博 三 菊地 誠
點火栓の代用電極材料の研究 (續報)	日立製作所・日立研究所・西堀 博
鑄型乾燥の研究 (その 1)	日立製作所・龜有工場
—鑄型乾燥の關係式—	{ 南 郷 忠 勇 島 田 要 吾
ガラス面の精密加工法に關する研究 (第 5 報)	日立製作所・日立電線工場・久本 方
—ガラス面の超仕上法—	

東京都品川區
大井坂下町 2717

日 立 評 論 社

誌代 ¥ 30,00 千 6,00
 六册 ¥200,00 (送料共)