

楕円歯車の研究 (第3報)

笠原俊郎*

Study On Elliptical Gears (Report III)

By Toshirō Kasahara

Kameari Works, Hitachi, Ltd.

Abstract

In the previous (second) report, the writer described the use of the variable speed cutting method in order to make approximately uniform the ununiform gear tooth pattern cut by the uniform speed method on a fellow type gear shaper. It was indeed possible to obtain a symmetrical gear tooth pattern for ordinary elliptical gears by the application of the variable speed cutting method. This third report discusses the errors related to this manufacturing process, and determines, from the viewpoint of these errors, the optimum pitch circle radius of the pinion cutter used in cutting. Finally, in order to facilitate designing and manufacturing, the ratio of the maximum and minimum radii of elliptical gears was obtained from the ratio W_{\max}/W_{\min} of the maximum and minimum angular velocity components of the elliptical gear to be designed, and a series of numerical tables, such as variable speed coefficient based on the logarithm of the above ratio, the eccentricity of the variable speed change gear, and the optimum pitch circle radius of the pinion cutter, were obtained for convenience in variable speed cutting. Moreover, a description is given of the tests, manufacturing methods, and measurements of an elliptical gear for a flying shear made for the Nippon Steel Plate Company.

〔I〕 緒 言

この研究における原理を再記すると、すなわち楕円歯車のピッチ楕円の長短半径をそれぞれ a, b で表わし、この外周を転がる動円に相当するカッターの偏心量を $\frac{a-b}{2}$ で与え、楕円が1回転する間にカッターが正しく回転するように回転関係を定め、かつカッターの偏心点はその中心に対して楕円の長短側に存在し、しかもその長径端と同一線上にならんだ時から運動を開始する。この考えをそのままフェロー式歯切盤に利用したものである。第1報においては上記楕円(ブランクに相当する)とカッターとがいかなる瞬間においても常に一定関係の角速度で運動する場合について論じた。また第2報においてはその回転比は同様に 1:2 に与えその過程の各瞬間において角速度関係、これを正弦遅速曲線をもつて与えたもので前者を等速切削法と呼び後者を変速切削法と呼

んだ。しかして変速切削によれば等速切削による歯形の不均一を均一にすることができた。

本第3報においては今までの研究に対する結論の意味をもつて誤差論の立場から研究を進め、同時にこの研究を有意義ならしめるために設計、工作に便利であるように楕円歯車機構の最大角速度と最小角速度との比を 1~14 まで与え、この範囲における楕円歯車の設計工作に必要な数値を一連の数表に作製せんと企図し一応この完成を見たので報告する。

〔II〕 幾何学的純正楕円歯車工作のための 変速係数の探求

第2報において歯形の均一を目標として等速切削法における歯形差の最も大きい $\theta=0, \theta=\pi/2$ で均一条件を定めこれらを満足する変速係数を決定した。もし $\theta=0, \theta=\pi/4, \theta=\pi/2$ の三点において切削刻み点があるときのカッターのピッチ円に一致するという条件から速度係

* 日立製作所亀有工場

数が決定できたならば純正楕円歯車に対する工作上的誤差はほとんど零と考えることができよう。前報と同一符号により論を進める。

ある瞬間における切削ピッチ点 T とそのときのカッタの中心との距離 TC は (65) 式

$$TC = TP^2 + PC + 2TP \cdot PC \cos \phi$$

$$= \sqrt{\frac{R^2 \omega_b^2}{(\omega_b + \omega_c)^2} + l^2} + \frac{2lR \omega_b \cos \phi}{\omega_0 + \omega_b}$$

また ϕ と θ との関係は (59) 式より

$$\phi = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan \theta$$

また $\theta = 0, \theta = \pi/4, \theta = \pi/2$ におけるブランクの角速度は

$\theta = 0$	$\phi = 0$	$\omega_b = \omega_0 + \omega_1$
$\theta = \pi/4$	$\phi = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}}$	$\omega_b = \omega_0$
$\theta = \pi/2$	$\phi = 0$	$\omega_b = \omega_0 - \omega_1$

同様に上記 θ の各位置における TC の長さは

$$[TC]_{\theta=0} = \sqrt{\frac{R^2(\omega_0 + \omega_1)^2}{(\omega_c + \omega_0 + \omega_1)^2} + l^2} + \frac{2lR(\omega_0 + \omega_1)}{\omega_c + \omega_0 + \omega_1}$$

$$[TC]_{\theta=\pi/4} = \sqrt{\frac{R^2 \omega_0^2}{(\omega_c + \omega_0)^2} + l^2} + \frac{2lR \omega_0 \cos\left(2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}}\right)}{\omega_c + \omega_0}$$

$$= \sqrt{\frac{R^2 \omega_0^2}{(\omega_c + \omega_0)^2} + l^2} + \frac{2lR \omega_1}{\omega_c + \omega_0}$$

$$[TC]_{\theta=\pi/2} = \sqrt{\frac{R^2(\omega_0 - \omega_1)^2}{(\omega_c + \omega_0 - \omega_1)^2} + l^2} - \frac{2lR(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_c + \omega_0 - \omega_1}$$

$$= \frac{R(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_c + \omega_0 - \omega_1} - l$$

そこで $[TC]_{\theta=0} = [TC]_{\theta=\pi/4} = [TC]_{\theta=\pi/2}$ の条件を
 考えて見るにまず $[TC]_{\theta=0} = [TC]_{\theta=\pi/4}$ の条件から

$$\frac{R(\omega_0 + \omega_1)}{(\omega_0 + \omega_1 + \omega_c)} + l = \frac{R(\omega_0 - \omega_1)}{(\omega_0 + \omega_1 + \omega_c)} - l$$

故に

$$2l = R \left\{ \frac{\omega_0 - \omega_1}{(\omega_0 + \omega_1 + \omega_c)} - \frac{\omega_0 + \omega_1}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_c} \right\}$$

$$= \frac{R}{(\omega_c + \omega_0)^2 - \omega_1^2} (-2\omega_1 \omega_c) - \frac{2R \omega_1 \omega_c}{(\omega_c + \omega_0)^2 - \omega_1^2}$$

..... (71)

今3点を通る条件を満足すると仮定しつぎの式を考える

$$[TC]_{\theta=0} \times [TC]_{\theta=\pi/2} = [TC]_{\theta=\pi/4}^2$$

よつて

$$\frac{R^2(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{(\omega_c + \omega_0)^2 - \omega_1^2} - l^2 + lR \left(\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0 - \omega_1 + \omega_c} - \frac{\omega_0 + \omega_1}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_c} \right)$$

$$= \frac{R^2 \omega_0^2}{(\omega_c + \omega_0)^2} + l^2 + \frac{2lR \omega_0}{\omega_0 + \omega_c}$$

整理して

$$\frac{R^2(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{(\omega_c + \omega_0)^2 - \omega_1^2} - \frac{R \omega_0^2}{(\omega_c + \omega_0)^2} + \frac{2lR \omega_0}{(\omega_0 + \omega_c)^2} = 0 \dots (72)$$

(71)式を(72)式に代入して

$$\frac{R^2(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{(\omega_c + \omega_0)^2 - \omega_1^2} - \frac{R^2 \omega_0^2}{(\omega_c + \omega_0)^2}$$

$$+ \frac{2R^2 \omega_c \omega_1^2}{(\omega_0 + \omega_c)\{(\omega_0 + \omega_c)^2 - \omega_1^2\}} = 0$$

上式を整理すると結局下式をえる。

$$\omega_1^2 \omega_c^2 = 0 \dots \dots \dots (73)$$

(73)式はカッターの回転角速度とブランクの変速附加角速度の積が零であることを意味し、これは最初に仮定した条件式(56)および(57)式にも反し変速切削機構に反する事実であろう。すなわち少くともフェロー式歯切盤を利用したこの変速切削においては $\theta = 0, \theta = \pi/4, \theta = \pi/2$ の3点で切削ピッチ点とピニオンカッタのピッチ円とを一致させるような条件を決定することは不可能である。すなわちいかなる変速を与えても幾何学的純正楕円歯車を切削することはできない。しからば $\theta = 0, \theta = \pi/2$ の2箇所において条件を満足させた、すなわち第2報に報告した場合の誤差について楕円素材を創成する場合を一例に取つて求めると第37図を参照して

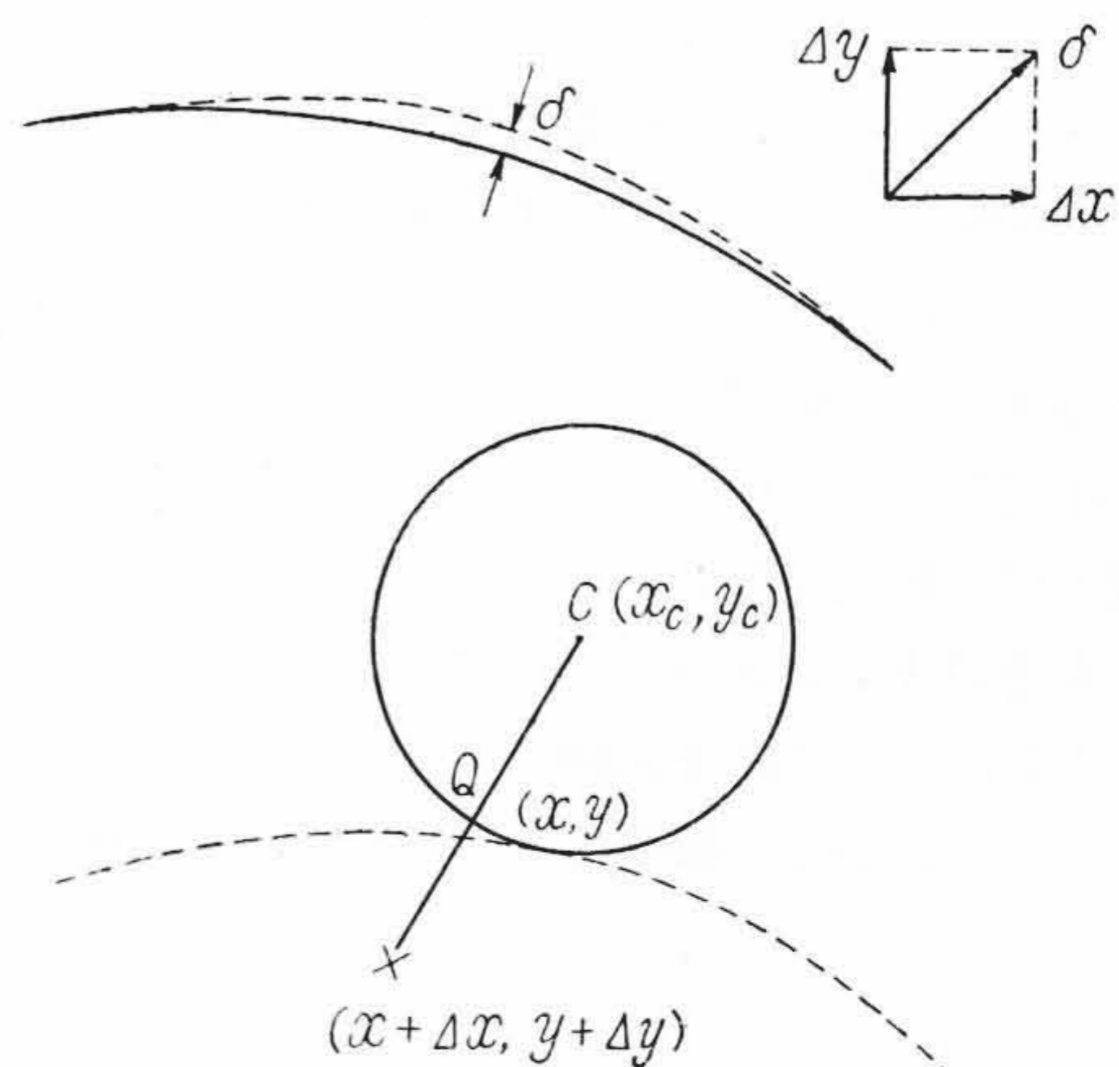
直線 QC の方程式は

$$\frac{X - x}{x_c - x} = \frac{Y - y}{y_c - y}$$

$$X = x + \Delta x$$

$$Y = y + \Delta y$$

(x, y) は第1報(14)式で与えられる。たゞしこの場合のカッターの中心の座標 (x_c, y_c) およびこれらの微分値はつぎのものによつて与えられる。



第37図 創成ブランクの偏倚
 Fig.37. Deviation of Generating Blank

$$\begin{aligned}
 x_c &= (a+R-l)\cos\theta + l\cos \\
 &\quad \times \left(\theta + 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan\theta \right) \\
 y_c &= (a+R-l)\sin\theta + l\sin \\
 &\quad \times \left(\theta + 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan\theta \right) \\
 \dot{x}_c &= -(a+R-l)\sin\theta - l\sin \\
 &\quad \times \left(\theta + 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan\theta \right) \\
 &\quad \times \left(1 + \frac{2\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \sec^2\theta \right) \\
 &\quad \times \left(1 + \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0 + \omega_1} \tan^2\theta \right) \\
 \dot{y}_c &= (a+R-l)\cos\theta + l\cos \\
 &\quad \times \left(\theta + 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan\theta \right) \\
 &\quad \times \left(1 + \frac{2\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \sec^2\theta \right) \\
 &\quad \times \left(1 + \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0 + \omega_1} \tan^2\theta \right)
 \end{aligned}$$

以上より方程式はつきによつて表わしえる。

$$\frac{\Delta x}{\dot{y}_c R} = \frac{\Delta y}{-\dot{x}_c R} \dots\dots\dots (74)$$

また点 $(x+\Delta x, y+\Delta y)$ が直線 \overline{QC} と楕円 $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$ との交点である条件は

$$\frac{(x+\Delta x)^2}{a^2} + \frac{(y+\Delta y)^2}{b^2} = 1$$

$\Delta x, \Delta y$ の2乗以上の項を省略して整理すると

$$\frac{2x \cdot \Delta x}{a^2} + \frac{2y \cdot \Delta y}{b^2} = -1 \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \dots\dots\dots (75)$$

(74)および(75)式とより

$$\begin{aligned}
 \Delta x &= \frac{-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) \dot{y}_c}{\frac{\dot{x}_c y}{b^2} - \frac{\dot{y}_c x}{a^2}} \\
 \Delta y &= \frac{-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) \dot{x}_c}{\frac{\dot{x}_c y}{b^2} - \frac{\dot{y}_c x}{a^2}} \dots\dots\dots (76)
 \end{aligned}$$

第39図を参照して純正楕円よりの誤差はつきのもので与えられる。

$$\delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \frac{\pm \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)}{2 \left(\frac{x \dot{y}_c}{a^2} - \frac{\dot{x}_c y}{b^2} \right)} \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \dots\dots\dots (77)$$

上式右辺の正負の符号に関しては正号のみを考えれば良い。また(77)式により数値計算を行つた結果をつきに示す。

2a=216		2b=186	
角度	δ (単位 mm)	角度	δ (単位 mm)
$\theta=0$	0	$\theta=75$	8.5/1,000
$\theta=15$	8.5/1,000	$\theta=80$	5.0/1,000
$\theta=30$	4.5/1,000	$\theta=90$	0
$\theta=45$	60.0/1,000		

上記結果から楕円ブランクを創成するについて変速切削においても等速切削の場合と同様に若干中凸の様相を呈しているが、誤差の量に関しては等速切削の場合の約1/5に減じている。

〔III〕 ピニオンカッターの最適ピッチ円径の決定

前報(67)式においては一応ピッチ円径としては $\theta=0, \theta=\pi/2$ における一致条件によつて決定した径と $\theta=\pi/4$ における \overline{TC} の長さの平均値をもつて概略その誤差を振分けるようにした。最適ピッチ円径の決定は嚙合背隙量の点からも十分理論的なものによらねばならない。本項においてはさらに $\theta=\pi/4$ 附近のカッターとブランクの運動を解析し一応最適ピッチ円径を決定した。すなわち第38図において S は純正楕円と OP 直線との交点、 Q はカッターのピッチ円の包絡線とカッターのピッチ円の切点、 T は切削ピッチ点とし $\delta_1 = \overline{OT} - \overline{OS}$, $\delta_2 = \overline{QC} - \overline{TC}$ の値を求める。前報において

$$\omega_b = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + \omega_1 \cos 2\theta$$

$$\omega_c = \frac{d\phi}{dt} = 2\sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{a^2 - (\sqrt{a^2 - ab + b^2} - a + b)^2}{a^2 + (\sqrt{a^2 - ab + b^2} - a + b)^2}$$

で与えた。

また $\theta=0, \pi/2$ で均一条件を満足するためのカッターのピッチ半径 R_1 および創成半径 R はつきのもので与えた。

$$R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - ab}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - ab + b^2} + \frac{1}{2} (a + b)$$

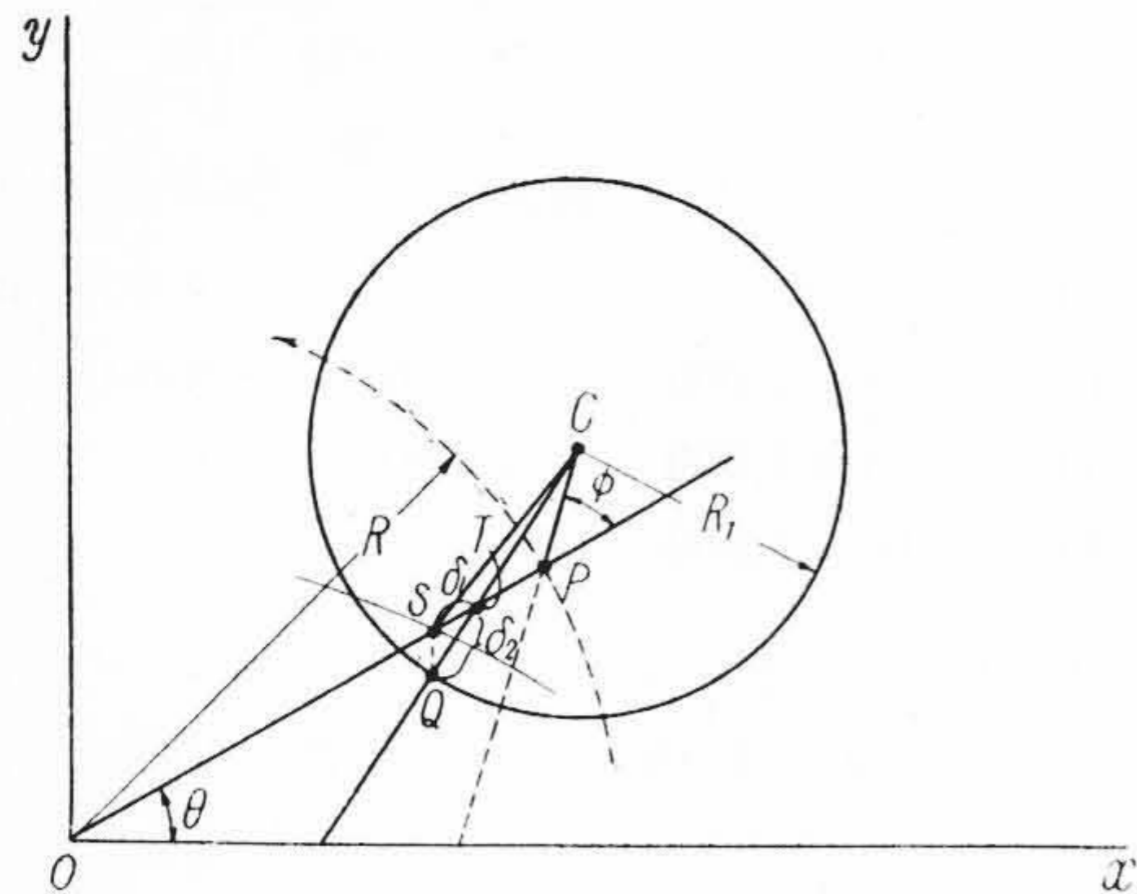
第38図(次頁参照)を参照して δ および最適ピッチ円径の決定に必要な諸式を計算すると

$$\overline{OT} = \frac{\omega_c R}{\omega_b + \omega_c}$$

$$\overline{TC} = \sqrt{\left(\frac{\omega_b R}{\omega_b + \omega_c} \right)^2 + l^2 + \frac{2lR\omega_b \cos\phi}{\omega_b + \omega_c}}$$

$$\begin{aligned}
 [\cos\phi]_{\theta=\pi/4} &= \left[\cos \left(2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_0 - \omega_1}}{\sqrt{\omega_0 + \omega_1}} \tan\theta \right) \right]_{\theta=\pi/4} \\
 &= \frac{\omega_1}{\omega_0}
 \end{aligned}$$

一方楕円において



第38図 $\theta = t/4$ におけるカッターの創成位置
Fig. 38. Generating Position of Cutter in the case of $\theta = \frac{\pi}{4}$

$$OS = \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega_0^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2}}}$$

以上の諸式を用いて δ_1, δ_2 を書き表わすと

$$[\delta_1]_{\theta=\pi/4} = \frac{\omega_c R}{\omega_c + \omega_0} \frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$[\delta_2]_{\theta=\pi/4} = R_1 - \sqrt{\frac{\omega_0^2 R^2}{(\omega_c + \omega_0)^2} + l^2 + \frac{2\omega_1 l R}{\omega_c + \omega_b}}$$

試削歯車を例に取つて以上の δ_1, δ_2 を計算すると

$$a = 104, b = 89$$

$$[\delta_1]_{\theta=\pi/4} = 0.288384$$

$$[\delta_2]_{\theta=\pi/4} = 0.576728$$

すなわち $[\delta_1]_{\theta=\pi/4} \doteq \frac{1}{2} [\delta_2]_{\theta=\pi/4}$ (78)

また TC と OP とのなす角を求めると前報において $C(x_c, y_c) T\left(\frac{\omega_c}{\omega_b + \omega_c} R \cos \theta, \frac{\omega_c}{\omega_b + \omega_c} R \sin \theta\right)$ とより $a = 104, b = 89$ の場合 $\angle PTC \doteq 8^\circ 44'$ をうる(途中省略)。そこで(78)式の $[\delta_1]_{\theta=\pi/4}, [\delta_2]_{\theta=\pi/4}$ の値と $\angle PTC$ の値を考え合せると $\theta = \pi/4$ においては真楕円はカッターのピッチ円の包絡線と切削ピッチ曲線とから等距離の点すなわち2等辺三角形の頂点に位置している。すなわち $\theta = 0, \theta = \pi/2$ では上記3点は一致しているが θ の増加とともに漸次開き $\theta = \pi/4$ では2等辺三角形状に3点は開いている。このような歯車同志を噛合せると、 $\theta = \pi/4$ 付近においては背隙が等背隙の場合に比し過大になる傾向が生ずる。これは試削楕円歯車を噛合せた結果においてもあきらかに現われている。そこで誤差の振分けを $\theta = \pi/4, \theta = \pi/2$ の点を考えピニオンカッターのピッチ円半径は $[SC]_{\theta=\pi/4}$ と QC との平均値を採用した。この半径を $[R]$ で表わすと

$$[R] = \frac{1}{2} (QC + [SC]_{\theta=\pi/4}) \dots \dots \dots (79)$$

また $[SC]_{\theta=\pi/4}$ の値はつぎのもので与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [SC]_{\theta=\pi/4} &= \sqrt{SP^2 + PC^2 + 2SP \cdot PC \cdot \cos \phi}_{\theta=\pi/4} \\ [SP]_{\theta=\pi/4} &= \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \frac{a+b}{2} - \frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ [PC] &= l = \frac{a-b}{2} \\ \cos \phi &= \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{-a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + a)^2}{a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + b)^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (80)$$

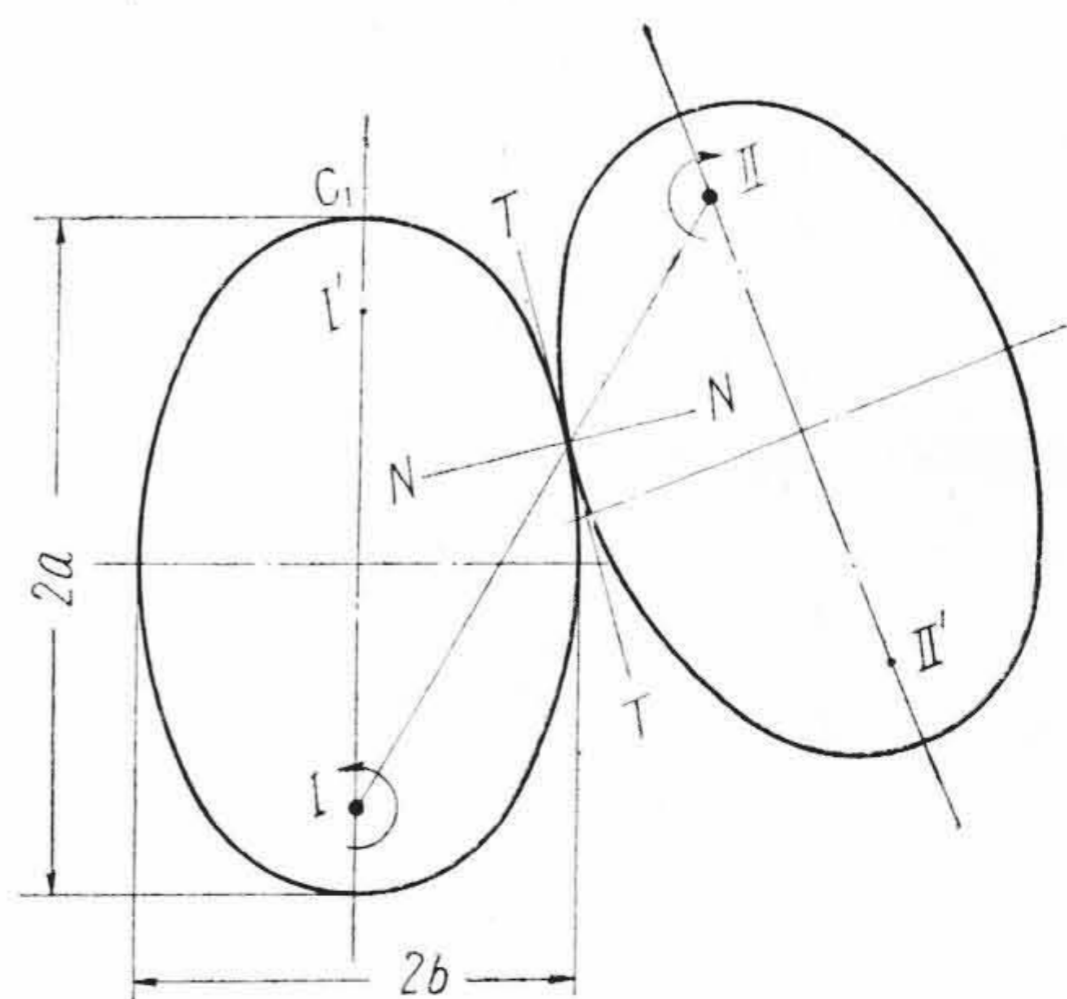
すなわち上式に示すようにカッターの最適ピッチ円半径はピッチ楕円の長短半径 a, b のみを函数とした関係式によつて表示した。

[IV] 数表の作製

現在までに工作上必要な諸元を一応求めて来た。今早戻り機構において回転中心をそれぞれ楕円の焦点に設ける場合工作に必要な諸元を各種組合せて計算を行うことは相当に困難である。そこで設計楕円歯車の最大角速度と最小角速度の比すなわち $\frac{W_{max}}{W_{min}}$ が決定した場合設計上必要な a, b および工作に必要な変速係数などが一括した数表によつて与えられていたならば非常に便利なことであろうと考え、かゝる一切の数表作製を企図した。また今までに求めた各種の諸元はことごとくピッチ楕円の a, b を函数とした関係式によつて表示して来た関係上数表作製の途中における計算は相当に複雑ではあるが、基本的に可能である。今新しくピッチ楕円の長半径 a と短半径 b との比を k をもつて表わしつぎのような関連に依つて数表を作製した。すなわち

$$\left(\frac{W_{max}}{W_{min}} \right) \rightarrow \left(\frac{b}{a} = k \right) \rightarrow \{ \mu = f_1(k) \} \rightarrow \{ \varepsilon = f_2(k) \} \rightarrow \left\{ \left[\frac{R}{a} \right] = f_3(k) \right\}$$

たゞし μ : 工作上必要な変速係数



第39図 2箇の楕円歯車の噛合い
Fig. 39. Meshing of Two Elliptical Gears

ϵ : 工作上必要なる変速用楕円歯車 (たゞし焦点を回転軸とする) もしくは偏心歯車の離心率

$\frac{[R]}{a}$: 最適ピッチ円半径と設計楕円歯車の長半径の比

(1) $\left(\frac{W_{max}}{W_{min}}\right) \rightarrow \left(\frac{b}{a}=k\right)$ の誘導

第39図を参照して一般楕円歯車において W_{max} および W_{min} はそれぞれの頂点の位置において生ずる。

すなわち

$$W_{max} = \frac{IC_1}{IIC_2} \quad W_{min} = \frac{IIC_2}{IC_1} = \frac{1}{W_{max}}$$

今 $\psi = \frac{W_{max}}{W_{min}}$ とすると

$$\psi = \frac{(IC_1)^2}{(IIC_2)^2} = (W_{max})^2$$

また $IC_1 = a + \sqrt{a^2 - b^2}$, $IIC_2 = a - \sqrt{a^2 - b^2}$ なる故 k はつぎのものによつて表わされる。

$$\frac{b}{a} = k = \frac{2^4 \sqrt{\psi}}{1 + \sqrt{\psi}} \dots \dots \dots (81)$$

(2) $\mu = f_1(k)$

第2報(64)式を k について整理すると

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{-a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + b)^2}{a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + b)^2} \\ &= \frac{-1 + (\sqrt{1 + k^2} - k - 1 + k)^2}{1 + (\sqrt{1 + k^2} - k - 1 + k)^2} \dots \dots \dots (82) \end{aligned}$$

(3) $\epsilon = f_2(k)$

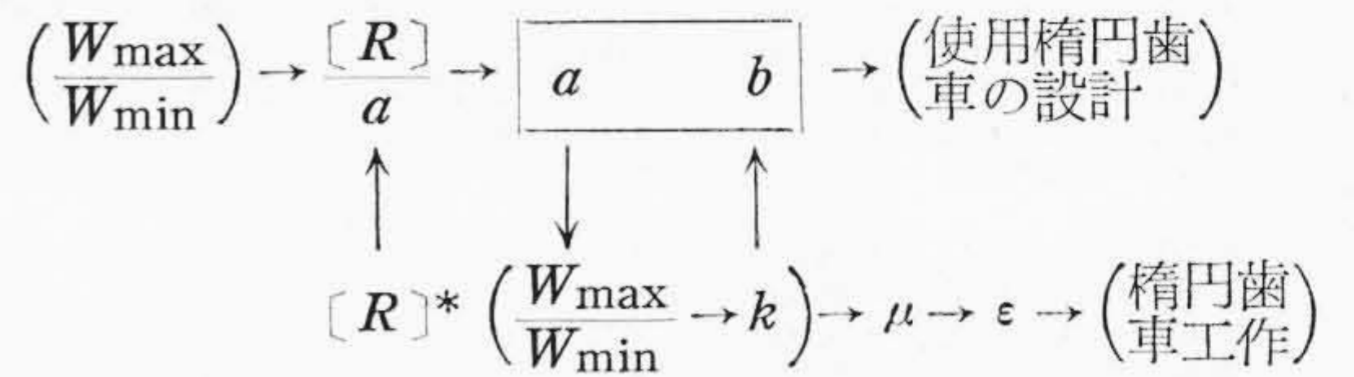
第2報(69)式と上記(82)式を組合すことにより $\epsilon = f_2(k)$ は求められる。

(4) $\frac{[R]}{a} = f_3(k)$

ピニオンカッターの最適ピッチ円半径(79)~(82)式と上記 $\epsilon = f_2(k)$ とを組合せて整理すれば

$$\begin{aligned} \frac{[R]}{a} &= \frac{1}{4} \sqrt{1 + k^2} - k + \frac{1}{2} \\ &\times \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sqrt{1 + k^2} - k + \frac{1 + k}{2} - \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{1 + k^2}}\right)^2 + \left[\frac{1}{2} \sqrt{1 + k^2} - k + \frac{1}{2} (1 + k) - \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{1 + k^2}}\right] (1 - k) \left[\frac{(\sqrt{1 + k^2} - k - 1 + k)^2 - 1}{(\sqrt{1 + k^2} - k - 1 + k)^2 + 1}\right]} \dots \dots \dots (83) \end{aligned}$$

すなわち第1表(次頁参照)は $W_{max}/W_{min}=1.05$ (1.00は正歯車の場合)より始り $W_{max}/W_{min}=14.00$ の間の k に関して計算し求めたものである。なお第1表使用に当つては実際は現在の正歯車用ピニオンカッターを使用する関係上現在のピニオンカッターから逆算する場合が多い。またカッターを新製する場合も、正歯車カッターとの併用(Modの規格統一)を考えてつぎのような順序で数表を利用すれば良い。



たゞし $[R]^*$ は規格内にある正歯車用ピニオンカッターのピッチ円半径。

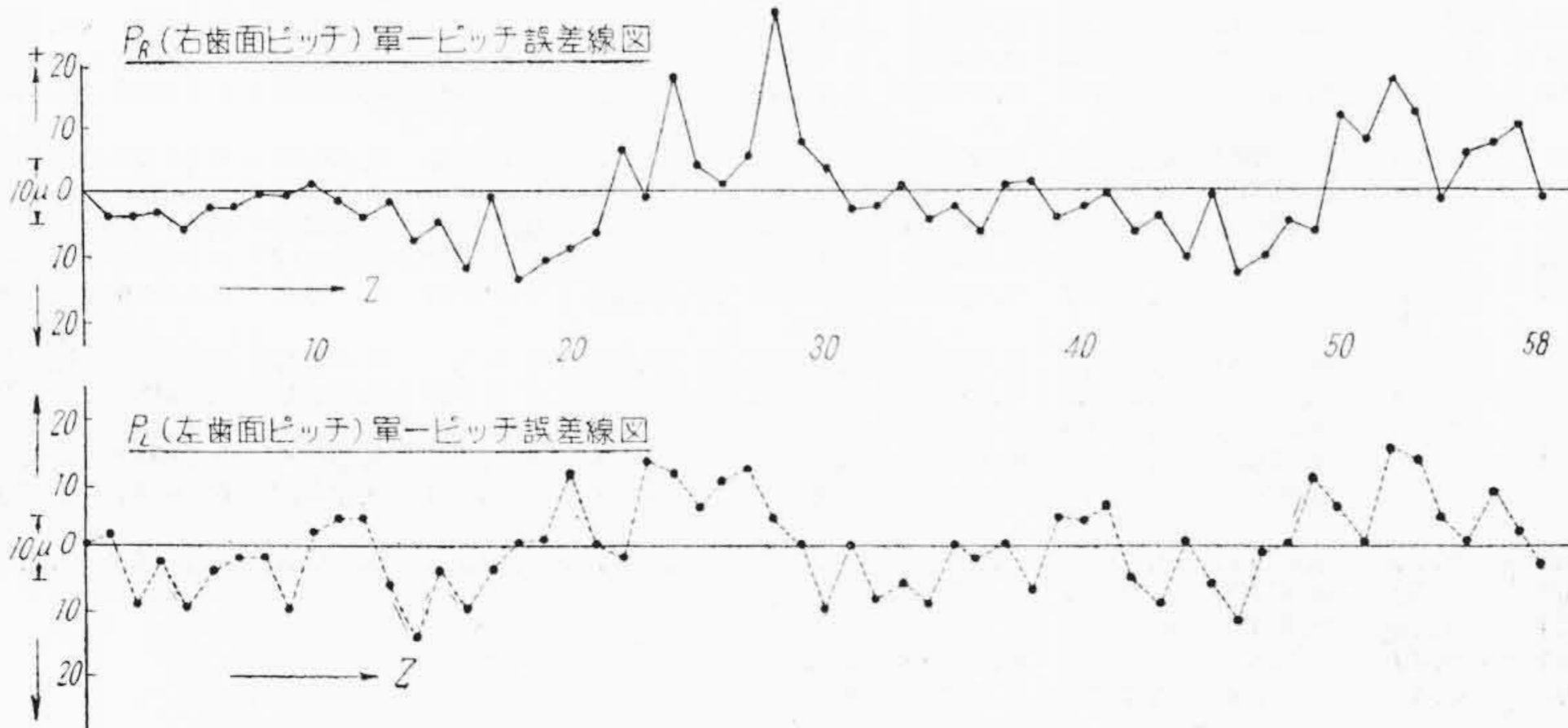
[V] 測定値について

さて上述のごとく求めた数表を基礎として工作した逆転式圧延機フライングシャ用楕円歯車について簡単に述べよう。

歯車の仕様

- (1) 使用工具モジュール 6 mod
- 歯 数 58 枚
- 歯 幅 80
- (2) $W_{max}/W_{min}=1.7$
- ピッチ楕円の長径 348 mm
- 中心よりの雑心距離 20.38 mm
- (3) ダイナミックバランス用錘付
- 高周波焼入れ 60±5° ショアー

この例におけるような 350φ 近い材料では試削過程においてさして問題にならない切削中の「ビリ」および切削と反対方向に生ずる「けり」も相当に激しく現われて来るため第33図に説明した変速装置のブランクの回転をホブ盤のように摺鉢式に依つて行いまたブレーキ作用を

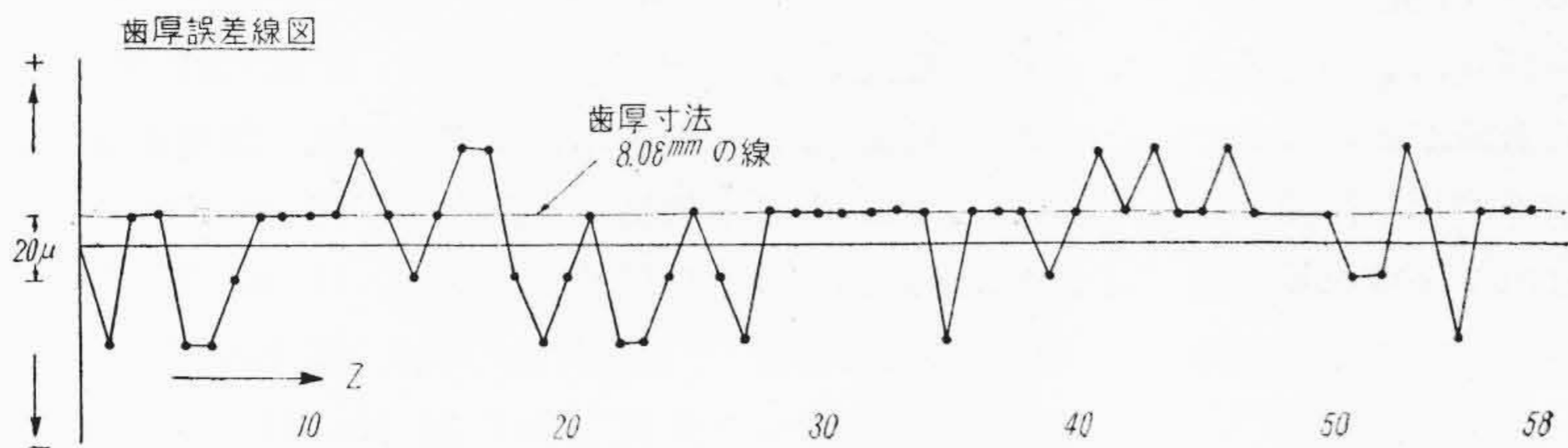


第40図 楕円歯車のピッチ誤差線図
Fig. 40. Pitch Errors Diagram of This Elliptical Gear

第 1 表 橢圓齒車計算用数值表

Table 1. Values for Calculation of Elliptical Gears

$\frac{W_{max}}{W_{min}}$	k	μ	ϵ	$[R]/a$	$\frac{W_{max}}{W_{min}}$	k	μ	ϵ	$[R]/a$	$\frac{W_{max}}{W_{min}}$	k	μ	ϵ	$[R]/a$
1.00				0.50000	4.75	0.92865	0.11053	0.05544	0.48282	8.50	0.87217	0.20202	0.10206	0.47020
1.05	0.99993	0.00011	0.00005	0.49993	4.80	0.92774	0.11197	0.05616	0.48261	8.55	0.87154	0.20305	0.10260	0.47007
1.10	0.99972	0.00043	0.00022	0.49993	4.85	0.92685	0.11341	0.05689	0.48240	7.60	0.87092	0.20408	0.10312	0.46994
1.15	0.99939	0.00092	0.00046	0.49985	4.90	0.92595	0.11484	0.05761	0.48219	8.65	0.87029	0.20510	0.10365	0.46980
1.20	0.99896	0.00166	0.00078	0.49974	4.95	0.92506	0.11626	0.05832	0.48199	8.70	0.86968	0.20611	0.10418	0.46967
1.25	0.99845	0.00233	0.00117	0.49960	5.00	0.92418	0.11767	0.05899	0.48179	8.75	0.86906	0.20712	0.10470	0.46954
1.30	0.99785	0.00322	0.00161	0.49946	5.05	0.92330	0.11908	0.05975	0.48159	8.80	0.86845	0.20813	0.10522	0.46941
1.35	0.99715	0.00412	0.00206	0.49931	5.10	0.92242	0.12048	0.06046	0.48139	8.85	0.86784	0.20914	0.10573	0.46928
1.40	0.99647	0.00530	0.00265	0.49913	5.15	0.92155	0.12187	0.06116	0.48119	8.90	0.86723	0.21014	0.10625	0.46915
1.45	0.99570	0.00646	0.00323	0.49893	5.20	0.92068	0.12326	0.06187	0.48099	8.95	0.86663	0.21113	0.10677	0.46902
1.50	0.99488	0.00748	0.00374	0.49872	5.25	0.91982	0.12453	0.06251	0.48079	9.00	0.86603	0.21212	0.10728	0.46889
1.55	0.99402	0.00898	0.00449	0.49851	5.30	0.91897	0.12602	0.06326	0.48059	9.05	0.86543	0.21311	0.10782	0.46876
1.60	0.99314	0.01034	0.00517	0.49829	5.35	0.91811	0.12738	0.06395	0.48039	9.10	0.86483	0.21409	0.10830	0.46864
1.65	0.99221	0.01172	0.00586	0.49806	5.40	0.91727	0.12874	0.06464	0.48020	9.15	0.86423	0.21507	0.10895	0.46851
1.70	0.99127	0.01316	0.00658	0.49782	5.45	0.91642	0.13124	0.06591	0.48001	9.20	0.86364	0.21605	0.10932	0.46838
1.75	0.99029	0.01463	0.00732	0.49758	5.50	0.91558	0.13144	0.06601	0.47982	9.25	0.86305	0.21702	0.10982	0.46825
1.80	0.98930	0.01614	0.00807	0.49734	5.55	0.91475	0.13278	0.06669	0.47963	9.30	0.86246	0.21799	0.11032	0.46812
1.85	0.98829	0.01767	0.00883	0.49709	5.60	0.91392	0.13412	0.06736	0.47944	9.35	0.86188	0.21896	0.11082	0.46800
1.90	0.98726	0.01923	0.00962	0.49684	5.65	0.91309	0.13545	0.06804	0.47925	9.40	0.86130	0.21992	0.11132	0.46788
1.95	0.98622	0.02081	0.01041	0.49658	5.70	0.91227	0.13677	0.06871	0.47906	9.45	0.86071	0.22087	0.11182	0.46776
2.00	0.98517	0.02241	0.01120	0.49632	5.75	0.91145	0.13809	0.06938	0.47887	9.50	0.86013	0.22183	0.11231	0.46764
2.05	0.98411	0.02402	0.01201	0.49606	5.80	0.91064	0.13940	0.07004	0.47869	9.55	0.85956	0.22278	0.11281	0.46752
2.10	0.98304	0.02565	0.01283	0.49580	5.85	0.90983	0.14070	0.07070	0.47851	9.60	0.85898	0.22375	0.11330	0.46740
2.15	0.98196	0.02729	0.01365	0.49554	5.90	0.90908	0.14200	0.07141	0.47833	9.65	0.85841	0.22467	0.11379	0.46728
2.20	0.98088	0.02895	0.01448	0.49527	5.95	0.90823	0.14329	0.07202	0.47815	9.70	0.85784	0.22561	0.11428	0.46716
2.25	0.97980	0.03061	0.01531	0.49499	6.00	0.90743	0.14457	0.07267	0.47797	9.75	0.85728	0.22654	0.11476	0.46704
2.30	0.97871	0.03227	0.01614	0.49472	6.05	0.90664	0.14585	0.07332	0.47779	9.80	0.85671	0.22747	0.11525	0.46692
2.35	0.97761	0.03395	0.01698	0.49446	6.10	0.90585	0.14713	0.07397	0.47761	9.85	0.85615	0.22840	0.11573	0.46680
2.40	0.97652	0.03563	0.01782	0.49419	6.15	0.90506	0.14840	0.07461	0.47744	9.90	0.85559	0.22933	0.11621	0.46668
2.45	0.97542	0.03731	0.01866	0.49393	6.20	0.90428	0.14966	0.07525	0.47727	9.95	0.85503	0.23025	0.11669	0.46656
2.50	0.97432	0.03899	0.01951	0.49367	6.25	0.90351	0.15091	0.07587	0.47710	10.00	0.85447	0.23117	0.11717	0.46644
2.55	0.97323	0.04068	0.02055	0.49339	6.30	0.90274	0.15216	0.07653	0.47692	10.10	0.85337	0.23299	0.11812	0.46622
2.60	0.97213	0.04237	0.02199	0.49313	6.35	0.90197	0.15341	0.07716	0.47675	10.20	0.85227	0.23481	0.11907	0.46599
2.65	0.97104	0.04405	0.02204	0.49287	6.40	0.90120	0.15464	0.07779	0.47657	10.30	0.85118	0.23661	0.12001	0.46576
2.70	0.96994	0.04574	0.02288	0.49264	6.45	0.90029	0.15613	0.07855	0.47640	10.40	0.85010	0.23839	0.12094	0.46553
2.75	0.96885	0.04743	0.02373	0.49236	6.50	0.89968	0.15711	0.07905	0.47623	10.50	0.84903	0.24016	0.12187	0.46531
2.80	0.96776	0.04911	0.02457	0.49208	6.55	0.89893	0.15833	0.07967	0.47606	10.60	0.84797	0.24192	0.12279	0.46508
2.85	0.96668	0.05079	0.02541	0.49181	6.60	0.89818	0.15955	0.08029	0.47589	10.70	0.84691	0.24367	0.12370	0.46486
2.90	0.96559	0.05247	0.02625	0.49155	6.65	0.89743	0.16076	0.08092	0.47573	10.80	0.84586	0.24541	0.12461	0.46464
2.95	0.96451	0.05428	0.02716	0.49128	6.70	0.89669	0.16196	0.08152	0.47557	10.90	0.84482	0.24713	0.12551	0.46443
3.00	0.96343	0.05581	0.02793	0.49102	6.75	0.89595	0.16316	0.08213	0.47540	11.00	0.84379	0.24884	0.12540	0.46422
3.05	0.96236	0.05748	0.02876	0.49076	6.80	0.89522	0.16436	0.08274	0.47524	11.10	0.84278	0.25053	0.12729	0.46401
3.10	0.96129	0.05914	0.02960	0.49051	6.85	0.89449	0.16555	0.08335	0.47508	11.20	0.84174	0.25222	0.12818	0.46380
3.15	0.96022	0.06080	0.03043	0.49026	6.90	0.89376	0.16673	0.08395	0.47492	11.30	0.84073	0.25390	0.12906	0.46359
3.20	0.95916	0.06236	0.03121	0.49001	6.95	0.89303	0.16791	0.08456	0.47476	11.40	0.83977	0.25556	0.12994	0.46338
3.25	0.95810	0.06410	0.03208	0.48976	7.00	0.89231	0.16908	0.08515	0.47460	11.50	0.83873	0.25721	0.13081	0.46318
3.30	0.95705	0.06574	0.03291	0.48951	7.05	0.89160	0.17035	0.08677	0.47444	11.60	0.83775	0.25885	0.13167	0.46298
3.35	0.95600	0.06738	0.03373	0.48926	7.10	0.89088	0.17181	0.08655	0.47428	11.70	0.83676	0.26048	0.13253	0.46278
3.40	0.95496	0.06901	0.03455	0.48900	7.15	0.89017	0.17181	0.08694	0.47412	11.80	0.83579	0.26210	0.13338	0.46258
3.45	0.95392	0.07064	0.03536	0.48874	7.20	0.88948	0.17369	0.08751	0.47396	11.90	0.83482	0.26371	0.13423	0.46238
3.50	0.95288	0.07225	0.03617	0.48849	7.25	0.88876	0.17487	0.08812	0.47381	12.00	0.83386	0.26530	0.13507	0.46218
3.55	0.95185	0.07386	0.03698	0.48824	7.30	0.88806	0.17602	0.08870	0.47366	12.10	0.83290	0.26689	0.13591	0.46199
3.60	0.95083	0.07547	0.03779	0.48800	7.35	0.88736	0.17715	0.08928	0.47351	12.20	0.83195	0.26846	0.13674	0.46180
3.65	0.94981	0.07707	0.03859	0.48775	7.40	0.88667	0.17829	0.08986	0.47336	12.30	0.83101	0.27001	0.13756	0.46161
3.70	0.94879	0.07867	0.03939	0.48751	7.45	0.88598	0.17941	0.09044	0.47321	12.40	0.83007	0.27158	0.13839	0.46142
3.75	0.94778	0.08026	0.04019	0.48728	7.50	0.88529	0.18054	0.09102	0.47306	12.50	0.82914	0.27312	0.13921	0.46123
3.80	0.94678	0.08183	0.04099	0.48704	7.55	0.88460	0.18166	0.09159	0.47291	12.60	0.82822	0.27465	0.14002	0.46104
3.85	0.94578	0.08341	0.04178	0.48680	7.60	0.88392	0.18277	0.09216	0.47276	12.70	0.82730	0.27618	0.14083	0.46086
3.90	0.94478	0.08487	0.04251	0.48657	7.65	0.88324	0.18388	0.09273	0.47261	12.80	0.82639	0.27769	0.14163	0.46068
3.95	0.94379	0.08653	0.04335	0.48634	7.70	0.88257	0.18498	0.09330	0.47246	12.90	0.82549	0.27920	0.14243	0.46049
4.00	0.94281	0.08808	0.04413	0.48611	7.75	0.88190	0.18608	0.09386	0.47231	13.00	0.82458	0.28069	0.14323	0.46031
4.05	0.94183	0.08963	0.04491	0.48588	7.80	0.88123	0.18718	0.09442	0.47266	13.10	0.82369	0.28218	0.14402	0.46013
4.10	0.94086	0.09117	0.04560	0.48565	7.85	0.88056	0.18827	0.09498	0.47202	13.20	0.82278	0.28369	0.14482	0.45995
4.15	0.93989	0.09270	0.04645	0.48542	7.90	0.87990	0.18935	0.09554	0.47188	13.30	0.82192	0.28512	0.14558	0.45977
4.20	0.93892	0.09422	0.04722	0.48520	7.95	0.87924	0.19043	0.09609	0.47174	13.40	0.82104	0.28658	0.14636	0.45960
4.25	0.93726	0.09574	0.04798	0.48498	8.00	0.87858	0.19151	0.09665	0.47160	13.50	0.82017	0.28803	0.14713	0.45942
4.30	0.93701	0.09725	0.04874	0.48476	8.05	0.87793	0.19258	0.09720	0.47145	13.60	0.81938	0.28933	0.14783	0.45926
4.35	0.93606	0.09876	0.04950	0.48454	8.10	0.87728	0.19365							



第41図 楕円歯車の歯厚誤差線図

Fig. 41. Tooth Thickness Errors Diagram of This Elliptical Gear

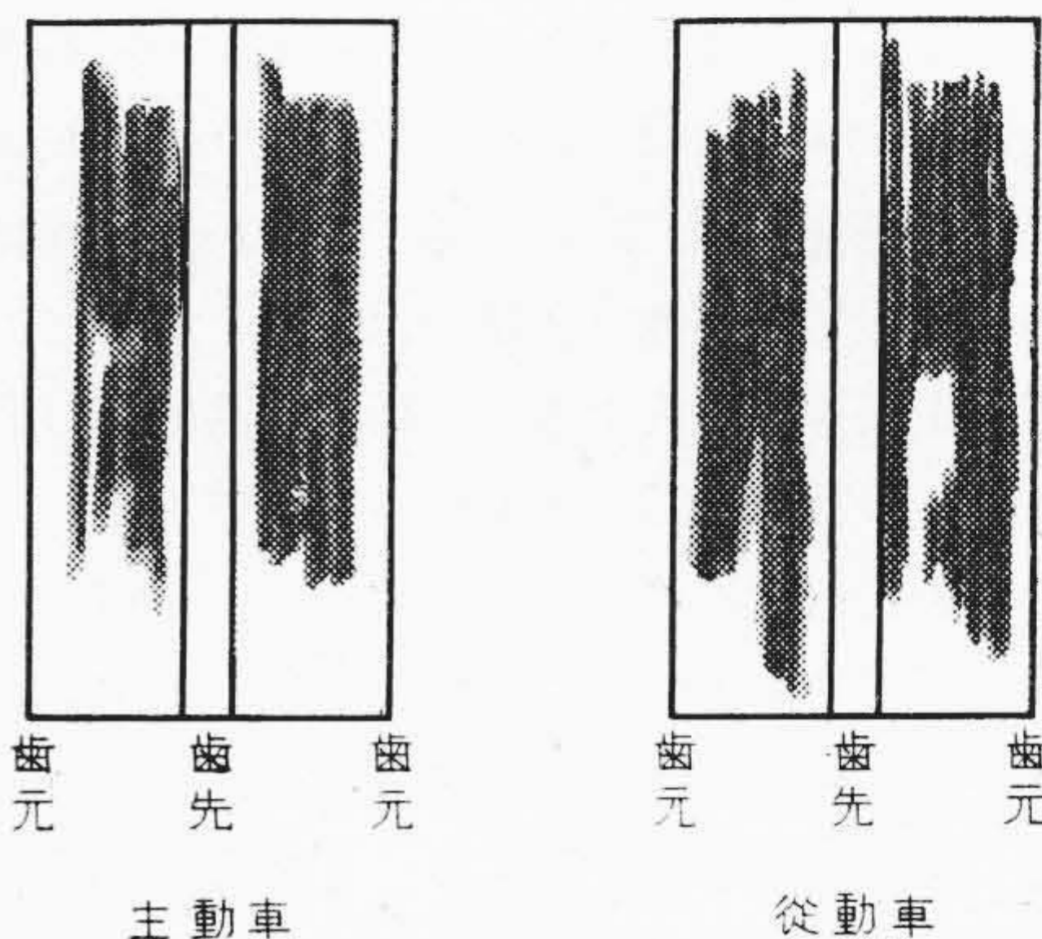
持たせるようにさらに変速装置を改良し「びり」「けり」などの現象を無くすようにした。ピッチ誤差に関しては第40図に示すような結果をえており、マージ社製オドントメータにより測定を行つた。また歯厚誤差に関しては当初歯車各位置における計算値と実測値との比較検討を目標としたが、歯車仕様の離心率が非常に小さいため誤差計算値がきわめて小さく実測との比較をえることができなかった。

歯厚誤差は標準歯厚よりの誤差をもつて記録した結果は第41図に示す通りである。なお最終工程のラッピングであるが、使用状態と全く同一なるバランス用附加重量を附してラッピング機械を用いて行つたが、正歯車などのラッピングと異り回転中の変速角速度のため非常に大きな週期振動を機械に与え、長時間のラッピングはできない。このためラッピングとしては、低速回転(40~50 rpm)で長時間運転しえるようにしなければその効果は期待できない。本楕円歯車の最終歯当りは第42図に示す通りである。第43図は長短軸位置において噛合う製作楕円歯車を示す。

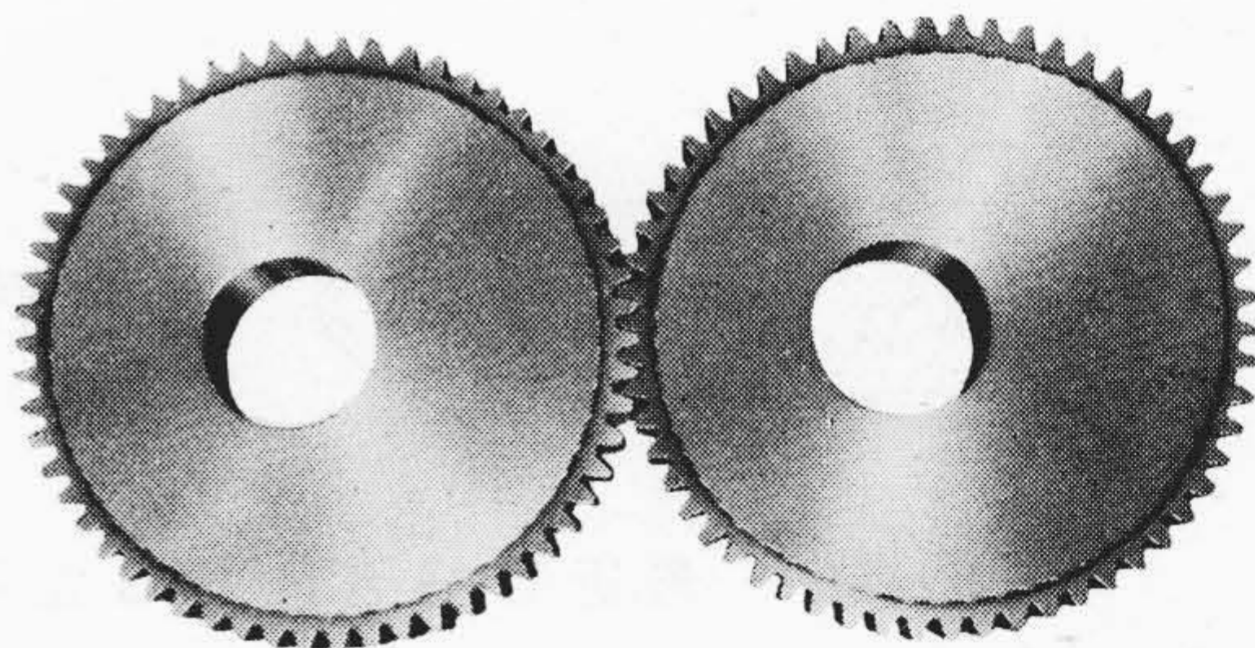
[VI] 結 言

この楕円歯車の研究はフェロー式歯切盤による工作法(変速切削法, 等速切削法)を主体とした理論および実際に関する研究であつた。幸に上司諸先輩の御指導, 御援助の下に一応実用楕円歯車の工作法の完了を見た。こゝに本研究の稿を閉ずるに際しその総括の結論を述べる。

- (1) フェロー式歯切盤を利用し切削しようとする楕円歯車の長短半径をそれぞれ a, b とするとき $\frac{a-b}{2}$ を偏心量とするカッタを用い(普通正歯車用ピニオンカッタを用いる)ワークとカッタとの回転比を正しく 1:2 になるように歯切盤の換歯車を組入れ, ワークの中心と長径端およびカッタの偏心点および中心が一直線にならんだときから切削を開始すれば所定の切込み深さにおいて機構学的に支障なく噛合う楕円歯車を創成することができる。また楕円ブランクの作製も全く同一の方法によつて創成することができる。(等速切削法)
- (2) 等速切削法により削出した楕円歯車の歯並びは外周の各位置において全く異り大きな離心率の場合



第42図 楕円歯車の歯当り Fig. 42. Tooth Bearing of This Elliptical Gear



第43図 フライングシャー用楕円歯車 Fig. 43. Elliptical Gears for Flying Shear

その程度が大となるよつてこの不均一な歯ならびを均一にし, かつ機構学的に支障なく噛合う楕円歯車は(1)の原理をそのまま利用し, ワークが1回転する間に $\omega_0\mu$ なる振幅を有する2サイクルの正弦遅速運動を行わせればえられる。

ただし ω_0 は等速切削法におけるワークの回転角速度

μ は変速係数にして

$$\frac{-a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + b)^2}{a^2 + (\sqrt{a^2 + b^2} - ab - a + b)^2}$$

で与えられる。(変速切削法)

- (3) 設計しようとする楕円機構の最大角速度と最小角速度の比を与えれば必要なる楕円歯車の長, 短径および工作に必要な変速係数, 変速用歯(楕円歯車もしくは偏心歯車)の離心率およびこの歯車を切

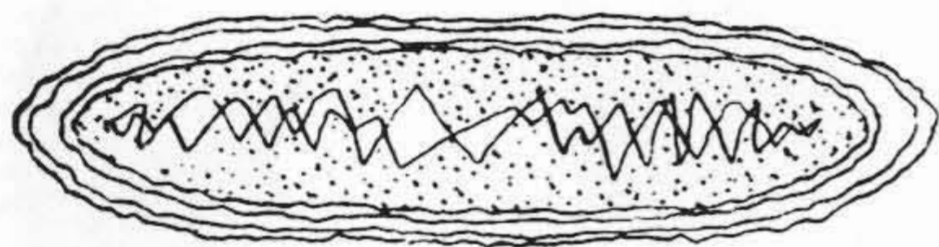
削するために必要なるカッタのピッチ円径などはこごとく $b/a=k$ を函数とする関係式によつて表示され、数表に示すような各場合の数值がえられる。

さて上述のようにフェロー式歯切盤を利用した偏心相互運動による楕円歯車に関する工作はほぼ完成を見たがこの種変速歯車(その一例が楕円歯車)に関する研究特にこの工作方法に関しては未開拓の分野が非常に多い。幸に近年この種歯車に関する研究は漸次盛になり、東北大学教授松山博士をはじめとし、山形大学教授石田氏同じく近氏、工学院大学教授窪田氏などに依り理論および実際の両面から研究が行われていることはわれわれ製作者側にとっては非常に心強い次第である。しかしてこれら変速歯車を正歯車を工作すると同様に簡易にかつ廉価に工作される日の近からんことを祈る次第である。

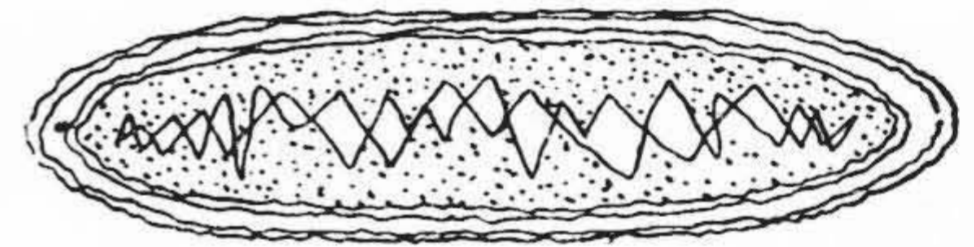
なお本研究を進めるに際し各種御便宜を戴いた日立製作所亀有工場の上司の方々に感謝の意を表するとともに終始御指導御鞭撻を賜つた東北大学教授松山多賀一博士に対し深甚なる謝意を表す。また研究に際し有益なる御助言を戴いた日立製作所中央研究所明山正元博士、山形大学教授石田喜助氏、日立製作所亀有工場歯切係主任森田一弘氏に対し謝意を表す。

参考文献

- (1) 松山：日本機械学会論文集 8巻 31号
- (2) 松山：日本機械学会講演会前刷(28期総会)
- (3) 石田：日本機械学会論文集 15巻 50号
- (4) 石田：日本機械学会論文集 17巻 59号
- (5) 森田, 笠原：日立評論 Vol. 35 No. 2
- (6) 笠原：日立評論 Vol. 35 No. 11
- (7) 藤井：日本機械学会論文集 8巻 31号
- (8) 林：楕円函数論
- (9) 明山：日本機械学会論文集 8巻 30号
- (10) 近, 松山：日本機械学会講演会前刷(米沢地方)
- (11) 石田：日本機械学会論文集 15巻 50号
- (12) Machinery 12, 1950-213 Berber Colman Hob Developed for Cutting Elliptical Gear
- (13) American Machinist 1949 New Method Simplifirs Construction of Elliptic Involute
- (14) F. Grover, Mech. W., 97 (1935) 81 The Construction of Elliptical Gear
- (15) F. Grover, Mech. (E) 45 (1935) 639 The Construction of Elliptical Gear
- (16) 仙波：歯車(1)



特許と新案



最近登録された日立製作所の特許および実用新案

(その4)

(第60頁から続く)

区別	登録番号	名称	工場別	氏名	登録年月日
実用新案	420282	螢光放電管直流点灯装置	亀戸工場	中村純之助 江川隣之助 西岡博	29. 11. 20
"	420285	螢光灯照明器具	亀戸工場	鬼頭国忠	"
"	420286	螢光灯照明器具	亀戸工場	坂本弘	"
"	420289	螢光灯用ルーバ-取付装置	亀戸工場	西岡博	"
"	420290	螢光灯用ルーバ-取付装置	亀戸工場	西岡博 高木正	"
"	420291	螢光灯用ルーバ-取付装置	亀戸工場	西岡博 高橋武己	"
"	420292	螢光灯点灯装置	亀戸工場	西岡博	"
"	420293	螢光灯用ルーバ-取付装置	亀戸工場	西岡博	"
実用新案	420294	螢光灯用ルーバ-取付装置	亀戸工場	西岡博	29. 11. 20

(第117頁へ続く)