

人孔のある扁平鏡板の応力

621

大内田 久*

The Stress of a Flat End Plate with a Man-Hole

By Hisashi Ōuchida

Hitachi Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

Abstract

It is preferable to use flat end plate with man-hole, if the ratio between diameters of man-hole and end plate becomes large, for a pressure vessel of, for example a steam receiver of high pressure boiler.

New approximate calculating formula was induced in consideration of the boundary conditions at joint part of the end plate and cylindrical part, assuming that man hole is a circular hole having diameter equal to the length of major axis of elliptical man-hole, the radius of end plate is equal to the distance from its centre line to outer edge and corner fillet radius at joint part can be neglected.

According to the results of model test it was investigated that the calculated stress value agreed with the experimental one on the major axis on which the maximum stress occurs and the calculating formula was practically reliable. Then the maximum stress could be practically estimated to be about half value of the approximate calculated stress when the corner fillet radius was selected to three times the thickness of cylindrical part in general use.

Also the stress concentration about the man-hole and the effect of the corner fillet radius on stress distribution at the joint part were studied by photo elastic test.

[I] 緒 言

最近ボイラーが高压で用いられるようになり、その蒸気溜、水筒等の壁が厚く内径が小さくなつてくると鏡板に人孔を設ける場合鏡板の直径に対する人孔直径の割合が大きくなつて、普通の皿形鏡板で用いられるように人孔縁を内側に曲げ絞り加工をして補強をすることが困難となる。したがつて鋼塊から扁平鏡板として削り出せば製作が容易で便利である。この場合鏡板は人孔があるため当然厚くしなければならないが、かゝる扁平鏡板に楕円形人孔のある場合の応力計算は従来筆者の知るところではなされていないので、ここに鏡板の応力を求める近似計算式を導きこれを模型実験、光弾性実験によつて種々検討を加え設計並びに製作上の資料に供するものである。

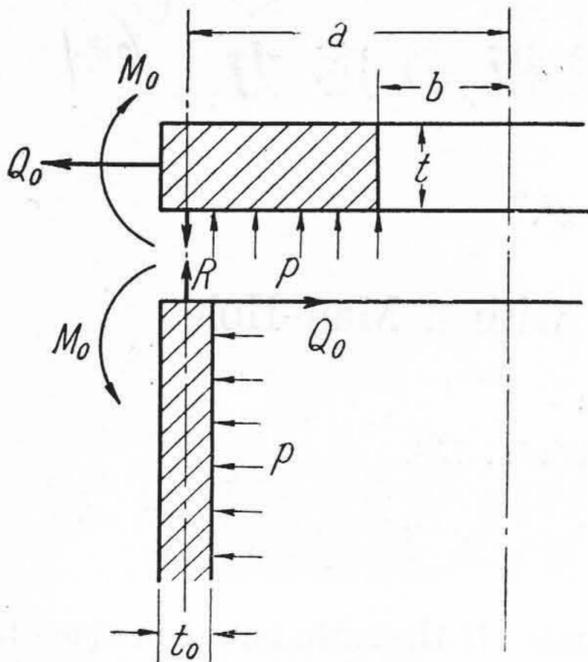
* 日立製作所日立研究所

[II] 近似計算

一般に鏡板と罐胴が一体となつた圧力容器の鏡板と罐胴との接合部には隅肉を付けるが計算の都合で無いものとし、又人孔は一般に楕円形がよく用いられているが、これも円孔と仮定し、これらの影響については別に模型実験、光弾性実験によつて検討する。

容器に内圧 p が働く場合鏡板及び罐胴の応力状態を一応接合部で切りはなして考えると、第1図の如く接合部では曲げモーメント M_0 、剪断力 Q_0 及び抵抗力 R が働く。 a は鏡板の中心から罐胴厚さの中立線までの距離即ち鏡板の外半径、 b は人孔の半径、 t 、 t_0 は鏡板及び罐胴の厚さを表わす。

鏡板を有孔円板が外周で支持され内圧による等分布荷重と、人孔縁の人孔蓋に働く内圧による集中荷重が同時に働く場合と考え、鏡板の応力均合条件を求めると



第 1 図 扁平鏡板の力の場合
Fig. 1. Equilibrium of Forces at Flat End Plate

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dw}{dr} \right) \right] = \frac{1}{D_1} \left[\frac{pr}{2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) + \frac{b^2 p}{2r} \right] = \frac{1}{D_1} \cdot \frac{pr}{2} \dots\dots\dots(1)$$

ここに r は鏡板中心より半径方向の任意の距離、 w は鏡板の撓み、 D_1 は板の

flexural rigidity : $D_1 = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

を表わす。

$$\frac{dw}{dr} = \frac{pr^3}{16D_1} + \frac{C_1 r}{2} + \frac{C_2}{r} \dots\dots\dots(2)$$

$$w = \frac{pr^4}{64D_1} + \frac{C_1 r^2}{4} + C_2 \log \frac{r}{a} + C_3 \dots\dots\dots(3)$$

C_1, C_2, C_3 : 積分常数

中心より任意の距離における半径方向の曲げモーメントを M_r とすれば、 $r=b$ において $M_r=0$ 、 $r=a$ において $M_r=M_0$ 、 $w=0$ となるから、これらの境界条件から上式の C_1, C_2, C_3 を求めると

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{2}{D_1(1+\nu)} \left\{ \frac{a^2}{a^2-b^2} M_0 + \frac{p}{16} (a^2+b^2)(3+\nu) \right\} \\ C_2 &= -\frac{a^2 b^2}{D_1(1-\nu)} \left\{ \frac{M_0}{a^2-b^2} + \frac{p}{16} (3+\nu) \right\} \\ C_3 &= \frac{a^2}{2D_1(1+\nu)} \left\{ \frac{a^2}{a^2-b^2} M_0 + \frac{p}{16} (a^2+b^2)(3+\nu) - \frac{Pa^2}{32} (1+\nu) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

次に鏡板が剪断力 Q_0 のため半径方向に δ_{Q_0} だけ変位するものとするれば

$$\delta_{Q_0} = \frac{aQ_0}{Et_1} \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \nu \right) \dots\dots\dots(5)$$

内圧による罐胴の半径方向の変位 δ_p は

$$\delta_p = \frac{pa^2}{Et_0} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \dots\dots\dots(6)$$

接合部における連続の条件を考えると

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2\beta^3 D_2} (\beta M_0 - Q_0) + \delta_p &= \delta_{Q_0} \\ \frac{1}{2\beta^2 D_2} (2\beta M_0 - Q_0) &= \left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=a} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

(5), (6), (7) 式より M_0 及び Q_0 を求めると

$$\frac{M_0}{p} = \frac{\frac{a}{8D_1} \left\{ \frac{a^2(\nu-1) - b^2(3+\nu)}{1-\nu^2} \right\}}{\frac{1}{\beta D_2} - \frac{1}{2\beta D_2(1-2\beta^3 A D_2)} - \frac{\beta B}{1-2\beta^3 A D_2} + \frac{a\{a^2(1-\nu) + b^2(1+\nu)\}}{D_1(a^2-b^2)(1-\nu^2)}} \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{Q_0}{p} = \frac{\frac{M_0}{p} \beta - 2\beta^3 B D_2}{1-2\beta^3 A D_2} \dots\dots\dots(9)$$

ここに

$$A = \frac{a}{Et} \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \nu \right), \quad B = \frac{a^2}{Et_0} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)$$

鏡板における切線方向の曲げモーメント M_t は

$$\begin{aligned} M_t &= -D_1 \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2} \right) \\ &= -D_1 \left\{ \frac{pr^2}{16D_1} (1+3\nu) + \frac{C_1}{2} (1+\nu) + \frac{C_2}{r^2} (1-\nu) \right\} \end{aligned}$$

人孔の縁において M_t は最大となり

$$M_{tb} = \frac{p}{8} \{ a^2(3+\nu) + b^2(1-\nu) \} + \frac{2a^2 M_0}{a^2-b^2} \dots\dots(10)$$

結局人孔の縁の最大応力はこの M_{tb} と Q_0 による応力の代数和となり

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_{tb}}{t^2} + \frac{Q_0}{t} \cdot \frac{2a^2}{a^2-b^2} \dots\dots\dots(11)$$

鏡板と罐胴との接合部の応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ra} &= \frac{6M_0}{t^2} + \frac{Q_0}{t} \\ \sigma_{ta} &= \frac{6M_{ta}}{t^2} + \frac{Q_0}{t} \cdot \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

鏡板の撓みは

$$\begin{aligned} w &= \frac{p_1}{D_1} \left[\frac{r^4 - a^4}{64} + \frac{a^2 - r^2}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{a^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{M_0}{p} + \frac{1}{16} (a^2+b^2)(3+\nu) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$-\frac{a^2 b^2 \log \frac{r}{a}}{1-\nu} \left\{ \frac{1}{a^2-b^2} \frac{M_0}{p} + \frac{1}{16} (3+\nu) \right\} \dots (13)$$

となり勿論人孔の縁で最大となる。

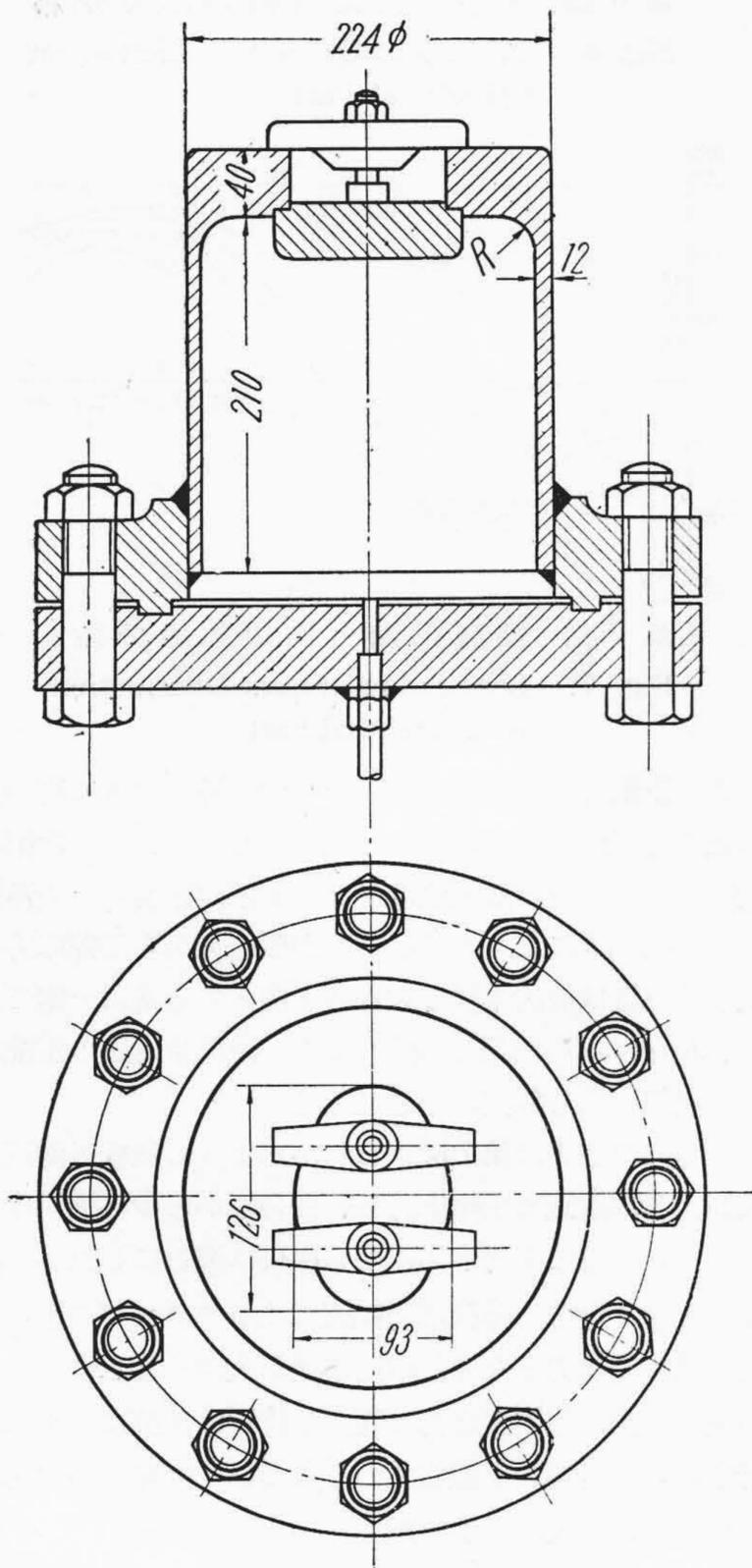
[III] 模型実験

1. 模型

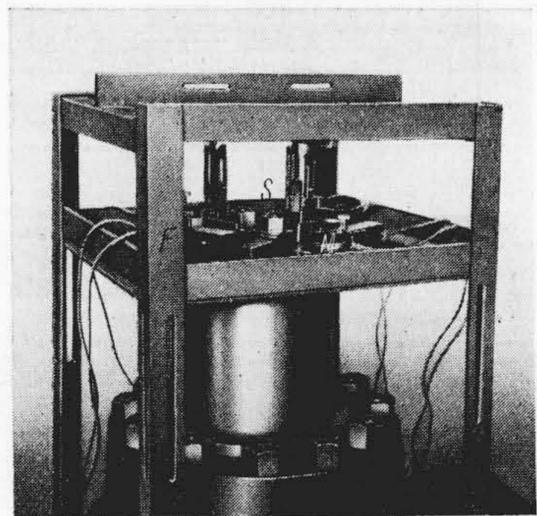
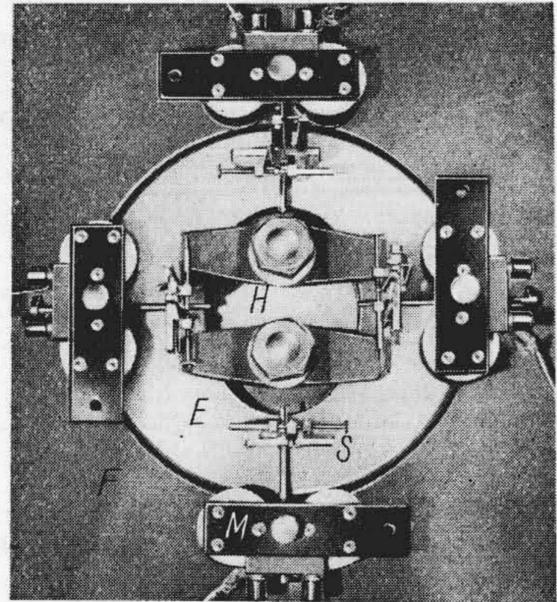
第2図に示す如き実物の大体1/3尺度のものとし、SF44材を使用した。接合部の隅肉半径は $R/t_0=0, 0.42, 0.80, 2.5$ に選んだ。

2. 測定法

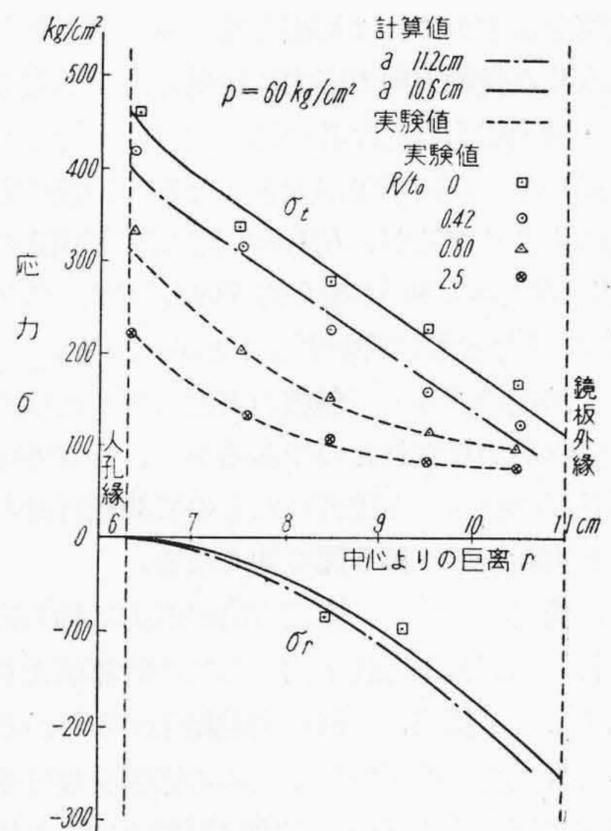
模型を架台上に設置し 60kg/cm^2 の水圧をかけた場合の鏡板及び罐胴表面の歪み及び撓みをそれぞれ精密歪計及び $1/1,000\text{mm}$ 目盛のダイヤルゲージにより測定し、



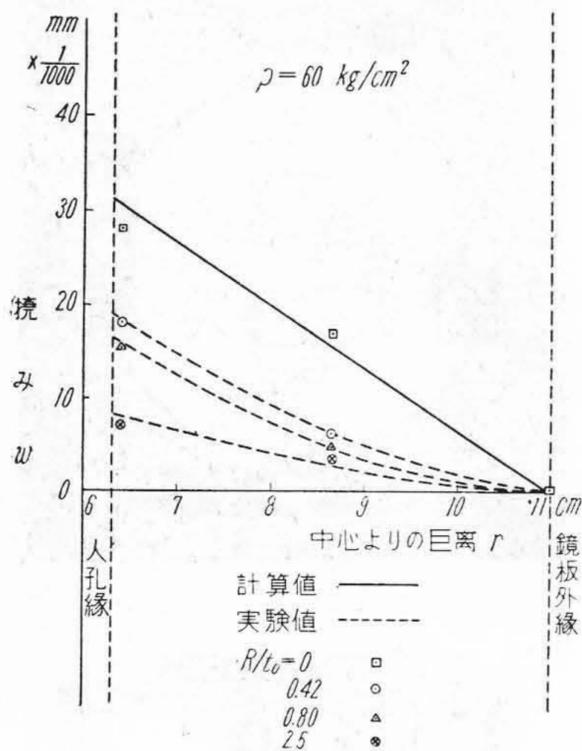
第2図 模型
Fig. 2. The Model of End Plate



第3図 歪測定装置
E: 鏡板 H: 人孔 S: 歪計
M: 取付用磁石 F: 外枠台
Fig. 3. Strain Measuring Apparatus



第4図 人孔長軸方向の応力
Fig. 4. Stress Distribution on the Major Axis of Man-Hole



第 5 図 鏡板の撓み
Fig. 5. Deflection of End Plate

歪みから応力を求めた。測定は人孔の楕円の長軸及び短軸方向において、半径方向及び切線方向について行った。第 3 図は鏡板の歪測定の状態を示す。

3. 実験結果

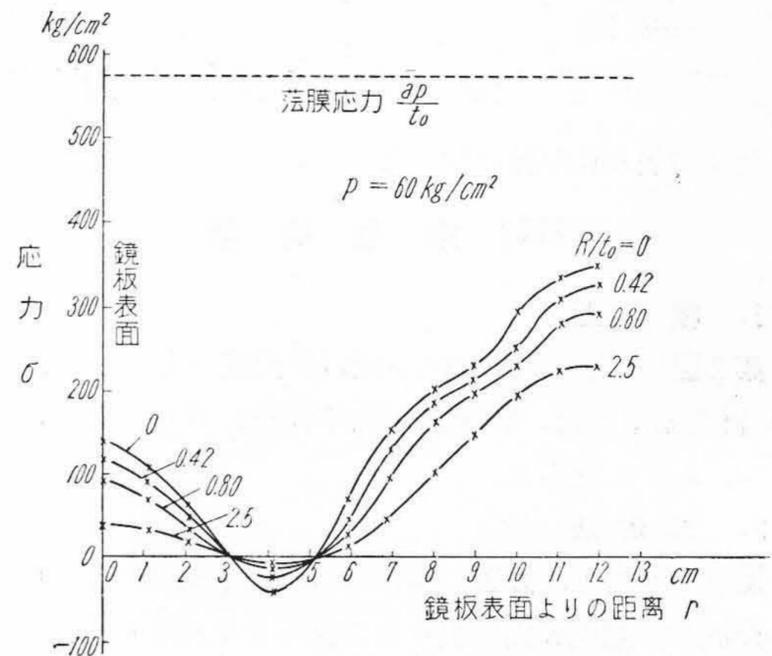
a. 鏡板表面の応力 最大応力は人孔楕円の長軸方向の孔の縁に生じ切線方向の引張応力である。即ち第 4 図に示す如く切線方向の応力は孔の縁で最大で鏡板の外縁に向うにしたがい次第に小さくなり、半径方向の応力は孔の縁で零で外縁に向うにしたがい大きくなり外縁で最大値を示すがこれは切線方向の最大値よりも小さい。

又人孔の長軸方向の応力は短軸方向の応力よりも大きくその最大応力の比は孔の縁で約 1.25 倍となっている。接合部の隅肉半径が大きくなると鏡板の応力は勿論次第に小さくなるが、 $R/t_0=0$ 即ち隅肉半径のない場合に比し $R/t_0=0.80$ の場合約 70%、 $R/t_0=2.5$ の場合約 50% に最大応力が減少することがわかる。

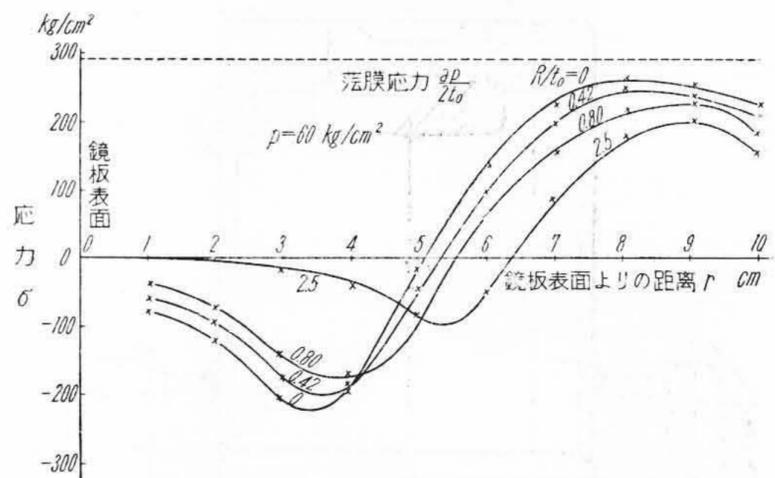
b. 鏡板の撓み 鏡板の表面で測つた撓みは模型各部の撓みが加算されたのであるから、一応外縁の撓みを表面各部の撓みから差引いたもので鏡板自身の撓みと考えると実験結果は第 5 図の如くなる。

c. 罐胴の応力 円周方向の応力は軸方向より大きくこれらは何れも薄膜応力としての計算値よりも低い値を示すことが第 6, 7 図の実験結果からわかる。罐胴においても人孔が楕円であるための影響を幾分受けて、長軸方向に相当する部分の応力は短軸方向より僅かに高い値を示す。

罐胴の円周方向の応力は第 6 図からわかるように鏡板の表面近くでは割合小さいが引張応力で、これが接合部



第 6 図 罐胴部円周方向の応力分布
Fig. 6. Tangential Stress Distribution on Cylindrical Part



第 7 図 罐胴部軸方向の応力分布
Fig. 7. Longitudinal Stress Distribution on Cylindrical Part

附近で圧縮応力に変じ接合部から少し罐胴中部に寄つた位置で再び引張応力に戻り中央に進むにしたがい次第に大きくなるがその最大値はフランジ部の影響のため薄膜応力の約 1/2 にとゞまる。この引張応力から圧縮応力に変ずる位置は隅肉半径の大きさを変えても常に一定である。 $R/t_0=2.5$ の隅肉半径になると接合部附近の圧縮応力は無視出来る程度に小さくなる。

軸方向の応力は第 7 図からわかるように鏡板表面近く及び接合部附近で圧縮応力で、接合部から少し罐胴中央に寄つた位置で引張応力に変じ中央に進むにしたがい次第に大きくなる。薄膜応力に近づくかフランジの影響で再び減少の傾向となる。隅肉半径が大きくなるにしたがい圧縮応力から引張応力に変ずる位置は次第に中央に移行する。接合部の圧縮応力のみについては軸方向が円周方向より可成大きい値を示す。

[IV] 検 討

1. 計算値と実験値との比較

模型実験の場合につき近似計算式で鏡板の応力及び撓みを計算すると第4図及び第5図の実線及び鎖線の如く求まる。ここに実線は鏡板の半径を中心から外縁までの距離とした場合鎖線は中心から罐胴厚さの中立線までの距離とした場合の値を示し、計算では人孔楕円の長軸方向では長軸を、短軸方向では短軸をそれぞれ直径とする円孔のある鏡板とし $R/t_0=0$ の場合の計算値である。

実験結果と比較すると図からわかるように、鏡板の最大応力を生ずる人孔の長軸方向において鏡板の外縁までをその半径にとれば計算値は実験値とよく一致する。罐胴の厚さの中立線までの距離を半径にとると実験値より計算値は少し低目に出る。これは長軸方向の孔の縁附近の形状は実際は円でなく楕円であるため応力が集中し実験値が高めに出了たものである。短軸方向でも、孔の縁の形状は円でなく楕円であるため応力が緩和され、円として計算した値は実験値より遙かに高い。(計算値 650 kg/cm^2 , 実験値 370 kg/cm^2)、この場合の相異は著しいので近似計算は使用出来ない。然し強度上問題となるのは鏡板の最大応力であるから上の結果から鏡板の外径をその外縁までの距離にとり、長軸を直径とする円孔としての近似計算は実験結果ともよく合い十分実用的であると考ええる。短軸方向の最大応力は実験結果から長軸方向の最大応力の約 $1/1.2$ と見積ればよい。

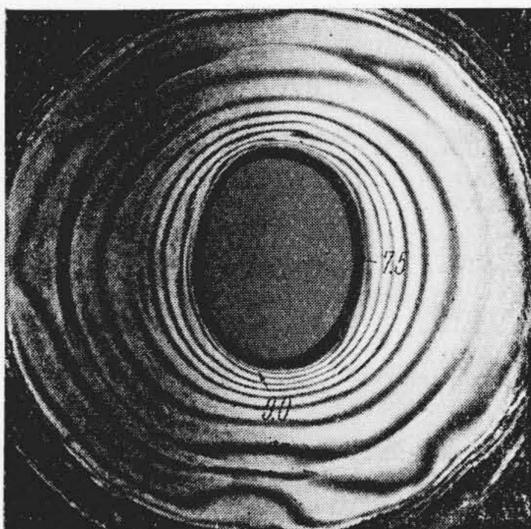
一方大略の計算として鏡板は有孔円板が周辺を自由に支持された場合と固定された場合の中間にあるものと考えられるから、それぞれの場合について孔の縁の内面の最大応力を算出すると

自由支持とした場合 $\sigma_{\max} = 1,115 \text{ kg/cm}^2$

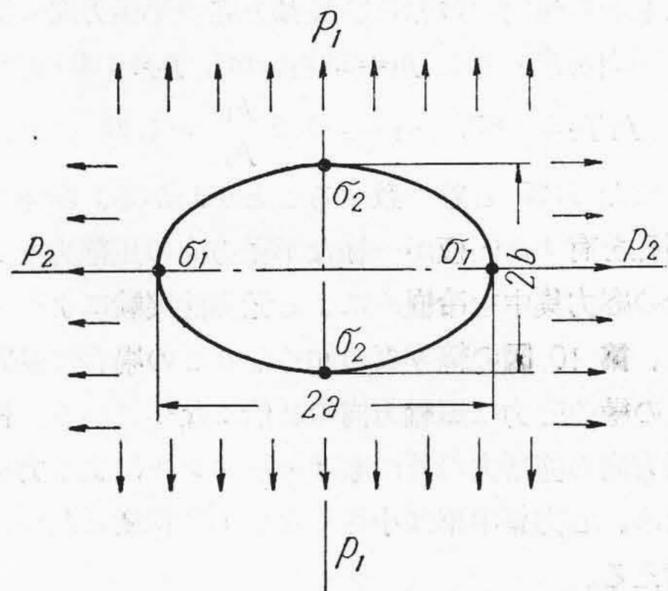
固定とした場合 $\sigma_{\max} = 356 \text{ kg/cm}^2$

近似計算によつて求めると $\sigma_{\max} = 876 \text{ kg/cm}^2$

となり上記両者の中間にあり、近似計算が大きな間違いを起していないこと及びどちらかといえばこの場合自由支持に近い状態にあることがわかる。



第8図 人孔周辺の応力集中凍結応力縞
Fig. 8. Stress Concentration about Man-Hole. (Freezed Stress Pattern.)



第9図 一様な引張力を受ける板の楕円孔の応力
Fig. 9. Stress at the Edge of Elliptical Hole of Plate Subjected to Uniform Tension

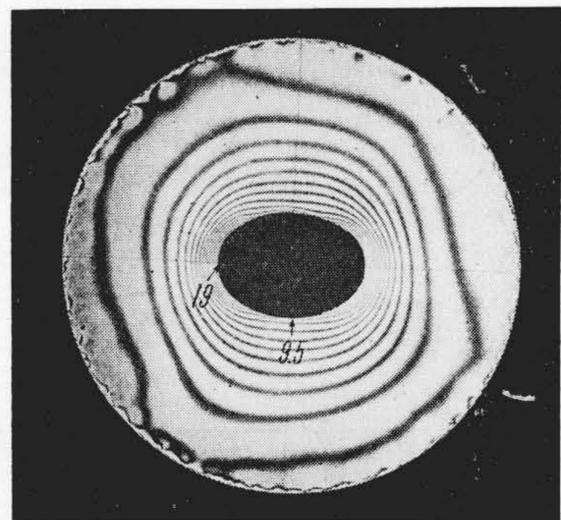
2. 人孔周辺の応力集中

実験結果によれば鏡板が内圧を受けると楕円孔である人孔の周辺の応力集中のため、長軸方向の孔の縁の応力は短軸方向の孔の縁の応力の約 1.2 倍になつておりこれは孔の縁附近の曲率にも影響することは前述の通りである。これを確認するためフェノライト製模型鏡板に内圧を加え 120°C 油槽中で応力を凍結し、鏡板の内面の応力縞を求めると第8図の如く求まつた。これから長軸方向の孔の縁の応力は短軸方向の約 1.2 倍であることがわかり、模型実験結果と大体一致した応力集中を認めた。

又一般に楕円孔を有する板が第9図の如く楕円の両軸方向に p_1, p_2 なる引張応力を受ける場合の孔の縁の最大応力をそれぞれ σ_1, σ_2 とすれば

$$\sigma_1 = p_1 \left(1 + \frac{2a}{b} \right), \quad \sigma_2 = p_2 \left(1 + \frac{2b}{a} \right)$$

本模型では $2a=126\text{mm}$, $2b=93\text{mm}$, 一方模型実験



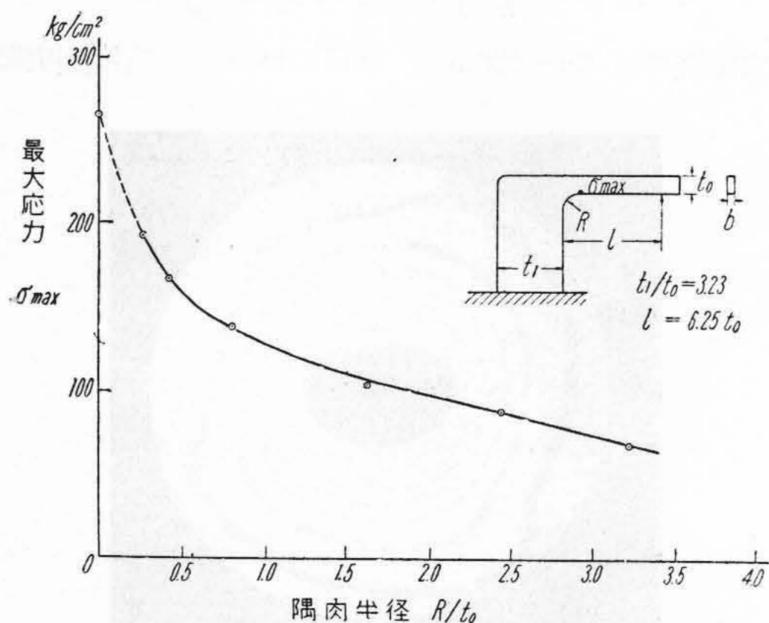
第10図 人孔周辺の応力集中、一様な半径方向の圧縮力を受けた場合の応力縞
Fig. 10. Stress Concentration about Man-Hole. Stress Pattern Subjected to Uniform Radial Compressive Force

の結果から楕円の短軸及び長軸方向の半径方向の引張応力の平均を求めると $p_1 \doteq 85 \text{ kg/cm}^2$, $p_2 \doteq 100 \text{ kg/cm}^2$ となり $p_1/p_2 = 0.85$, $\sigma_1/\sigma_2 = 1.5 \frac{p_1}{p_2} = 1.27$ これは実験で求めた 1.25 と略一致することがわかる。参考までに楕円孔を有する円板が一様な半径方向の圧縮力を受ける場合の応力集中を冷嵌めによる光弾性実験によつて求めると、**第 10 図**の縮写真の如くなりこの場合は長軸方向の孔の縁の応力は短軸方向の 2 倍になつている。鏡板は半径方向の剪断力の外に曲げモーメントによる力を受けるため、応力集中率は小さくなり 1.2 程度となつたものとする。

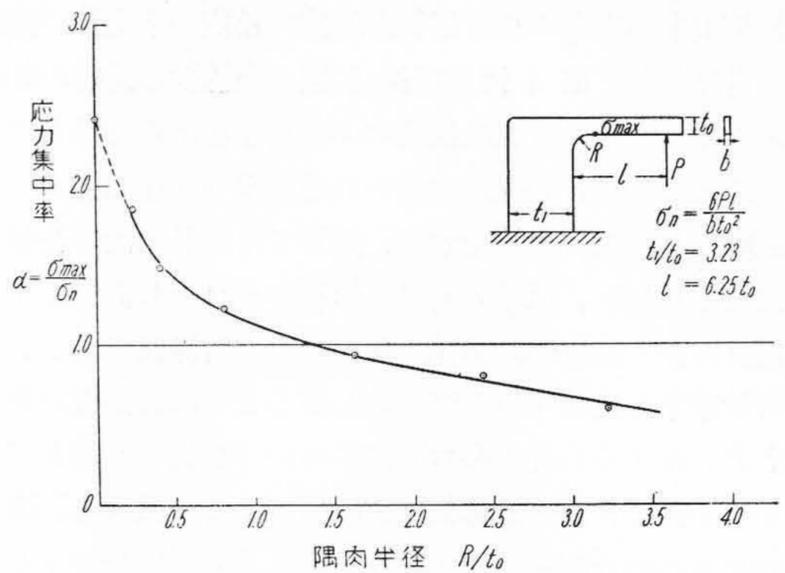
3. 接合部の隅肉半径の影響

一般に扁平鏡板と罐胴との接合部の隅肉半径は J. E. S. 等でも指定されているように罐胴厚さの 3 倍乃至それ以上にとることになつている。実験結果から $R/t_0 = 2.5$ の場合鏡板の最大応力は $R/t_0 = 0$ の場合の約 50% に減少するから安全に見積つて $R/t_0 = 3$ の場合は近似計算式によつて求まる最大応力の補正係数として 0.5 を用いればよいことがわかる。

尚隅肉半径の大きさをかえた場合の接合部の応力に及ぼす影響をしらべるために、模型と同一寸法の山形平板に曲げモーメントを加えた場合につき光弾性実験により最大応力及び応力集中を求めた。**第 11 図**は最大応力と隅肉半径の関係を示し、**第 7 図**の円周方向の応力の接合部の値と隅肉半径との関係と殆ど同様であることがわかる。即ち $R/t_0 = 0$ の場合を除き隅肉半径の増大に伴う接合部の応力減少の割合が両者殆ど等しい。したがつて隅肉半径を種々かえる場合の接合部の応力は**第 11 図**から



第 11 図 隅肉半径と最大応力の関係、光弾性実験
Fig. 11. Relation between Corner Fillet Radius and Max. Stress. By Photoelastic Test.



第 12 図 隅肉半径と応力集中の関係

Fig. 12. Relation between Corner Fillet Radius and Stress Concentration

推測出来る。又計算による隅部断面の平均応力と最大応力との比即ち応力集中率と隅肉半径との関係は**第 12 図**の如くなり、これから隅肉半径としては少くとも $R/t_0 > 1.4$ でなければならぬことがわかる。

[V] 結 言

楕円形人孔のある扁平鏡板の応力を算出する近似計算式を誘導し、設計に必要な鏡板の最大応力の計算は鏡板の外縁までの距離をその外半径とし、人孔を長軸を直径とする円孔と仮定して行えば、計算値は模型実験により求めた値と可成りよく一致し十分実用性のあることを認めた。よく用いられるように鏡板と罐胴との接合部の隅肉半径を罐胴厚さの 3 倍に選らぶ場合は鏡板の最大応力は 50% 低く見積つてよい。最大応力は人孔の長軸方向の孔の縁に生じ短軸方向の応力の約 1.2 倍であることもわかつた。又接合部の隅肉半径の応力分布に及ぼす影響は山形平板についての光弾性実験結果によつて推定することが出来る。

以上の結果によつて高圧のボイラーの蒸気溜等の罐胴が厚く内径が小さくなる場合は扁平鏡板として容易に設計及び製作することが出来る。

終りに本研究に有益な御助言を賜つた九大石橋教授、始終御鞭撻戴いた兼先所長、山崎主任研究員並びに実験に協力されたボイラー設計課の各位及び当実験室の小泉岩崎の両君に深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- (1) Timoshenko ; Theory of Plates and Shells.
- (2) Holmberg and Axelson: Trans. A. S. M. E. 54. (1932) APM-54-2