二重電圧蓄電器電動機の起動特性解析

島 田 四 郎*

Analysis of Starting Characteristics of Dual Voltage Capacitor Motor

By Shirō Shimada Taga Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

That the starting torque of the dual voltage capacitor motor varies little with the connection, i.e. to high or low tension, is known experimentally, so that the total starting characteristics of this type of motor have hitherto been left to the presumption of designers who would limit their calculation of the characteristics to the case of the low tension connection.

In this article, the writer dealing with this subject introduced his theoretical analysis as given in the heading, by which he wrought out a fundamental formula representing the starting characteristics acquired by high tension connection. A few examples of application of the formula to characteristic calculation are given also.

To mention the same briefly, the writer first induced out, by the aid of two revoluving field theory, a fundamental formula for current and torque of general two-phase electric motor whose starting coil takes a right electrical angle to the main winding which comprises phase M and phase N on the same axle. Then he transformed the formula making it applicable to the case where the two-phase motor is used on a single-phase source as a dual voltage motor (in which phase S is brought in parallel to phase M) phase M and phase N of which are switched over between series and parallel connection. Based on the same formula he induced the formula of starting current and torque developed in case the phase M and the phase N have an equal constant, and further induced the formula which represents the maximum value of starting torque and condenser terminal voltage obtainable when the condenser capacity is varied. Also, he used a circle diagram to be referred as a guide in his general observation of the subject. Synthesizing the results thus gained, the writer was able to clarify the analogy as well as the differentiation between the high tention- and the low tension-starting characteristics.

[I] 緒 言

現在我国に於て製作使用されている単相誘導電動機は 主として出力 200 W 以下は分相起動方式,出力 200 W 以上は反撥起動方式である。分相起動方式は構造が簡単 堅牢で保守も容易であるが,欠点として起動トルクが小

* 日立製作所多賀工場

さく起動電流が大きい。これに反し、反撥起動方式は起動トルクが大きく起動電流が小さいが回転子巻線、整流 子、刷子及び整流子短絡装置等複雑な構造を有しているので保守が面倒でまた高価である。

これに対し、米国等では構造が比較的簡単で起動特性 も良好な蓄電器起動方式が既に広く実用化され、特に出力 200 W 以上の単相誘導電動機では殆どがこの方式に

なつている。我国でも最近交流電解蓄電器の信頼度の高 いものが得られるようになつて, 漸次蓄電器起動電動機 が実用化されてきた。近い将来には必ずこの方式が汎用 電動機として広く一般に普及されるものと考える。

蓄電器電動機の起動特性の解析は, 単電圧仕様のもの に対しては数多く発表されているが,二重電圧(例えば 100 V, 200 V 共用) のものに対しては未だ発表された ものを見ない。

本稿はこの二重電圧蓄電器電動機の起動特性を解析す る目的を以て, 先ず二回転磁界説により二重電圧単相篭 形誘導電動機の解析に資する二相電動機の基本式を誘導 し, 更に蓄電器起動の場合の特性基本式に変形し, これ によりその起動特性に考察を加えたものである。

なお,この二重電圧蓄電器電動機の考え方は,高い電 圧に耐える電解蓄電器の製作が困難なこと, 起動電流に 制限を受けること,或は輸出向とすること等のため 200 V級以上の電動機の必要な場合の設計にも役立つもので ある。

[II] 二相電動機の基本式

先ず第1図に示す如き一般の場合に就き基本式を求め る。ただし計算に当つては次の仮定を設ける。

- (a) 各相の導体は位置的に完全な正弦分布をなす。
- (b) 回路常数は電圧,電流に関せず一定である。
- (c) 空隙の長さが一様で溝口の空隙に対する影響を 無視できる。即ち空隙のパーミアンスが一様であ る。
- (d) 鉄心のパーミアンスは無限大で,鉄損が磁気的 影響を与えない。
- (e) M相, N相の巻線は位置的に同相に巻かれ, S相巻線とは完全に π/2 の電気角度を有する。

計算方法はN相巻線のない場合に就き文献(1)により 発表された方法に基いたもので, 詳細は省略し要点のみ 記るす。

M, N, S 各相の電流 i_M , i_N , i_S を次式で表わす (以 下サフイックス M, N, S はそれぞれ M 相, N 相, S 相の関係値を表わす)。

$$i_M = \sqrt{2} |I_M| \cos \omega t \dots (1)$$

$$i_N = \sqrt{2} |I_N| \cos(\omega t + \psi) \dots (2)$$

$$i_S = \sqrt{2} |I_S| \cos(\omega t + \phi) \dots (3)$$

また仮定 (a) (e) により各相の導体分布 ${\it \Delta}C_M$, ${\it \Delta}C_N$, △Cs は次の如く表わされる。

$$\Delta C_M = -\frac{\pi}{2\lambda} C_M \sin \frac{\pi}{\lambda} x....(4)$$

$$\Delta C_N = -\frac{\pi}{2\lambda} bC_M \sin \frac{\pi}{\lambda} x \dots (5)$$

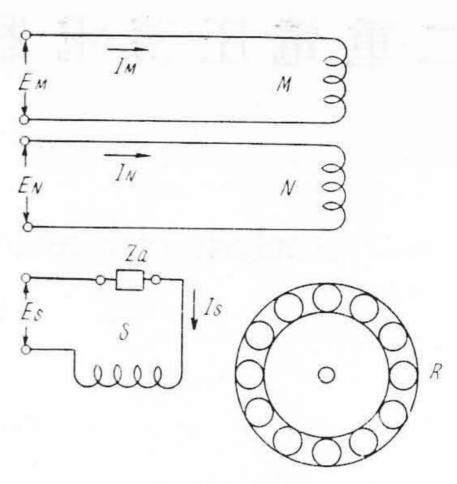


Fig.1. Two-Phase Motor Circuits

$$\Delta C_S = -\frac{\pi}{2\lambda} a C_M \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} x + \frac{\pi}{2}\right) \dots (6)$$

こ」に λ=極間隔 (cm)

 $C_M = M$ 相の毎極の全導体数

bC_M=N相の毎極の全導体数

 $aC_M = S$ 相の毎極の全導体数

x=任意点のM相巻線の極中心よりの距離

(cm)

式(4)で表わされる分布の導体に式(1)の電流が流れ ることにより誘起される磁束の分布 ΔφfM, ΔφbM は篭 形回転子の反作用も考えて次の如く表わされる(サフィ ックス fM, bM はそれぞれ M 相の前進及び後退磁束 を表わす。N, S 相に関しても同様とする)。

コレニ

$$k = \frac{4\sqrt{2} \times 10^8}{2\pi f \lambda C_{y}}$$

$$R_{f} = \frac{X_{m}^{2} \frac{R_{2}}{s}}{\left(\frac{R_{2}}{s}\right)^{2} + (X_{2} + X_{m})^{2}}$$

=M相巻線の前進磁束に対する見掛の抵抗(Q)

$$X_{f} = \frac{X_{m} \left[\left(\frac{R_{2}}{s} \right)^{2} + X_{2}(X_{2} + X_{m}) \right]}{\left(\frac{R_{2}}{s} \right)^{2} + (X_{2} + X_{m})^{2}}$$

= M 相巻線の前進磁束に対する見掛のリアクタ \vee λ (Ω)

$$R_b = \frac{X_m^2 \frac{R_2}{2-s}}{\left(\frac{R_2}{2-s}\right)^2 + (X_2 + X_m)^2}$$

=M相巻線の後退磁束に対する見掛の抵抗(Q)

$$X_{b} = \frac{\left[X_{m}\left(\left(\frac{R_{2}}{2-s}\right)^{2} + X_{2}(X_{2} + X_{m})\right)\right]}{\left(\frac{R_{2}}{2-s}\right)^{2} + (X_{2} + X_{m})^{2}}$$

=M 相巻線の後退磁束に対する見掛のリアクタンス (Ω)

 $X_m = M$ 相巻線の励磁リアクタンスの半分 (Ω) $R_2 = M$ 相に換算した回転子抵抗の半分 (Ω)

 $X_2=M$ 相に換算した回転子漏洩リアクタンスの半分(Ω)

s=回転子の前進磁束に対する滑り

N相に対しては

$$\Delta\phi_{fN} = kb |I_{N}| \left[X_{f} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}x - \omega t - \psi\right) - R_{f} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x - \omega t - \psi\right) \right] \\
\Delta\phi_{bN} = kb |I_{N}| \left[X_{b} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \omega t + \psi\right) + R_{b} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \omega t + \psi\right) \right] \\
+ R_{b} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \omega t + \psi\right) \right]$$

S相に対しては

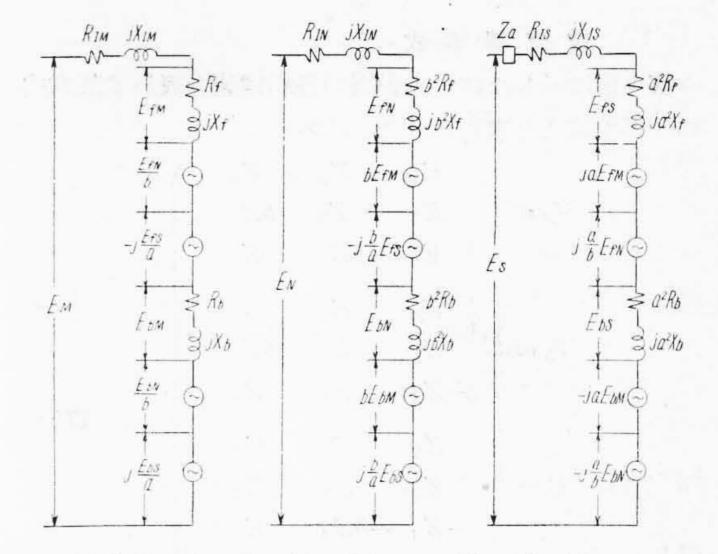
$$\Delta\phi_{fS} = ka |I_{S}| \left[X_{f} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2} - \omega t - \phi\right) \right] \\
-R_{f} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2} - \omega t - \phi\right) \\
\Delta\phi_{bS} = ka |I_{S}| \left[X_{b} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2} + \omega t + \phi\right) + R_{b} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2} + \omega t + \phi\right) \right] \\
+R_{b} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2} + \omega t + \phi\right) \right]$$

式 (7)~(9) の分布を有する各磁束により M, N, S 各相に誘起する電圧を打消すに要する電圧をそれぞれ

M 相に対し: E_{fM} , E_{bM} , E_{M} , E_{M} , E_{M} , E_{M} , E_{M} (E_{fM} , E_{bM} は $\Delta\phi_{fM}$, $\Delta\phi_{bM}$ によるもの, E_{M} , E_{M} は $\Delta\phi_{fN}$, $\Delta\phi_{bN}$ によるもの, E_{M} , E_{M} は $\Delta\phi_{fS}$, E_{M} は $\Delta\phi_{fS}$, E_{M} によるもの, E_{M} によるもの, E_{M} によるもの, E_{M} によるもの, E_{M} に対しても同様とする)

N 相に対し: E_N , E_N , E_{fN} , E_{bN} , E_N , E_N , E_N Sf Sb S 相に対し: E_S , E_S , E_S , E_S , E_S , E_{fS} , E_{bS}

とすると



第2図 各 相 電 圧 の 関 係 図

Fig. 2. Voltage Diagram of Each Phase

また M, N, S 各相の一次インピーダンスをそれぞれ $R_{IM}+jX_{IM}$, $R_{IN}+jX_{IN}$, $R_{IS}+jX_{IS}$ とし、S 相への附 加インピーダンスを R_a+jX_a とすると、これ等による 電圧降下 E_{IM} , E_{IN} , E_{IS} , E_a はそれぞれ次式の如く なる。

式(10)~(13)で表わされる電圧のそれぞれの和が各相の印加電圧 E_M , E_N , E_S に等しいから次式が成立する。

又式(14)の関係は第2図に示す如くになる。

各相電圧と電流の関係は次の如く式 (10)~(14) より 得られる。即ち

但し
$$Z_{M} = (R_{IM} + R_{f} + R_{b}) + j(X_{IM} + X_{f} + X_{b})$$
$$Z_{N} = (R_{IN} + b^{2}R_{f} + b^{2}R_{b}) + j(X_{IN} + b^{2}X_{f} + b^{2}X_{b})$$
$$Z_{S} = (R_{a} + R_{IS} + a^{2}R_{f} + a^{2}R_{b})$$
$$+ j(X_{a} + X_{IS} + a^{2}X_{f} + a^{2}X_{b})$$
$$Z_{A} = a(X_{f} - X_{b}) - j_{a}(R_{f} - R_{b})$$
$$Z_{B} = b(R_{f} + R_{b}) + j_{b}(X_{f} + X_{b})$$

但し

(1) 電流基本式

第1図に示した如き電動機の各相電流を表わす基本式は (15) 式より求められる。即ち

$$I_{M} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} E_{M} & Z_{B} & Z_{A} \\ E_{N} & Z_{N} & bZ_{A} \\ E_{S} - bZ_{A} & Z_{S} \end{vmatrix},$$

$$I_{N} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} Z_{M} & E_{M} & Z_{A} \\ Z_{B} & E_{N} & bZ_{A} \\ -Z_{A} & E_{S} & Z_{S} \end{vmatrix},$$

$$I_{S} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} Z_{M} & Z_{B} & E_{M} \\ Z_{B} & Z_{N} & E_{N} \\ -Z_{A} - bZ_{A} & E_{S} \end{vmatrix}(17)$$

$$I_{S} = \frac{1}{A} \begin{vmatrix} Z_{M} & Z_{B} & E_{M} \\ -Z_{A} - bZ_{A} & E_{S} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} Z_{M} & Z_{B} & Z_{A} \\ Z_{B} & Z_{N} & bZ_{A} \\ -Z_{A} - bZ_{A} & Z_{S} \end{vmatrix}$$

(2) トルク基本式

トルク T_t は次式より求められる。(単位 同期ワット)

$$T_{t} = \int_{0}^{\lambda} \left[\Delta \phi_{fM} + \Delta \phi_{bM} + \Delta \phi_{fN} + \Delta \phi_{bN} + \Delta \phi_{fS} + \Delta \phi_{bS} \right] \times \left[i_{M} \cdot \Delta C_{M} + i_{N} \cdot \Delta C_{N} + i_{S} \cdot \Delta C_{S} \right] \cdot 2\lambda f \cdot 10^{-8} dx$$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・(10)

この式 (18) に式 (1) \sim (9) を代入して計算すると次式が得られる。

$$T_t = |I_M|^2[(R_f - R_b) + (R_f - R_b)\cos 2\omega t$$
 $-(X_f - X_b)\sin 2\omega t] + |I_N|^2b^2[(R_f - R_b)$
 $+(R_f - R_b)\cos 2(\omega t + \psi) - (X_f - X_b)\sin 2(\omega t + \psi)]$
 $+|I_S|^2a^2[(R_f - R_b) + (R_f - R_b)\cos 2(\omega t + \phi)$
 $-(X_f - X_b)\sin 2(\omega t + \phi)] + 2|I_M| \cdot |I_N|b[(R_f - R_b)$
 $\times \cos \psi + (R_f - R_b)\cos (2\omega t + \psi) - (X_f - X_b)$
 $\times \sin (2\omega t + \psi)] + 2|I_M| \cdot |I_S|a(R_f + R_b)\sin \phi$
 $+2|I_N| \cdot |I_S|ab(R_f + R_b)\sin (\phi - \psi)\dots$ (19)
式(19) よりトルク T_t は電源周波数の 2 倍の周波数の
脈動を含むことが解る。

次に T_t の平均値を T とすると式 (19) より T は $T=[|I_M|^2+b^2|I_N|^2+2b|I_M|\cdot|I_N|\cos\phi$

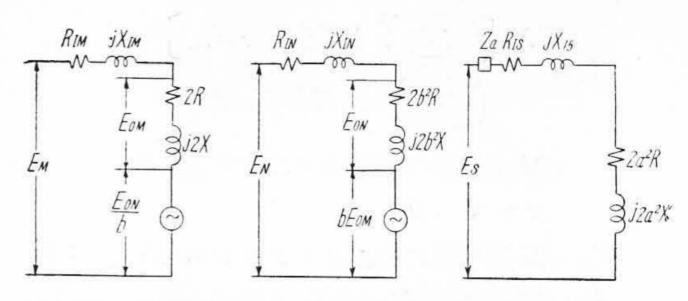
 $+a^{2}|I_{S}|^{2}(R_{f}-R_{b})+2a|I_{S}|[|I_{M}|\sin\phi]$ $+b|I_{N}|\sin(\phi-\phi)(R_{f}+R_{b})$(20)

電動機のトルクを論じるときは通常この平均トルクをい う。本稿でも以下この平均値のみを考える。

今 $I_M+bI_N=I_T$, $\angle(I_T,I_S)=\xi$(21) とおくと, I_T の効果は M 及び N 相電流の効果の和を 表わすことになる。即ち式 (20) は

$$T = [|I_T|^2 + a^2 |I_S|^2](R_f - R_b) + 2a|I_T| \cdot |I_S|(R_f + R_b) \sin \xi ...(22)$$

となり、これは N 相巻線がない場合に M 相に I_T が流れた場合のトルクの式に等しい。式(20) 又は(22) がトルクの基本式である。



第3図 起動時に於ける各相電圧の関係図 Fig.3. Voltage Diagram of Each Phase at Starting

(3) 起動時基本式

起動時には s=1 である故

$$R_{f} = R_{b} = \frac{X_{m}^{2}R_{2}}{R_{2}^{2} + (X_{2} + X_{m}^{2})} \equiv R$$

$$X_{f} = X_{b} = \frac{X_{m}[R_{2}^{2} + X_{2}(X_{2} + X_{m})]}{R_{2}^{2} + (X_{2} + X_{m})^{2}} \equiv X$$

$$(23)$$

とおける。このときの電流, インピーダンス, トルク等をサフイックス"O"を附して表わすと式(17), (16)より次式が得られる。

$$I_{MO} = \frac{E_{M}Z_{NO} - E_{N}Z_{BO}}{Z_{MO}Z_{NO} - Z_{BO}^{2}}$$

$$I_{NO} = \frac{-E_{M}Z_{BO} + E_{N}Z_{MO}}{Z_{MO}Z_{NO} - Z_{BO}^{2}}, \quad I_{SO} = \frac{E_{S}}{Z_{SO}}$$

$$\dots(24)$$

但し

$$\begin{split} &Z_{M0} = (R_{IM} + 2R) + j(X_{IM} + 2X), \\ &Z_{N0} = (R_{IN} + 2b^2R) + j(X_{IN} + 2b^2X), \\ &Z_{S0} = (R_a + R_{IS} + 2a^2R) + j(X_a + X_{IS} + 2a^2X), \\ &Z_{B0} = 2b(R + jX) \end{split}$$

また式(22),(21)より次式が得られる。

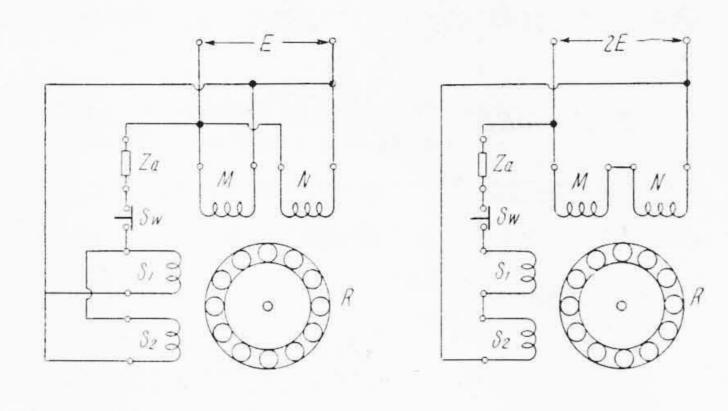
$$T_0 = 4a |I_{T0}| \cdot |I_{S0}| R \sin \xi_0 \dots (25)$$

但し $I_{TO} = I_{MO} + bI_{NO}$, $\xi_O = \angle(I_{TO}, I_{SO})$

式(24)及び(25)が起動時の電流及びトルクの基本式である。なおこれらの式でN相の関係値を0とおけば通常の二相電動機の基本式と一致する。第2図に示した電圧の関係図は起動時には第3図の如くなる。

[III] 二重電圧蓄電器電動機の基本式

抵抗分相型の二重電圧単相誘導電動機は通常,第4図に示す結線でMとN, S_1 と S_2 の巻線仕様を同一にしておき,高圧低圧の切換には主巻線起動巻線共に直並列切換を行う。従つて高圧と低圧で同様な特性を得られることが明かで特に区別して解析する必要がない。然るに電解蓄電器を使用する蓄電器電動機では,高い電圧に耐える蓄電器の製作が困難なため通常第5図の如き結線となし,蓄電器端子電圧が常に低圧になるように設計されている。この場合には明かに高低圧を同一に取扱うことはできない。こゝに前項で得られた結果を活用すれば二重電圧蓄電器電動機の特性の基本式を誘導することが

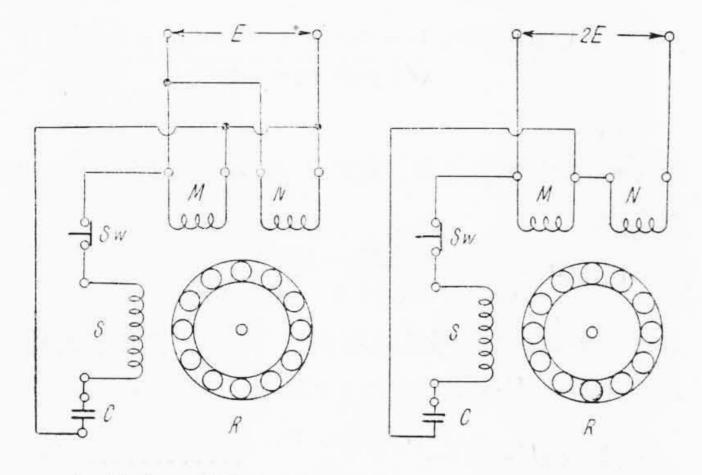


低圧結線

髙 圧 結 線

第4図 二重電圧単相電動機結線図

Fig. 4. Connection Diagram of Dual-Voltage Single-Phase Motor



L一結線 (低圧結線)

H-結線(髙圧結線)

第5図 二重電圧蓄電器電動機結線図 Fig.5. Connection Diagram of Dual-Voltage Capacitor Motor

できる。以下これを示す。なおこの場合S相附加インピーダンスは蓄電器であるから次の如く書換える。

$$Z_a \rightarrow Z_c$$
, $R_a \rightarrow R_c$, $X_a \rightarrow -X_c$, $E_a \rightarrow V_c$

(1) L-結線(低圧結線)の場合

この場合は $E_M = E_S = E$ となる。このときの各記号をサフイックス "L"を附して表わすと運転特性基本式は式 (17), (21), (22) より次の如くなる。

$$I_{ML} = \frac{E}{A} \begin{vmatrix} 1 & Z_B & Z_A \\ 1 & Z_N & bZ_A \\ 1 & -bZ_A & Z_S \end{vmatrix}$$

$$I_{NL} = \frac{E}{A} \begin{vmatrix} Z_M & 1 & Z_A \\ Z_B & 1 & bZ_A \\ -Z_A & 1 & Z_S \end{vmatrix} \dots (26)$$

$$I_{SL} = \frac{E}{A} \begin{vmatrix} Z_M & Z_B & 1 \\ Z_B & Z_N & 1 \\ -Z_A & -bZ_A & 1 \end{vmatrix}$$

 $T_{L} = [|I_{TL}|^{2} + a^{2}|I_{SL}|^{2}](R_{f} - R_{b})$ $+2a|I_{TL}| \cdot |I_{SL}|(R_{f} + R_{b})\sin \xi_{L} \dots (27)$

但し $I_{TL} = I_{ML} + bI_{NL}$, $\xi_L = \angle (I_{TL}, I_{SL})$

起動時には式(24),(25)より次式が得られる。

$$I_{MOL} = E \frac{Z_{MO} - Z_{BO}}{Z_{MO} Z_{NO} - Z_{BO}^{2}},$$

$$I_{NOL} = E \frac{Z_{MO} - Z_{BO}}{Z_{MO} Z_{NO} - Z_{BO}^{2}}, \quad I_{SOL} = \frac{E}{Z_{SO}}$$
(28)

$$T_{OL} = 4aR |I_{TOL}| \cdot |I_{SOL}| \sin \xi_{OL}$$

$$I_{TOL} = I_{MOL} + bI_{NOL}$$

$$\xi_{OL} = \angle (I_{TOL}, I_{SOL})$$

$$(29)$$

(2) H-結線(高圧結線)の場合

この場合は式(30)の条件が成立する。

$$E_M = E_S$$
, $E_M + E_N = 2E$, $I_M + I_S = I_N \dots (30)$

式(17)にこれ等の関係を入れて整理すると次の如くなる。

$$E_M=2E \cdot F(s)$$
(31)

但し

$$F(s) = \frac{Z_{M}Z_{S} + Z_{S}Z_{B} + Z_{A}^{2} - Z_{A}Z_{B}}{-bZ_{M}Z_{A} + bZ_{A}^{2}} (32)$$

$$-Z_{M}Z_{N} + Z_{M}Z_{S} + Z_{N}Z_{S} + Z_{A}^{2}$$

$$-Z_{B}^{2} + 2Z_{S}Z_{B} + 2bZ_{A}^{2} + b^{2}Z_{A}^{2}$$

このときの各記号にサフイックス"H"を附して表わすと、式 (17)、(21)、(22) より運転特性基本式として次式が得られる。

$$I_{MH} = \frac{2E}{A} \begin{vmatrix} F(s) & Z_B & Z_A \\ 1 - F(s) & Z_N & bZ_A \\ F(s) - bZ_A & Z_S \end{vmatrix}$$

$$I_{NH} = \frac{2E}{A} \begin{vmatrix} Z_M & F(s) & Z_A \\ Z_B & 1 - F(s) & bZ_A \\ -Z_A & F(s) & Z_S \end{vmatrix} \dots (33)$$

$$I_{SH} = \frac{2E}{A} \begin{vmatrix} Z_M & Z_B & F(s) \\ Z_B & Z_N & 1 - F(s) \\ -Z_A & -bZ_A & F(s) \end{vmatrix}$$

$$T_{H} = [|I_{TH}|^{2} + a^{2}|I_{SH}|^{2}](R_{f} - R_{b})$$

$$+2a|I_{TH}| \cdot |I_{SH}|(R_{f} + R_{b})\sin \xi_{H} \dots (34)$$

但し $I_{TH}=I_{MH}+bI_{NH}$, $\xi_{H}=\angle(I_{TH},I_{NH})$ 起動特性は式 (24), (25) より次の如くなる。

$$I_{MOH} = 2E \frac{F(O) \cdot Z_{NO} - [1 - F(O)] Z_{BO}}{Z_{MO} Z_{NO} - Z_{BO}^{2}}$$

$$I_{NOH} = 2E \frac{[1 - F(O)] Z_{MO} - F(O) \cdot Z_{BO}}{Z_{MO} Z_{NO} - Z_{BO}^{2}}$$

$$I_{SOH} = 2E \frac{F(O)}{Z_{SO}}$$

$$(...(35))$$

但し
$$F(O) = \frac{Z_{MO}Z_{SO} + Z_{SO}Z_{BO}}{Z_{MO}Z_{NO} + Z_{MO}Z_{SO} + Z_{NO}Z_{SO} - Z_{BO}^2 + 2Z_{SO}Z_{BO}}$$

$$T_{OH} = 4aR |I_{TOH}| \cdot |I_{SOH}| \sin \xi_{OH}$$

$$I_{TOH} = I_{MOH} + bI_{NOH},$$

$$\xi_{OH} = \angle (I_{TOH}, I_{SOH})$$

$$\dots (36)$$

[IV] 二重電圧蓄電器電動機の起動特性

二重電圧単相電動機は通常、定常運転に入つた後の特 性を高圧結線と低圧結線で略々同一にするためには M 相、N相の巻線を略々同一に設計する。こゝでは

$$b=1, Z_{IM}=Z_{IN}....(37)$$

として起動特性を考察する。この仮定が成立するときは

が成立する。このときの各記号を""を附して表わす。 なおこの仮定の成立するときは高圧結線と低圧結線とで 定常運転特性が同一になることは明かである。

(1) 電流及びトルクを表わす式

(A) L-結線の場合

式(28),(29)に式(37),(38)の仮定を入れると次式が 得られる。

$$I_{MOL'} = \frac{E}{Z_{MO} + Z_{BO}} = \frac{E}{(R_{IM} + 4R) + j(X_{IM} + 4X)}$$
.....(39)

$$I_{NOL'} = I_{MOL'} = \frac{E}{(R_{IM} + 4R) + j(X_{IM} + 4X)}$$
.....(40)

$$I_{SOL'} = \frac{E}{Z_{SO}} = \frac{E}{(R_C + R_{IS} + 2a^2R)} + j(-X_C + X_{IS} + 2a^2X)$$
(41)

$$T_{OL'}=4aR|I_{TOL'}|\cdot|I_{SOL'}|\sin\xi_{OL'}$$

$$=8aRE^{2}\frac{(X_{IM}+4X)(R_{a}+R_{IS}+2a^{2}R)}{-(R_{IM}+4R)(-X_{C}+X_{IS}+2a^{2}X)}$$

$$=RE^{2}\frac{-(R_{IM}+4R)(-X_{C}+X_{IS}+2a^{2}X)}{[(R_{IM}+4R)^{2}+(X_{IM}+4X)^{2}][(R_{C}+R_{IS}+2a^{2}X)^{2}]}$$

$$+R_{IS}+2a^{2}R)^{2}+(-X_{C}+X_{IS}+2a^{2}X)^{2}]$$
......(42)

式 (39)~(42) で L-結線の起動特性が表わされる。 起動用蓄電器の両端の電圧は次の如くなる。

$$V_{COL'} = Z_C \cdot I_{SOL'}$$

$$= E(R_C - jX_C)$$

$$= \frac{E(R_C - jX_C)}{(R_C + R_{IS} + 2a^2R) + j(-X_C + X_{IS} + 2a^2X)}$$
.....(43)

又起動能率を 7st とすると次の如くなる。

$$\eta_{St} \cdot L' = \frac{T_{OL'}}{E \cdot |I_{LOL'}|} \cdot \dots \cdot (44)$$

 $I_{LOL}' = I_{MOL}' + I_{NOL}' + I_{SOL}' = 線電流$ 但し

次に起動用蓄電器の力率を μ とし, μ が容量の如何 に拘らず一定の場合に, 蓄電器容量Cを変化させたとき 即ちXcを変化させたときの起動トルク及び蓄電器電圧 の最大値を求めると仮定により次式が成立する。

式を簡単にするために次式の如くおく。

然るときは式(42)は式(45)の関係を入れて次の如くな る。

$$T_{OL'} = 8aRE^2 \frac{x_M(\mu X_C + r_S) - r_M(-X_C + x_S)}{|z_M|^2[(\mu X_C + r_S)^2 + (-X_C + x_S)^2]}$$

この式の右辺を X_c で微分して0とおき最大値 $(T_{OL}')_{max}$ を求めると次式が得られる。

$$(T_{OL'})_{\max} = \frac{8aRE^2}{|z_M|}$$

このときの X_c を $(X_{COI})_{T max}$ とすると次の如くな る。

 $(X_{COL'})_{T\max}$

$$= \frac{\sqrt{1+\mu^{2}(r_{M}x_{S}-x_{M}r_{S}^{2})+|z_{M}|\cdot(r_{S}+\mu x_{S})}}{\sqrt{1+\mu^{2}(r_{M}+\mu x_{M})}}$$

.....(48)

式(43)を(45)、(46)式によつて書きかえると次の如 くなる。

$$V_{COL'} = \frac{E(\mu X_C - jX_C)}{(\mu X_C + r_s) + j(-X_C + x_S)}$$

これより X_c を変化した場合の $|V_{col}|$ の最大値を 求め $|V_{COL}|$ max で表わすと次式が得られる。

$$|V_{CoI'}|_{\max} = \frac{E\sqrt{1+\mu^2}|z_S|}{r_S + \mu x_S} \dots (49)$$

このときの X_c を $(X_{COL})_{V \max}$ とすると次の如くな る。

なお, 通常 μ≪1 であるから式 (47)~(49) は次の如 くなる。

$$(T_{OL'})_{\max} = \frac{8aRE^2}{|z_M|}$$

$$\times \frac{(r_S + \mu x_S)^2}{(r_S + \mu x_S)[(r_M + \mu |z_M|)^2 + (|z_M| - x_M)^2]}$$
(A7)

$$(X_{COL})_{T\max} = \frac{(r_M x_S - x_M r_S) + |z_M| \cdot (r_S + \mu x_S)}{r_M + \mu x_M}$$

$$|V_{CoL'}|_{\max} = \frac{E \cdot |z_S|}{r_S + \mu x_S} \cdot \dots (49)'$$

実用上は式 (47)'~(49)' で十分である。

(B) H-結線の場合

式 (35) に式 (37), (38) の仮定を入れると次式が得 られる。

$$I_{MOH'} = \frac{2E(Z_{SO} - Z_{BO})}{(Z_{MO} + Z_{BO})(Z_{MO} + 2Z_{SO} - Z_{BO})} (51)$$

$$I_{NOH'} = \frac{2E(Z_{MO} + Z_{SO})}{(Z_{MO} + Z_{BO})(Z_{MO} + 2Z_{SO} - Z_{BO})} (52)$$

$$I_{SOH'} = \frac{2E}{Z_{MO} + 2Z_{SO} - Z_{BO}}$$

$$= \frac{E}{\left(\frac{R_{IM}}{2} + R_C + R_{IS} + 2a^2R\right)}$$

$$+ j\left(\frac{X_{IM}}{2} - X_C + X_{IS} + 2a^2X\right)$$
(53)

従つて

$$I_{TOH'} = I_{MOH'} + I_{NOH'} = \frac{2E}{Z_{MO} + Z_{BO}}$$

$$= \frac{2E}{(R_{IM} + 4R) + j(X_{IM} + 4X)} \dots \dots (54)$$

式(36)より次式が得られる。

$$T_{OH}' = 4aR |I_{TOH}'| \cdot |I_{SOH}'| \sin \quad_{OH}' = 8aRE^{2}$$

$$(X_{IM} + 4X) \left(\frac{R_{IM}}{2} + R_{C} + R_{IS} + 2a^{2}R \right)$$

$$- (R_{IM} + 4R) \left(\frac{X_{IM}}{2} - X_{C} + X_{IS} + 2a^{2}X \right)$$

$$\times \frac{(R_{IM} + 4R)^{2} + (X_{IM} + 4X)^{2}}{((R_{IM} + 4R)^{2} + (X_{IM} + 4X)^{2}) \left(\left(\frac{R_{IM}}{2} + R_{C} + R_{IS} + 2a^{2}X \right)^{2} \right)}$$

$$+ R_{IS} + 2a^{2}R)^{2} + \left(\frac{X_{IM}}{2} - X_{C} + X_{IS} + 2a^{2}X \right)^{2} \right)$$
(55)

蓄電器端子電圧 V_{COH}' は次の如くなる。

 $V_{COH}'=Z_CI_{SOH}'$

$$= \frac{E(R_C - jX_C)}{\left(\frac{R_{IM}}{2} + R_C + R_{IS} + 2a^2R\right)} + j\left(\frac{X_{IM}}{2} - X_C + X_{IS} + 2a^2X\right)$$
(56)

起動能率 $\eta'_{St\cdot H}$ は次の如くなる。

但し $I_{LOH}'=I_{NOH}'=$ 線電流

式 (39)~(43) を式 (51)~(56) と比較すると次のことがいえる。

- (a) I_{TOH}' は I_{TOL}' と等しくなる。
- (b) I_{SOH}' は I_{SOL}' に於ける R_{IS}, X_{IS} の代りに $\frac{R_{IM}}{2} + R_{IS}$, $\frac{X_{IM}}{2} + X_{IS}$ とおいたものに等しい。
- (c) 従つて $T_{OH'}$, $V_{COH'}$ はそれぞれ $T_{OL'}$, $V_{COL'}$ に於ける R_{IS} , X_{IS} の代りに $\frac{R_{IM}}{2} + R_{IS}$, $\frac{X_{IM}}{2} + X_{IS}$ とおいたものに等しい。

従つてまた X_c を変化させた場合の起動トルク,蓄電器端子電圧の最大はそれぞれ次の如く表わされる。

$$(T_{OH}')_{\text{max}} = \frac{8aRE^{2}}{|z_{M}|} \times \frac{\sqrt{1+\mu^{2}(r_{M}+\mu x_{M})^{2}}}{\left[\left(r_{S}+\frac{R_{IM}}{2}\right)+\mu\left(x_{S}+\frac{X_{IM}}{2}\right)\right]\left((r_{M}\sqrt{1+\mu^{2}}+\mu|z_{M}|)^{2}+(|z_{M}|-x_{M}\sqrt{1+\mu^{2}})^{2}\right]} + \mu|z_{M}|)^{2}+(|z_{M}|-x_{M}\sqrt{1+\mu^{2}})^{2}$$
.....(58)

 $(X_{COH})_{T\max}$

$$= \frac{\sqrt{1+\mu^{2}}\left(r_{M}\left(x_{S} + \frac{X_{IM}}{2}\right) - x_{M}\left(r_{S} + \frac{R_{IM}}{2}\right)\right)}{+|z_{M}|\left(\left(r_{S} + \frac{R_{IM}}{2}\right) + \mu\left(x_{S} + \frac{X_{IM}}{2}\right)\right)}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{1+\mu^{2}}\left(r_{M} + \mu x_{M}\right)}$$
(59)

$$|V_{COH'}|_{\text{max}} = \frac{E\sqrt{1+\mu^2}|z_S + \frac{Z_{IM}}{2}|}{(r_S + \frac{R_{IM}}{2}) + \mu(x_S + \frac{X_{IM}}{2})}..(60)$$

$$(X_{COH})_{V \max} = \frac{\left|z_S + \frac{Z_{IM}}{2}\right|^2}{\left(x_S + \frac{X_{IM}}{2}\right) - \mu\left(r_S + \frac{R_{IM}}{2}\right)}..(61)$$

なお μ≪1 の場合には次の如くなる。

$$(T_{OH}')_{\text{max}} \stackrel{\underline{=}}{=} \frac{8aRE^{2}}{|z_{M}|} \times \frac{(r_{M} + \mu x_{M})^{2}}{\left[\left(r_{S} + \frac{R_{IM}}{2}\right) + \mu\left(x_{S} + \frac{X_{IM}}{2}\right)\right]} \times \left[(r_{H} + \mu|z_{M}|)^{2} + (|z_{M}| - x_{M})^{2}\right] \times \left[(r_{H} + \mu|z_{M}|)^{2} + (|z_{M}| - x_{M})^{2}\right] \dots (58)'$$

 $(X_{COH})_{T\max}$

$$\frac{\left[r_{M}\left(x_{S} + \frac{X_{IM}}{2}\right) - x_{M}\left(r_{S} + \frac{R_{IM}}{2}\right)\right]}{+ |z_{M}| \cdot \left[\left(r_{S} + \frac{R_{IM}}{2}\right) + \mu\left(x_{S} + \frac{X_{IM}}{2}\right)\right]}$$

$$\frac{1}{r_{M} + \mu x_{M}}$$

$$|V_{COH'}|_{\max} = \frac{E \cdot \left| z_M + \frac{Z_{IM}}{2} \right|}{\left(r_S + \frac{R_{IM}}{2} \right) + \mu \left(x_S + \frac{X_{IM}}{2} \right)} \dots (60)'$$

(2) 円線図

(A) L-結線の場合

この場合は既に明かにされている如く $^{(2)}$, 第6図(次頁参照)に於て \overline{OE} を電源電圧, \overline{OT} を電流 I_{ToL} , \overline{TS} を電流 I_{SoL} のベクトルとすれば X_C の変化と共に点 S は円 O_1 の円周上を移動する。 円 O_1 は T を通り,その中心 O_1 の位置は

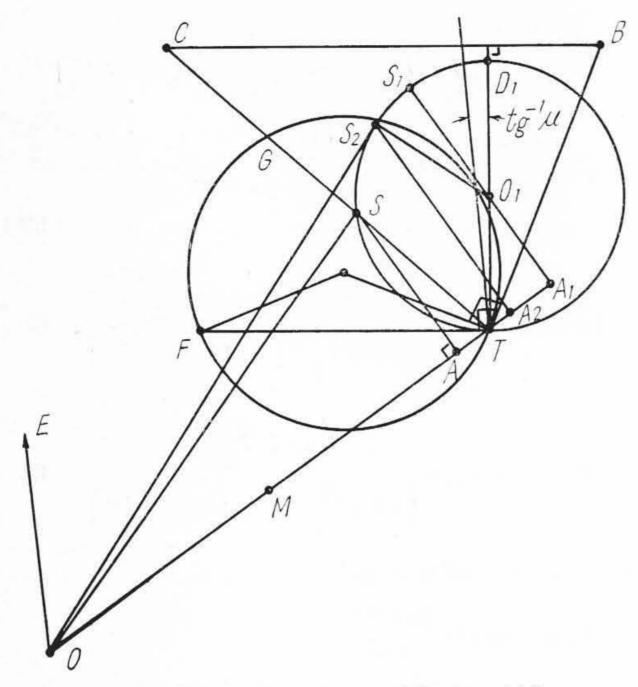
$$\angle(\overline{OE}, \overline{TO_1}) = tg^{-1}\mu,$$

$$\overline{TO_1} = \frac{E\sqrt{1+\mu^2}}{2[(R_{LS}+2a^2R)+\mu(X_{LS}+2a^2X)]}$$

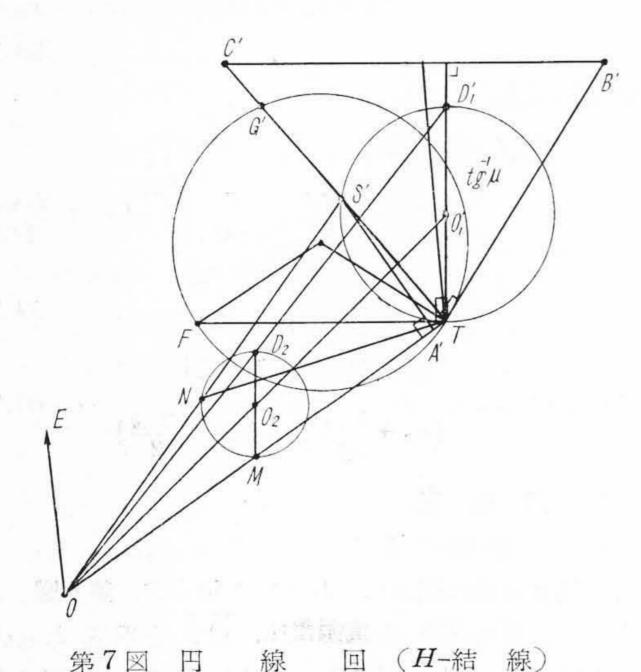
で表わされる。このときの電流 $I_{MOL'}$, $I_{NOL'}$ は相等しく $OM=\overline{MT}$ となり、線電流 $I_{LOL'}$ は \overline{OS} となる。

起動トルク T_{01} ' は S より OT に降した垂線の長さ SA で,その最大値は SA が円 O_1 の中心 O_1 を通るとき即ち $\overline{S_1O_1A_1}$ で表わされる。また起動能率は $\angle SOT$ の正弦で表わされるから OS が円 O_1 の切線になるとき即ち S_2 が起動能率の最大時を示す。

ベクトル \overline{TB} を $(R_{IS}+2a^2R)+j(X_{IS}+2a^2X)$ にと



第6図 円 線 図 (*L*-結 線) Fig. 6. Circle Diagram (*L*-Connection)



第7図 円 線 回 (*H*-結 線)
Fig. 7. Circle Diagram (*H*-Connection)

り,B より TD_1 への垂線と TS との交点を C とすれば $\overline{BC} = |Z_C|$ となる。

T より TO_1 に垂直に TF を引き $\overline{TF}=|E|$ にとり,F を通り,T で TB に接する円を画き TS との交点をG とすれば $\overline{TG}=|V_C|$ となる。 而してその直径が式 (49) の値に等しくなることは勿論である。

(B) H-結線の場合

この場合の円線図を第7図で説明すると,第6図と同じく \overline{OE} が電源電圧, \overline{OT} が電流 I_{TOH}' のベクトルとなり, I_{SOH}' のベクトルを $\overline{TS'}$ とすると X_C の変化と共に点 S' は円 O_{1}' の円周上を移動する。円 O_{1}' は T を通り,その中心 O_{1}' の位置は

$$\overline{TO_{1}'} = \frac{E\sqrt{1+\mu^{2}}}{2\left[\left(\frac{R_{IM}}{2} + R_{IS} + 2a^{2}R\right) + \mu\left(\frac{X_{IM}}{2} + X_{IS} + 2a^{2}X\right)\right]}$$

で表わされる。また OO_1' の中点を O_2 とし, O_2 を中心とし円 O_1' の半径を直径とする円 O_2 の円周と OS' との交点を N とすると明かに ON=NS' である。然るに

 $I_{TOH}' = I_{MOH}' + I_{NOH}', \quad I_{NOH}' = I_{MOH}' + I_{SOH}'$ であるから

$$I_{NOH'} = \frac{1}{2} (I_{TOH'} + I_{SOH'}),$$

 $I_{MOH}' = I_{TOH}' - I_{NOH}'$

依つて \overline{ON} 又は $\overline{NS'}$ が $I_{NOH'}$, \overline{NT} が $I_{MOH'}$ のベクトルを表わす。

起動トルク,起動能率の表わし方も L-結線の場合と同様であるが円 O_1' が円 O_1 と異るからその値は異る。また $\overline{TB'}$ を

$$\left(\frac{R_{IM}}{2} + R_{IS} + 2a^2R\right) + j\left(\frac{X_{IM}}{2} + X_{IS} + 2a^2X\right)$$

にとれば同様にして $|Z_C|$ を $\overline{B'C'}$ で表わせる。 また円 G'FT の直径は式 (61) の値に等しくなる。

[V] 計 算 例

次の常数を有する出力 200 W, 4極, 100 V / 200 V, 50~ の蓄電器起動電動機に就いて [IV] 項の結果を用いて起動特性を計算した結果を示す。

 $R_{IM} = R_{IN} = 3.20\Omega$, $X_{IM} = X_{IN} = 5.02\Omega$, b = 1 $R_{IS} = 9.72\Omega$, $X_{IS} = 7.51\Omega$, a = 1.38 $X_m = 24.9\Omega$, $R_2 = 1.35\Omega$, $X_2 = 0.464\Omega$ $Z_C = (2.12 - j21.2)\Omega$ ($C = 150\mu$ F, $\mu = 0.1$) 式 (23) より $R = 1.30\Omega$, $X = 0.562\Omega$ $\pi^2 R = 2.48\Omega$, $\pi^2 X = 1.00\Omega$

(1) L-結線(100V 結線)の場合

各相電流は式(39)~(41)より

$$I_{MOL'} = I_{NOL'} = 9.10 \text{A} / -41.3^{\circ}$$

 $I_{SOL}' = 4.89 \text{ A} / 34.8^{\circ}$

 $I_{TOL}' = 18.2 \text{ A} / -41.3^{\circ}$

起動トルクは式(42)より

 $T_{OL'} = 620$ synchronous watts

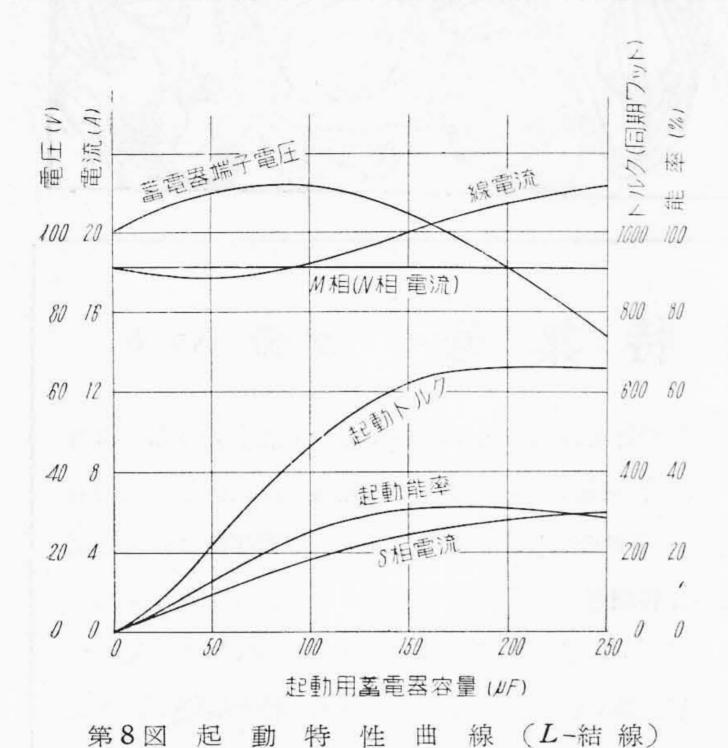
蓄電器端子電圧は式(43)より

$$|V_{COL'}| = 104 \text{ V}$$

線電流及び起動能率は式(44)より

$$I_{LOL'} = 20.0 \text{A} / -27.4^{\circ}, \quad \eta_{SLL'} = 0.31$$

起動用蓄電器の容量を変化させたときの起動トルク, 蓄電器端子電圧の最大はそれぞれ



第8図 起 動 特 性 曲 線 (*L*-結 約 Fig. 8. Starting Characteristic Curves (*L*-Connection)

式 (47), (48) より

 $(T_{OL'})_{\text{max}} = 658 \text{ syn. watts},$

 $(X_{COL})_{T \max} = 16.20 \quad (C = 196 \mu F)$

が得られ, 又式 (49), (50) より

 $|V_{COL'}|_{\text{max}} = 112 \text{ V},$

 $(X_{COL})_{V \max} = 38.19 \quad (C = 83.5 \mu F)$

が得られる。

(2) H-結線(200V 結線)の場合

各相電流は式(51)~(54)より

 $I_{MOH}' = 8.76 \text{A} / -56.7^{\circ},$

 $I_{NOH'} = I_{LOH'} = 10.1 \text{A} / -22.8^{\circ}$

 $I_{SOH}' = 4.87 \,\mathrm{A} / 26.5^{\circ}$,

 $I_{TOH}' = 18.2 \text{ A} / -41 \text{ 3}^{\circ},$

起動トルクは式(55)より

 $T_{OH}' = 590$ syn. watts

蓄電器端子電圧は式(56)より

 $|V_{COH'}| = 104 \,\mathrm{V}$

起動能率は式(57)より

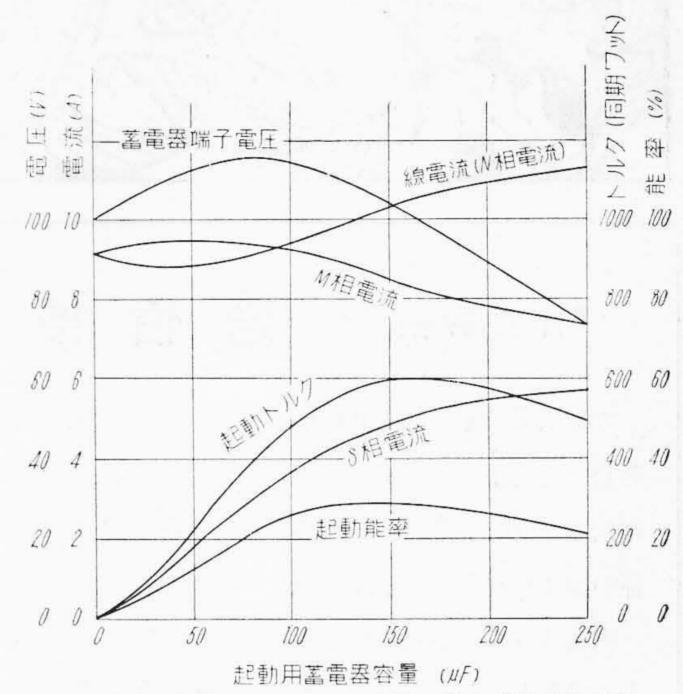
 $\eta'_{St.H} = 0.292$

起動用蓄電器の容量を変化させたときの起動トルク, 蓄電器端子電圧の最大はそれぞれ

式 (58), (59) より

 $(T_{0H}')_{\text{max}}=592 \text{ syn. watts},$

 $(X_{COH})_{T \max} = 19.6\Omega \quad (C = 162 \mu F)$



第9図 起 動 特 性 曲 線 (H-結 線)

Fig. 9. Starting Characteristic Curves (*H*-Connection)

式 (60), (61) より

 $|V_{COH}|_{\text{max}}=116\text{V}$,

 $(X_{COH})_{V \text{max}} = 39.5\Omega$ $(C = 80.6 \mu\text{F})$

以上の計算結果及び前項の円線図法により,上記電動機の起動用蓄電器の容量を変化した場合の起動特性の変化を求めた結果を第8図及び第9図に示した。

これらの結果は試作品の試作結果と略々一致する。

[VI] 結 言

以上二回転磁界説により二重電圧単相誘導電動機の解析に資する基本式を誘導し、更にこれを変形して蓄電器起動の場合の起動特性を表わす式を導いて考察を加えた。その結果として、高圧結線の場合も低圧結線の場合と同様に数式又は円線図により特性を検討する路を開き、低圧結線と高圧結線の場合の類似点及び相違点を明かにすることができた。

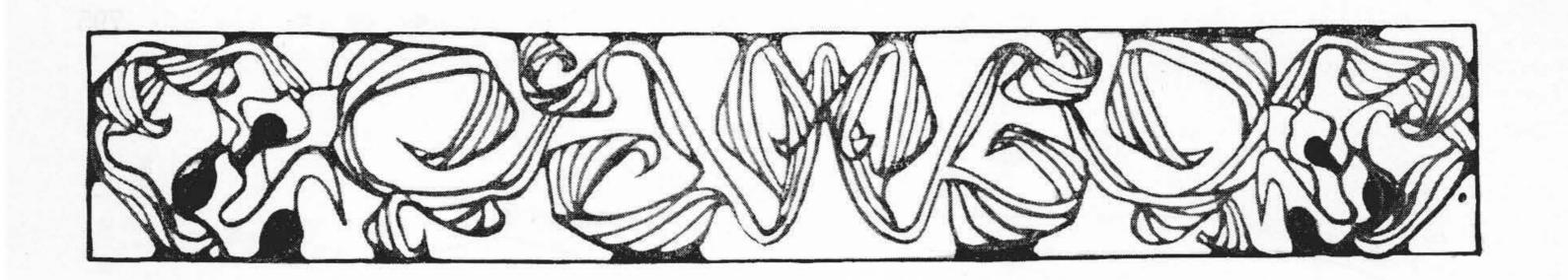
なお [III] 項 (2) で求めた結果は 2E が 200 V 以上の場合の蓄電器起動電動機の設計に役立つものである。

終りに種々御指導を賜つて関係各位に感謝の意を表する。

參 考 文 献

(1) Morrill: T.A.I.E.E. 48 614 (1929)

(2) 友貞: 日立評論 34 1,079 (昭 27-9)



通信機器特集号 別冊 No. 6 『日立評論』

本誌別冊特集号は発刊以来号を重ねること既に5回、普通号の好評はもとより、特集号の声価も愈々高く毎号 非常なる絶讃を賜つていることは御熟知の通りでありますが、昨年度は「電子管応用特集号」に引続き、「火力発 電機器」「水力発電機器」両特集号を発行,特に重電気関係より多大の反響を頂きましたので,本年度は弱電気関 係の論文を取纒め、下記の通り No. 6 としてこゝに「通信機器特集号」を 5 月中旬発行することゝなりました。

内容は通信機器全般に亘り、有線、無線、搬送等に於ける諸問題に就いて研究検討の上、その成果を詳述した ものでありまして、日立製作所が誇る戸塚工場を始め各工場研究部の精鋭を動員、その技術の粋を網羅し、本文 150 頁,写真挿図版 500 版近くを集めた「通信機器全集」をなすものであります。愛読者各位の御期待に添うべ く,編集局あげて,資料の蒐集,編纂に奔命しています。何卒その発行日を鶴首願います。

容♪ ◆ 內

			Personal Control of the Control of t		
0	我国通信技術	の直面してい	る 諸 問 題日立	製作所・戸 塚 工	場 渡 辺 孝 正
	自 動 交 換	機回路の	解 析日立	製作所•戸塚工	場 {田 島 喜平太 江 森 五 郎
0	私 設 交 換	機の諸方	式日立	製作所・戸塚工	場 { 野 上 邦 茂
0	A型自動	交換機の	寿 命日立	製作所・戸 塚 エ	場 {中野富士雄小野安正内内康平
0	交換機の	新分野へ	の 応 用日立	.製作所・戸 塚 工	場 {田 島 喜平太 大 塚 英次郎
0	電力線搬	送 電 話 用	圧 伸 機日立	製作所・戸 塚 工	場田島巖
0	VHF-FM 無	線 機	日立	:製作所・戸 塚 工	場(東西条弥
0	工業テレ	ビ ジョン.	日立	.製作所 {中央研究	万 {只 野 文 哉 夫 男 東 東 年
0	UXF-011型 マ	イクロ波通信	主装置日立	製作所 戸 塚 工	場 長 浜 良 三
0	最近のテレビ	ジョン受像用空	三中線に就いて {八ヵ	ドアンテナ株式会 :製作所・戸塚工	会社 高 木 堅 秀 場 古 谷 勝 美
0	サーミ	ス タ	日立	.製作所・中央研究	所 二 木 久 夫
0	通信機用磁	性材料の二目	三に 就 い て日立	製作所 {日 立 研 贫 安来冶金研	京所 小 野 健 二
0	通信機の検	査設備に就し	、て日立	製作所・戸塚工	場岡田一知
	東京都千代田区(新丸の内ビル	区丸ノ内1の4 ディング7階)	日 立 評 論 社	註代特集号 1 · (振 替 □ 座 〕	₩ ¥100 〒 16 東京 71824 番)