

## 磁気回路の解析 (第1報)

— 円壘磁極空隙パーミアンスの計算 —

二見二郎\*

## Analysis of the Magnetic Circuit (I)

— Calculation of the Permeance of the  
Flux Paths for the Cylinder through Air Gap —By Jirō Futami  
Totsuka Works, Hitachi, Ltd.

## Abstract

The writer first obtained the distribution of magnetic flux between the plate and the magnetic pole arranged to make a right angle, using a method of conformal mapping and field mapping. Next, he calculated the permeance of a cylinder in Fig. 6a (diameter 11 mm, air gap 2 mm, and depth of leakage flux 13.4 mm) and found that the calculation error against the standard values obtained by conformal mapping is as follows:

- (1) Error derivative from the method of field mapping ..... -1.13%  
 (2) Error due to the estimation of permeance  
 of circle flux path..... 0.8%

However, in case of a cylinder with a certain angle as shown in Fig. 6b (outer diameter 11 mm, inner diameter 5 mm, air gap 2 mm, and depth of leakage flux 13.4 mm) the error of circle flux path becomes larger compared with the case of field mapping, as follows:

- (1) In case of angle  $45^\circ$  ..... -3.32%  
 (2) In case of angle  $60^\circ$  ..... +10.8%

From these figures, the method of field mapping is considered most practical. The relation between the permeance of air gap  $P_g$  (cm) and the demagnetizing factor  $N$  is represented by the following equation:

$$N=4\pi \frac{S_m}{l_m} \cdot \frac{1}{P_g} \text{ e.m.u.}$$

where

 $S_m$ : area of the core (in  $\text{cm}^2$ ) $l_m$ : length of the core (in cm) $P_g$ : permeance of air gap (in cm)

## 〔I〕 緒 言

磁気回路の設計は本質的には反磁場係数<sup>(1)</sup>を基礎として論議すべきものであるが、理論的に求めうるのは特殊な形状のものである。実験により求める場合種々の条件が混入して各部の形状、空隙の変化に対応した正確な係数はえがたく実験を併用するのでは一般的設計法をあたえるものとはならない。これに対しアンペアターン、パーミアンスの考え方で空隙のパーミアンスを正確に計算

する方法が実用的で有効な設計資料をあたえる。

継電器、受話器など空隙を含む磁気回路の形状とそれに使用する磁気材料の磁性が吸引力特性におよぼす影響を解析するため今回はまず一番影響の大きい空隙のパーミアンス計算法について円壘磁極について考えた。

円壘磁極であるからまず二次元問題として等角写像法、図描法、簡単な磁路で近似する方法につき磁束分布を求めつぎに円壘のパーミアンスとして計算し比較検討した。

条件は磁場に関するラプラスの微分方程式により

\* 日立製作所戸塚工場

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

が成立する場合である。

なお適当に条件を仮定すれば (2) 式であらわせる。

$$N = 4\pi \frac{S_m}{l_m} \cdot \frac{1}{P_g} \dots\dots\dots(2)$$

ここに  $N$ : 反磁場係数

$S_m$ : 鉄心の断面積

$l_m$ : 鉄心の長さ

$P_g$ : 空隙のパーミアンス

〔II〕 研究の方法

(1) 磁束分布の直視

第 1 図のごとく電磁石により 11.1mmφ 丸棒を磁化しその磁極に鉄粉をふりかけて磁束分布を直視し、第 1 表の磁極形状の種類につき検討した。

(2) パーミアンスの計算

第 1 表の試料  $T_0$  につき等角写像法、磁界描写法、簡単な磁路で近似させる場合につきパーミアンスを計算し、つぎに磁界描写と磁界近似法で  $T_{30}$ ,  $T_{45}$ ,  $T_{60}$ ,  $T_{75}$  につき比較検討した。

〔III〕 パーミアンスの計算法

(1) 等角写像法による場合<sup>(2)~(4)</sup>

円棒であるからまず二次元問題として磁束分布を求め各パーミアンスにつき三次元になおせばよい。

磁場に関するラプラスの微分方程式を直交座標で示せば

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

この方程式の解は一般に (4) 式の形で示すことができる

$$V = \varphi(x+jy) + \phi(x-jy) \dots\dots\dots(4)$$

$\varphi$ ,  $\phi$  は任意の解析関数であるが  $V$  は常に実数であり両者間に共軛関係がある。ゆえに (5) 式の関係を用いる。

$$U+jV = W(x+jy) \dots\dots\dots(5)$$

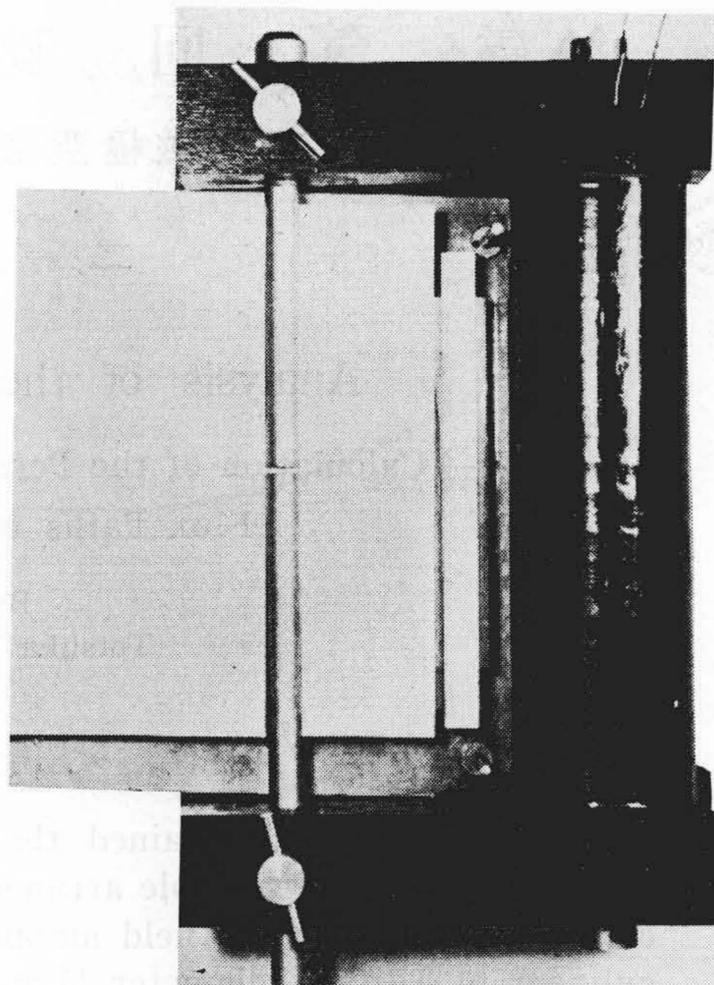
(5) 式を  $x$ ,  $y$  につき微分して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= -\frac{\partial V}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

複素関数の正則条件である Cauchy-Riemann の微分方程式であつて  $U$  と  $V$  は共軛な調和関数である。(6) 式はまた (7) 式となる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

すなわち  $U$  一定なる曲線族と  $V$  一定なる曲線族とが互に直交することをあらわす。しかるに  $V$  一定なる曲線は等磁位線であるからこれに直交する曲線  $U$  定数は磁力



第 1 図 磁界直視用電磁石  
Fig.1. Electromagnet of Field Mapping

第 1 表 試料の種類

Table 1. Test Piece

形状	試料記号	$\theta^\circ$	$g_1$ (mm)	$2r_1$ (mm)	$2r_2$ (mm)
	$T_0$	0	2		11.1
	$T_{30}$	30	2	5.0	11.1
	$T_{45}$	45	2	5.0	11.1
	$T_{60}$	60	2	5.0	11.1
	$T_{75}$	75	2	5.0	11.1

線を示す。

$$\left. \begin{aligned} Z &= x+jy \\ W &= U+jV \\ W &= W(Z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

(8) 式で磁界分布が  $x$ ,  $y$  平面にあらわせる。以上は衆知のことで簡単な図形では直接写像関係がわかるが本試料の場合は Schwarz-Christoffel の変換を用いなければならない。

第 2 図において多角形の内角と外角の関係から一般に

$$\alpha_i = (1-\beta_i) \dots\dots\dots(9)$$

Schwarz-Christoffel の変換公式は

$$\frac{\alpha Z}{\alpha \zeta} = C_1(\zeta-\xi_1)^{-\alpha_1}(\zeta-\xi_2)^{-\alpha_2} \dots (\zeta-\xi_n)^{-\alpha_n} \dots\dots\dots(10)$$

または

$$Z = C_1 \int \frac{d\zeta}{(\zeta - \xi_1)^{\alpha_1} (\zeta - \xi_2)^{\alpha_2} \dots (\zeta - \xi_n)^{\alpha_n}} + C_2 \dots \dots \dots (11)$$

であらわせる。 $\alpha$  の値に関しては  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 2$  の関係がある。

X軸を中心とした直円壩で第1表  $T_0$  の図形は第3図 Z平面のように直角の磁極と平板間の磁界の写像として論議してよい。図においては空隙附近のみを考えているから磁極  $EOB$  に対し空隙の中心線が  $V_0$  なる一定の磁位を持っていると考えてよいからポテンシャル面は第3図W平面と考えられる。 $\zeta$  平面を媒介平面として(13)式または(14)式を用いて写像する。

第3図において(9)式、(10)式より

$$\frac{dZ}{d\zeta} = \frac{C_1 \zeta^{\frac{1}{2}}}{(\zeta - 1)} \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{dW}{d\zeta} = \frac{C_1}{\zeta - 1} \dots \dots \dots (13)$$

(12) 式より

$$Z = j \frac{2b}{\pi} \left( \sqrt{\zeta} + \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{\zeta} - 1}{\sqrt{\zeta} + 1} - \frac{1}{2} j\pi \right) \dots (14)$$

$\zeta = \rho e^{j\phi}$  とおき  $x, y$  成分に分ければ

$$\left. \begin{aligned} x &= b \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \left\{ \sqrt{2\rho(1 - \cos\phi)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \tan^{-1} \frac{\sqrt{2\rho(1 - \cos\phi)}}{\rho - 1} \right\} \right] \\ y &= \frac{b}{\pi} \left[ \sqrt{2\rho(1 + \cos\phi)} \right. \\ &\quad \left. + \log \frac{\sqrt{\rho^2 - 2\rho \cos\phi + 1}}{\rho + 1 + \sqrt{2\rho(1 + \cos\phi)}} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (15)$$

(13) 式より

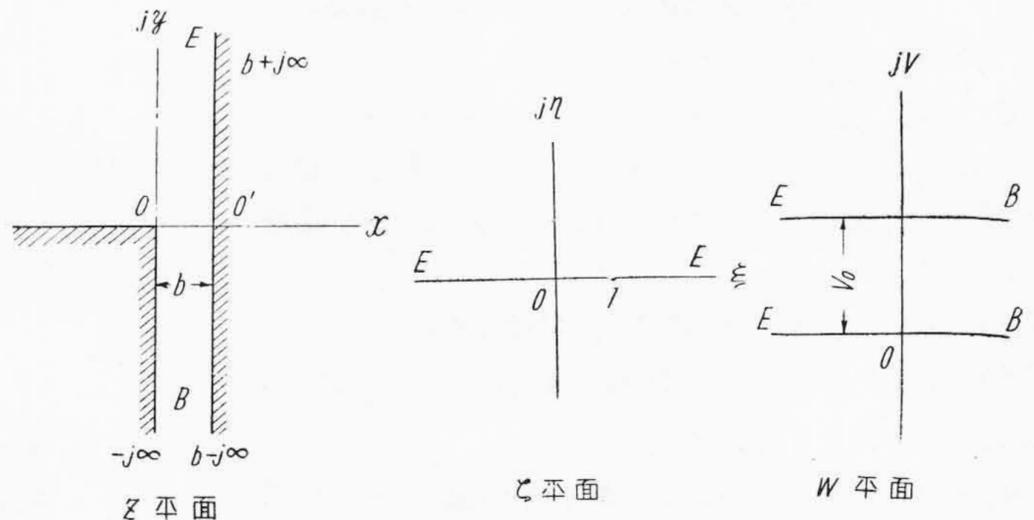
$$W = -\frac{V_0}{\pi} \log(\zeta - 1) + jV_0 \dots \dots \dots (16)$$

$\zeta = \rho e^{j\phi}$  により  $U, V$  成分に分ければ

$$\left. \begin{aligned} U &= -\frac{V_0}{\pi} \log \sqrt{\rho^2 + 1 - 2\rho \cos\phi} \\ V &= -\frac{V_0}{\pi} \tan^{-1} \frac{\rho \sin\phi}{\rho \cos\phi - 1} + V_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (17)$$

第3図 直角の磁極と平板間の磁界の写像

Fig. 3. Conformal Mapping between Plate and Magnetic Pole Which Has One Right Angle



$U$  一定として  $U: 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0, 2.25, 0, -1, -2$  などを(17)式  $U$  の条件に入れて  $\rho, \cos\phi$  をきめる。この  $\rho, \cos\phi$  を(15)式に代入すれば  $x, y$  平面に磁力線の分布がえられる。目的はパーミアンスを求めるのであるから  $b=1, V_0=1$  として計算する。計算結果を第2表(次頁参照)に示す。

この表により磁力線の分布の変化する状況がはつきりわかる。 $U=2$  では  $y$  の値が  $1.804 \sim 1.805$  の変化でその差は  $0.055\%$  となり一定すなわち磁力線は平行となる。

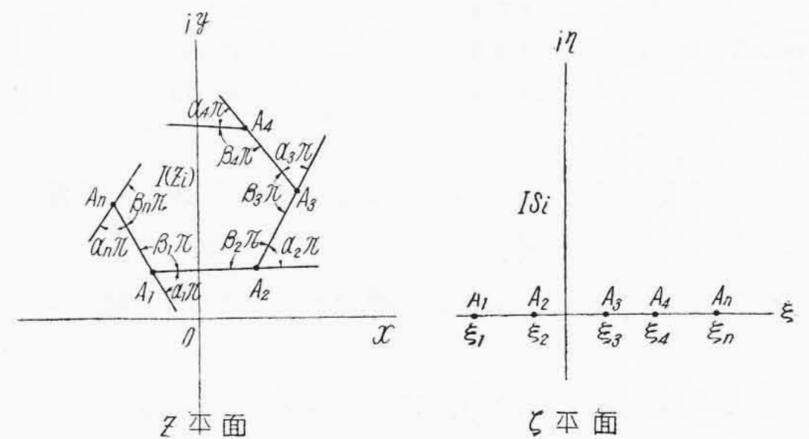
また  $U=-2.25$  では第3図 Z平面  $O'$  点を中心として  $y=21.85x+1=21.83$  となり差は  $0.08\%$  であるから  $O'$  点を中心として半径  $21.84$  の円としてよい。

この計算結果えられた磁束分布を第8図に示す。パーミアンスの計算はつぎに述べる磁界描画法に関連して(19)式で行えばよい。

(2) 磁界描画法による場合

(A) 描画法の説明

(1) において説明したように  $W$  と  $Z$  のとる値はそれぞれ別の複素平面  $W$  と平面  $Z$  であらわせる。(8)式にしたがつて一定の対応関係がありしかも正則函数であるから等角写像の性質がある。すなわち(6)式~(8)式の性質を利用して視察によつて磁界を図描することができる。



第2図 Schwarz-Christoffel の変換

Fig. 2. Schwarz-Christoffel Transformation

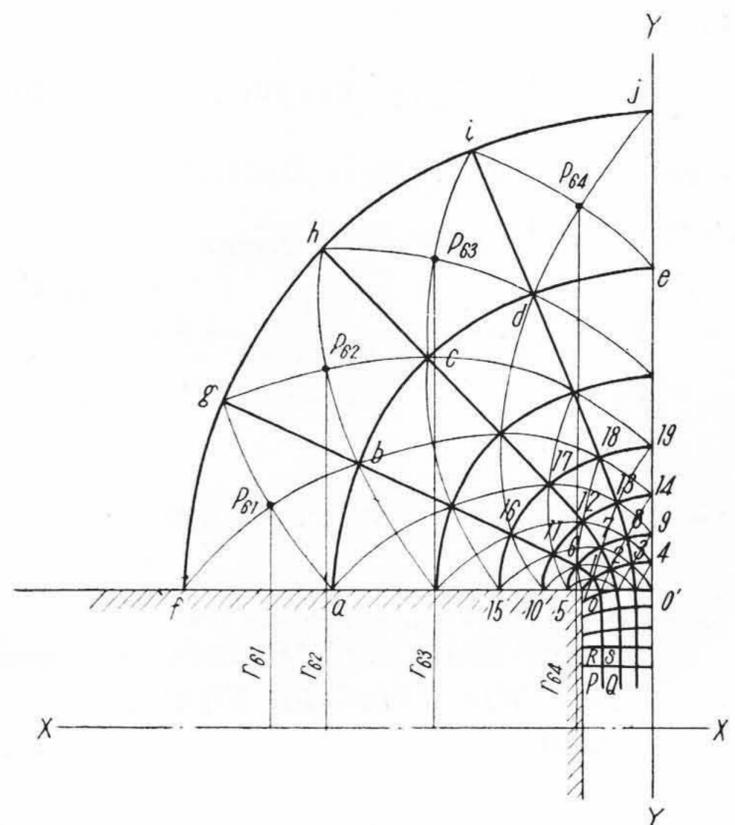
第2表 直角の磁極と平板間磁束分布の計算値  
Table 2. Computation of Distribution of Magnetic Flux between Plate and Magnetic Pole Which Has One Right Angle

U	$\frac{\rho^2+1-2\rho\cos\varphi}{2\rho\cos\varphi}$	$\rho$	$\cos\varphi$	x 成分			y 成分		
				$\sqrt{2\rho(1-\cos\varphi)}$	$\tan^{-1}\frac{\sqrt{2\rho(1-\cos\varphi)}}{\rho-1}$	x	$\sqrt{2\rho(1+\cos\varphi)}$	$\log\frac{\sqrt{\rho^2+1-2\rho\cos\varphi}}{\rho+1+\sqrt{2\rho(1+\cos\varphi)}}$	y
2	0.000003489	1.001868	1	0	0	1	2.0019	-7.7713	-1.804
		1.001	0.999067	0.0432	1.548	0.4935	2.0005	-7.6713	-1.805
1	0.0019669	1.04435	1	0	0	1	2.0438	-4.518	-0.788
		0.96	0.999808	0.0607	2.15	0.298	2.0095	-4.51	-0.796
		0.956	0.999983	0	0	0	1.9055	-4.465	-0.815
0	1	2.0	1.0	0	0	1	2.449	-1.715	0.233
		1.0	0.5	1	1.58	0.179	1.732	-1.273	0.146
		0.5	0.25	0.8631	2.09	0.061	1.118	-0.954	0.052
-0.5	23.1361	5.81	1	0	0	1	4.821	-0.882	2.51
		4.7049	0	3.0676	0.685	-0.195	3.067	-0.61	0.782
		3.81	-1	3.9038	0.95	-0.545	0	0	0
-1.0	535.61233	24.1433	1	0	0	1	9.827	-0.415	2.996
		23.1217	0	6.8	0.2982	-1.259	6.8	-0.28	2.075
		22.1433	-1	21.075	0.19	-2.129	0	0	0
-1.5	12394.3689	112.33	1	0	0	1	21.197	-0.189	6.807
		111.326	0	14.92	0.134	-3.792	14.921	-0.133	4.792
		110.33	-1	21.075	0.19	-5.769	0	0	0
-2.0	286845.936	536.58	1	0	0	1	46.325	-0.08	14.71
		535.57	0	32.726	0.06	-9.434	32.726	-0.05	10.41
		534.58	-1	45.238	0.085	-13.42	0	0	0
-2.25	1379450.25	1175.5	1	0	0	1	68.571	-0.061	21.846
		1174.5	0	47.466	0.04	-14.121	48.466	-0.04	15.44
		1173.5	-1	68.513	0.059	-20.827	0	-0.02	0

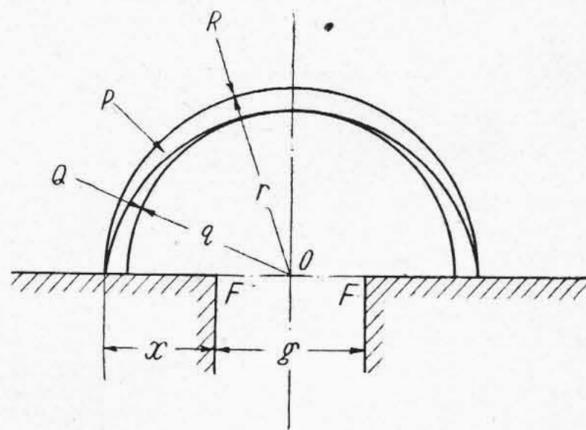
磁力線  $U$  と等磁位線  $V$  によつて磁界を多くの方眼に分けそのおのおのが皆等しいパーミアンスになるようにすることであつて高木博士の解説<sup>(5)</sup>によれば下記のようなになる。

- (a) ある場所の  $U$  線,  $V$  線の密度は等しい。
- (b) 方眼の相対する頂点を結んでできる二組の曲線族は再び直交曲線族となり初めの方眼と同様な性質を持つ。
- (c) (2) の操作を 2 回繰返せば  $\delta$  目盛の方眼表示の上に  $\delta/2$  目盛の方眼を重ねることになる。
- (d) (3) を内挿法と考えれば同様な図描法をもつて曲線方眼をある領域から外に向つて延長し外挿法に相当する操作が可能である。これはまた正則函数の解析接続に相当する。
- (e) 磁極の表面では  $V = \text{一定}$   $U$  線は垂直
- (f) 磁界の平衡点では  $U$  線と  $V$  線は直交しないが互に他のなす角を二等分する。

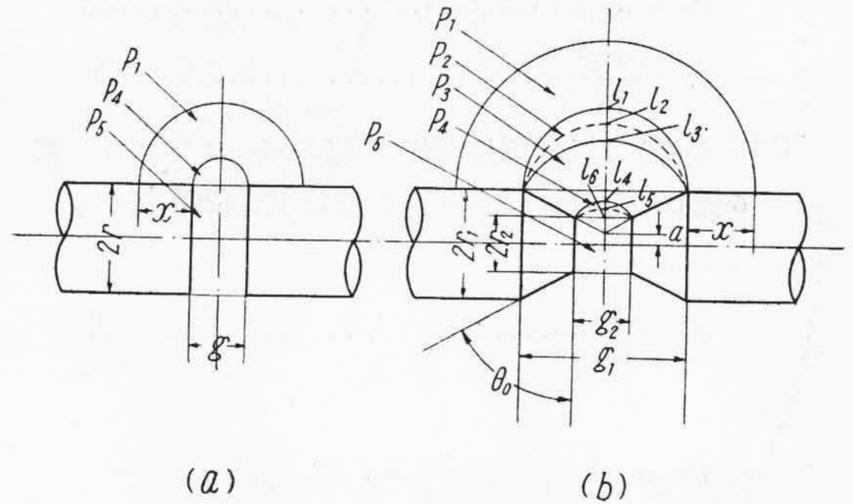
(a)~(f) の性質に着目して第4図円壱磁極の磁界描写を説明してみる。まず空隙が大體等分されるよう等磁



第4図 図描法による磁界  
Fig. 4. Magnetic Field by Field Mapping



第5図 等 価 円 弧  
Fig. 5. Equivalent Circle



第6図 磁極空隙のパーミアンス  
Fig. 6. Permeance of Magnetic Pole Through Air Gap

第 3 表 楕 円 弧 P と 等 価 円 弧 q の 誤 差  
Table 3. Error of Equivalent Circle Compared with Elliptic Path

n	0.25	0.5	0.75	1.00	1.25	1.50	2.00	2.5	3	5
q1	15.3	7.37	4.17	3.15	2.22	1.88	0.81	0.43	0.41	0.18

位線を仮りに図描して0点を起点として01234なる曲線を視察によつて書く。つぎに各方眼は細分すれば正方形PQSRに近づくのであるから01=05として等磁位線に直交するように56789の曲線を図描する。同様に10, 11, 12, 13, 14の曲線を作図して(B)により相対する頂点を結ぶ。この直交性に着目して視察により等磁位線, 磁力線を修正する。

以下同様の操作を繰返すのであるが方眼が大きくなるとab=afにはならない。性質(C)(D)により細分すると正方形に近づいて等しい性質がでてくるわけである。

この方法でえた磁束分布は第9図のようになる。

(B) パーミアンスの計算

第4図でPQSRは単位パーミアンスで各方眼は同じパーミアンスである。この試料はXX軸を中心とした円壘であるから方眼abgfのパーミアンスは $P_{61}=2\pi r_{61}$ であり同様に $P_{62}=2\pi r_{62}$ ,  $P_{63}=2\pi r_{63}$ ,  $P_{64}=2\pi r_{64}$ であるゆえにaejf曲線内のパーミアンス $P_{aejf}$ は

$$P_{aejf} = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{61}} + \frac{1}{r_{62}} + \frac{1}{r_{63}} + \frac{1}{r_{64}}} \dots\dots(18)$$

一般にj列番目の磁路が単位方眼n箇であれば全パーミアンス $P_t$ は(19)式であらわせる。

$$P_t = \sum_{j=1}^m \frac{2\pi}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_{ij}}} \dots\dots(19)$$

(3) 簡単な磁路で近似する場合<sup>(7), (8)</sup>

第5図において磁極空隙g漏洩磁束の深さxに対しOを中心として $r=x+g/2$ を半径とする円弧R,

$q=\sqrt{x^2+xg}$ を半径とする円弧Q, およびFFを焦点とする楕円弧Pについて考える。従来の文献によれば $x=ng$ として

$$\left. \begin{aligned} \text{楕円の弧 } P &= \pi g \frac{4(1-2n)^2-1}{8(1+2n)} = \pi m_p g \\ \text{等価円弧 } q &= \pi g \sqrt{n^2+n} = \pi m_q g \end{aligned} \right\} \dots(20)$$

この場合の誤差 $\epsilon_1 = [(m_q - m_p) / m_p] \times 100$ としてnに対する $\epsilon_1$ は第3表となる。

すなわち楕円の磁路が正しいとして等価円弧は $n=1.0$ 以上で3%以内で使用できる。しかし[IV]章結果の検討で説明するように円弧Rとして取扱つた方がよく近似する。

(A) 直円壘(第6図aの磁極)等価楕円磁路のパーミアンス。

$$P_1 = \frac{\pi \sqrt{v^2-x^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{x}{v}\right)} \dots\dots(21)$$

ただし  $v > x$ ,  $v = r \log\left(1 + \frac{x\sqrt{x^2+2xg}}{g}\right)$

$$P_4 = 3.3(r+0.425g) \dots\dots(22)$$

$$P_5 = \frac{\pi r^2}{g} \dots\dots(23)$$

(B) 直円壘(第6図aの磁極)に対する円形磁路のパーミアンス。

$$P_1 = \frac{\pi \sqrt{v^2-x^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{x}{v}\right)} \dots\dots(24)$$

ただし  $v > x$   $v = r \log \frac{g+x}{g}$

$$P_4 = 3.3(\gamma + 0.425g) \dots \dots \dots (25)$$

$$P_5 = \frac{\pi\gamma^2}{g} \dots \dots \dots (26)$$

(C) 空隙に対し角度のある円壺のパーミアンス (第6図b)  $P_1, P_5$  については (24) 式, (26) 式を適用すればよい。

$$P_2 = \frac{VP_2}{2l_{m2}} \dots \dots \dots (27)$$

ここに

$$VP_2 = \pi \left\{ (\gamma_1^2 - a^2) \frac{g_1}{2} - \left( \frac{g_1}{2} \right)^3 \cot^2 \theta_0 + \frac{1}{2} \pi \gamma_1 \left( \frac{g_1}{2} \right)^2 - a \left( \frac{g_1}{2 \sin \theta_0} \right)^2 \theta_0 + a \left( \frac{g_1}{2} \right)^2 \cot \theta_0 \right\}$$

$$a = \gamma_2 - \frac{g_2}{2 \tan \theta_0}$$

$l_{m2}$  は図より  $l_2$  を磁路の中線として実測した  $\frac{l_1 + l_2 + l_3}{3}$  とする。

$$P_3 = \frac{\pi \sqrt{A^2 - B^2}}{2 \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{A-B}{A+B}} \tan \frac{\theta_0}{2} \right)} \dots \dots \dots (28)$$

ここに  $A > B$   $A = \left( \gamma_2 - \frac{g_2}{2 \tan \theta_0} \right) \log \frac{g_1}{g_2}$ ,

$$B = \frac{g_1 - g_2}{2 \sin \theta_0}$$

$$P_4 = \frac{VP_3}{2l_{m3}} \dots \dots \dots (29)$$

ここに  $a = \gamma_2 - \frac{g_2}{2 \tan \theta_0}$

$l_{m3}$  図より  $l_5$  を磁路の中線として実測した  $\frac{l_4 + l_5 + l_6}{3}$  として求む。

$$VP_3 = \pi \left\{ \frac{g_2}{2} \left( \frac{1}{\sin \theta_0} \right)^2 + a \left( \frac{g_2}{2 \sin \theta_0} \right)^2 \theta_0 - \frac{1}{3} \left( \frac{g_2}{2} \right)^3 + a \left( \frac{g_2}{2} \right)^2 \cot \theta_0 - (\gamma_2^2 - a^2) \frac{g_2}{2} \right\}$$

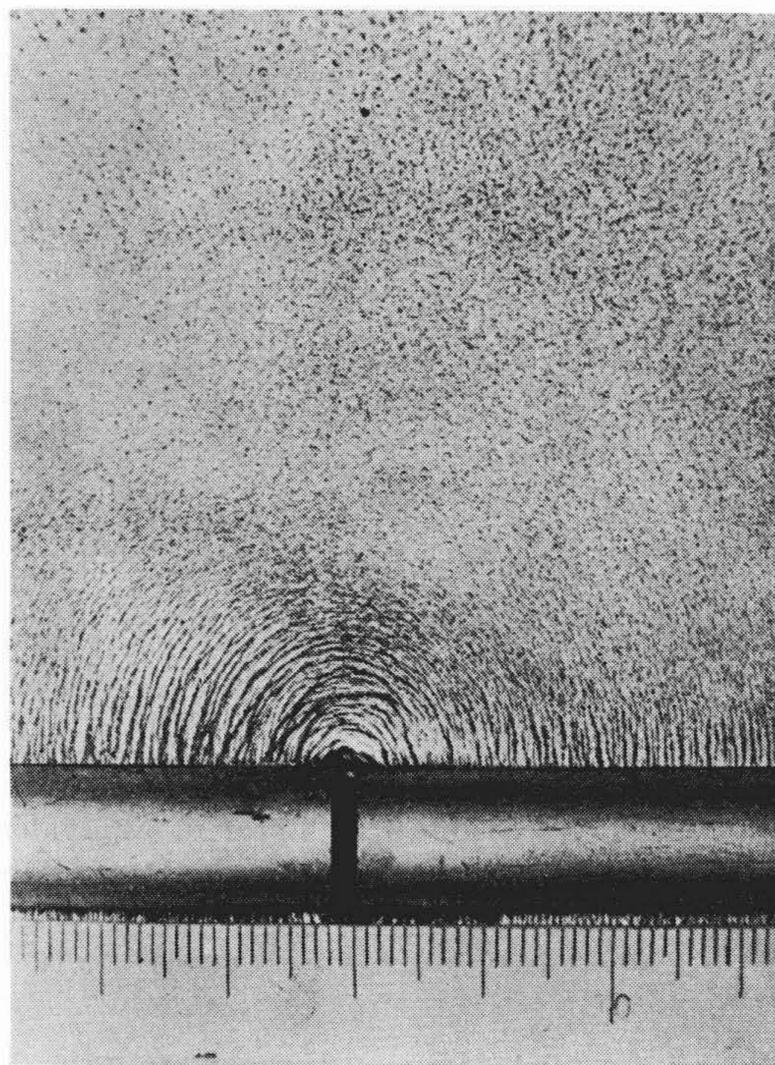
〔III〕 結果および検討

(1) 直円壺の場合

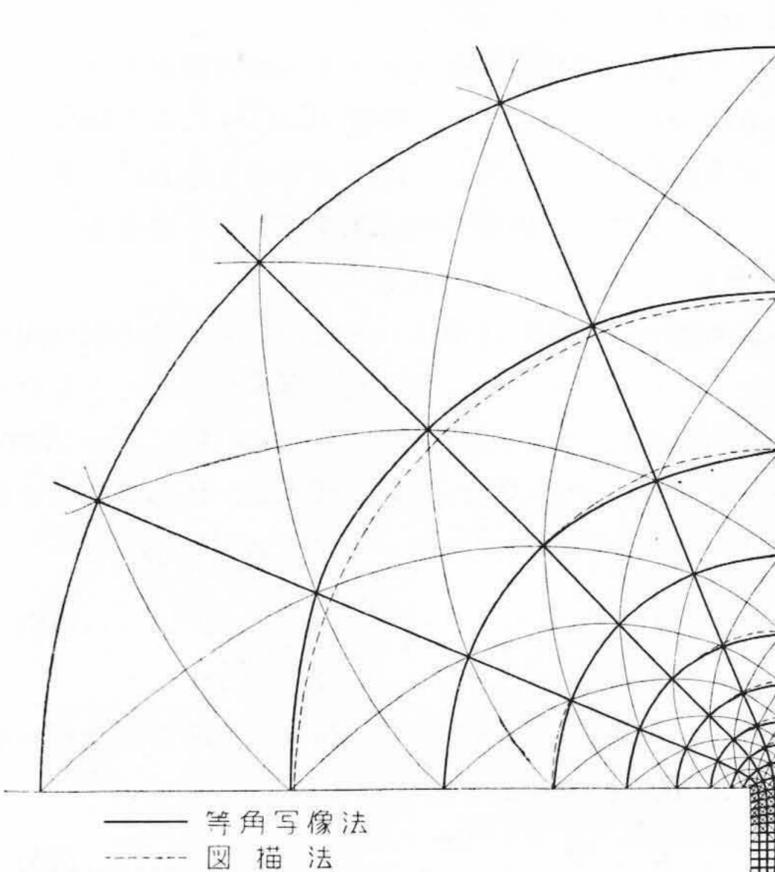
(A) 磁界分布

電磁石により  $11.1\phi$  丸棒 (試料  $T_0$ ) を磁化して鉄粉をふりかけたときの磁束分布を第7図に示す。第8図は等角写像法で求め、第9図は図描法で求めたものである。

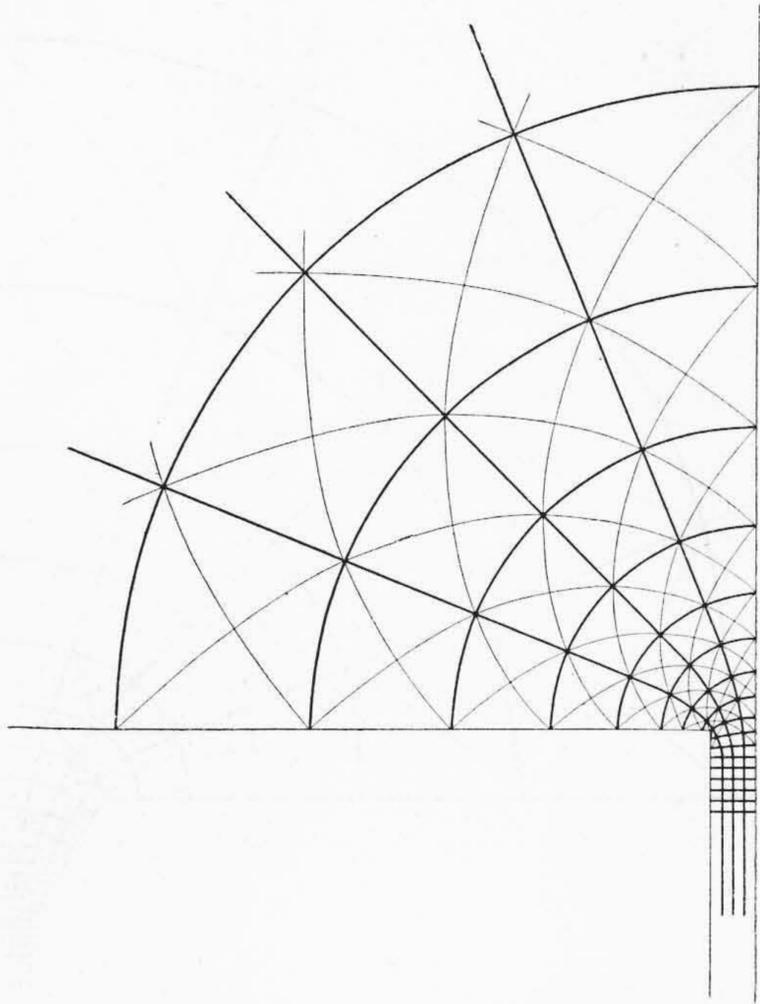
実際の分布は第7図のごとく角の附近は円弧でも楕円弧でもあらわせないが磁極中心では平等磁界で側面では円弧となることがわかる。これに対し等角写像法では精密に各部の分布がわかる。すなわち第8図および第2表により  $U = 0 \sim -0.5$  附近は (15) 式  $y$  成分の第1項と第



第7図 直円壺の鉄粉による磁界表示  
Fig.7. Magnetic Field of Cylinder by Iron Powder



第8図 等角写像法による直角磁極の磁界  
Fig.8. Magnetic Field of Pole Which Has a Right Angle by Conformal Mapping



第9図 図描法による直角磁極の磁界  
Fig.9. Magnetic Field of Pole Which Has a Right Angle by Field Mapping

2項が同程度に影響しあっているから円弧でも楕円弧でもあらわせないことがわかる。

第2表で論じたように  $U = -2.25$  になると完全に円弧でおきかえてよく  $U = +2$  になれば平等磁界となる。第9図は第7図および第8図と全然関連なく描写法の性質だけで図描したものである。第8図点線の部分が等角写像法に対する図描法による場合の誤差である。視察だけでこの程度に簡単に一致するから図描法は非常に有力な手段であることがわかる。

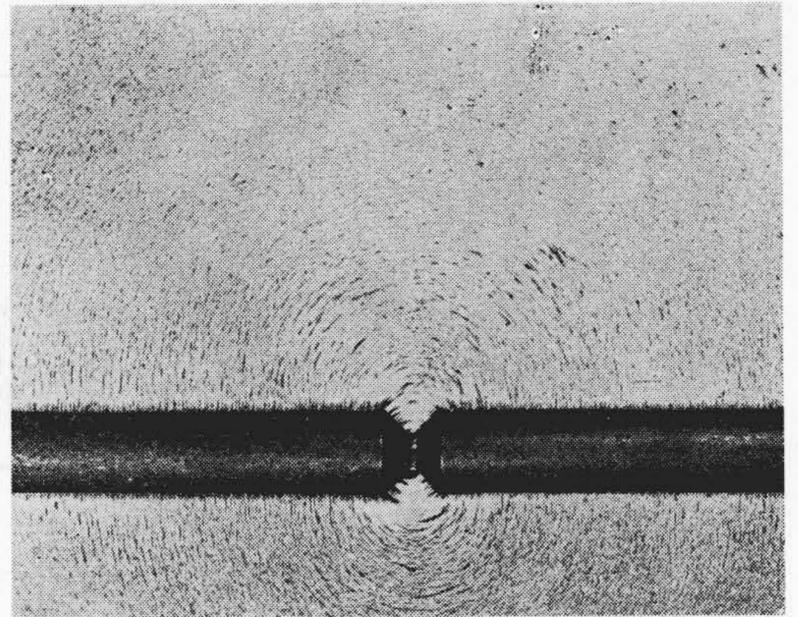
(B) パーミアンスの計算

第1表  $T_0$  すなわち  $11.1\phi$  直円筒磁極が空隙 2mm,

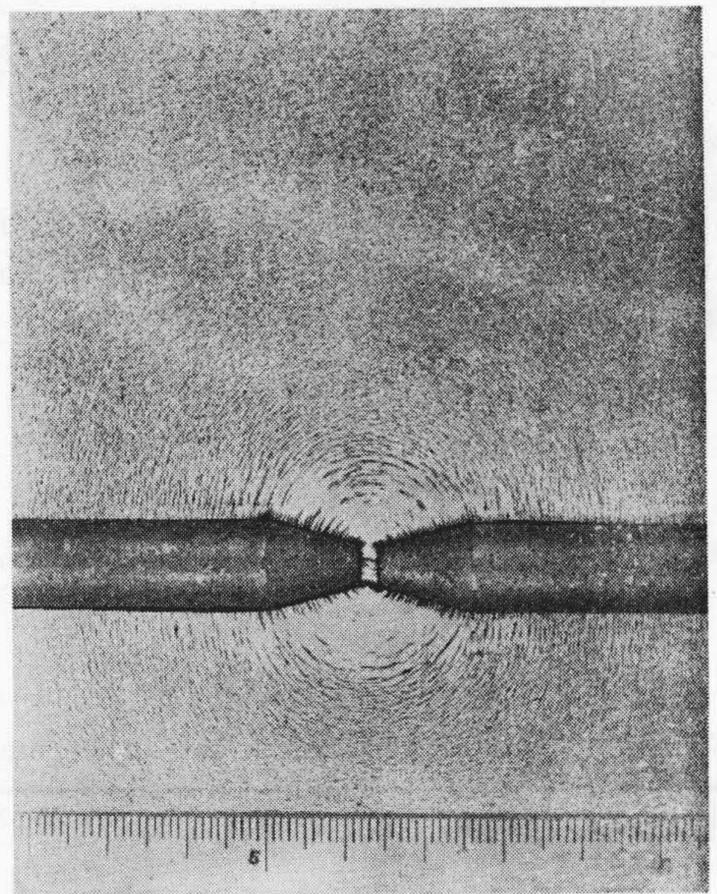
第4表 試料  $T_0$  の パ ー ミ ア ン ス 比 較  
Table 4. Permeance of  $T_0$  Test Piece Compared with Each Estimating Method

計 算 法	漏洩パーミアンス ( $P_1+P_4$ )	空隙パーミアンス ( $P_5$ )	全パーミアンス $P_g$	誤 差 (%)	備 考
等 角 写 像 法	5.171	5.193	10.364	—	第8図, (19) 式
図 描 法	5.054	5.193	10.247	-1.13	第9図, (19) 式
楕 円 磁 路 近 似 法	5.937	4.838	10.775	3.97	(21)~(23) 式
円 形 磁 路 近 似 法	5.610	4.838	10.448	0.81	(24)~(26) 式

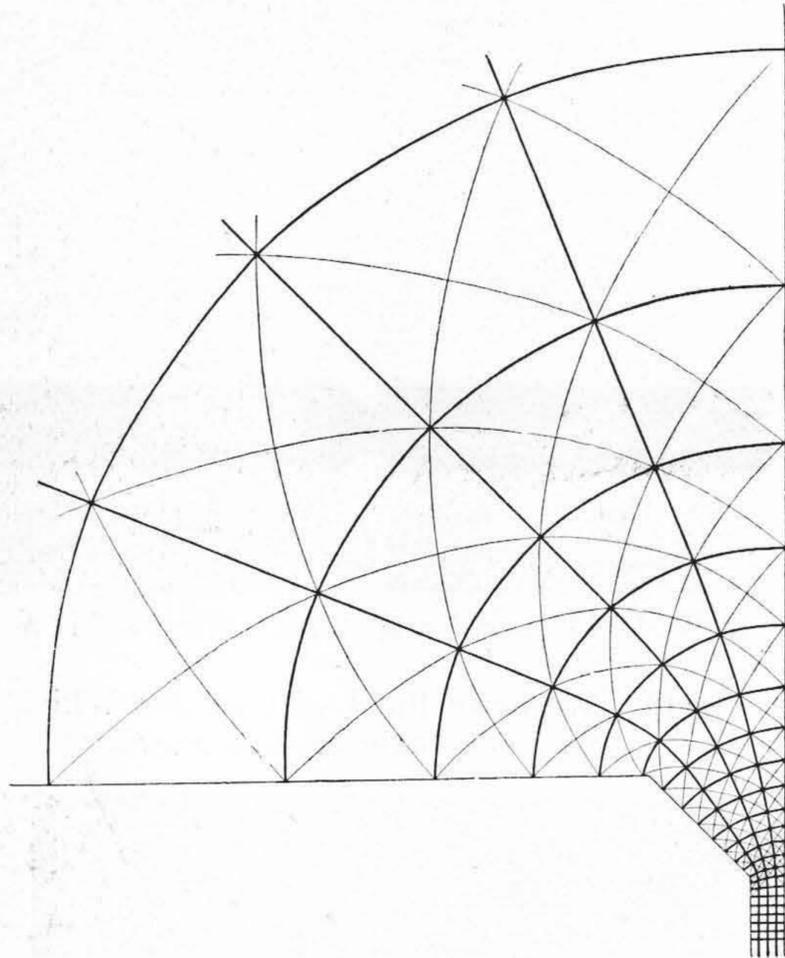
ただし 誤差(%) =  $\frac{\text{全パーミアンス} - \text{等角写像法の全パーミアンス}}{\text{等角写像法の全パーミアンス}} \times 100$



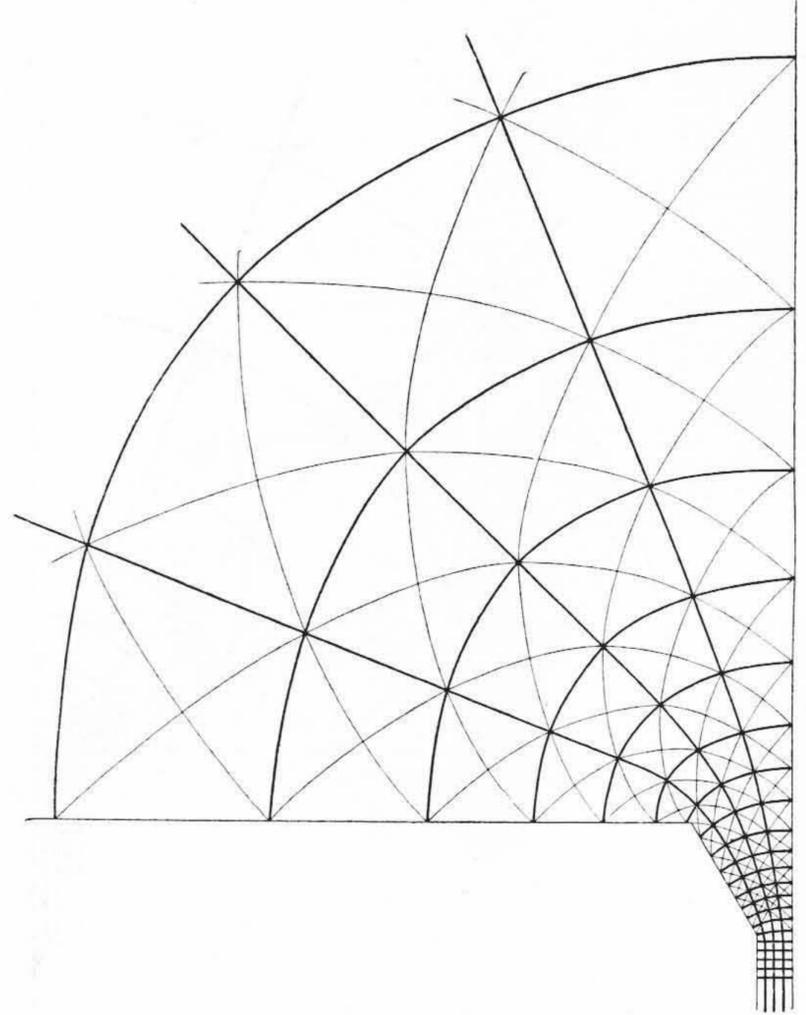
第10図 45°の角度を持つ円筒の鉄粉による磁界表示  
Fig.10. Magnetic Field of Cylinder Which Has 45° Angle by Iron Powder



第11図 75°の角度を持つ円筒の鉄粉による磁界表示  
Fig.11. Magnetic Field of Cylinder Which Has 75° Angle by Iron Powder



第12図 図描法による30°磁極の磁界  
Fig.12. Magnetic Field of Pole Which Has a 30° Angle by Field Mapping



第13図 図描法による45°磁極の磁界  
Fig.13. Magnetic Field of Pole Which Has a 45° Angle by Field Mapping

漏洩深さ 13.4mm で対向している場合のパーミアンスを各方法で計算しその値を比較すると第4表のようになる。

磁束分布から見ても楕円磁路より円形磁路の方が近似している。第4表において円形磁路の誤差 0.8% で図描

法の誤差 -1% よりよいが、これは精度がよいわけではなく誤差が打消し合つて一致したものと判定できる。

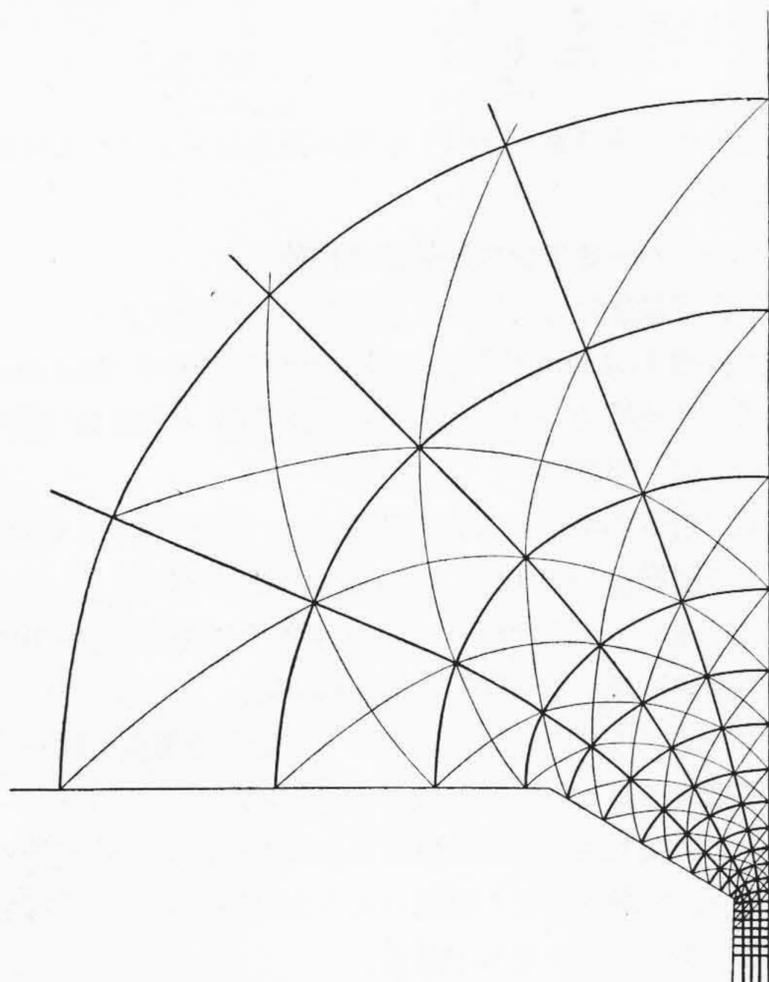
(2) 角度のある円壙磁極の場合

(A) 磁界分布

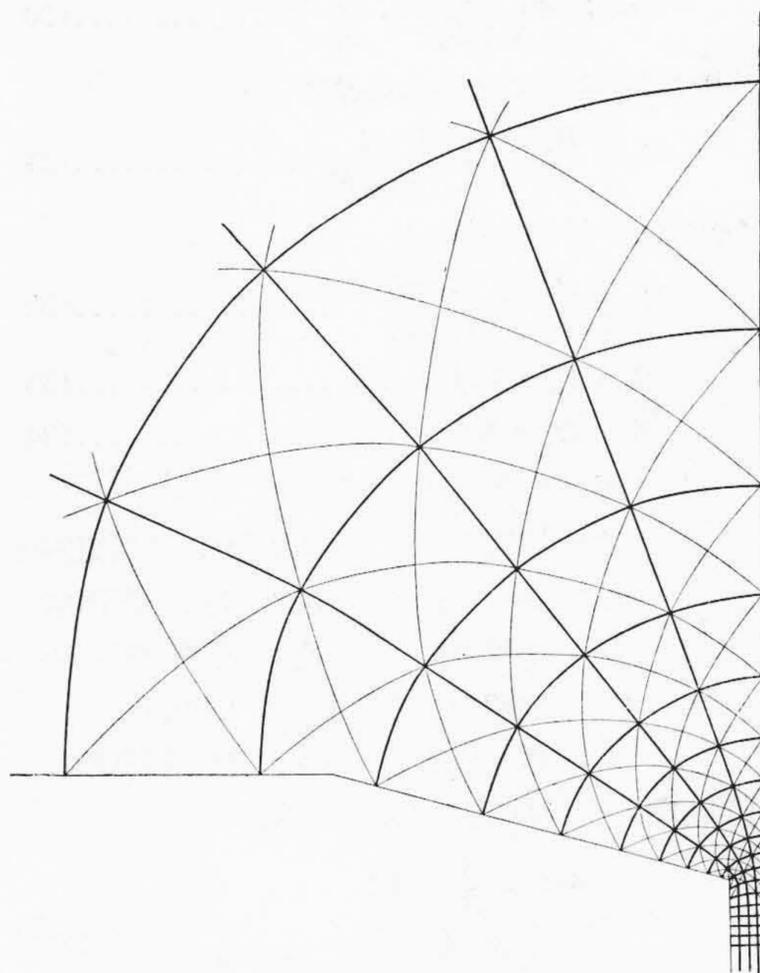
第5表 角度のある円壙磁極のパーミアンスの比較  
Table 5. Comparison of Permeance for Cylinder which has a Certain Angle

試料記号	磁極面との育度(度)	計算法	漏洩パーミアンス			$P_5$	$P_t$	%
			$P_1+P_2$	$P_3+P_4$	$P_l$			
$T_0$	0	等角写像	5.171	—	5.171	5.193	10.364	2.14
		図描法	5.054	—	5.054	5.193	10.247	2.12
		円弧近似	5.610	—	5.610	4.8	10.448	2.16
$T_{30}$	30	図描法	3.632	2.934	6.566	0.982	7.548	1.56
		円弧近似	4.353	2.624	6.977	0.982	7.959	1.65
$T_{45}$	45	図描法	3.002	2.664	5.666	0.982	6.648	1.37
		円弧近似	3.344	2.101	5.445	0.982	6.427	1.33
$T_{60}$	60	図描法	2.342	2.764	5.106	0.982	6.088	1.26
		円弧近似	2.557	3.209	5.766	0.982	6.748	1.39
$T_{75}$	75	図描法	—	4.048	4.048	0.982	5.030	1.04
		円弧近似	—	3.854	5.039	0.982	6.021	1.24
$T_{90}$	5φ直円壙	等角写像	3.061	—	3.061	0.982	4.034	0.84
		図描法	3.069	—	3.069	0.982	4.051	0.84
		円弧近似	3.263	—	3.263	0.982	4.245	0.88

ただし 記号は第1表, 第6図(a), (b) による。  $P_l = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$   $P_t = P_l + P_5$   
 %: 漏洩係数は 11.1φ 丸棒平等磁界のパーミアンス  $P_5 = 4.838$  を基準とす。



第14図 図描法による60°磁極の磁界  
Fig. 14. Magnetic Field of Pole Which Has a 60° Angle by Field Mapping



第15図 図描法による75°磁極の磁界  
Fig. 15. Magnetic Field of Pole Which Has a 75° Angle by Field Mapping

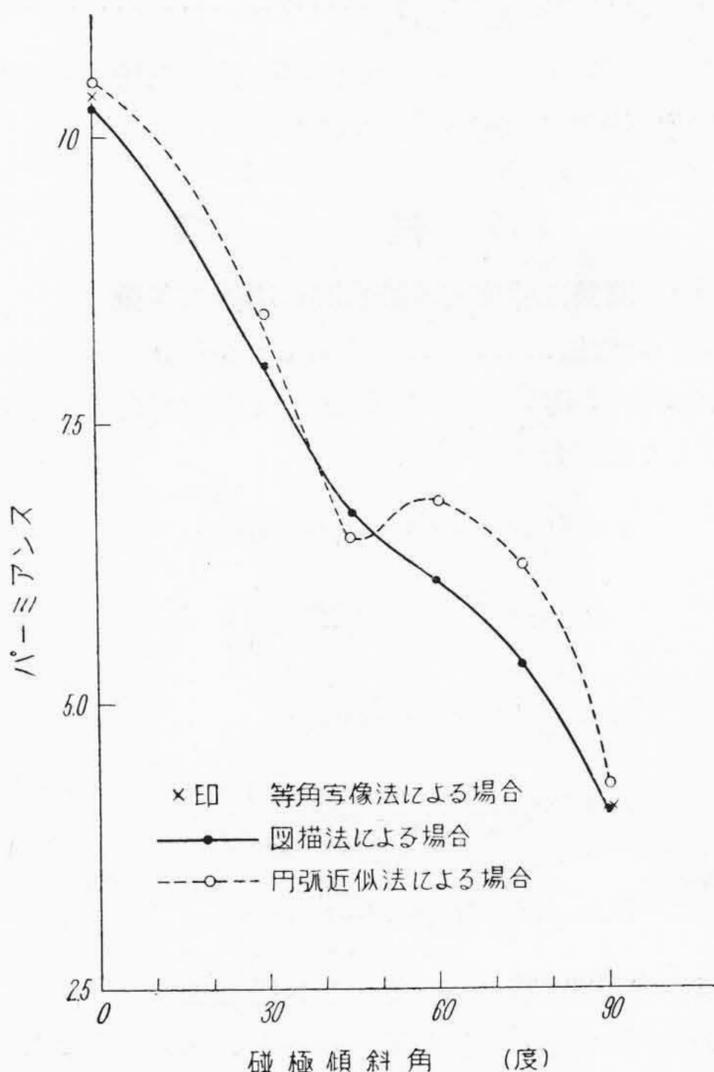
第1表試料  $T_{30}$ ,  $T_{45}$ ,  $T_{60}$ ,  $T_{75}$  の形状につき電磁石により磁化した鉄粉をふりかけたときの磁束分布の一例を第10図および第11図に示し、図描法により求めた磁束分布を第12図～第15図に示す。この場合は角が2箇所となり近似できない磁路がそれだけ多くなるので簡単な磁路の近似では誤差が多くなるのが推定できる。

(B) パーミアンスの計算

図描法と (19) 式によつて求めたパーミアンスおよび円形磁路近似と (24) 式～(26) 式で求めたパーミアンスを比較すると第5表、第16図となる。ここに  $T_{90}$  とは直径 5mm で空隙 2mm の直円棒である。第5表より 11.1φmm 丸棒で漏洩磁束の深さ直径の 1.2 倍のとき漏洩係数  $\nu$  が 2.14 であつて、 $\nu=1$  は内磁極の径 5φmm で 80° の傾斜角にすればよいことがわかる。第16図を見ると近似法の場合角度により図描法と比較して 10% 以上多くなつたり 3% 以上少なくなつたりして磁極の形状、空隙との関係で誤差が多くなるのがわかる。しかも計算が複雑となるから図描法の方がはるかに実用的方法である。

(C) 空隙パーミアンスと反磁場係数の関係  
(電磁単位)

空隙を含む磁気回路は一般に磁化度が均一でないから厳密な計算はできないわけであるが平均値としての考えで関係を求めればつぎのようになる。



第16図 角度ある磁極のパーミアンス  
Fig. 16. Permeance of Pole Which Has a Certain Angle

$$4\pi ni = \Phi \left( \frac{l_m}{\mu S_m} + \frac{l_g}{S_g} \right) \dots\dots\dots (30)$$

空隙のある場合の鉄心の磁界は

$$H_m = \frac{B_m}{\mu} = \frac{4\pi ni}{l_m + \mu S_m R_g} \dots\dots\dots (31)$$

空隙のない場合の磁界は

$$H_o = \frac{B_o}{\mu} = \frac{4\pi ni}{l_m + l_g} \dots\dots\dots (32)$$

$$B_m = H_m + 4\pi J \dots\dots\dots (33)$$

$$H_o - H_m = NJ \dots\dots\dots (34)$$

- ここに  $ni$ : 磁界回路の全励磁アンペアターン  
 $\Phi$ : 磁束  $B_m$ : 鉄心の磁束密度  
 $l_m$ : 鉄心の長さ  $S_m$ : 鉄心の断面積  
 $l_g$ : 空隙の長さ  $S_g$ : 空隙の断面積  
 $R_g$ : 空隙のリラクタンス  $l_g/S_g$   
 $J$ : 磁化の強さ  $N$ : 反磁場係数

(30) 式より (34) 式の基本的関係より

$$N = \frac{4\pi \left( \mu \frac{S_m}{S_g} - 1 \right)}{\mu - 1} \cdot \frac{l_g}{l_m + l_g} \dots\dots\dots (35)$$

もし  $\mu \gg 1$   $\mu S_m/S_g \gg 1$  とすれば

$$N = 4\pi \frac{S_m}{S_g} \cdot \frac{l_g}{l_m + l_g} \dots\dots\dots (36)$$

$l_m$  に対し  $l_g$  を省略すれば

$$N = 4\pi \frac{S_m}{l_m} \cdot \frac{1}{P_g} \dots\dots\dots (37)$$

$P_g$  は空隙のパーミアンスで (37) 式で空隙パーミアンスと反磁場係数の関係が求められる。

#### [IV] 結 言

##### (1) 直角な磁極と平板間の磁界の写像

等角写像法により求めた結果  $Z = x + jy$  平面の  $x, y$  成分  $W = U + jV$  平面の  $U$  成分は次式であたえられこれにより磁束分布をうる。

$$x = b \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \left\{ \sqrt{2\rho(1 - \cos\varphi)} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{2\rho(1 - \cos\varphi)}}{\rho - 1} \right\} \right]$$

$$y = \frac{b}{\pi} \left[ \sqrt{2\rho(1 + \cos\varphi)} + \log \frac{\sqrt{\rho^2 - 2\rho \cos\varphi + 1}}{\rho + 1 + \sqrt{2\rho(1 + \cos\varphi)}} \right]$$

$$U = -\frac{V_0}{\pi} \log \sqrt{\rho^2 - 2\rho \cos\varphi + 1}$$

##### (2) 円壱空隙のパーミアンス計算法

(1) により求められた単位パーミアンスの方眼としての磁束分布よりつぎのように求められる。

$$P_g = \sum_{j=1}^m \frac{2\pi}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_{ij}}}$$

ここに磁束分布は  $m$  行  $n$  列の単位パーミアンスに区分された場合である。

##### (3) パーミアンス計算法の比較

等角写像法による場合を基準として比較すると、直円壱 11.1mm 丸棒、空隙 2mm 漏洩深さ 13.4mm の場合に図描法  $-1.13\%$  円形磁路近似  $+0.81\%$  楕円磁路近似  $+3.97\%$

直円壱 5.0mm 丸棒、空隙 2mm 漏洩深さ 13.4mm の場合図描法  $+0.19\%$  円形磁路近似  $+4.99\%$

中心面から  $45^\circ$  の傾斜をもつ円壱で空隙前と同一条件で図描法に対し円形磁路近似  $-3.32\%$

中心面から  $60^\circ$  の傾斜をもつ円壱で空隙前で同一条件図描法に対し円形磁路近似  $+10.8\%$

ゆえに図描法が他の近似法より精度が高く方法が簡単であり、等角写像で不可能のような磁極に対しても可能であるから一番実用的である。

##### (4) 空隙パーミアンス $P_g$ と反磁場係数 $N$ との関係

$$N = \frac{4\pi \left( \mu \frac{S_m}{S_g} - 1 \right)}{(\mu - 1)} \cdot \frac{l_g}{l_m + l_g} \text{ e.m.u.}$$

- ここに  $S_m$ : 鉄心の断面積  $S_g$ : 空隙の等価断面積  
 $l_m$ : 鉄心の長さ  $l_g$ : 空隙の長さ  
 $\mu$ : 導磁率

$\mu \gg 1$   $\mu S_m/S_g \gg 1$   $l_m \gg l_g$  とすれば

$$N = 4\pi \frac{S_m}{l_m} \cdot \frac{1}{P_g} \text{ e.m.u.}$$

であらわせる。

終りに御指導御鞭撻を賜った日立製作所多賀工場故辻田博士、日立製作所戸塚工場小林有線部長、三木研究課長に厚く御礼申上げる。

なお近似計算、図描法に御協力いただいた横浜国立大学生川口浩君に深謝する。

#### 参 考 文 献

- (1) 宮原: 強磁性体論
- (2) 宮本: 二次元問題
- (3) 小松: 等角写像論 (上巻)
- (4) 竹内: 函数論 (上巻)
- (5) 高木: 電学誌 63 (昭 18-10)
- (6) E. Weber: Electromagnetic Fields
- (7) S. Evershed: JIEE 58 820 (1920)
- (8) H. C. Rotor: Electromagnetic Devices