U. D. C. 621.392.5

真空管を含む R-C 伝送四端子網の設計理論

田 島 巖*

Synthesis of R-C 4-Terminal Networks Involving Vacuum Tubes

By Iwao Tashima
Totsuka Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

Recently R–C networks are frequently used in communication engineering especially in low frequency region where high Q inductance cannot be made.

The main difficulty in designing passive R–C networks is to approximate their transfer functions to the desired characteristics on the conditions of physical realizability, and some developments in this respect have been presented to date. The loss of such R–C networks, however, is so great that vacuum tubes have been conventionally used with them. As the realization of the transfer functions of active R–C networks becomes easier when vacuum tubes are involved in the networks, the design method of synthesis now seems more essential than approximation.

The article is an approach to this problem.

First, the remarks for representing active networks are mentioned, the stability of which is mainly concerned with their terminations, and the so-called open-circuit stability representation is the present case.

Secondly, the general equations are obtained for a passive 8-terminals connected with one tube, and the analyses are developed about the proper fundamental construction of it.

Finally the physical synthesis of this fundamental construction is shown.

Design examples together with their experimental results are reserved for another occasion.

〔I〕 緒　　言

最近、低周波域に於て製作困難なLを使用しない意味で、伝送回路網としての R–C 四端子の重要性が認識されて来た。

一般に函数論的回路設計法は、必要な周波数特性を近似する適当な特性函数を求めること（近似論）と、かゝる特性函数を有する回路を組立てること（構成論）との二段階より成つているが、R-C 伝送四端子網に於ては特に前者、即ち受動 R–C 伝達函数の条件を満足する範囲で、求める特性を近似することが重要なる問題であり、既に二三の試みがなされている(1)~(4)。

しかし R–C 回路は、その大なる損失のために一般に真空管と併用されるのが普通であり、一方回路が真空管を含めば、伝達函数に対する条件が緩和されて、受動R–C回路では不可能な特性をも実現出来、従来種々研究されて来た一般的近似論の方法(5)をそのまゝ使用する事が出来る故、吾々は寧ろかゝる近似函数を真空管を含むR–C回路で実現する方法（構成論）を考える方がより本質的であろう。

本稿はこれに対する一つの方針を与えるものである。

尚本法による設計例及び実験結果等に関しては、改めて報告する予定である。

* 日立製作所戸塚工場

〔II〕 本設計法の要点

真空管を含む回路網の安定性は、常に電源及び負荷を含めて考えねばならない〔**第1図**(a) 参照〕。入出力端子対を明示するには、電源及び負荷の含め方として代表的に**第1図**(b), (c) が考えられるがこれ等がそれぞれ開放安定 (Open-circuit stable) 又は短絡安定 (Short-circuit stable) と呼ばれることは周知の通りである。勿論前者に対しては定電流源を、後者に対しては定電圧源を考えており、又受端出力はそれぞれ開放電圧又は短絡電流として取出されることを考慮すれば、一般に真空管を含む伝送回路網の動作特性は、レベルを別にして、前者に対しては開放伝達インピーダンス W_{21} 又後者に対しては短絡伝達アドミッタンス Y_{21} で与えられることになる〔**第1図**(d), (e) 参照〕。

以下、特に前者を対象として考察を進める。

今電圧伝達函数が複素周波数 Λ の函数として次式で与えられたものとする。これは既知の近似法を使つて求める。例えば濾波器の場合は周知の Tschebyscheff 近似をそのまゝ使えばよい[5]。

$$\frac{V_2}{V_1}=A\frac{f(\Lambda)}{g(\Lambda)}\quad\cdots\cdots(1)$$

但し　A: 定　数

しかる時は W_{21} に対して次式が得られる。

$$W_{21}=B_1\frac{f(\Lambda)}{g(\Lambda)}\quad\cdots\cdots(2)$$

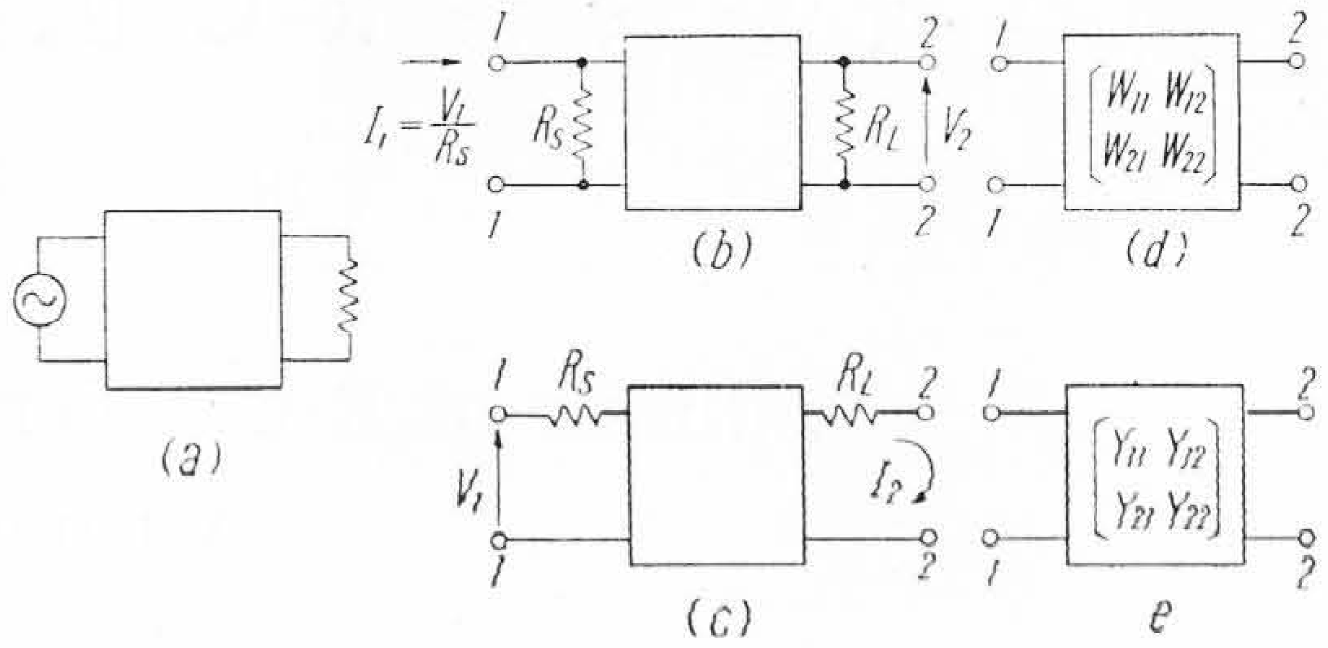
但し　$B_1=R_S\cdot A>0$

こゝに $f(\Lambda)$ 及び $g(\Lambda)$ は最高次係数1なる Λ の多項式で、$f(\Lambda)$ の次数は $g(\Lambda)$ に比して高くとも高々一次であり、又 R_S は電源抵抗とする。

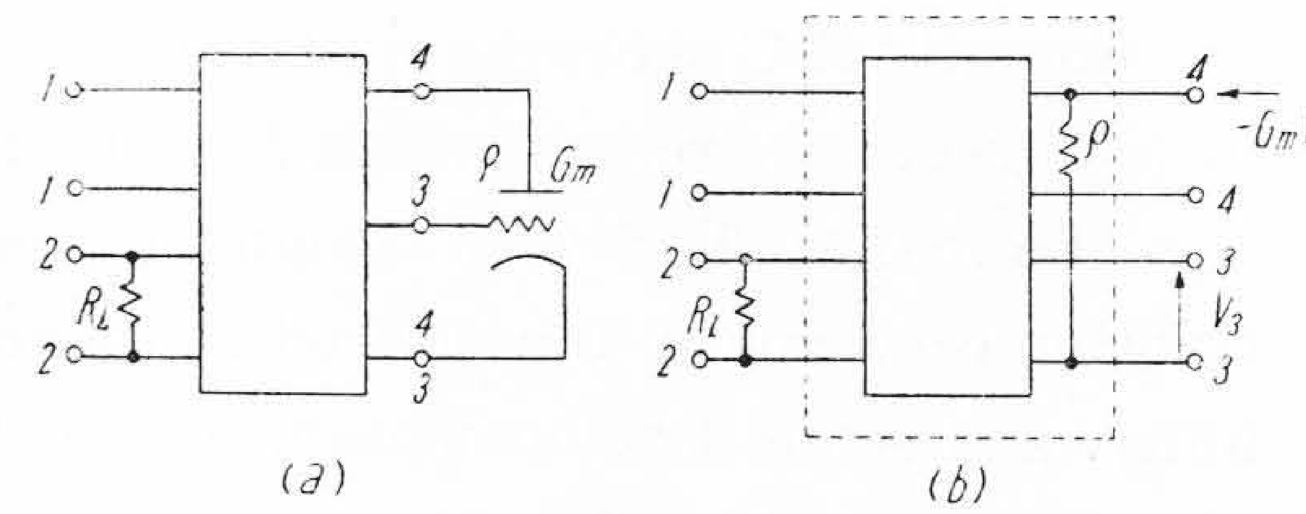
負荷抵抗 R_L を抽出した残りの回路に関する定数は

$$\left.\begin{aligned}Z_{11}&=W_{11}+\frac{W_{12}\cdot W_{21}}{R_L-W_{22}}, & Z_{12}&=\frac{R_L\cdot W_{12}}{R_L-W_{22}}\\ Z_{21}&=\frac{R_L\cdot W_{21}}{R_L-W_{22}}, & Z_{22}&=\frac{R_L\cdot W_{22}}{R_L-W_{22}}\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

W_{11} 及び W_{12} は任意でいゝから Z_{11} 及び Z_{12} も亦任意でよく、結局 W_{22} を適当に決定して Z_{21} 及び Z_{22} が実現出来ればよい。今これが1箇の真空管を含んで構成されたものとする〔**第2図**(a) 参照〕。格子及び陽極端子をそれぞれ3及び4とする受動八端子を考えれば真空管動作の直線範囲で、**第2図**(a) は (b) のように表わされ、44 端子に真空管内部抵抗 ρ が並列に附加されると共に、定電流源 $-G_mV_3$ を考えねばならない。但し G_m は真空管相互コンダクタンスで、後述の如く双三極管を用いて陽極電流の向きを変えると符号が反転する。図の点線内受動八端子網に関する定数を肩字0を附して表わすことにすれば、活性回路網の一般関係式より[6]



第1図　安定な活性四端子網の表現
Fig. 1. Representation of Active Stable 4-Terminals



第2図　真空管1箇を含む四端子網
Fig. 2. 4-Terminals Involving One Triode

$$\left.\begin{aligned}Z_{21}&=Z_{12}^0-\frac{G_m}{F}Z_{24}^0\cdot Z_{13}^0\\ Z_{22}&=Z_{22}^0-\frac{G_m}{F}Z_{24}^0\cdot Z_{23}^0\\ F&=1+G_m\cdot Z_{34}^0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(4)$$

従つて吾々の問題は、(2) 式が与えられた時 (3) 及び (4) 式を満足する (b) 図点線内の受動八端子網を求めることである。

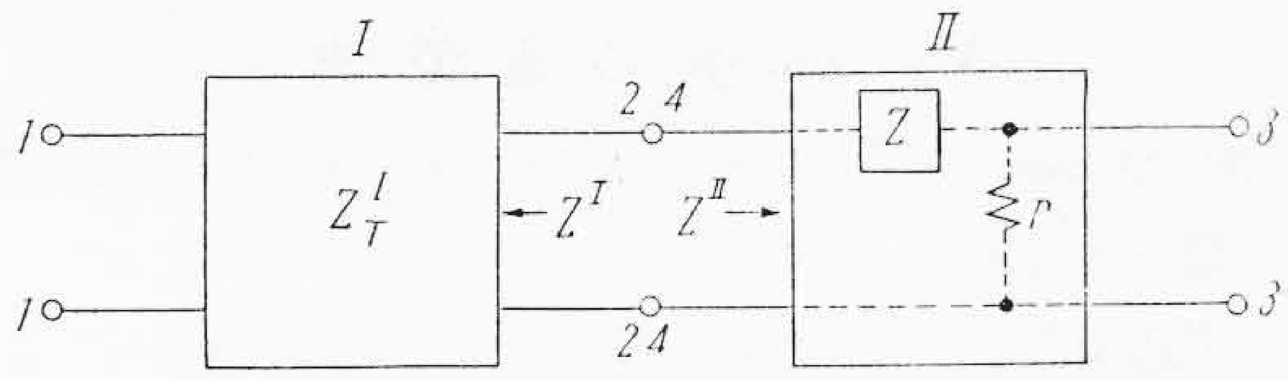
〔III〕 基本回路とその条件

求める受動八端子は実際的要求より次の諸条件を満足することが望ましい。

1. 入出力端子が共通帰路を持つこと。
2. 33, 44 端子が共通帰路を持つこと。
3. 出来得れば前記二帰路が一致すること。
4. R-C 素子が可及的少なく、且つその値が実現可能であること。

かゝる条件を満足する回路を一般的に求める事は到底困難で、以下 (b) 図点線内回路として**第3図**の基本回路を考察の対象とする。

I 及び II 回路に就いて、単独に 22 端子側より見た開放入力インピーダンス及び伝達インピーダンスをそれぞれ Z^I, Z^{II} 及び $Z_T{}^I$, $Z_T{}^{II}$ とすると、両回路を接続した全体の回路に関する定数は、簡単な計算により



第3図　受動八端子に対する基本回路

Fig. 3. Fundamental Construction for Passive 8-Terminals

$$\left.\begin{array}{ll} Z_{12}^0=\dfrac{Z_T^I\cdot Z^{II}}{Z^I+Z^{II}}, & Z_{23}^0=Z_{34}^0=\dfrac{Z^I\cdot Z_T^{II}}{Z^I+Z^{II}} \\ Z_{13}^0=\dfrac{Z_T^I\cdot Z_T^{II}}{Z^I+Z^{II}}, & Z_{22}^0=Z_{24}^0=\dfrac{Z^I\cdot Z^{II}}{Z^I+Z^{II}} \end{array}\right\}\cdots(5)$$

これを (4) 式に代入整理すれば

$$\left.\begin{array}{l} Z_{21}=\dfrac{Z_T^I\cdot Z^{II}}{Z^I+Z^{II}+G_mZ^IZ^{II}} \\ Z_{22}=\dfrac{Z^I\cdot Z^{II}}{Z^I+Z^{II}+G_mZ^IZ^{II}} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(6)$$

故に

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{Z_{21}}{Z_{22}}=\dfrac{Z_T^I}{Z^I} \\ \dfrac{1}{Z_{22}}=\dfrac{1}{Z^I}+\dfrac{(1+G_mZ_T^{II})}{Z^{II}} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(7)$$

今 n を (1) 又は (2) 式の有理函数の次数とするとき (3) 式に於て

$$\left.\begin{array}{l} W_{22}=B_2\cdot\dfrac{u(\Lambda)}{g(\Lambda)};\quad B_2>0 \\ u(\Lambda)=\prod\limits_{k=1}^{n}(\Lambda+p_k) \\ 0<p_1<\ldots\ldots<p_k<\ldots\ldots<p_n \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(8)$$

とおけば

$$\left.\begin{array}{l} Z_{21}=\dfrac{R\cdot B_1f(\Lambda)}{R\cdot g(\Lambda)-B_2\cdot u(\Lambda)} \\ Z_{22}=\dfrac{R\cdot B_2\cdot u(\Lambda)}{R\cdot g(\Lambda)-B_2\cdot u(\Lambda)} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(9)$$

但し R は純負荷 R_L に真空管内部抵抗 ρ を含ませて

$$R=\frac{R_L\cdot\rho}{R_L+\rho}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

とした値をとつておく。

(7) 及び (9) 式より次の関係式を得る。

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{Z_T^I}{Z^I}=\dfrac{B_1}{B_2}\dfrac{f(\Lambda)}{u(\Lambda)} \\ \dfrac{1}{Z^I}+\dfrac{(1+G_mZ_T^{II})}{Z^{II}}=\dfrac{g(\Lambda)}{B_2\cdot u(\Lambda)}-\dfrac{1}{R} \end{array}\right\}\cdots(11)$$

第1式右辺の分母子をそれぞれ

$$\left.\begin{array}{l} Kv(\Lambda)=K\prod\limits_{k=1}^{n}(\Lambda+q_k);\quad K>0 \\ 0\leqq q_1<p_1<\ldots\ldots<q_k<p_k<\ldots\ldots<q_n<p_n \end{array}\right\}\cdots(12)$$

で割つて

$$\left.\begin{array}{l} Z_T^I=\dfrac{B_1}{K}\cdot\dfrac{f(\Lambda)}{v(\Lambda)} \\ Z^I=\dfrac{B_2}{K}\cdot\dfrac{u(\Lambda)}{v(\Lambda)} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

の如くおけば、I 回路は R-C 四端子網として実現出来る。又双三極管を従続に用いて G_m の符号を反転し、且つ II 回路を**第3図**点線の如く簡単化せば

$$\left.\begin{array}{l} Z_T^{II}=r \\ Z^{II}\ =Z+r \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

よつて (11) の第2式は次の如くなる。

$$\frac{G_mr-1}{r+Z}=\frac{1}{R}-\frac{g(\Lambda)-Kv(\Lambda)}{B_2u(\Lambda)}\cdots\cdots\cdots(15)$$

(13), (15) 式は本設計法の基本関係式であり、以下 I 及び II 回路が可及的簡単に実現出来るよう、式中の未定常数 p_k, q_k, B_1, B_2, K 及び r 等を決定すればよい。

〔IV〕 回路の実現法

今基本式中の Z_T^I, Z^I, $g(\Lambda)/B_2u(\Lambda)$ 及び $Kv(\Lambda)/B_2u(\Lambda)$ を部分分数に展開して次の如くおく。

$$\left.\begin{array}{l} Z_T^I=\alpha_0+\sum\limits_i\dfrac{\alpha_i}{\Lambda+q_i}-\sum\limits_j\dfrac{\alpha_j}{\Lambda+q_j} \\ \alpha_i,\quad \alpha_j\geqq 0 \\ Z^I\ =\dfrac{B_2}{K}+\sum\limits_i\dfrac{\beta_i}{\Lambda+q_i}+\sum\limits_j\dfrac{\beta_j}{\Lambda+q_j} \\ \beta_i,\quad \beta_j\geqq 0 \\ \dfrac{1}{B_2}\ \dfrac{g(\Lambda)}{u(\Lambda)}=\gamma_0+\sum\limits_s\dfrac{\gamma_s}{\Lambda+p_s}-\sum\limits_t\dfrac{\gamma_t}{\Lambda+p_t} \\ \gamma_s,\quad \gamma_t\geqq 0 \\ \dfrac{K}{B_2}\ \dfrac{v(\Lambda)}{u(\Lambda)}=\dfrac{K}{B_2}-\sum\limits_s\dfrac{\delta_s}{\Lambda+p_s}-\sum\limits_t\dfrac{\delta_t}{\Lambda+p_t} \\ \delta_s,\quad \delta_t\geqq 0 \end{array}\right\}\cdots(16)$$

尚 $f(\Lambda)$, $g(\Lambda)$ の次数をそれぞれ $N(f)$, $N(g)$ とするとき、

$$\left.\begin{array}{ll} n>N(f) & \text{のときは}\quad \alpha_0=0 \\ n=N(f) & \text{のときは}\quad \alpha_0=B_1/K \\ n>N(g) & \text{のときは}\quad \gamma_0=0 \\ n=N(g) & \text{のときは}\quad \gamma_0=1/B_2 \end{array}\right\}\cdots(17)$$

又添字 i, j, s 及び t は以下 (16) 式の意味に使用することゝする。

さて次節に述べる如く適当に p_k, q_k, $M=B_2/B_1$ 及び K を決定して次の関係が得られるものとする。

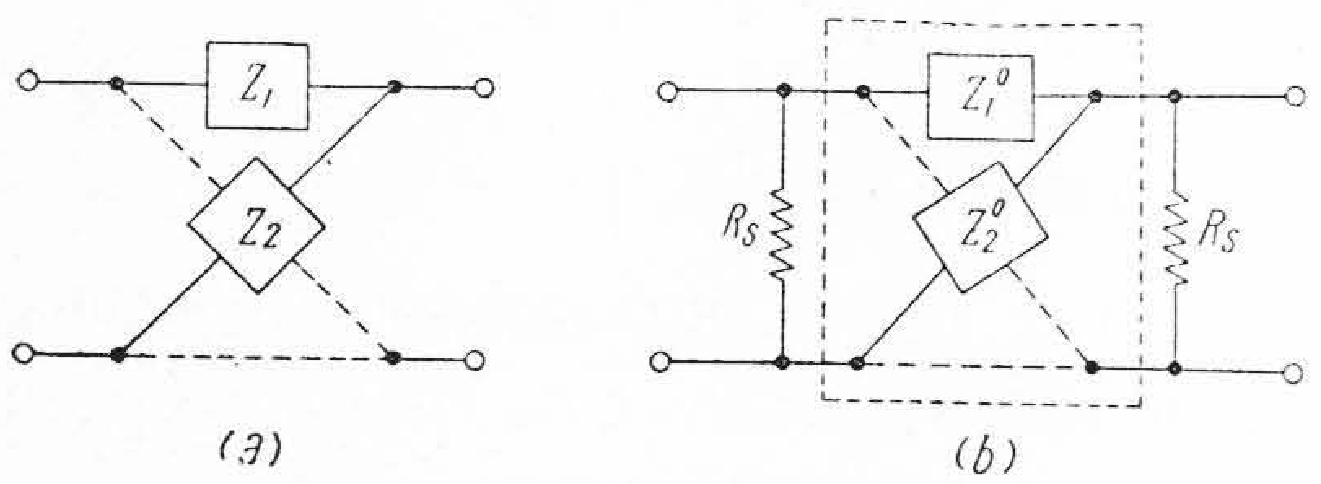
$$\alpha_i=\beta_i,\quad \alpha_j=\beta_j,\quad \gamma_t=\delta_t\ \cdots\cdots\cdots(18)$$

しかるときは

$$\left.\begin{array}{l} Z_1=Z^I-Z_T^I=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{B_2}{K}-\alpha_0\right)+\sum\limits_j\dfrac{\alpha_j}{\Lambda+q_j} \\ Z_2=Z^I+Z_T^I=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{B_2}{K}+\alpha_0\right)+\sum\limits_i\dfrac{\alpha_i}{\Lambda+q_i} \end{array}\right\}\cdots(19)$$

又

$$\frac{G_mr-1}{r+Z}=\left(\frac{1}{R}+\frac{K}{B_2}-\gamma_0\right)-\sum_s\frac{\gamma_s+\delta_s}{\Lambda+p_s}\ \Big\}\cdots(20)$$



第4図 I 回路の構成
Fig. 4. Synthesis of Circuit I

(17) 式を考慮すれば、

$$M=B_2/B_1\geqq 1 \qquad \cdots\cdots(21)$$

なる条件の下に (19) 式の Z_1, Z_2 は実現可能な R-C 二端子インピーダンスであり、従つて I 回路は**第4図** (a) の如き格子型回路として求められる。尚 Z_1 及び Z_2 を並列 R-C 回路として実現する時、抽出し得る並列抵抗の大きさはそれぞれ

$$\left.\begin{aligned} r_1&=\frac{1}{2}\left(\frac{B_2}{K}-\alpha_0\right)+\sum_j\frac{\alpha_j}{q_j}=Z_1(0)\\ r_2&=\frac{1}{2}\left(\frac{B_2}{K}+\alpha_0\right)+\sum_i\frac{\alpha_i}{q_i}=Z_2(0)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(22)$$

であるが、両者の大きさを比較すると

$$r_2-r_1=\alpha_0+\sum_i\frac{\alpha_i}{q_i}-\sum_j\frac{\alpha_j}{q_j}=Z_T(0)\geqq 0 \quad \cdots(23)$$

だから一般に後者が大である。従つてこれを電源抵抗に充当することにして次の如くおく。

$$R_s=\frac{1}{2}\left(\frac{B_2}{K}+\alpha_0\right)+\sum_i\frac{\alpha_i}{q_i}=Z_2(0)\geqq 0 \quad \cdots(24)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{Z_1^0}&=\frac{1}{Z_1^I}-\frac{1}{R_s}\\ \frac{1}{Z_2^0}&=\frac{1}{Z_2^I}-\frac{1}{R_s}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(25)$$

よつて**第4図** (a) は (b) の如く書きかえられる。最後に、既に発表された方法[(4)(7)]により、点線内格子型回路は共通帰路を持つ如く変換する事が出来る。

次に (20) 式に於て、Z が実現可能な R-C 二端子インピーダンスであるための条件は次のようである。

$$G_m-\frac{1}{r}\geqq\frac{1}{R}+\frac{K}{B_2}-r_0\geqq\sum\frac{\gamma_s+\delta_s}{p_s} \quad \cdots\cdots(26)$$

第一不等号は真空管規格に対する制限であるが、G_m として双三極管を従続につなぐ時の等価的値をとればこれは普通に満足される。第二不等号を書直せば

$$\frac{1}{R}\geqq r_0-\frac{K}{B_2}+\sum\frac{\gamma_s+\delta_s}{p_s}=\frac{1}{B_2}\frac{g(0)}{u(0)}-\frac{K}{B_2}\frac{v(0)}{u(0)}$$

$$\therefore\quad \frac{B_2}{R}u(0)\geqq g(0)-Kv(0) \quad \cdots\cdots(26')$$

従つて p_k, q_k は (24) 及び (26′) 式が同時に成立つ如く定めればよく、これは一般に可能である。

よつて (20) 式より実現可能な Z が決定されて II 回路が定まる。

〔V〕 p_k, q_k の近似法

(18) 式が成立つ如く p_k, q_k 等を決定する問題は次の如く解決される。

先ず適当な p_k を定めるとき、$\alpha_i=\beta_i$ 及び $\alpha_j=\beta_j$ が成立つためには

$$f(-q_k)=\pm M\cdot u(-q_k) \quad \cdots\cdots(27)$$

なる如く q_i 及び q_j が定め得ればよい。但し複号は添字 i 又は j に対してそれぞれ上号又は下号をとるものとする(以下同様)。これは (21) 式の条件を満足する適当な M を用いて常に可能であるが、この際 M は成丈け小なる如く最初の p_k を選んでおくとよい。

次に $\gamma_t=\delta_t$ なるためには、$K\geqq 1$ を適当に定めて

$$g(-p_t')=Kv(-p_t') \quad \cdots\cdots(28)$$

とする時、$p_t=p_t'$ であればよいが、これは一般には成立せぬ。よつて最初の p_t を適当に移動させて、これを満足させるようにする。

今 p_t を微少量 $\varDelta p_t$ だけ変化させた時 (27) 式は次のようになる。

$$f(-q_k)+f'(-q_k)\cdot\varDelta q_k(t)$$
$$=\pm M\left\{u(-q_k)+u'(-q_k)\cdot\varDelta q_k(t)+\frac{\partial u(-q_k)}{\partial p_t}\cdot\varDelta p_t\right\}$$

こゝに $\varDelta q_k(t)$ は $\varDelta p_t$ に対する q_k の変化量である。

よつて

$$\left.\begin{aligned}&\varDelta q_k(t)=a_{kt}\cdot\varDelta p_t\\ &\text{こゝに}\quad a_{kt}=\frac{\pm M\cdot\dfrac{\partial u(-q_k)}{\partial p_t}}{f'(-q_k)\mp M\cdot u'(-q_k)}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(29)$$

同様に q_k が $\varDelta q_k$ だけ移動した時の p_t' の移動量は

$$\left.\begin{aligned}&\varDelta p_t'(k)=b_{tk}\cdot\varDelta q_k\\ &\text{こゝに}\quad b_{tk}=\frac{K\cdot\dfrac{\partial v(-p_t')}{\partial q_k}}{g'(-p_t')-Kv'(-p_t')}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(30)$$

又全ての p_t を移動させた時の q_k の総移動量 $\varDelta q_k$ は

$$\varDelta q_k=\sum_t\varDelta q_k(t)$$

同様に

$$\varDelta p_t'=\sum_k\varDelta p_t'(k)$$

だからこれを (29) 及び (30) 式を考慮して行列の形に書けば

$$\left.\begin{aligned}[\varDelta q_k]&=[a_{kt}]\cdot[\varDelta p_t]\\ [\varDelta p_t']&=[b_{tk}]\cdot[\varDelta q_k]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(31)$$

よつて第1式を第2式に代入して次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}[\varDelta p_t']&=[b_{tk}][a_{kt}]\cdot[\varDelta p_t]\\ &=[C]\cdot[\varDelta p_t]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(32)$$

最後に $p_t+\varDelta p_t=p_t'+\varDelta p_t'$ でなければならないから、次の聯立一次方程式が得られる。

$$\{[C]-\mathbf{1}\}\cdot[\varDelta p_t]=[p_t-p_t'] \quad \cdots\cdots(33)$$

これを解いて所要の移動量 $\varDelta p_t$ が定まる故更めて p_k の代りに p_s 及び $(p_t+\varDelta p_t)$ 又 q_k の代りには (31) 第1式より定まる $\varDelta q_k$ を用いて、$q_k+\varDelta q_k$ とすれば、(18) 式は近似的に満足される。近似が不十分の時は、今一度同様の操作を行えばよい。

〔VI〕 結　言

真空管を含む R-C 伝送四端子網の一般的設計理論を述べた。適当な回路素子の値を得る如く最初の p_k を定めるには、今のところ多少の経験を必要とするが、これは例えば濾波器に対しては、Tschebyscheff 近似に関する適当な図表を作つておけば、大いに便利であろう。これ等の問題に就いては、更に研究を進めることが必要であるが、今回は先ず一般的方針を述べるに止めた。最後に、種々御指導頂いた九州大学工学部、大野助教授に厚く御礼申上げる次第である。

参考文献

(1) 川上、岡田： 東京支部連合大会予稿 (昭 25-11)

(2) 大塚他： 昭 26 年度 九州大学工学部通信工学科卒論

(3) 尾崎、藤沢： 通信誌 **36**, 4, 156 (昭 28-4)

(4) E.A. Guillemin： Jour. of Math. Phys. **28**, 22-42

(5) 例えば S. Darlington： B.S.T.J. **31**, 613-665 (July, 1952)
又濾波器に就いては
S. Darlington： Jour. of Math. Phys. **18**, 257-353 (1935)
Cauer： Theorie der Wechseltromschaltungen, Kap. VIII, IX 等

(6) 田島： 九州大学工学彙報 **24**, 4, 1～4

(7) 例えば、尾崎： 通信誌 **35**, 424 (昭 27-9)
大野： 通信誌 **35**, 481 (昭 27-10) 等

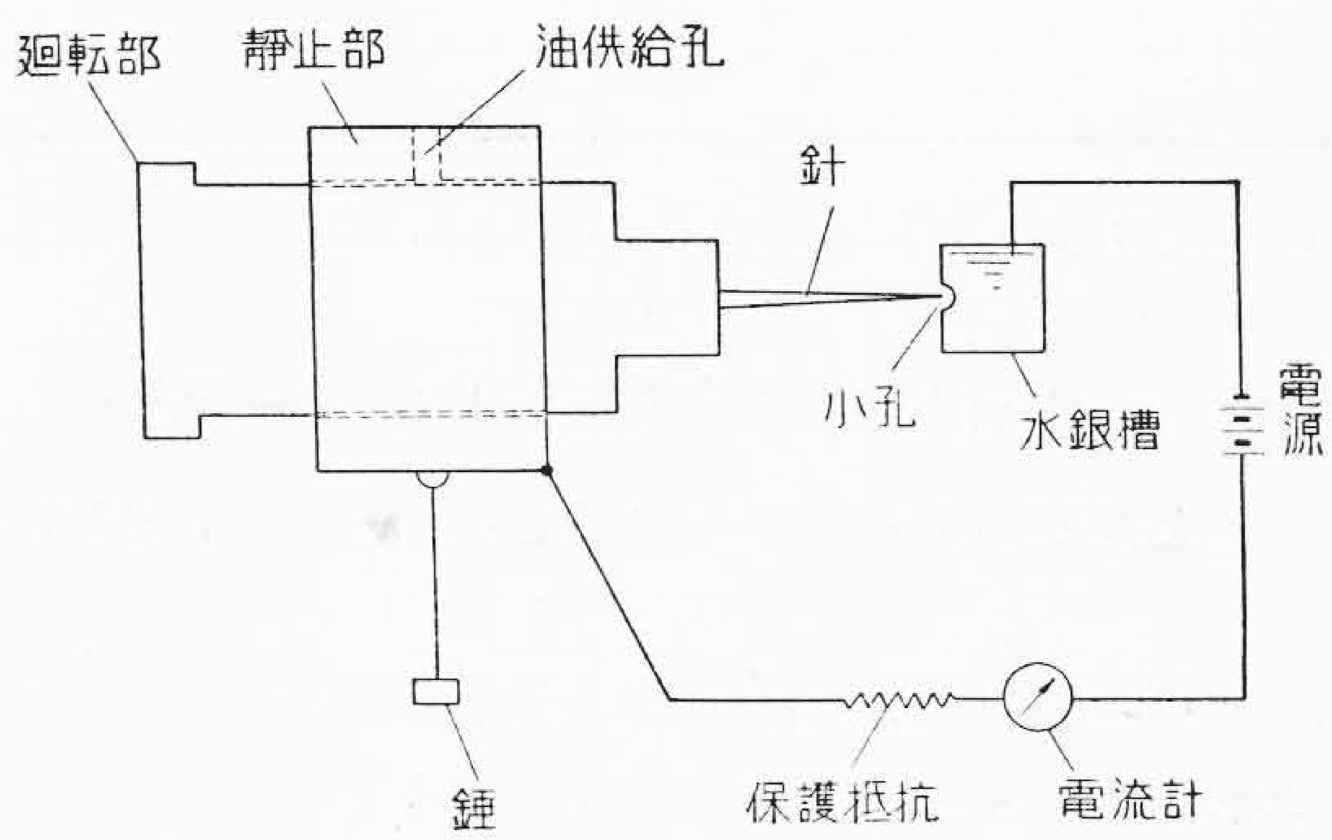
特許紹介

特許 第199103号　　　　橋本一二・米谷冠治

電流による油潤滑金属磨耗試験方法

従来の秤量法による磨耗量測定方法は、秤量時、一々試験片を試験機から取外さなければならないので、測定条件が変化し、正確な値を得ることが困難なばかりか、油潤滑の際には、ぼう大な測定時間を必要としていた。

この発明は、潤滑油を介して摺動する二金属間に電流を通じ、この電流を安定して磨耗状況を試験するようにして、上記のよう欠点を除いたものである。即ち、図に示した廻転部および静止部を形成する二金属間の油潤滑磨耗試験を行うには、油供給孔から潤滑油を供給しておき、廻転部を適当な駆動装置によつて廻転させ、且これら二金属間に、電圧を印加するのである。而る時は、二金属間の流れる電流の大きさは、これら二金属の接触頻度の大きさによつて定まるから、この電流値の変化と走行距離との曲線を作製すれば、これから磨耗量および総磨耗量を求めることができる。



本発明は電流によつて油潤滑の場合の金属磨耗試験をするために、試験機の廻転を全然停止することなく、極めて容易に、しかも非常に短時間に磨耗状況を知り得る効果がある。　(薄　田)

第35巻 日 立 評 論 第9号

東京都千代田区丸の内1ノ4
(新丸の内ビルデイング内)

日 立 評 論 社

誌代 1カ月 ¥100 〒12
6カ月 ¥490 (送料共)
1カ年 ¥840 (送料共)