UDC 621.313.2.016.4

刷子の諸特性を考慮した整流理論(第1報)

一木利信*

Commutation Theory Based on the Characteristic of Brush (1st Report)

By Toshinobu Ichiki
Hitachi Laboratory, Hitachi, Ltd.

Abstract

A general idea of sparkless commutating zone of d.c. machine is not avairable from classical commutation theory, but it is becoming prevalent from the theories by Abe's and Hayashi's. However, actual results of commution test do not satisfactorily agree with the both theories.

Generally, the contact drop of the brush with respect to the steady current is as follows :

$v=kG^{\frac{1}{n}}$ v=contact drop
G=current density k, n=const
$\kappa>0$, $n>1$

The writter studied volt-ampere characteristics of the brush with respect to the current with a steep wave front superposed by the steady current, as in the cases of current at entering and leaving side of the brush. And it is ascertained that volt-ampere characteritics in the case is shown as follows :

$$v=kG^{-\frac{n-m}{mn}}g^{\frac{1}{m}}$$

but m=const
$n>m>1$
and $g=G+g'$
but G=mean current density of load current
g'=current density of peak current

The writer has made an additional theory of the dynamic characteristics of the volt-ampere and vibration characteristics of the brushes to Hayashi's theory, as its development. From the writer's theory, the voltage e_{ZT} showing the limit of spark at the leaving side of the brush is as follows :

$$e_{ZT}=v_s-Ly_T V_{\max}G^{\frac{n-m}{n}}\left(\frac{v_s}{h}\right)^m$$

but, v_s=sparking voltage of the brush
L=self inductance of short-circuited coil by the brush

* 日立製作所日立研究所

y_T = width of the brush at the leaving side

V_{max} = maximum value of relative velosity between brush and commutator

Whence, the limit of sparkless commutation may be shown as follows :

$$+e_{ZT}+kG^{\frac{1}{m}} \geq e_T \geq -e_{ZT}+kG^{\frac{1}{m}}$$

but, e_T = e. m. f. induced in short-circuited coil by the brush at lim $t \to T$

[I] 緒　言

古典的整流理論によつては直流機の無火花整流帶を說明することは出來なかつたが、昭和 15 年、安部氏は刷子の特性を考慮した新整流理論によつて無火花整流帶の概念を與えた(1)。その後昭和 22 年北大林教授は安部氏の理論を訂正した整流理論を發表した(2)。

曩に筆者は無火花整流帶が負荷電流によつて變化し、且その變化の狀態は刷子の物理特性卽ち眞比重、彈性率粘性係數によつて影響を受けることを報告したが(3)、上記の整流理論ではこれらのことを說明することは困難である。

新整流理論の基礎をなすものは、刷子の電壓電流特性であるから、これを明らかにする必要がある。そこで先ず筆者は實際の刷子に流れる如き電流に對す各種刷子の電壓特性について實驗を行い、斯の如き電流に對する電壓特性を充分表わし得る實驗式を求めた。次にこの實驗式を用いて林教授の整流理論の進展を試みた後、筆者の理論について實驗的考察を行つた。

[II] 安部氏及び林教授の整流理論

(1) 安部氏の整流理論

刷子の摺動接觸時に於ける電壓電流特性については既に多くの人々によつて研究されている(4)~(14)。その研究結果によれば、刷子と整流子(又は集電環)の間の接觸電壓は電流密度の函數として表わされる。Baily, Clegorne 兩氏(15)は接觸電壓を次式で表わし得ることを指摘している。卽ち

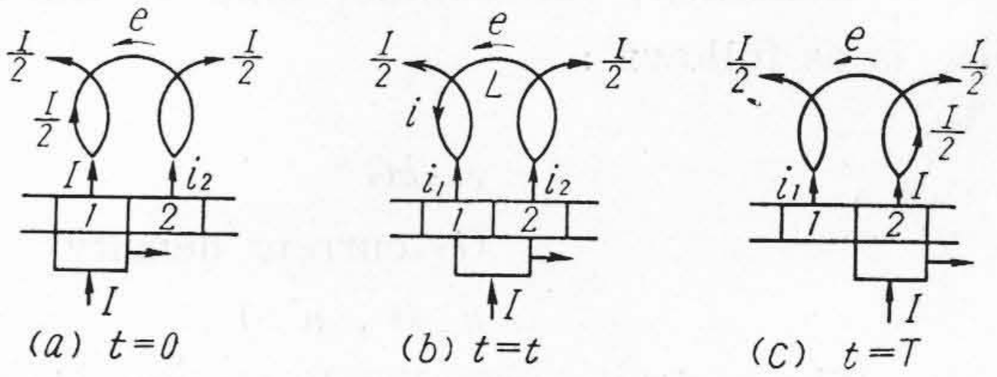
$$v=kG^{\frac{1}{n}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$k>0$, $n>1$

但し G は電流密度、k 及び n は電流に無關係の常數

安部氏は整流を行つている刷子の電壓一電流特性にも、(1)式卽ち刷子の靜特性が適用し得るものとして次に述べる新整流理論を發表した。卽ち

刷子の厚さが整流子片幅と等しく、且片間絕緣物が無限に薄い場合には常に1箇の捲線が短絡される（**第1圖**參照)。**第1圖** (b) で捲線及びライザーの抵抗を無視すれば、短絡電流 i は次式で決定される。



第1圖　整　流　說　明　圖

Fig. 1　Schematic Diagram of Commutation.

$$e-L\frac{di}{dt}+v_1-v_2=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

但し、v_1 及び v_2 は整流子片1及び2と刷子間の接觸電壓、e は短絡捲線內に誘起される起電力、L は捲線の自己誘導係數

(a) 刷子出口の電流密度

第1圖で $\lim t \to T$ の瞬間には次の關係が成立する。

$$\lim i=\frac{I}{2} \quad (I \text{ は刷子上に於ける主電流}) \cdots (3)$$

$$\lim i_1=0\ ,\ \lim g_1=G_T\ ,\ \lim v_1=kG_T^{\frac{1}{n}} \cdots (4)$$

$$\lim i_2=I \text{ 故に } \lim g_2=G\ ,\ \lim v_2=kG^{\frac{1}{n}} \cdots (5)$$

但し、g_1, g_2 は刷子出口及び入口の電流密度、G は主電流の刷子上に於ける平均電流密度（接觸電壓を表わすのに（1）式を用いた）

G_T は $\lim t\to T$ に於ける刷子出口の電流密度

$$\lim\frac{di}{dt}=-\frac{di_1}{dt}=-\lim\left(\frac{di_1}{dA_1}\cdot\frac{dA_1}{dt}\right)$$

$$=\frac{A}{T}\lim\frac{di_1}{dA_1}=\frac{A}{T}\lim g_1=\frac{A}{T}G_T \quad\cdots\cdots(6)$$

但し、A は刷子の全接觸面積、A_1 は刷子出口の接觸面積

これらの關係を（2）式に代入すれば

$$(e-kG^{\frac{1}{n}})-L\frac{A}{T}G_T+kG_T^{\frac{1}{n}}=0\cdots\cdots(7)$$

(b) 刷子入口の電流密度

$\lim t\to 0$ に於ける刷子入口の電流密度を G_0 とすれば

$$(e+kG^{\frac{1}{n}})-L\frac{A}{T}G_0-kG_0^{\frac{1}{n}}=0\cdots\cdots(8)$$

$$-e_T'=e-kG^{\frac{1}{n}}\cdots\cdots(9)$$

$$e_0'=e+kG^{\frac{1}{n}}\cdots\cdots(10)$$

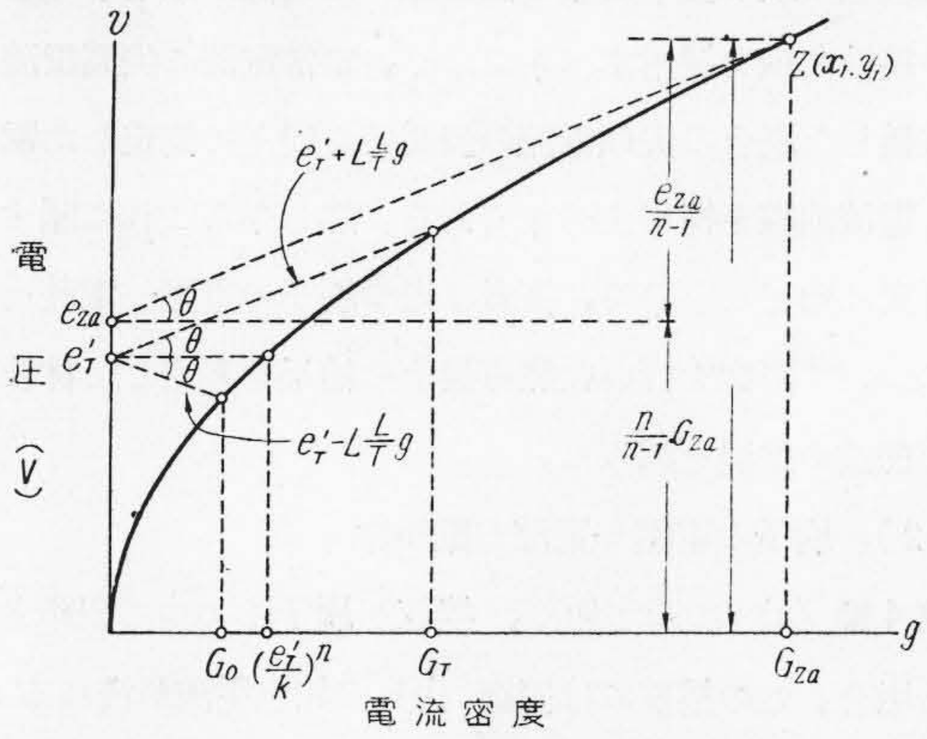
と置けば（7）式及び（8）式は次の如くなる。

$$e_T'+L\frac{A}{T}G_T-kG_T^{\frac{1}{n}}=0\cdots\cdots(11)$$

$$e_0'-L\frac{A}{T}G_0-kG_0^{\frac{1}{n}}=0\cdots\cdots(12)$$

(11) 式及び (12) 式を解いて刷子出口の電流密度 G_T 及び刷子入口の電流密度 G_0 を求めることが出來るが、次の如く、圖式的にこれを求めることが出來る。

さて**第2圖**で、刷子の靜特性曲線 $v=kG^{1/n}$ と直線



第2圖　e_T', e_{Za}, G_T, G_{Za} を求める作圖

Fig. 2　Drawing to Obtain e_T', e_{Za}, G_T and G_{Za}.

$v=e'_T+L\,{}^A/_T\,G_T$ との交點を求める。この交點の横座標は（11）式の G_T を與える。この直線が横軸となす角は

$$\theta=\tan^{-1}L\frac{A}{T}\cdots\cdots(13)$$

圖から明らかな如く、刷子出口の電流密度は e_T' 及び θ 角卽ち $L\,{}^A/_T$ と共に增加するが、直線 $v=e_T'+L\,{}^A/_T\,G_T$ は遂に**第2圖**の Z 點に於て刷子の靜特性曲線と接するに至る。この切線が縱軸を截る點を e_{Za}, 切點の横座標を G_{Za} とする。e_{Za} は短絡の終りに電流が零に收斂する限界値であるから、e_{Za} を限界電壓、G_{Za} を限界電流密度と名付ける。e_{Za} 及び G_{Za} は次式で與えられる。

$$e_{Za}=K\left(\frac{T}{LA}\right)^{\frac{1}{n-1}}\cdots\cdots(14)$$

$$G_{Za}=\frac{K}{n-1}\left(\frac{T}{LA}\right)^{\frac{n}{n-1}}\cdots\cdots(15)$$

こゝに $K=(n-1)\left(\frac{k}{n}\right)^{\frac{n}{n-1}}\cdots\cdots(16)$

上に述べた如く、e_{Za} は短絡の終りに電流が零に收斂する限界であり、これより大なる起電力が捲線素內に誘起されている場合には、短絡電流は最早や零には收斂し得ず、こゝに火花を發生するものとして安部氏は無火花の範圍を求めた。

起電力の方向が逆になれば短絡電流の方向が變るだけで大きさには影響ないから、刷子出口に火花を發生しないための條件は次の如く書くことが出來る。

$$\left.\begin{aligned}-e_{Za}\leqq e_T'\leqq+e_{Za}\\-G_{Za}\leqq G_T\leqq+G_{Za}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(17)$$

（17）式の無火花の條件は（9）式を考慮して次の如く書くことが出來る。

$$-e_{Za}+kG^{1/n}\leqq e\leqq e_{Za}+kG^{1/n}\cdots\cdots(18)$$

（2） 林教授の理論

北大林教授は刷子と整流子間の接觸電壓がある一定電壓（これを火花電壓と稱し、Hellmund は 3.2 V という値を發表している）[16] を超えると火花を生ずるという考えから安部氏の理論を訂正した整流理論を發表した。次にその概要を述べる。

（2）式を變形すれば次の如くなる。

$$v_1=v_2-e-L\left(A_1\frac{dg_1}{dt}+g_1\frac{dA_1}{dt}\right) \quad \cdots\cdots(19)$$

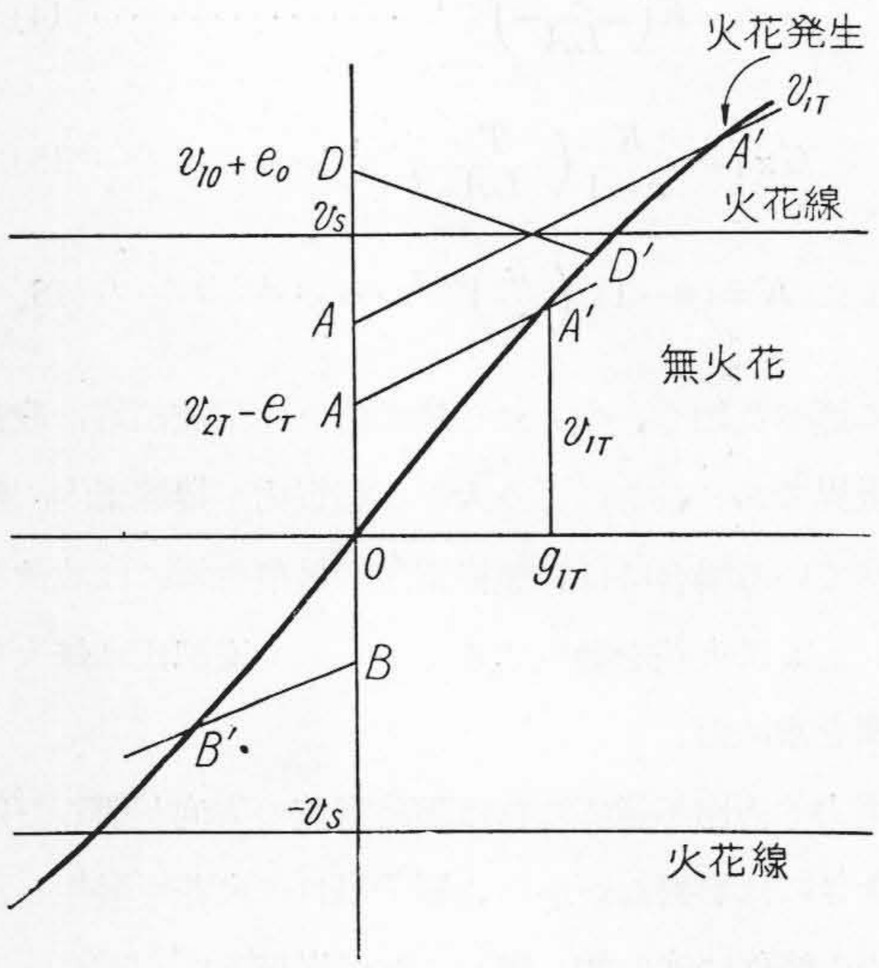
$\lim t\to T$ の時には上式は次の如くなる。

$$v_{1T}=v_{2T}-e_T Lg_{1T}\frac{dA_1}{dt}$$

$$=v_{2T}-e_T+Lg_{1T}+y_T V \quad \cdots\cdots(20)$$

但し、y_T は刷子出口の幅、V は整流子周邊速度、v_{1T} 及び v_{2T} は $\lim t\to T$ の時の刷子出口及び入口の接觸電壓、g_{1T} は $\lim t\to T$ の時の刷子出口の電流密度。

上式を解いて v_{1T} 及び g_{1T} を求められるが、**第3圖**で圖式的に求められる。**第3圖**で V_{1T} 曲線は電流密度



第3圖　整流周期の終りに於ける電流密度と刷子電壓を求める作圖

Fig. 3　Drawing to Obtain Current Density and Contact Drop of Brush at $\lim t\to T$.

g_1 を急增する場合の過渡特性曲線とする（安部氏は靜特性曲線を用いた。林教授は過渡特性曲線を用いたが、この過渡特性曲線が如何なる性質のものかについては全然觸れていない）。まづ(20)式の左邊は曲線そのものであり、右邊は $v_{2T}-e_T$ なる縱軸上の點を通過する直線の方程式であつて、これら兩者の交點の座標が(20)式の解を與える。若し $v_{1T}\geqq v_s$（v_s は火花電壓）ならば刷子出口に火花を生ずる。

整流周期の始め卽ち $\lim t\to 0$ に於ける刷子入口の接觸壓電 v_{20} は

$$v_{20}=v_{10}+e_0-Lg_{20}y_0V \quad \cdots\cdots(21)$$

但し、y_0 は刷子入口の幅、v_{10} 及び g_{20} はそれぞれ $\lim t\to 0$ の時の刷子出口の接觸電壓及び刷子入口の電流密度

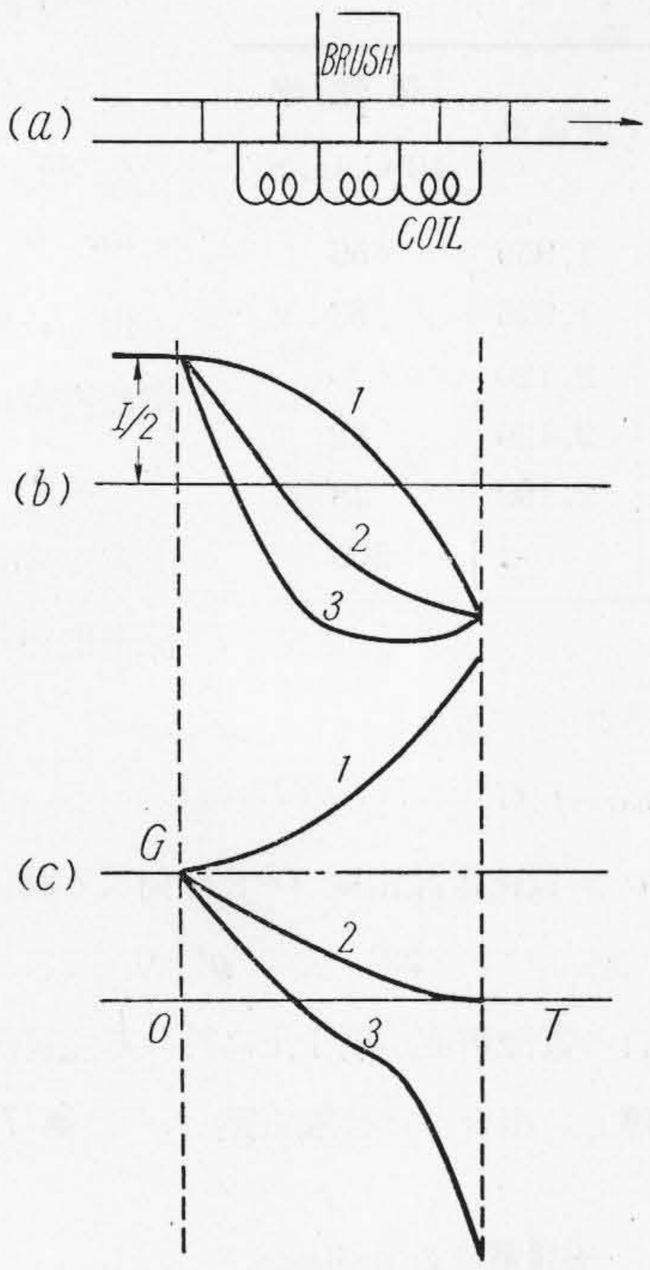
[Ⅲ] 筆者の理論

（1）概　要

實際の無火花整流帶は負荷電流が增大するに從つて狹くなり、且狹くなる割合は刷子の種類によつて著しく異なる。安部氏或は林教授の理論では無火花整流帶は負荷電流に無關係に一定で、上記の事實を說明することは困難である。既に述べた如く、安部氏は刷子の電壓電流特性に靜特性曲線を用い、又林教授は電流が急增する場合の過渡特性曲線を用いた。然し林教授はこの過渡特性曲線が如何なる性質のものであるかについては全然ふれず唯記號 v を用いているのみである。又阪大の犬石氏は過渡特性曲線を直線であるとして林教授の整流理論を取扱つている（電流が急增する場合の電壓—電流特性は直線に近くなるが、完全に直線にはならない。これについては次に述べる）。然し實際に刷子の出口及び入口に流れる電流は定常電流に尖頭電流を重疊したものとして取り扱うべきであり、而も尖頭電流の大きさが短絡捲線に誘起される起電力の大きさによつて變化するのであるから整流理論で取り扱う電壓電流特性には電流が急增する場合の特性曲線を採用すべきでなく、定常電流に尖頭電流を重疊した場合の尖頭電流の波高値を變えて測定した電壓—電流曲線を採用すべきである。然し乍らこれに關する研究は殆どないので、筆者は先づ刷子の電壓—電流特性について研究を行い、然る後その結果を利用して林教授の理論の進展を試みた。

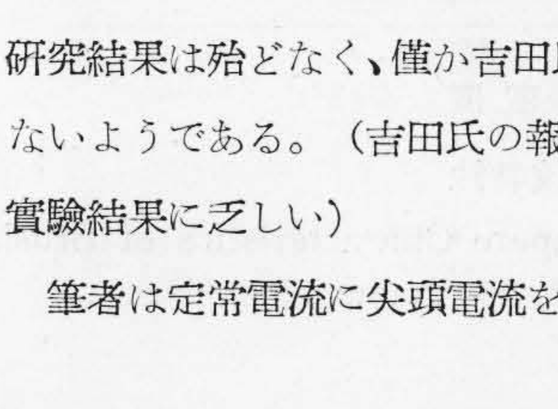
（2）刷子の電壓—電流の動特性

第4圖（a）に示す如く、捲線が刷子によつて短絡される場合、この捲線には同圖（b）の如き電流が流れる。この場合の刷子出口の電流密度は同圖（c）の如くなる。卽ち刷子出口に於ける電流密度を**第5圖**の如く、主電流



(b)　整流曲線
(c)　刷子出口の電流密度
1.　不足整流
2.　補償良好の場合
3.　過整流

第4圖　整流曲線及び刷子出口の電流密度
Fig. 4　A Typical Commutating Condition.



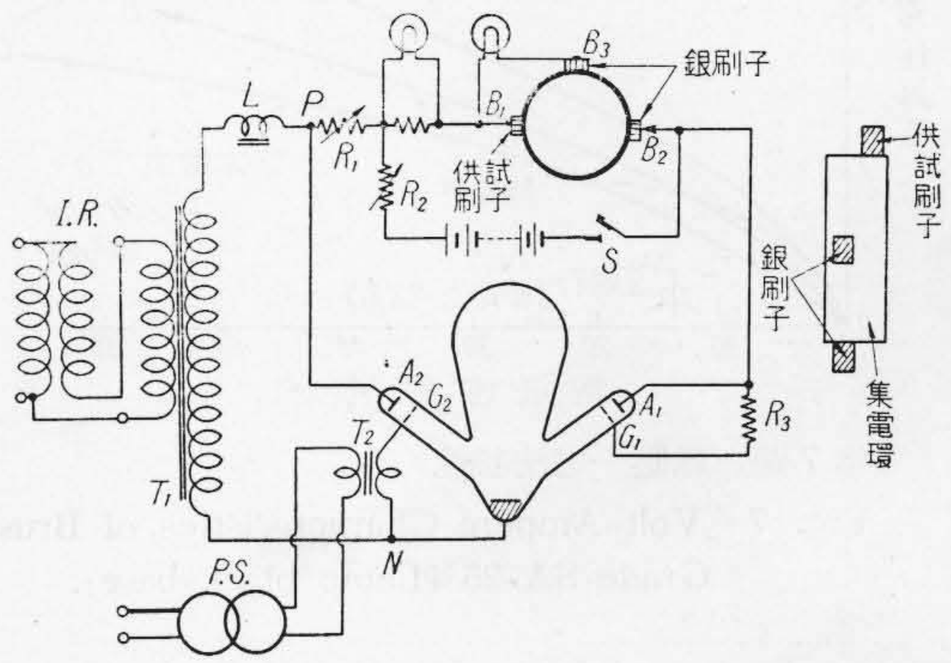
第5圖　刷子出口の電流密度
Fig. 5　The Current Density at Leaving Side of the Brush.

の刷子上に於ける平均電流密度 G に尖頭電流密度 g' を重疊したものとして考えるべきである。卽ち

$$g=G+g' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

尖頭電流とそれに對する接觸電壓の關係については、Hellmund によつて旣に明らかにされているが、刷子出口に流れるが如き電流密度に對する電壓特性についての研究結果は殆どなく、僅か吉田氏の實驗[17]があるに過ぎないようである。（吉田氏の報告は簡單なものであり、實驗結果に乏しい）

筆者は定常電流に尖頭電流を重疊した場合（**第5圖**參照）の尖頭電流の波高値を變え、これに對する刷子の接觸電壓を測定した（これを刷子の電壓電流の動特性と呼ぶことにする）。刷子の動特性が刷子の種類、尖頭電流の幅（一尖頭波電流の通電時間をこう呼ぶことにする。これは實際の場合の整流周期に相當する）及び重疊する定常電流の大きさによつて如何に影響されるかを明らかにするため、次の如き實驗を行つた。卽ち、直徑 80 mm の銅製滑動環を 65 W の小型誘導電動機に直結せしめ、この環上に刷子3箇を 750 g/cm² の壓力で垂直に接觸せしめた。供試刷子以外の2箇の刷子は、これを供試刷子と異つた摺動路を摺動せしめた（**第6圖**參照）。**第6圖**の



第6圖　試　驗　回　路
Fig. 6　Testing Circuit.

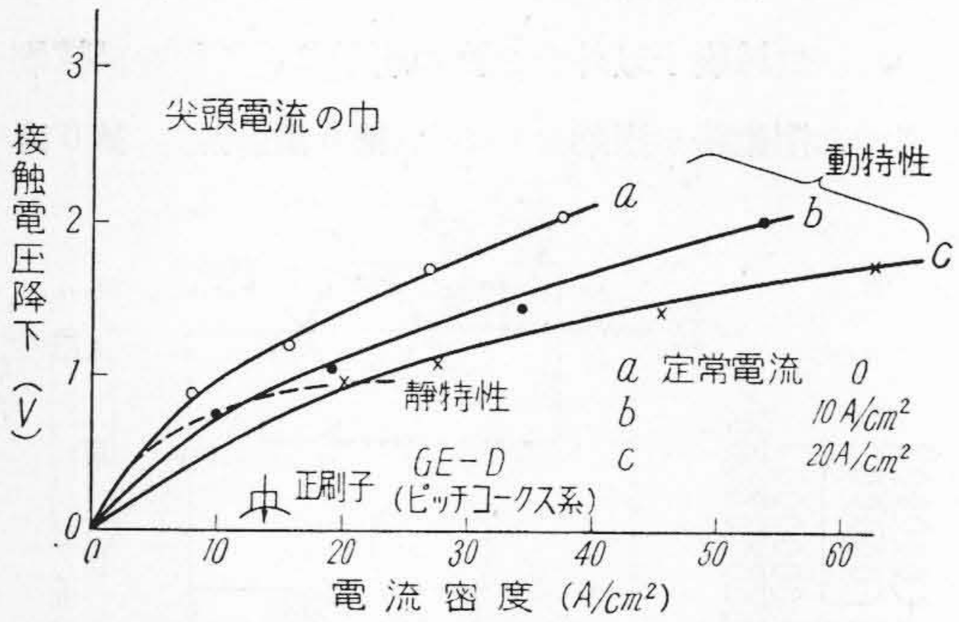
如き方法により刷子に尖頭電流を流し、誘導電壓調整器 I. R. 及び抵抗 R_1 により尖頭電流の波高値を變えて電壓—電流特性を求め、次に尖頭電流に直流を重疊した場合及び尖頭電流の幅を變えた場合（移相調整器 P. S. により格子 G_2 に印加する電壓の位相を變える）について實驗を行つた。電壓及び電流は主として電磁オツシログラフによつて測定したが、ブラウン管オツシログラフでも測定を行つた。

先づ刷子の種類が電壓—電流の動特性に如何に影響するかを明らかにするため、油煙系、ピッチコークス系、黑鉛系、金屬黑鉛系の代表的刷子6種について實驗を行つた。**第1表**に供試刷子の物理特性を示す。

尖頭電流の幅を 8 m sec とした場合の測定結果を**第7圖～第9圖**に示す。又尖頭電流の幅を 2 m sec とした場合の測定結果の一例を**第10圖**に示す。圖の曲線 a は尖

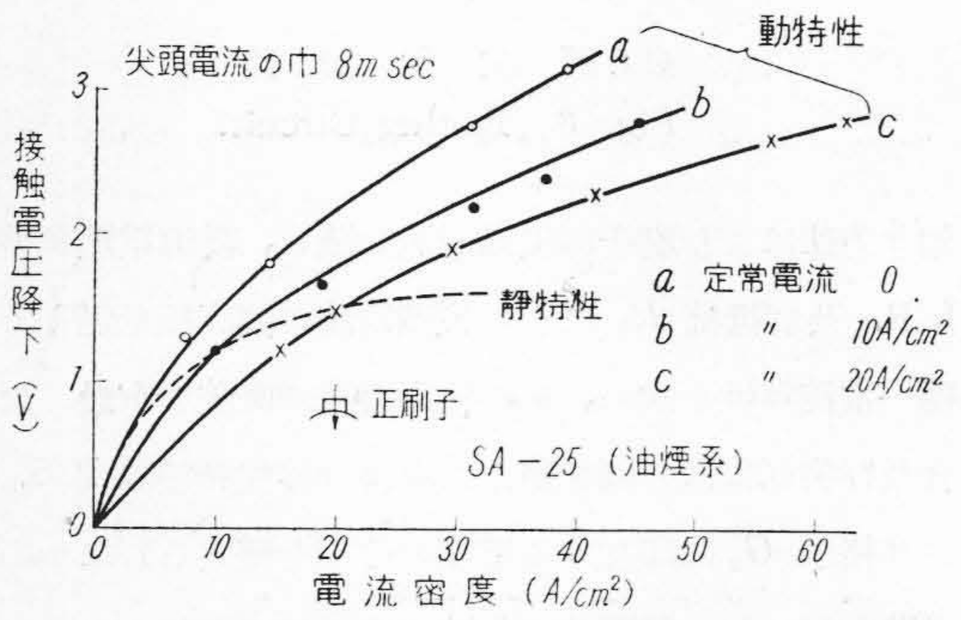
第1表 供試刷子の物理特性

刷子名稱	製造會社	主原料	固有抵抗 Ω-cm	接觸抵抗 HDR Ω	眞比重	彈性率 10^6C.G.S.
SA-35	ナショナル	油煙	0.0064	0.043	1,956	56
SA-25	〃	〃	0.0053	0.041	1,926	83
NCC-258	〃	ピッチコークス	0.0023	0.029	2,120	—
GE-D	ジーイー	〃	0.0021	—	2,120	82
HM-6	モルガナイト	黒鉛	0.0013	0.0022	2,199	48
FRB-50	試作品	黒鉛50% 銅50%	0.00014	—	—	300



第7圖　電壓一電流特性

Fig. 7　Volt-Ampere Characteristics of Brush Grade SA-25 (Lamp black-base).



第8圖　電壓一電流特性

Fig. 8　Volt-Ampere Characteristics of Brush Grade GE-D (Coke-base).

頭電流のみを流し、その大きさを變えた場合であり曲線 b 及び c はそれぞれ 10 A/cm², 20 A/cm² の直流を流しておき、これに重疊する尖頭電流の大きさ及び方向を變えた場合である。**第7圖～第10圖**の結果を對數目盛のグラフに書くと、例えば**第11圖**の如く電壓と電流の關係は直線となる。從つて動特性曲線は次式で表わされる。

$$v=k_G g^{1/m} \quad \cdots\cdots(23)$$

$n>m>1$,

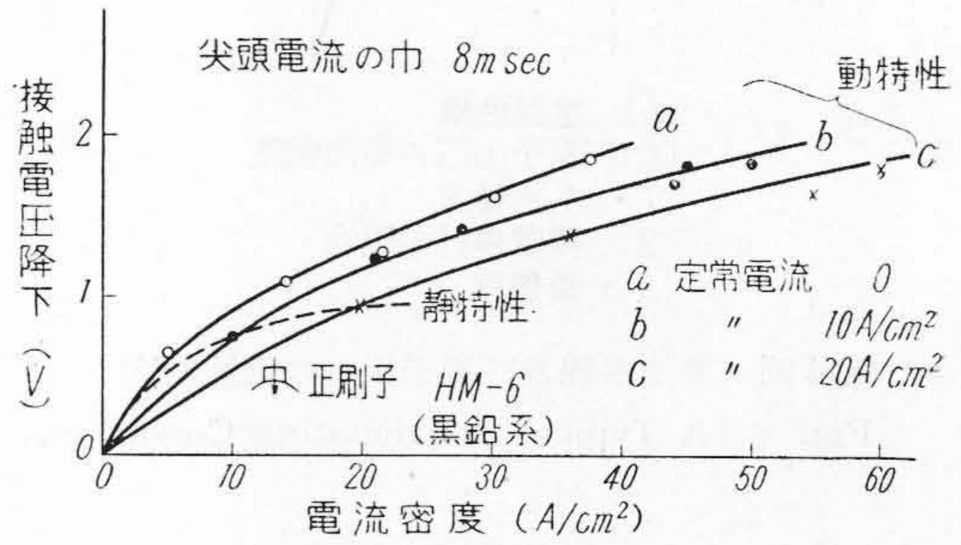
$k_G>0$

但し、k_G は負荷電流密度によつて決まる常數

上式の k_G は負荷電流密度 G の函數として表わされる。卽ち

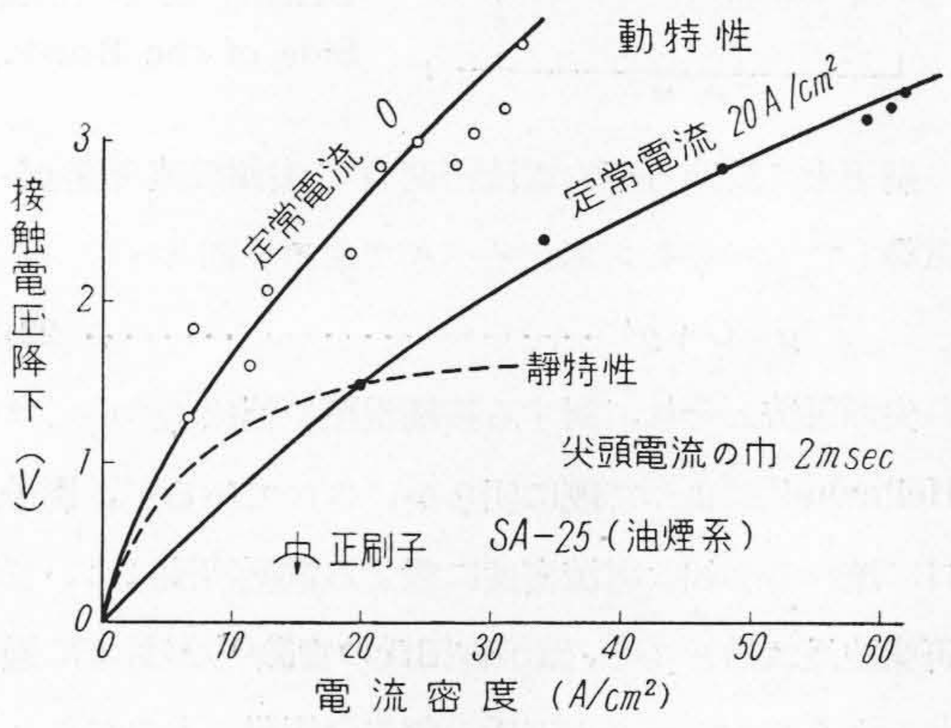
$$k_G=f(G) \quad \cdots\cdots(24)$$

さて k_G が負荷電流密度 G と如何なる關係にあるかを檢討してみよう。(22) 式で $g'=0$ の時は $g=G$ 卽ち刷子出口の電流密度が刷子上に於ける主電流の平均電流密度に等しい場合には接觸電壓 v_G は**第7圖**及び**第**



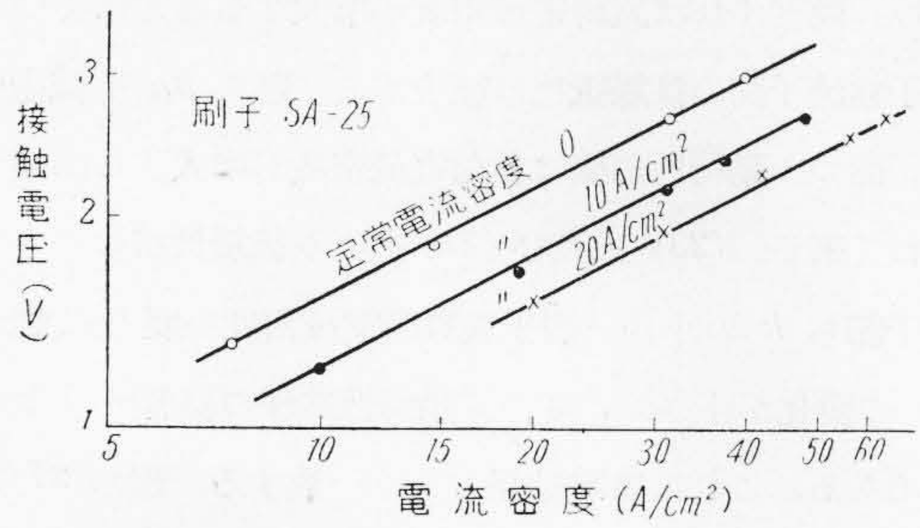
第9圖　電壓一電流特性

Fig. 9　Volt-Ampere Characteristics of Brush Grade HM-6 (Graphite-base).



第10圖　電壓一電流特性

Fig. 10　Volt-Ampere Characteristics of Brush Grade SA-25 (Lamp black-base).



第11圖　電壓一電流特性

Fig. 11　Volt-Ampere Characteristics of Brush Grade SA-25.

10 圖で靜特性曲線と動特性曲線との交點となる。 從つてこの場合の接觸電壓を v_G とすれば

$$v_G = kG^{\frac{1}{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

又　$$v_G = k_G G^{\frac{1}{m}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

$$\therefore \quad k_G = \frac{kG^{1/n}}{G^{1/m}} = kG^{\frac{-n-m}{mn}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

第7圖～第 10 圖の結果から明らかな如く、定常電流の大きさが變化することによつて動特性曲線が移動するが、(23) 式の m は殆んど一定である。（**第11圖**で各直線の傾斜が同じである）各種刷子について測定した結果から m の値を求めると**第2表**の如くなる。この結果

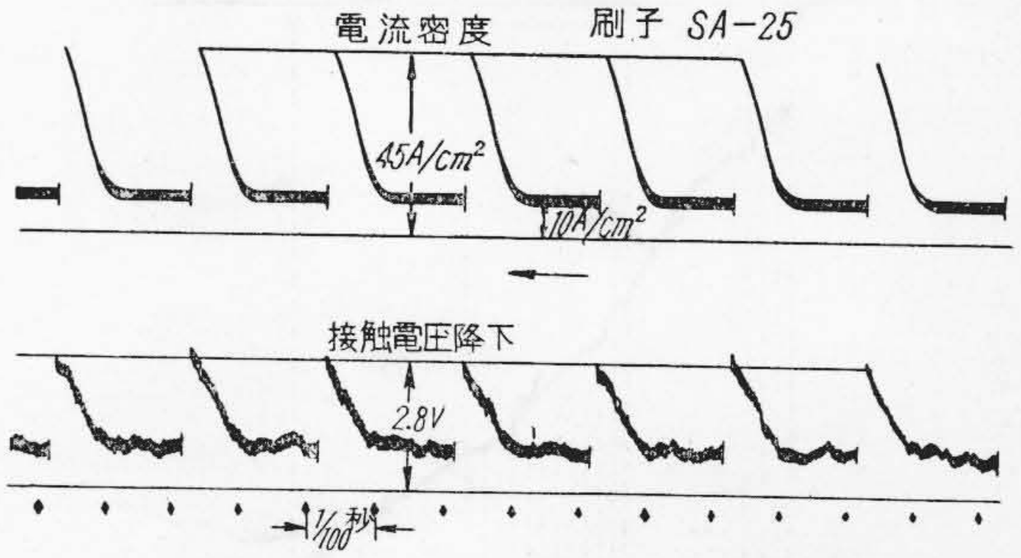
第2表　常數 m の値

刷子名稱	m		備　　考
	*8 m sec	*2 m sec	
SA-35	1.81	—	油　煙　系
SA-25	1.82	1.46	〃
NCC-258	1.81	—	ピッチコークス系
GE-D	1.80	1.42	〃
HM-6	1.75	—	黒　鉛　系
FRB-50	1.50	—	金屬黒鉛系

*　光頭電流の幅

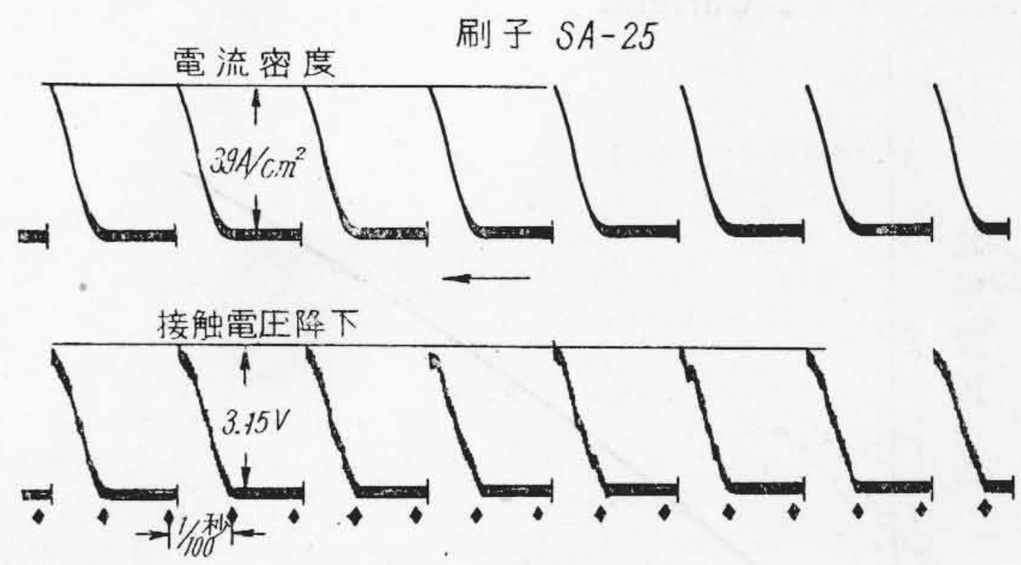
より尖頭電流の幅が狹い程、又刷子の接觸抵抗の小さい程 m の小さいことが判る。卽ち尖頭電流の幅が狹い程、又刷子の接觸抵抗が小さい程過渡特性曲線は直線に近くなる。電磁オッシログラフで測定した場合でも、又ブラウン管オッシログラフで測定した場合でも餘り變りがなかつたが、後者で測定した場合の方が m の値が幾分小さかつた。電流及び電壓波形は**第 12 圖**及び**第 13 圖**の如くであるが、このオッシログラムの一尖頭波から電壓と電流の關係を**第 14 圖**の如き方法で求めると電壓一電流曲線は**第 15 圖**の如くなる。この場合の特性曲線は著しく直線に近くなるが、完全に直線にはならない。

定常電流に尖頭電流を重疊した場合の電壓一電流特性



第12圖　光頭電流を流した場合の電流及び電壓のオッシログラム

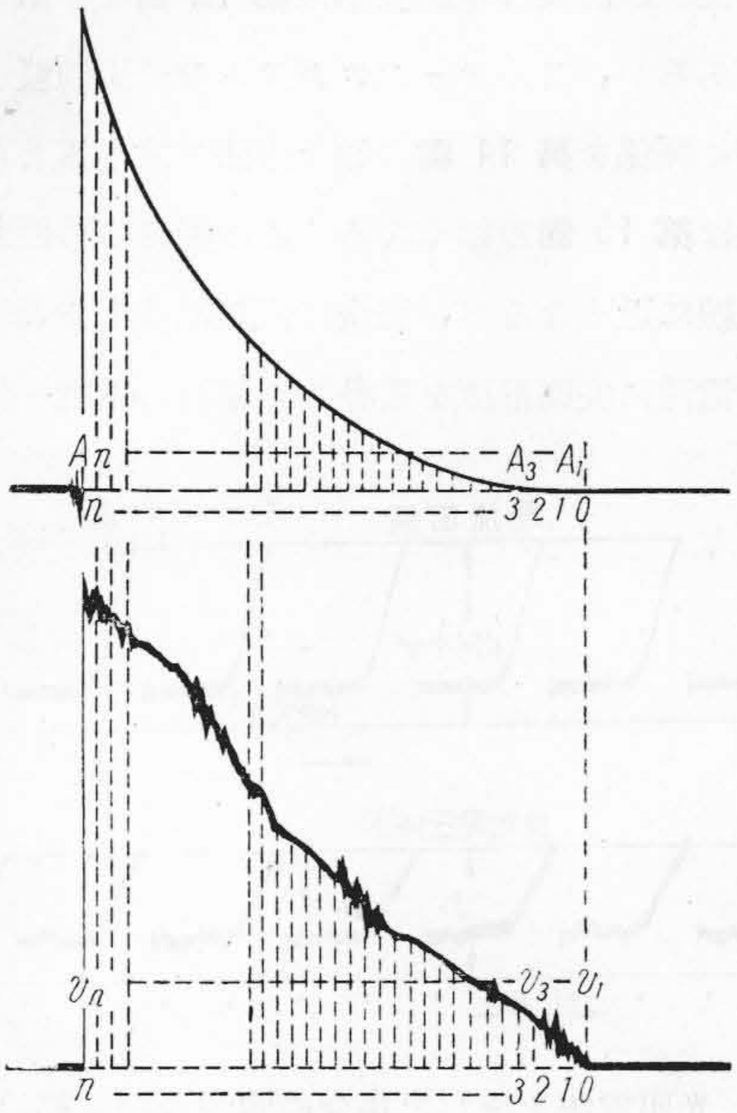
Fig. 12　Oscillogram of Voltage and Current When The Rapidly Increasing Current Pass Through The Brush Contact.



第13圖　光頭電流を流した場合の電流及び電壓のオッシログラム（定常電流重疊）

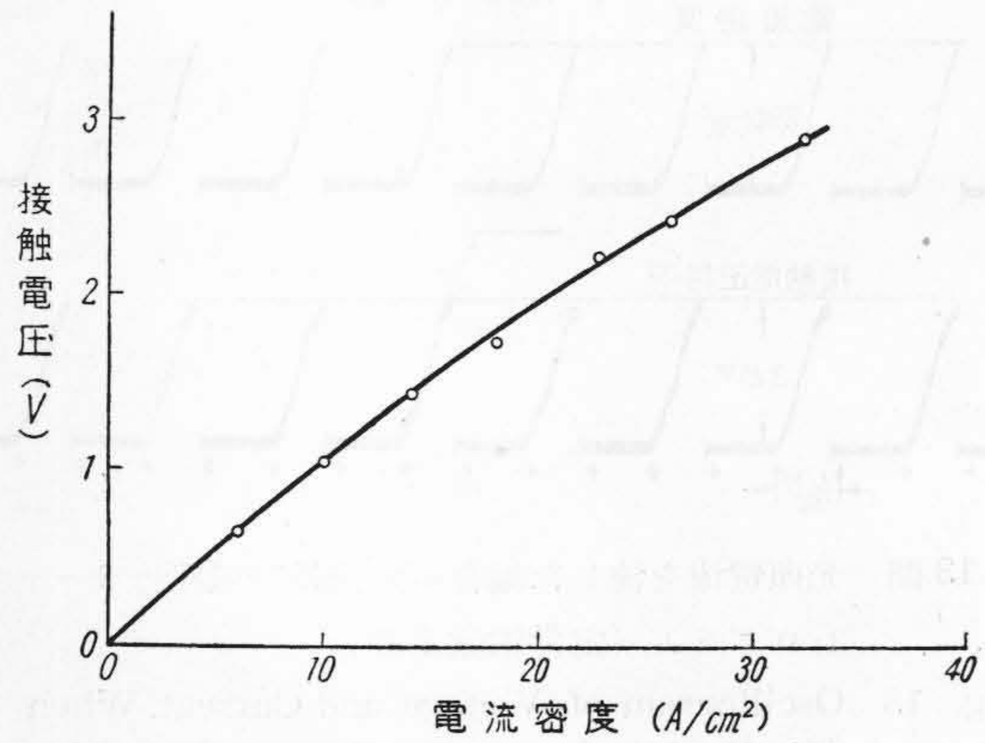
Fig. 13　Oscillogram of Voltage and Current When The Rapidly Increasing Current Pass Through The Brush Contact.

の最も著しい特徴は動特性曲線が定常電流によつて移動することである。その移動は接觸抵抗の最も大きい油煙系が最も大きく、ピッチコークス系、黒鉛系、金屬黒鉛系の順に小さい。これより動特性曲線の移動は接觸抵抗の大きさに影響することが判る接觸抵抗が大きい程電流による接觸面の溫度上昇は大きく、從つて接觸抵抗の變化も大きい（接觸面の溫度が高くなるに從つて接觸抵抗



第14圖　電流を急増する場合の電壓、電流を求める作圖

Fig. 14　Drawing to Obtain Voltage and Current for Rapidly Increased Current.



第15圖　電壓一電流特性

Fig. 15　Brush Volt-Ampere Characteristics.

は減少する)。

(27) 式で $m=1$ の場合には (27) 式は次の如くなる。

$$k_G=\frac{kG^{1/n}}{G} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

(28) 式は定常電流が流れた場合の接觸抵抗を表わしている。即ち或る負荷電流密度 G に於ける過渡特性曲線を表わす k_G はその負荷電流密度に於ける接觸抵抗に等しい。換言すれば負荷電流密度が增大することによつて刷子整流子間の接觸抵抗は減少する。即ち k_G が減少する。從つて動特性曲線は負荷電流密度が增大するに從つてねて來る。(23) 式及び (27) 式より接觸抵抗の小さい刷子即ち k の小さい刷子程負荷電流密度の變化に對し k_G の變化が小さく、從つて動特性曲線の移動が少ない譯である。これは實驗結果とよく一致する。即ち(27)式及び (23) 式によつて定常電流に尖頭電流を重疊した場合の電壓一電流特性が充分よく表わし得られることが判つた。

次に以上述べた如き刷子の電壓一電流特性を應用して整流理論の進展を試みることにする。

(3)　基本式

(A)　刷子出口の接觸電壓

第1圖で回路に自己誘導が存在する場合には、誘導の影響により短絡電流が零に收斂し得るものかどうか不明で、短絡の終りに頭から $i=0$ と置くわけには行かない然し $\lim_{t\to T}\ i=0$ の假定の下に次の關係が成立する。

$$\lim i_1=0\ ,\quad \lim g_1=G_T$$

(23) 式を用いれば $\lim v_1=v_{1T}=k_GG_T^{1/m}$

$\lim i_2=I$ 故に $\lim g_2=G$, $\lim v_2=v_{2T}=kG^{1/n}$

從つて $\lim t\to T$ には (19) 式は次の如くなる。

$$k_GG_T^{1/m}=kG^{1/n}-e_T+LG_Ty_TV \cdots\cdots(29)$$

(B)　刷子入口の接觸電壓

$\lim t\to 0$ には次の關係が成立する。

$\lim i_1=I$ 故に $\lim g_1=G$ $\lim v_1=v_{10}=kG^{1/n}$

又 $\lim i_2=0$, $\lim g_2=G_0$, $\lim v_2=v_{20}=k_GG_0^{1/m}$

從つて $\lim t\to 0$ には (19) 式は次の如くなる。

$$k_GG_0^{1/m}=kG^{1/n}+e_0-Ly_0G_0V \cdots\cdots\cdots(30)$$

(C)　v_{1T} 及び v_{2T} の圖式的解法

$$kG^{1/n}-e_T=e_T' \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

$$kG^{1/n}+e_0=e_0' \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

と置けば、(29), (30) 式は次の如くなる。

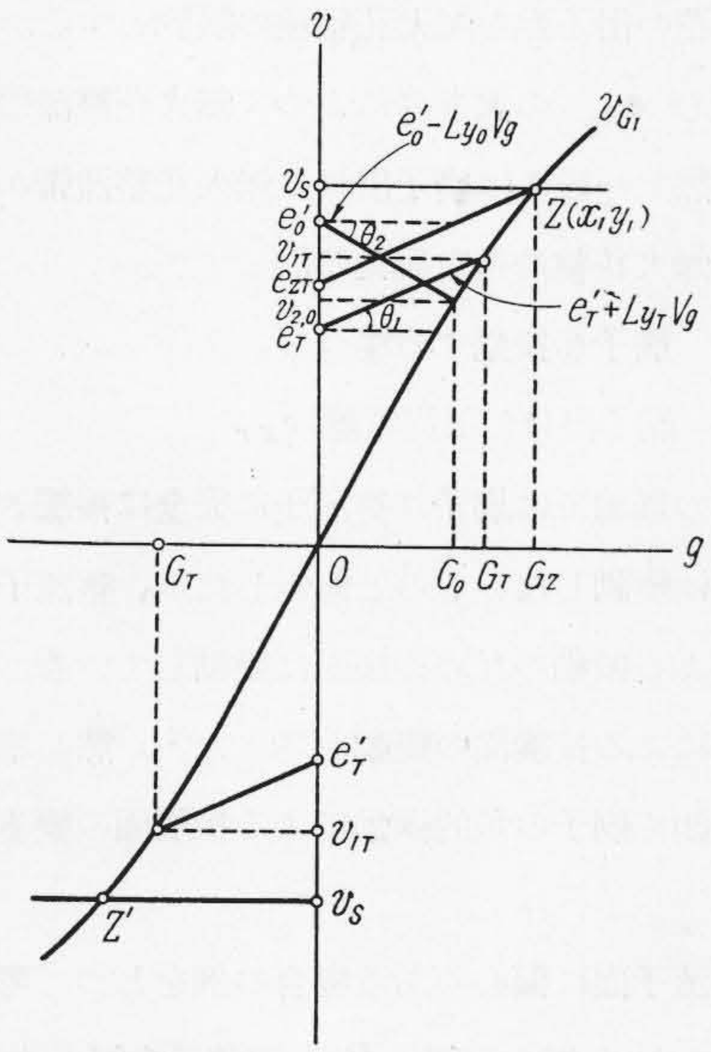
$$v_{1T}=e_T'+LG_Ty_TV \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$v_{20}=e_0'-LG_0y_0V \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

(33), (34) 式で刷子出口及び入口の電流の方向は、e_T' 及び e_0' が正なるか負なるかによつて一意的に決定

される。

(33) 式及び (34) 式を解いて v_{1T} 及び v_{20} をそれぞれ求められるが、これらを圖式的に求めることが出來る。卽ち、**第 16 圖**に於て v_G 曲線を (23) 式で表わされる刷子の電壓—電流曲線とし、縱軸上の e_T' 點から



第 16 圖　e'_T, e_0' e_{ZT}, v_{1T}, v_{20} を求める作圖

Fig. 16　Drawing to Obtain e_T', e_0', e_{ZT}, v_{1T} and v_{20}.

$$\theta_1=\tan^{-1}Ly_TV \quad \cdots\cdots(35)$$

なる直線を引き、特性曲線との交點を求めれば、v_{1T} 及び G_T を得る。

直線 $e_T'+Ly_TVg$ は一般に刷子の動特性曲線を 2 回截る。兩點とも (33) 式を滿足するが、電氣的には 2 回目の交點は不安定なものであるから、今は取り扱う必要がない。交點が作圖的に求め得られる限り G_T は有限であり、刷子出口の接觸面積 A_1 は $\lim t\to T$ で零であるから、短絡電流は零に收斂することになり、$\lim_{t\to T} i=0$ の假定から出發したこの作圖法は結果と矛盾しない。

(34) 式は直線を示す項の符號が負であるから、前項とは逆に e_0' 點から

$$\theta_2=\tan^{-1}Ly_0V \quad \cdots\cdots(36)$$

なる直線を引き曲線との交點を求めれば、v_{20} 及び G_0 を得る。

（4）　刷子出口及び入口の限界電壓

林敎授の理論に從えば、整流周期の終りの刷子出口の接觸電壓及び整流周期の始めの刷子入口の接觸電壓が火花電壓 v_s 以上になつた場合に火花を發生する。從つて刷子の特性曲線 $v=k_Gg^{1/m}$ と $y=v_s$ なる直線の交點が限界點となる。

（A）　刷子出口の限界電壓 e_{ZT}

第 16 圖で明らかな如く、刷子出口の接觸電壓 v_{1T} 及び電流密度 G_T は e_T' 及び角 θ_1 卽ち Ly_TV の增加と共に增加し、遂に直線 $(e_T'+Ly_TVg)$ は遂に Z 點を通過する。この場合の v_{1T} 及び G_T がそれぞれ v_s 及び G_Z であり、又この直線が縱軸を截る點が限界電壓 e_{ZT} である。

次に e_{ZT} の大きさを求めてみよう。一般に直線 $y=a+bx$ (a, b は常數) が曲線 $y=k_Gx^{1/m}$ と點 Z (x_1, y_1) に於て交るための條件は

$$y_1=k_Gx_1^{1/m}, \quad y_1=a+bx_1$$

これを聯立として解けば次の關係を得る。

$$y_1=a+b\left(\frac{y_1}{k_G}\right)^m \quad \cdots\cdots(37)$$

第 16 圖について云えば、$a=e_{ZT}$, $b=\tan\theta_1=Ly_TV$ $y_1=v_s$, $x_1=G_Z$ であるから、これらを (37) 式に代入して e_{ZT}, G_Z を求めれば

$$e_{ZT}=v_s-Ly_TV\left(\frac{v_s}{k_G}\right)^m \quad \cdots\cdots(38)$$

$$G_Z=\left(\frac{v_s}{k_G}\right)^m \quad \cdots\cdots(39)$$

(B)　刷子入口の限界電壓 e_{Z_0}

刷子入口の限界電壓 e_{Z0} も同樣にして求められる。刷子入口の限界電壓 e_{Z_0} は

$$e_{Z0}=v_s+Ly_0V\left(\frac{v_s}{k_G}\right)^m \quad \cdots\cdots(40)$$

（4）　無火花整流帶

刷子出口及び入口の接觸電壓 v_{1T} 及び v_{20} が v_s に達する迄卽ち回路の見かけの起電力 e_T' 及び e_0' がそれぞれ e_{ZT}, e_{Z_0} に達するまで火花を發生することなく整流し得る譯である。見かけの起電力 e_T' 及び e_0' の方向が逆になれば、短絡電流の方向が變るだけで大きさ

には影響ないから、無火花整流の條件を次の如く書くことが出來る。

刷子出口　$+e_{ZT} \geqq e'_T \geqq -e_{ZT}$ ……(41)

刷子入口　$+e_{Z_0} \geqq e_0' \geqq -e_{Z_0}$ ……(42)

(41), (42) 式は (31) 式及び (32) 式を考慮し、次の如く書くことが出來る。

刷子出口　$+e_{ZT}+kG^{1/n} \geqq e_T \geqq -e_{ZT}+kG^{1/n}$ ……(43)

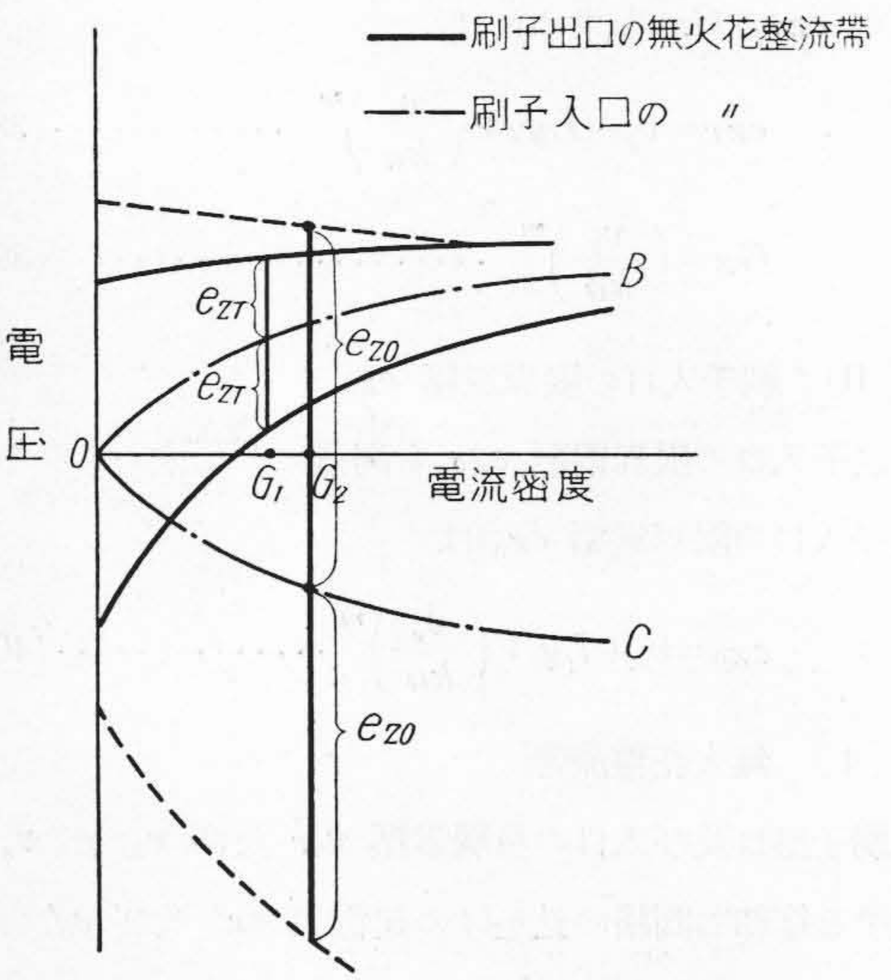
刷子入口　$+e_{Z_0}-kG^{1/n} \geqq e_0 \geqq -e_{Z_0}-kG^{1/n}$ ……(44)

(38) 式に (27) 式を代入すれば

$$e_{ZT}=v_s-Ly_TV\left(\frac{v_s}{kG^{-\frac{n-m}{mn}}}\right)^m \quad \cdots(45)$$

(45) 式から刷子上に於ける平均電流密度 G が增大するに從つて e_{ZT} の値は指數函數的に減少することがわかる。よつて**第17圖**に於て刷子の靜特性曲線 $v=kG^{1/n}$ (OB 曲線)の上下に各負荷電流密度に對する e_{ZT} を距てた點をとれば、これらの點を結ぶ曲線は刷子出口の無火花整流帶を與える。

刷子入口の無火花整流帶は靜特性曲線の符號を變えたもの卽ち**第17圖**の OC 曲線の上下に e_{Z_0} を距てた點の軌跡となる。(40) 式から明らかな如く、e_{Z_0} は負荷電流密度が增大する程大きくなる（振動のない場合)。



第17圖　無火花整流帶を求める作圖法

Fig. 17　Drawing to Obtain Sparkless Commutating Zone.

實際に無火花整流帶を求める場合には刷子入口と出口を區別して測定するわけでなく、補極電流を增減して最初に火花の出る點を無火花整流の限界とするから $kG^{1/n}$, e_{ZT} 及び e_{Z_0} の大きさによつて無火花整流帶が決定される。然し一般には刷子出口の無火花整流帶が我々の測定する無火花整流帶を與える。

（5）　刷子が振動する場合

（A）　刷子出口の限界電壓 e_{ZT}

以上の理論では刷子は整流子に完全に接觸していて、接觸面は變動しないものと假定したが、整流子の偏心凹凸等による振動のため接觸面は變動している。林敎授は縱振動による接觸面の變動を考えた[2]。然し筆者は次に述べる如く刷子の角的振動による接觸面の變動を考えた。

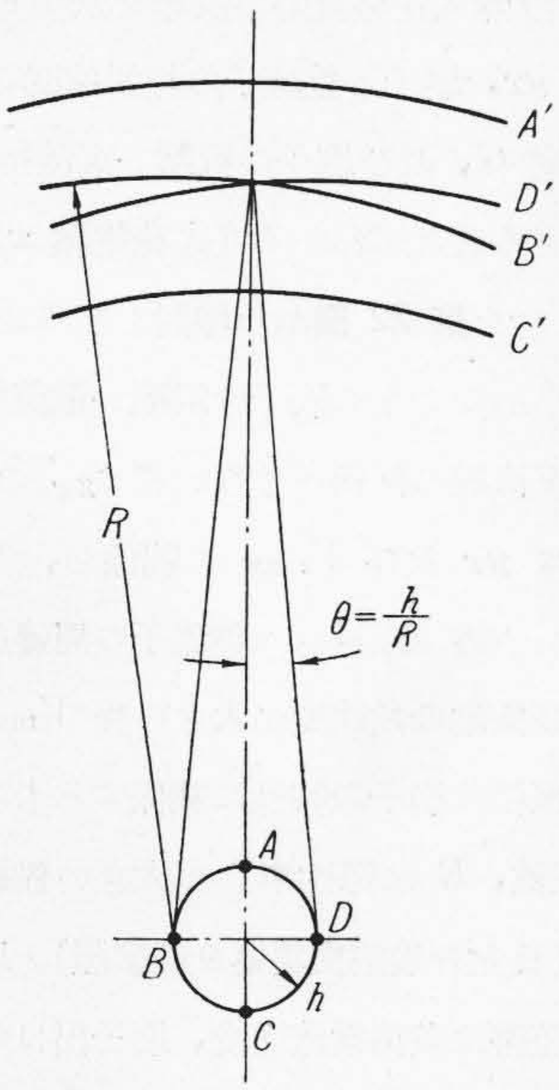
今整流子面に偏心のある場合の例をとつて考える。**第18圖**で h を偏心半徑、R を整流子半徑とすると、一回轉中整流子中心が A, B, C, D 點にあるとき、整流子面はそれぞれ A′, B′, C′, D′ の如くなる。卽ち整流子面は e を振幅とし回轉數に該當する振動數を以て單弦上下動をなすと共に、その傾斜角度が $\theta \fallingdotseq \frac{h}{R}$ を振幅とする單弦變化をするものである。

次に整流子面の凹凸による振動を考えてみる。整流子面は極めて精密に仕上げられるが、工作機械の精度により微少のイビツが出來る。又整流子片の接面壓力配布が不均一な場合には、使用中に整流子片の輕微な凹凸を生ずる。かゝる場合刷子が假りに整流子面に絕えず接着すると考えると刷子は整流子片一枚を通る毎に少なくとも dx なる上下動と $d\theta$ なる角の變化を强いられる(**第19圖**參照)。

今整流子面が**第20圖** A の如き單弦振動をするものと假定する。卽ち

$$x=h\cos\omega t \quad \cdots(46)$$

整流子面が斯の如き變化をする場合、整流子面は次の如き傾きの變化をすることを稻木氏が明らかにしている卽ち、**第20圖**（A）の如き整流子面上下動の正弦波を面



第 18 圖　偏心による整流子面の運動

Fig. 18　Motion of Commutator Surface Due to Eccentricity.

に沿える函數として表わすと

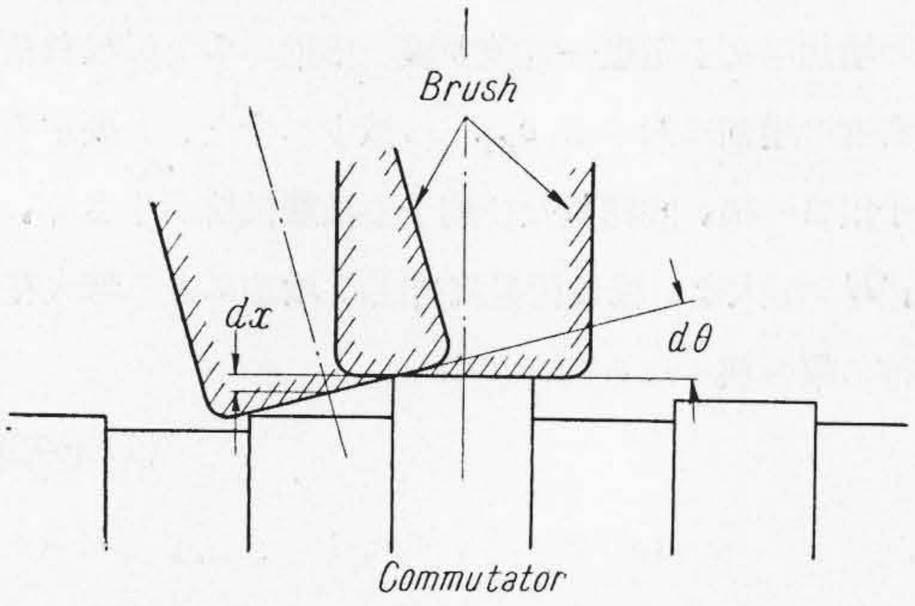
$$x=h\cos\frac{\pi l}{\tau}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

但し τ は長さで表わした振動の半周期(**第 20 圖**參照)

從つて面の傾き φ は

$$\varphi\fallingdotseq\tan\theta=\frac{dx}{dl}=-\frac{\pi h}{\tau}\sin\frac{\pi l}{\tau}\quad\cdots\cdots(48)$$

然るに V' を整流子の周速とすると $V'=\dfrac{2\tau ns}{60}$ (n は回轉數、s は一回轉中の凹凸の數) であり、$l=V't$ とおき得るから結局 $l=\dfrac{2\tau nst}{60}$ これを上式に代入すると

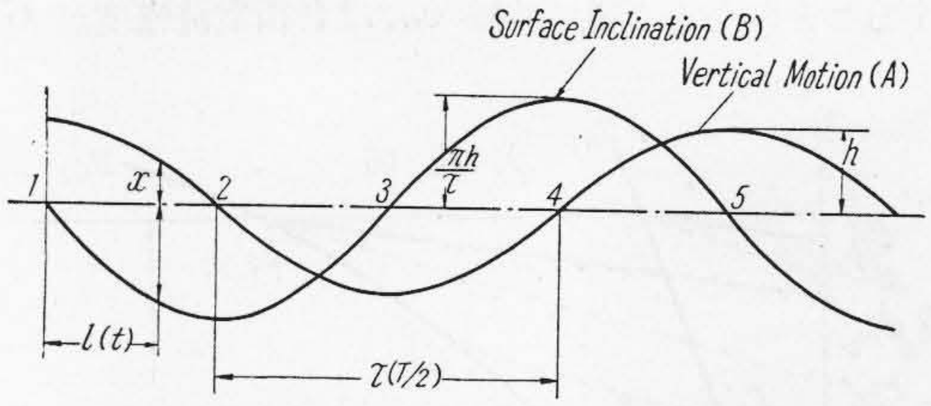


第 19 圖　整流子面の凹凸

Fig. 19　Uncveness of Commutator Surface.

$$\varphi=-\frac{\pi h}{\tau}\sin\frac{2\pi nst}{60\tau}=-\frac{\pi h}{\tau}\sin\omega t\quad\cdots(49)$$

これを曲線に畫くと**第 20 圖** (B) の如くなる。



第 20 圖　整流子面の上下動及び角的變化曲線

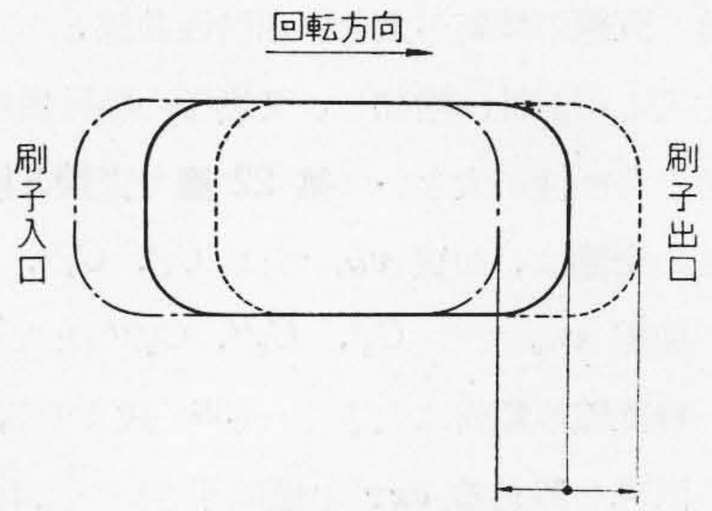
Fig. 20　Vertical and Tilting Motion of Commutator Surface.

斯の如く、整流子面は角的變化をするため、刷子は當然角的振動を強いられるわけである。(49) 式の如き振動が刷子面に與えられる場合の刷子の傾き θ は

$$\theta=-a\sin\omega t\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

但し、a は $\pi h/\tau$, 刷子の彈性率 E 及び粘性係數 ξ に關係する常數 ($\xi/\sqrt{E}$ が大き程刷子の振動振幅は小さい。日立評論論文集第 9 號參照)

刷子が角的振動をする場合、刷子の接觸面は變動する。今接觸面が**第 21 圖**の如く變動するものとする。こ



第 21 圖　振動による刷子接觸面の變動

Fig. 21　Variation of Brush Contact Surface Due to The Vibration.

の場合の接觸面の回轉方向の變位を y とすれば、y は次の如くおくことが出來る。

$$y\fallingdotseq-k'a\sin\omega t\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

但し k' は比例常數

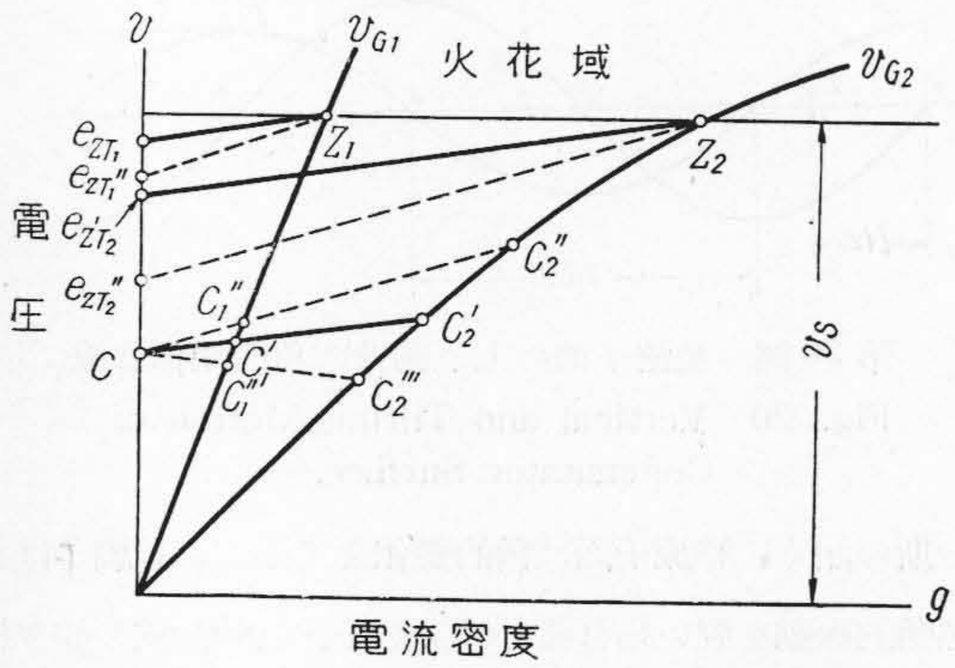
從つて刷子接觸面が變動する速度は

$$\frac{dy}{dt}=-k'a\omega\cos\omega t=V''$$

刷子接觸面と整流子の相對速度を V とすれば

$$V=V'-V''\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(52)$$

刷子が振動する場合には(45)式の V が變化することになる。V が變化することは**第22圖**で直線の傾斜が變化することになる（圖で曲線 v_{G_1} は負荷電流密度が G_1



第22圖　直線（$e_{ZT}+Ly_TV_{max}g$）及び動特性曲線の變動による e_{ZT} の變化

Fig. 22　The Effect of The Change of Inclination of Straight-line ($e_{ZT}+Ly_TV_{max}g$) and Transient Characteristic Curve.

の時の刷子の動特性曲線、曲線 v_{G_2} は負荷電流密度が G_2 の時の動特性曲線)。即ち振動のない場合には CC_2' であつたものが、振動のある場合には CC_2'', CC_2''' の如くなる。直線の傾斜が大きい程特性曲線との交點は火花域に立入る可能性は增加し、又刷子の特性曲線がねている程その可能性が大きい（**第22圖**で直線と刷子の特性曲線との交點は、曲線 v_{G_1} では C_1', C_1'', C_1''' であるが、曲線 v_{G_2} では C_2', C_2'', C_2''' となる)。V が大きい程直線の傾斜は大きく（(35)式より)、無火花整流帶の限界を與える e_{ZT} の値は小さい（これは(45)式或は**第22圖**より明らかである)。從つて V が變化する場合の刷子出口の無火花整流帶を論ずるには V の最大値 V_{max} を用いればよい。

$$V_{max}=V'+V''_{max}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

但し　$V''_{max}=k'a\omega$

從つて（45）式は

$$e_{ZT}=v_s-Ly_TV_{max}\left(\frac{v_s}{kG^{-\frac{n-m}{mn}}}\right)^m$$

$$=v_s-Ly_TV_{max}G^{\frac{n-m}{n}}\left(\frac{v_s}{k}\right)^m\quad\cdots\cdots(54)$$

(54)式より無火花整流帶の限界を示す e_{ZT} の値は刷子出口の幅 y_T、刷子と整流子の相對速度の最大値 V_T 負荷電流密度 G、及び刷子の電壓一電流特性 (n, m, k) によつて定まることがわかる（火花電壓 v_s を一定とする)。次にこれを**第22圖**から檢討してみよう。

圖から明らかなように刷子の電壓一電流曲線が立上つている程、又直線の傾斜が小さい程 e_{ZT} の値は大きい。直線の傾斜は y_T 及び V_{max} に關係し、又 V_{max} は(53)式で與えられるから、整流子の周邊速度、刷子の振動振幅及び振動の角速度が大きい程 V_{max} は大きい。刷子の振動振幅は刷子の特性に關係するもので、$\xi/\sqrt{E}$（ξ は粘性係數、E は彈性率）が大きい程刷子の振動振幅は小さい(日立評論論文集第9號參照)。以上を要するに無火花整流帶は負荷電流密度、刷子出口の幅、回轉數及び刷子の特性即ち彈性率、粘性係數及び接觸抵抗に關係し、負荷電流密度、刷子出口の幅及び回轉數小さく、$\xi/\sqrt{E}$ 及び接觸抵抗が大きい程無火花整流帶が廣い。

負荷電流密度が增大するに從つて無火花整流帶が指數函數的に減小することは(54)式より簡單に了解出來る。又無火花整流帶の減小の程度は刷子の特性、試驗條件等によつて異なることもわかる。第Ⅱ節で尖頭電流に對する電壓曲線が尖頭電流に重疊する定常電流の大きさによつて移動することを述べたが、斯の如く電壓一電流曲線が負荷電流によつて移動するために無火花整流帶は負荷電流が增加するに從つて減少するのである。**第22圖**で特性曲線が v_{G_1} から v_{G_2} に移動する場合、無火花整流帶の幅を與える e_{ZT} の減少は直線の傾斜が小さい程少ない。他方直線の傾斜が同じ場合には、負荷電流密度の增加による電壓一電流曲線の移動の少ない程負荷電流密度の增加に對する e_{ZT} の減少が少ない。要するに刷子出口の幅、回轉數及び刷子の接觸抵抗が小さく、$\xi/\sqrt{E}$ が大きい程負荷電流密度の增加による無火花整流帶の幅の狹くなる割合が少ない。

（以下次號）