

# タービン翼の振動応力と減衰率

## The Vibratory Stress and Logarithmic Decrement of Turbine-Blade

小堀 与一\*  
Yoichi Kobori

### 内 容 梗 概

タービン翼の設計においては翼が脈動蒸気力に共振することがないようあらかじめ考慮しておくことは当然であるが、船用タービンのごとくタービン回転数が広い範囲で変化したり、火力発電用タービンでもサイクルが異常に低下する場合は翼がある程度蒸気力に共振することは避けられない。本報では翼の固有振動が回転数とノズル数の積に共振した場合発生する振動応力に関し計算式を求め、計算に必要な翼の自由減衰振動の対数減衰率を実測した。

翼断面を均一として応力を計算すると、応力は蒸気力振幅、翼長および翼のたわみ形態と位置によって定まる係数に比例し、断面係数および対数減衰率に逆比例する。その最大値は自由一固定型および支持一固定型各節振動を通じ根元で生じ、これについて支持一固定型2節振動の翼中間で起る応力が大きい。タービン翼をシュラウド板で架構した場合の減衰率は一定締付力(約1.5 t)では固有振動数の増すほど増し0.02から0.06の範囲の値をとる。

### 〔I〕 緒 言

タービン翼の設計においては翼が脈動蒸気力に共振することがないようあらかじめ考慮しておくことは当然であるが、船用タービンのごとくタービン回転数が広い範囲で変化したり、火力発電用タービンでもサイクルが異常に低下する場合は、翼がある程度蒸気力に共振することは避けられない。蒸気力が翼に及ぼす励振力は翼車周囲の蒸気圧分布が不均一である場合は回転数の整数倍で生じ<sup>(1)</sup>、蒸気圧分布が均一である場合は回転数とノズル数との積で励振力が生ずる。本報では後者の場合を取扱う。翼が脈動蒸気力に共振しても破壊することがないよう設計上あらかじめ最大応力を計算しておかねばならないが、そのためには脈動力振幅、振動数係数、断面係数、減衰率および翼の共振時のたわみ形状に関する係数が与えられねばならない<sup>(2)</sup>。この中最初の3要素は設計上既知とすることができる。本報では均一断面翼について応力計算上必要な上記要素中たわみ形状に関する係数を計算し、対数減衰率を常温における静的実験から求めることにより設計に便な形式の応力計算式を確立せんとした。

### 〔II〕 振動応力の計算

#### (1) 計算式の説明<sup>(2)</sup>

タービン翼が受ける蒸気の脈動力を近似的に

$$f = \frac{f_0}{2} (1 + \cos \omega t) \dots\dots\dots (1)$$

と表わす。 $f_0$ は単位長さの回転翼がノズルより受ける蒸気圧の最大値で脈動蒸気圧の全振幅を意味する。実際は脈動力の波形は(1)式のごとき単純な波形でなく、高次の項も含まれていると考えられるが、これは普通問題となる翼の固有振動数より高くなるので無視してさしつ

\* 日立製作所日立研究所

かえない。翼は翼長と直角方向に次式で示される振幅で横振動をするとする。

$$y = y_0 \sin(\omega t + \alpha_0) \dots\dots\dots (2)$$

$\alpha_0$ は位相角である。蒸気力が1サイクルあたりなす仕事は

$$\begin{aligned} \Delta W &= \phi f dy = \int_0^{2\pi} \frac{f_0 y_0}{2} (1 + \cos \omega t) \\ &\quad \times \cos(\omega t + \alpha_0) d(\omega t) \\ &= \frac{f_0 y_0 \cos \alpha_0}{2} \int_0^{2\pi} \cos^2 \omega t d(\omega t) \\ &= \frac{\pi}{2} f_0 y_0 \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

共振振動では  $\alpha_0 = 0$  であるから

$$\Delta W = \frac{\pi f_0 y_0}{2} \dots\dots\dots (4)$$

減衰率は蒸気力の全入力エネルギーを  $W$  とすれば

$$\delta = \frac{\Delta W}{2W} = \frac{\pi f_0 y_0}{2ky_0^2} = \frac{\pi f_0}{2ky_0} \dots\dots\dots (5)$$

(5) を書かえて

$$y_0 = \frac{\pi f_0}{2k\delta} \dots\dots\dots (6)$$

この式は常バネ数  $k$ 、減衰率  $\delta$  を有する振動系に、共振振動数で(1)式の脈動力が加わる場合生ずる共振振幅を表わす。

第1図に示すごとき長さ  $l$  なる均一断面の片持状翼を考える。 $x$  を翼長方向に測り、 $u$  をその点の振動の振幅、 $f_0$  を翼に沿って均一に分布した脈動する力の単位長さあたりの最大値とするならば、翼上のある点  $P$  における単位長さあたりのエネルギー入力は

$$\frac{d}{dx} \Delta W = \frac{\pi f_0 u}{2} \dots\dots\dots (7)$$

したがって1サイクルごとに翼に入るエネルギーは

$$\Delta W = \frac{\pi f_0}{2} \int_0^l u dx \dots\dots\dots (8)$$

第 1 図より振動体の全エネルギーは

$$W = \int_0^l \frac{w}{2} \frac{\omega^2}{g} u^2 dx = \frac{w \omega^2}{2g} \int_0^l u^2 dx$$

ただし  $w =$  単位長さあたりの翼重量エネルギー消散は

$$2W\delta = \frac{w \omega^2 \delta}{g} \int_0^l u^2 dx \dots\dots\dots (9)$$

となるから入力と消散を等しいとおいて

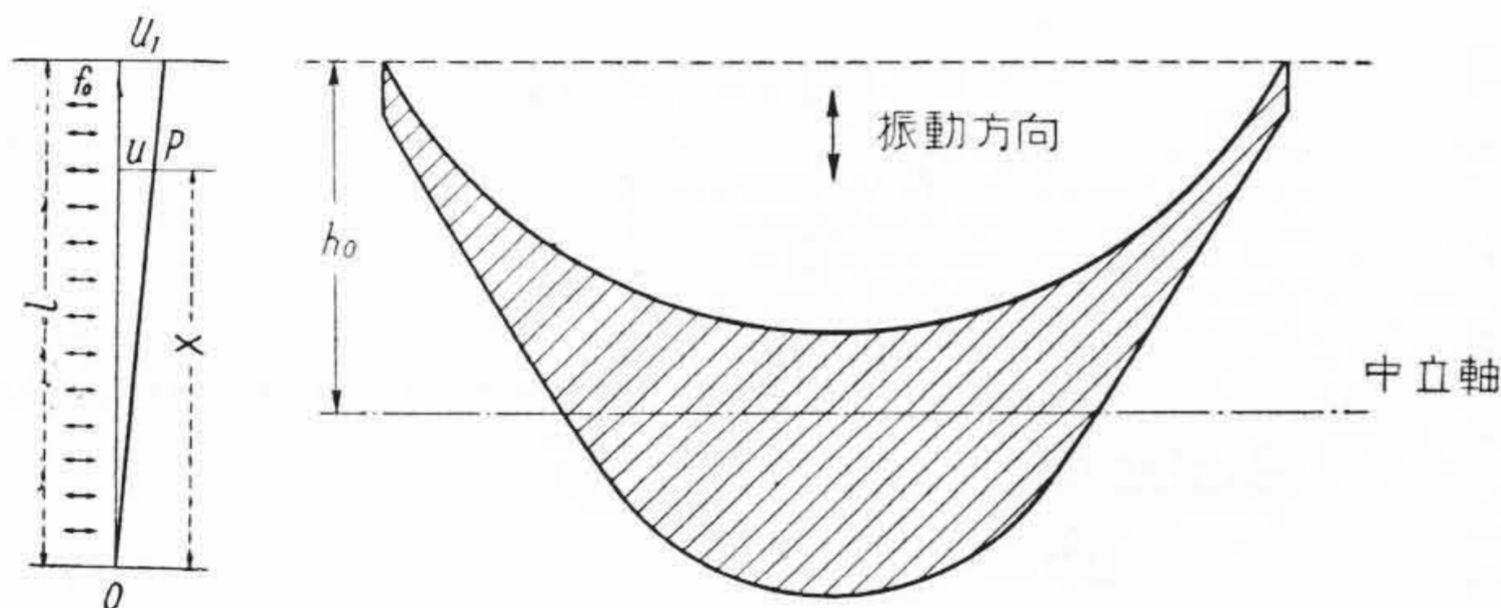
$$\frac{\pi f_0 g}{2w \omega^2 \delta} = \frac{\int_0^l u^2 dx}{\int_0^l u dx} = \alpha u_1 \dots\dots\dots (10)$$

ここで  $\alpha$  は翼端またはほかの都合のよい位置の振幅  $u_1$  が 1 となる場合の上記積分の比である。 $\alpha$  は振動のたわみ曲線から求められるもので、振動形態に関する。

(10) は分子の各積分の要素は分母のその  $u$  倍であり、各要素の振幅  $u$  は  $u_1$  に対し一定の比をもっていることを意味する。

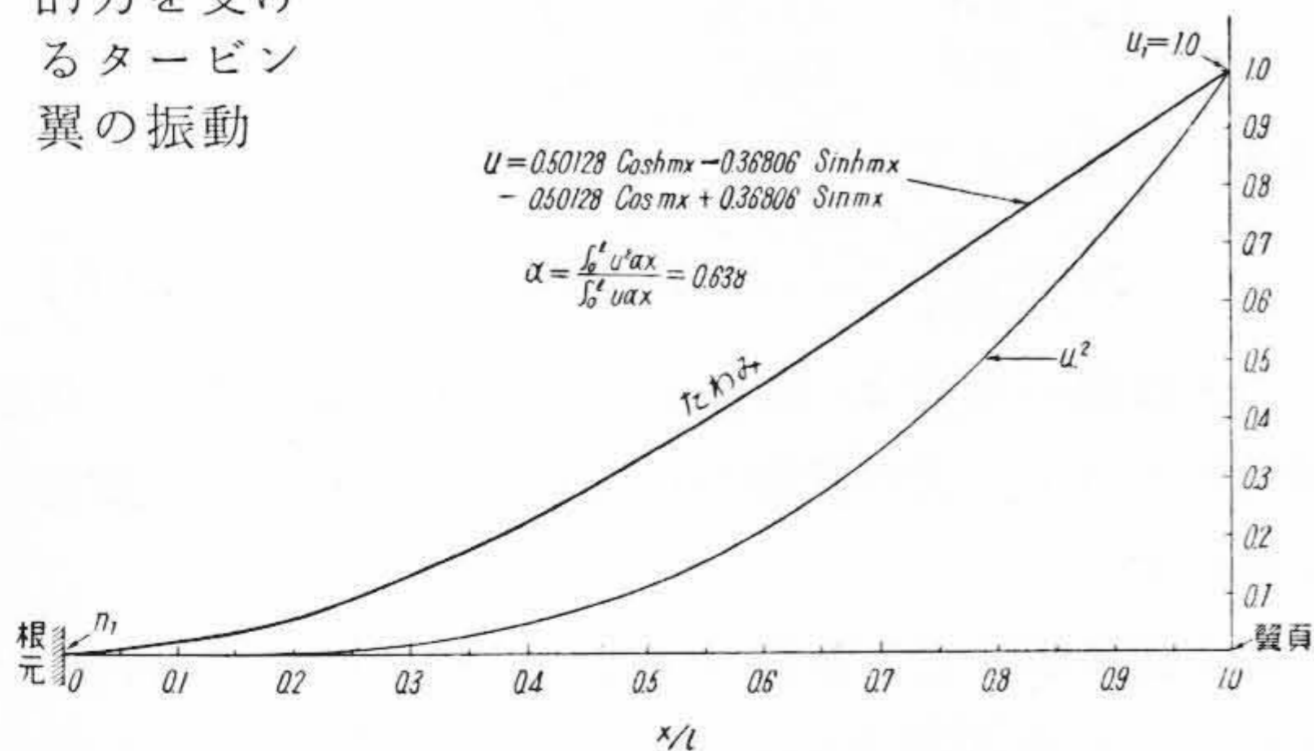
曲げモーメントが  $M$  で曲げの中立軸から距離  $h_0$  で最大応力値になり、断面二次モーメントが  $I$  なる翼上のある点  $P$  における応力  $\sigma$  を見出すため (10) 式を次式とあわせて用いる。

$$\sigma = \frac{M}{I} = E h_0 \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right) \dots\dots\dots (11)$$



第 2 図 タービン翼断面

第 1 図 週期的力を受けるタービン翼の振動



たわみ分布

$x/l$	$u$	$x/l$	$u$	$x/l$	$u$
0	0	0.35	0.1828	0.70	0.5917
0.05	0.00430	0.40	0.2315	0.75	0.6559
0.10	0.01718	0.45	0.2834	0.80	0.7270
0.15	0.03684	0.50	0.3408	0.85	0.7940
0.20	0.06388	0.55	0.3995	0.90	0.8625
0.25	0.09755	0.60	0.4621	0.95	0.9321
0.30	0.1366	0.65	0.5258	1.00	1.0000

第 3 図 (a) 自由-固定翼 1 節振動のたわみ分布

曲率  $\left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)$  (タービン翼の振動ではたわみの傾斜は十分小さいから  $\frac{d^2 u}{dx^2}$  を曲率に等しいと考える) なる項はたわみ曲線  $u$  が  $x$  のかん数で与えられているときは求められる。

(11) より応力を求めるには各振動形式に対する翼のたわみの曲率がわかつていなくてはならないことがわかる。翼断面が均一の場合たわみは

$$u = A \sin mx + B \cos mx + C \sinh mx + D \cosh mx$$

と表わされるから、曲率は

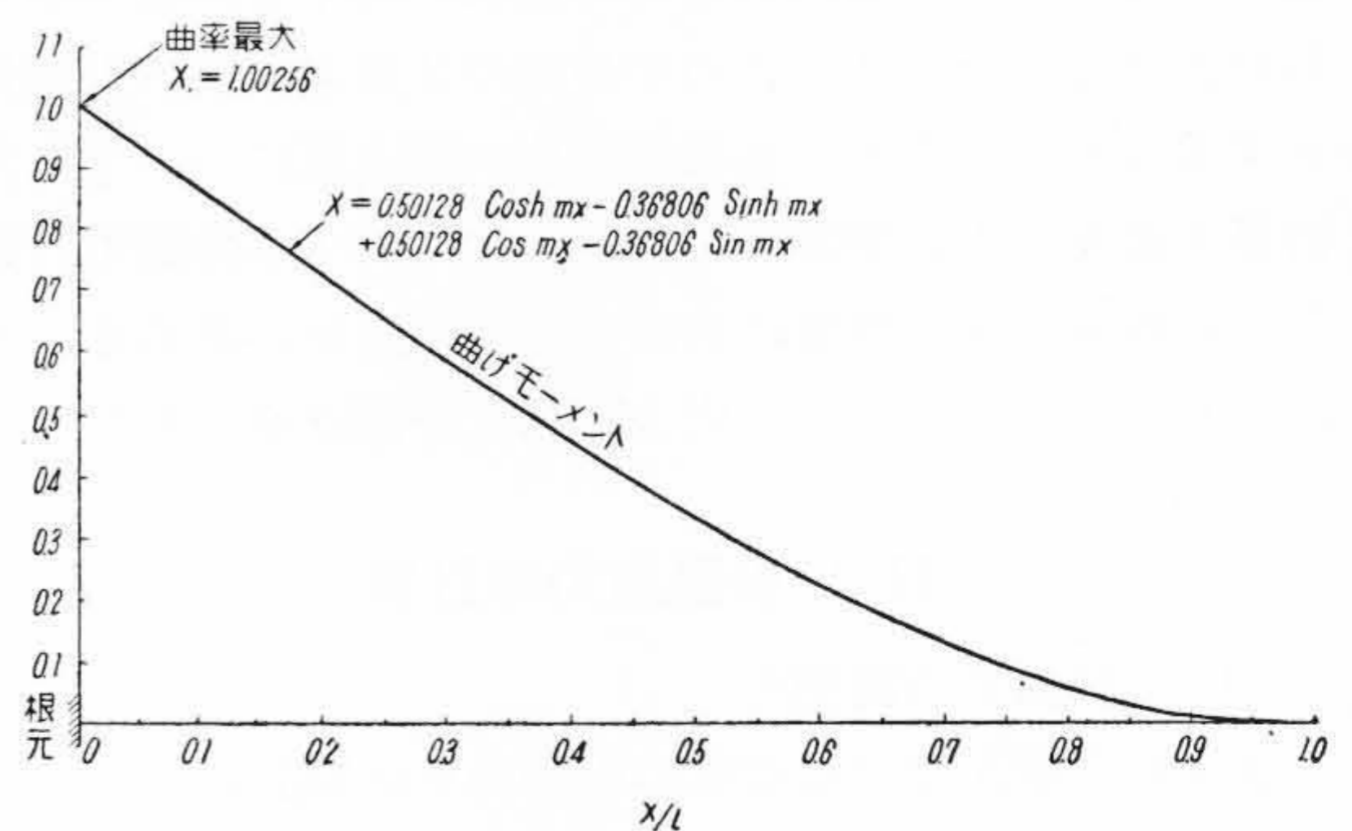
$$\left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = X(x) m^2 u_1 \dots\dots\dots (12)$$

となり、 $x$  の位置の曲げ応力は

$$\sigma = E h_0 X(x) m^2 u_1 \dots\dots\dots (13)$$

となる。 $X(x)$  は  $x$  によつてまた振動型によつて異なる値で、これを仮に曲率かん数と呼ぶ。

タービン翼は一般に翼頂がシュラウド板で架構されているので完全な片持はりすなわち自由-固定型の振動をしない。しかしあまり細かいことをいわずにシュラウド板付翼は近似的に自由-固定型あるいは支持-固定型翼としての共振振動を起しうる。このときの振幅はシュラウド板あるいはバインド線のこわさによる抑制作用のため、単なる自由-固定型振動あるいは自由-支持型振動をする翼の振幅より小さくなる。しかしタービン翼の設計ではシュラウド板やバインド線の振幅抑制作用を考慮することなく、翼は後者の振動を行うとして応力の計算をしてさしつかえない (実際より応力を大きく評価す



曲げモーメント分布

$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2}$
0	1.0026	0.35	0.5244	0.70	0.1360
0.05	0.9338	0.40	0.4616	0.75	0.0980
0.10	0.8610	0.45	0.3990	0.80	0.0635
0.15	0.7955	0.50	0.3399	0.85	0.0360
0.20	0.7265	0.55	0.2823	0.90	0.0146
0.25	0.6584	0.60	0.2285	0.95	0.0055
0.30	0.5915	0.65	0.1808	1.00	0.0

第 3 図 (b) 自由固定翼 1 節振動の曲げモーメント分布

ることになるので。

第2図のごとき翼の振動面内で作用しかつ全長にわたり、単位長さにつき  $f_0$  なる前記に仮定した形式の一定振幅の脈動力を受ける均一断面のタービン翼を考える。翼長  $l$  cm, 断面二次モーメント  $I$  cm<sup>4</sup>, 中立軸までの距離  $h_0$  cm, 減衰率  $\delta$  とする。

棒の横振動についてはつぎの一般式が成立つ

$$\omega^2 = m^4 \left( \frac{gEI}{w} \right) \dots\dots\dots (14)$$

(10), (14) を (13) に代入し

$$\sigma = \frac{X(x) \pi f_0 h_0}{2m^2 \alpha I \delta} \dots\dots\dots (15)$$

これが翼の任意位置における応力を表わす式で、応力はたわみの曲率かん数  $X$  および脈動力振幅  $f_0$  に比例し、断面係数  $I/h_0$ , 振動数係数  $\lambda^2 (\lambda = ml)$ , たわみの係数  $\alpha$  および対数減衰率  $\delta$  に逆比例する。

(15) 式を書きかえて

$$\sigma = \frac{\beta f_0 h_0 l^2}{I \delta} \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$$\beta = \frac{X(x) \pi}{2\alpha \lambda^2} \dots\dots\dots (17)$$

$$\lambda = ml \dots\dots\dots (18)$$

$\beta$  はたわみに関する係数で、たわみ曲線および振動数係数  $\lambda$  が与えられれば定まる。

(2) 自由一固定翼

(a) 1 節振動

単純な片持はりの振動の式は周知のように<sup>(3)</sup>

$$y = R \left\{ \frac{\cosh mx - \cos mx}{\cosh ml + \cos ml} - \frac{\sinh mx - \sin mx}{\sinh ml + \sin ml} \right\} \sin \omega t$$

1 節振動であるから  $m = 1.875/l$  である。 $\omega t = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = l$  なる位置の振幅を  $u_1$  とする。(12) にこれらの値を入れて  $R$  を求めると、

$$u_1 = R \left\{ \frac{3.3421 - 0.29953}{3.3421 + 0.29953} - \frac{3.1838 - 0.9541}{3.1838 + 0.9541} \right\}$$

$$R = 1.523 u_1$$

したがってたわみ曲線を与える式は

$$u = u_1 (0.50128 \cosh mx - 0.36806 \sinh mx - 0.50128 \cos mx + 0.36806 \sin mx) \dots (19)$$

となる。この  $u$  は第1図の翼の任意点における振幅を表わす。翼端の振幅  $u_1$  を1とおいて (17) を図示すると第3図(a)のようになる。この図において  $u_1 = x/l = 1$  として (10) の分子、分母の積分を図式計算して  $\alpha$  を求めると  $\alpha = 0.638$  となる。

この振動型における  $\left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)$  の最大値したがって  $\beta$

の最大値は (19) をみればわかるように  $x=0$  すなわち翼の根元で生ずる。その値は (12) より

$$\left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)_{max} = \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right)_{x=0} = X(0) m^2 u_1 = 1.00256 m^2 u_1$$

したがって曲げ応力の最大値は (16)~(18) において

$$\lambda = 1.875 \dots\dots\dots (20)$$

$$\beta = \frac{1.00256 \pi}{2 \times 0.638 \times \lambda^2} = 0.703 \dots\dots\dots (21)$$

となるから

$$\sigma_m = 0.703 \frac{f_0 h_0 l^2}{I \delta} \dots\dots\dots (22)$$

(22) は自由一固定翼1節振動の根元に生ずる振動応力を求める計算式である。(19) を二次微分し、 $m^2$  で割り、 $u_1 = l = 1$  とし計算した結果を第3図(b)に示す。図よりたわみの曲率したがって曲げモーメントの分布状態がわかる。

(b) 2 節および3 節振動

(a) におけると同様にして2 節および3 節振動のたわみ曲線を与える式を求めるとそれぞれ

$$u_{2n} = -u_1 (0.4970 \cosh mx - 0.5061 \sinh mx - 0.4970 \cos mx + 0.5061 \sin mx) \dots\dots (23)$$

ただし  $m = 4.694/l$

$$u_{3n} = u_1 (0.4545 \cosh mx - 0.4541 \sinh mx - 0.4545 \cos mx + 0.4541 \sin mx) \dots\dots (24)$$

ただし  $m = 7.855/l$

となる。第4図(a)(b)にそれぞれ(23)および(24)より前記同様たわみ分布および曲げモーメント分布を求めた結果を図示する。(b)図より最大または極大応力は2 節振動では根元および翼端より  $0.47l$  の位置で生じ、3 節振動では根元および翼端より  $0.28l$ ,  $0.67l$  で生ずること、また応力の大きさはいずれの振動でも根元が最大になることがわかる。

(3) 支持一固定翼

支持一固定翼は根元と先端が節となるので2 節振動および中間が節となる3 節振動が問題となる。この振動に対するたわみの式はそれぞれ次式で表わされる。

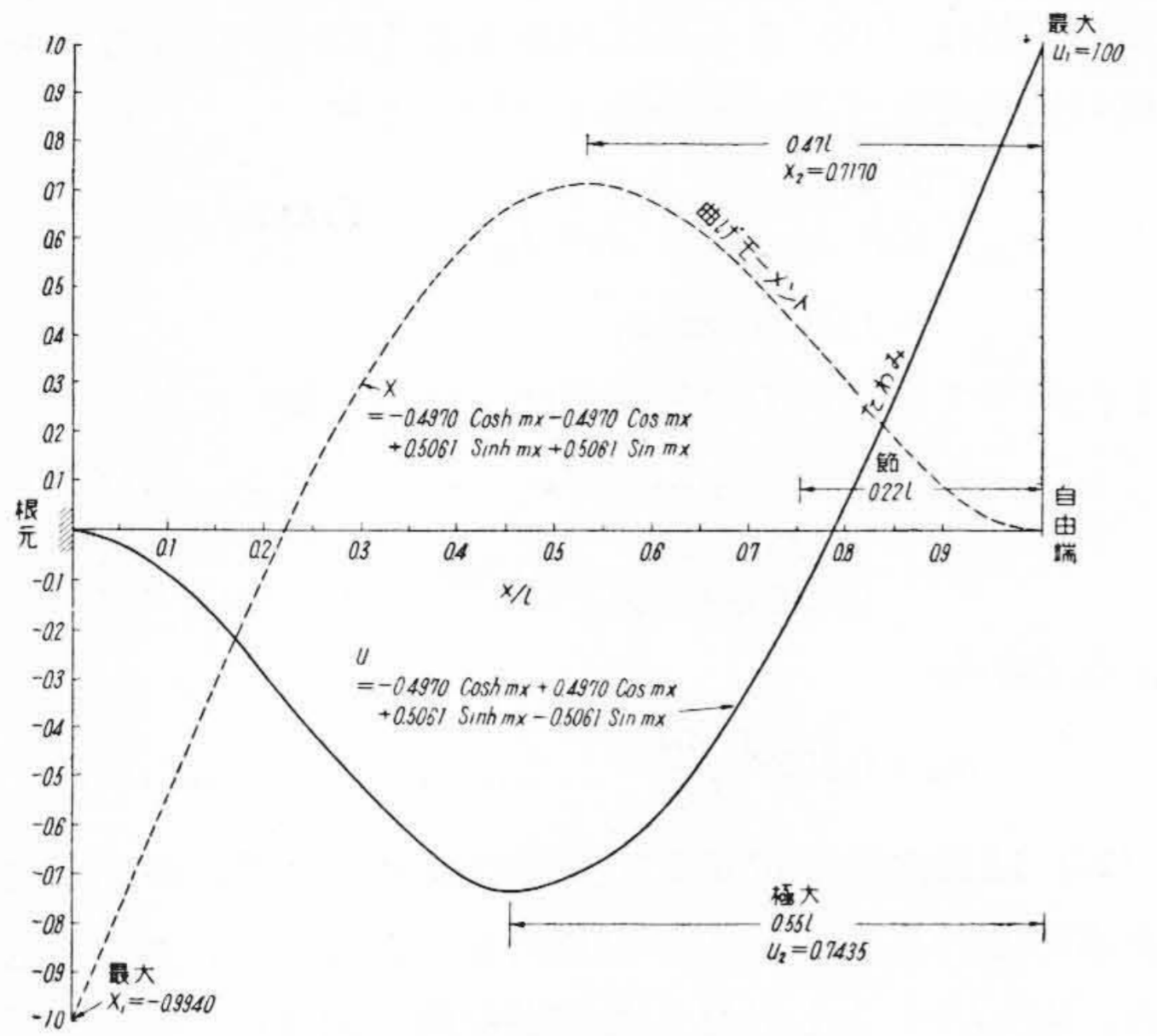
$$u'_{2n} = 0.02622 \sinh mx + 0.9407 \sin mx \dots (25)$$

ただし  $m = 3.927/l$  および

$$u'_{3n} = 0.001124 \sinh mx - 0.9355 \sin mx \dots (26)$$

ただし  $m = 7.067/l$

となる。(25)および(26)よりたわみ分布および曲げモーメント分布を計算し図示すると第5図(a), 第5図(b)のようになる。(a)図より2 節振動の応力の最大は根元で生じ、極大は翼端より翼長の38%の位置で生ずること、この大きさの比は大体1:0.66であることがわかる。また(b)図より3 節振動の応力の最大は根元で生じ、つぎの極大は翼端より66%, つぎは22%の位置で



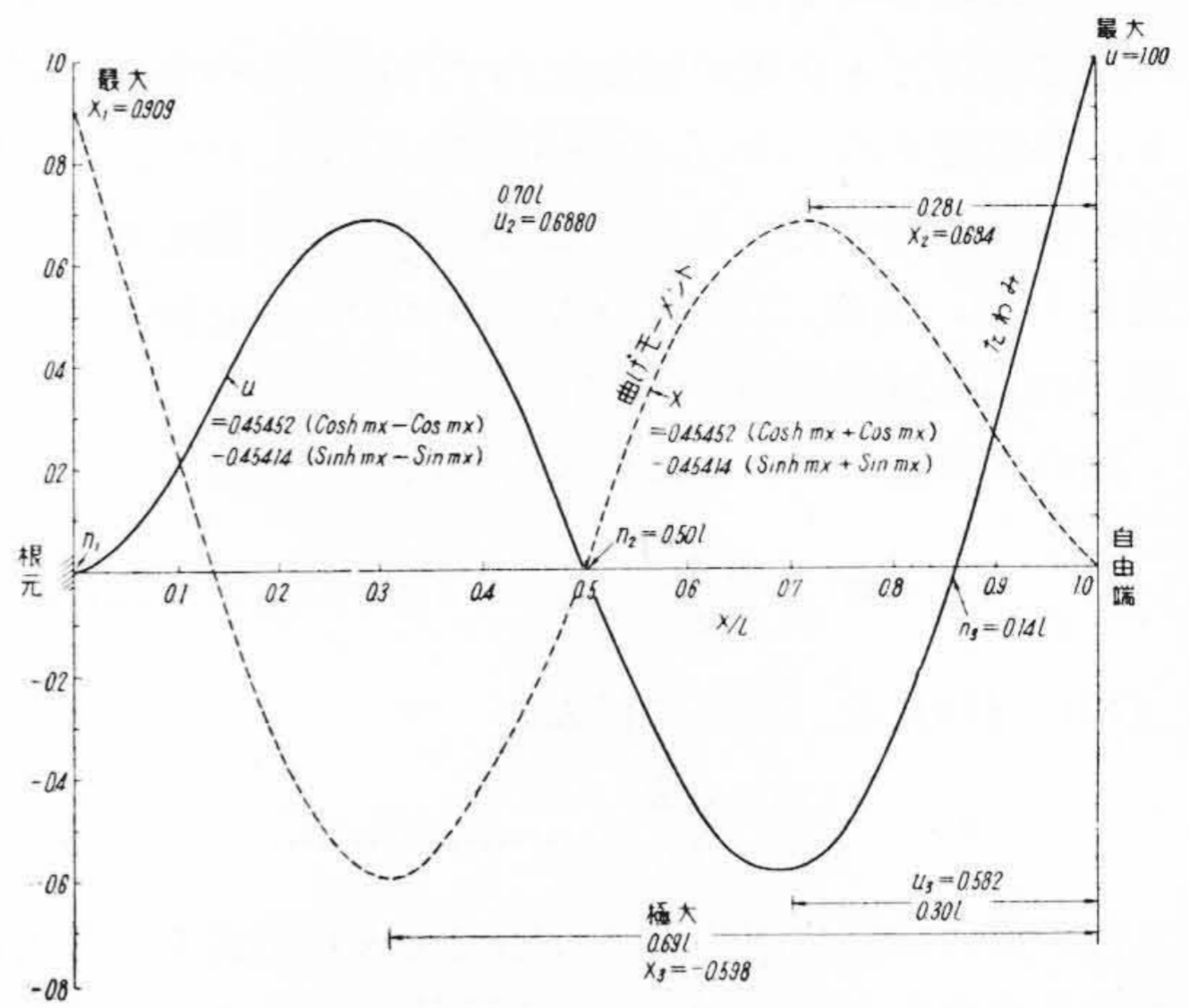
たわみ分布

$x/l$	$u_{2n}$	$x/l$	$u_{2n}$	$x/l$	$u_{2n}$
0	0	0.35	-0.6125	0.70	-0.2963
0.05	-0.02525	0.40	-0.7039	0.75	-0.1349
0.10	-0.09228	0.45	-0.7435	0.80	+0.0642
0.15	-0.1876	0.50	-0.7153	0.85	+0.2830
0.20	-0.2993	0.55	-0.6678	0.90	+0.5150
0.25	-0.4144	0.60	-0.5847	0.95	+0.7549
0.30	-0.5129	0.65	-0.4686	1.00	+1.00

曲げモーメント分布

$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{2n}}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{2n}}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{2n}}{dx^2}$
0.0	-0.9940	0.35	0.4655	0.65	0.6139
0.05	-0.7562	0.40	0.5863	0.70	0.5209
0.10	-0.5200	0.45	0.6753	0.75	0.4145
0.15	-0.2901	0.50	0.7091	0.80	0.3011
0.20	-0.0695	0.53	0.7170	0.85	0.1867
0.25	+0.1408	0.55	0.7126	0.90	0.0927
0.30	0.3149	0.60	0.6783	0.95	0.0248
		1.00		1.00	0.0

第4図(a) 自由一固定翼2節振動のたわみおよび曲げモーメント分布 ( $\alpha=0.57$ )



たわみ分布

$x/l$	$u_{3n}$	$x/l$	$u_{3n}$	$x/l$	$u_{3n}$
0	0	0.35	0.6258	0.70	-0.582
0.05	0.0610	0.40	0.4801	0.75	-0.524
0.10	0.1803	0.45	0.2631	0.802	-0.332
0.15	0.3799	0.50	0.0012	0.840	-0.135
0.20	0.5500	0.55	-0.221	0.891	+0.1887
0.25	0.6583	0.60	-0.426	0.944	+0.550
0.30	0.6880	0.65	-0.562	1.00	+1.00

曲げモーメント分布

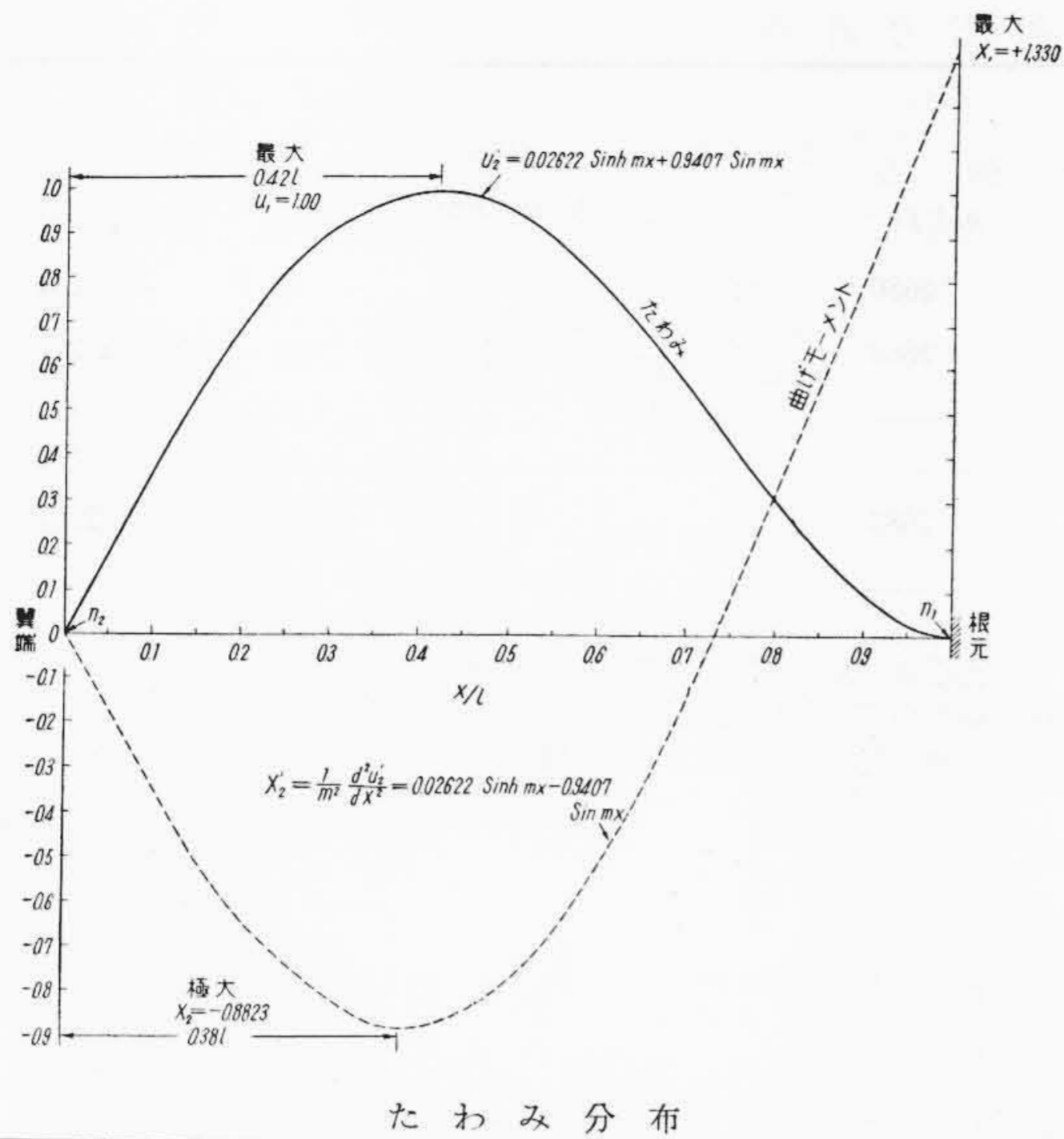
$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{3n}}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{3n}}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u_{3n}}{dx^2}$
0	0.909	0.40	-0.418	0.70	0.665
0.05	0.553	0.45	-0.245	0.75	0.668
0.10	0.235	0.50	+0.022	0.802	0.564
0.15	-0.1050	0.51	-0.598	0.840	0.450
0.20	-0.359	0.726	+0.684	0.891	0.275
0.25	-0.527	0.55	+0.258	0.944	0.130
0.30	-0.597	0.60	0.480	1.00	0.0
0.35	-0.561	0.65	0.602		

第4図(b) 自由一固定翼3節振動のたわみと曲げモーメント分布 ( $\alpha=0.593$ )

第1表 各振動型に対するたわみ  $u$ , 曲率かん数  $X$  および応力の係数  $\beta$

振動型		たわみ				曲率			
端条件	節	$\lambda$	形態	$\alpha$	最大または極大の $u$	節	形態	最大または極大の $X, \beta$	(%)
自由一固定	1	1.875		0.638	最大: $l=0$ $u_1=1.00$	$n_1=l$		最大: $l=0$ $X_1=1.00256$	0.703 (100)
	2	4.694		0.576	最大: $l=0$ $u_1=1.00$ 極大: $l_2=0.55l$ $u_2=-0.744$	$n_1=l$ $n_2=0.22l$		最大: $l=0$ $X_1=-0.9940$ 極大: $0.47l$ $X_2=0.7170$	0.1230(17.5) 0.0887(12.6)
	3	7.855		0.593	最大: $l=0$ $u_1=1.00$ 極大: $l_2=0.70l$ $l_1=0.30l$ $u_2=0.688$ $u_3=-0.582$	$n_1=l$ $n_2=0.50l$ $n_3=0.14l$		最大: $l=0$ $X_1=0.909$ 極大: $0.28l$ $X_2=0.689$ $X_3=-0.598$	0.0779(11.1) 0.0590(8.4) -0.0512(7.3)
支持一固定	2	3.927		0.924	最大: $l_1=0.42l$ $u_1=1.00$	$n_1=l$ $n_2=0$		最大: $l=0$ $X_1=1.330$ 極大: $0.38l$ $X_2=-0.8823$	0.1535(21.8) -0.1019(14.5)
	3	7.069		0.910	最大: $l_1=0.68l$ $u_1=1.00$ 極大: $l_2=0.22l$ $u_2=-0.933$	$n_1=l$ $n_2=0.44l$ $n_3=0$		最大: $l=0$ $X_1=1.322$ 極大: $0.66l$ $X_2=-0.9379$ $X_3=0.8747$	0.0911(13.0) -0.0646(9.2) 0.0584(8.3)

備考  $\alpha = \int_0^l u^2 dx / \int_0^l u dx$ ,  $\beta = \frac{X\pi}{2\alpha\lambda^2}$ ,  $X = \left( \frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2} \right) l = 1$  ( $u_1=1$ )



たわみ分布

$x/l$	$u'_2$	$x/l$	$u'_2$	$x/l$	$u'_2$
0	0	0.35	0.9675	0.65	0.6888
0.05	0.1881	0.40	0.9971	0.70	0.5610
0.10	0.3694	0.45	0.9930	0.75	0.4273
0.15	0.5368	0.50	0.9578	0.80	0.3026
0.20	0.6850	0.42	1.00	0.85	0.1834
0.25	0.8280	0.55	0.8907	0.90	0.09038
0.30	0.9041	0.60	0.7971	0.95	0.02389
				1.00	0.0

曲げモーメント分布

$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_2}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_2}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{1}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_2}{dx^2}$
0	0.0	0.35	-0.8741	0.65	-0.3573
0.05	-0.1780	0.40	-0.8794	0.70	-0.1547
0.10	-0.3484	0.45	-0.8483	0.75	+0.0707
0.15	-0.5062	0.50	-0.7554	0.80	+0.3008
0.20	-0.6421	0.38	-0.8823	0.85	+0.5548
0.25	-0.7344	0.55	-0.6699	0.90	+0.8022
0.30	-0.8107	0.60	-0.5250	0.95	+1.068
				1.00	+1.330

第5図(a) 支持一固定翼2節振動のたわみおよび曲げモーメント分布 ( $\alpha=0.924$ )

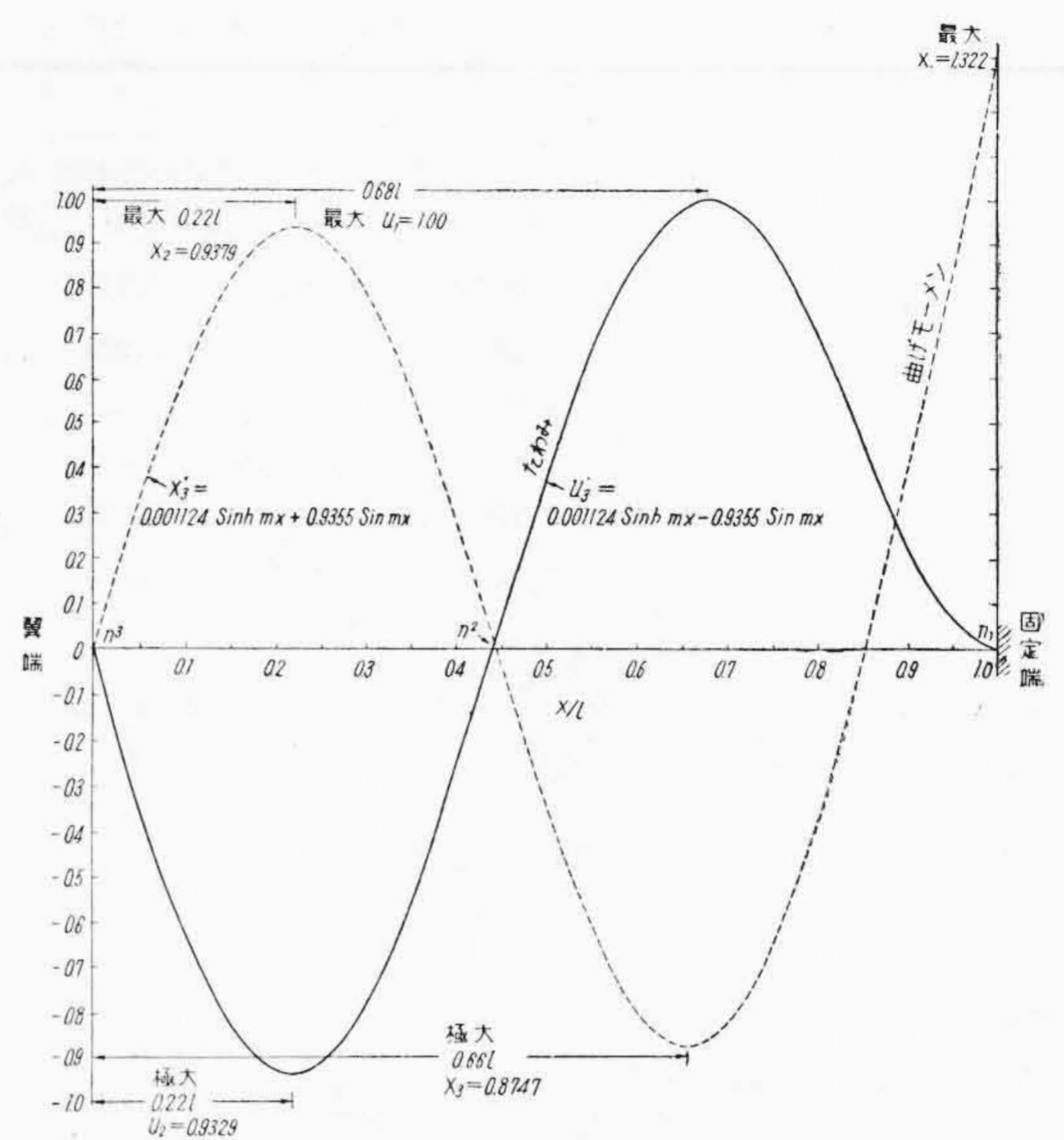
生ずること、これらの大きさの比は大体 1 : 0.67 : 0.72 であるから実際の翼のように根元付近断面が丸味を帯び、肉太になっている場合は根元よりむしろ 22% 位置の応力が問題となることわかる。

以上述べた各振動型に対する最大または極大のたわみ、曲率および応力の係数などを一括して第1表に示す。

(4) 計算例

振動応力計算式 (16) および前記に求めた係数  $\beta$  の第1表を用い、タービン翼の応力計算を例示する。計算にあたり設計上あらかじめつぎの諸元が与えられているものとする。

- (a) タービン回転数  $R_m=60 N=0 \text{ rpm}$  から 3,720 rpm にわたりすべての回転数で運転される。
- (b) 翼に加わる励振力サイクル  $R_e=N \times Z \text{ (c/s)}$
- (c) ノズル数  $Z=62$
- (d) 材料：不銹鋼，材料の耐久限度は定常引張応力



たわみ分布

$x/l$	$u'_3$	$x/l$	$u'_3$	$x/l$	$u'_3$
0	0.0	0.40	-0.2575	0.70	+0.9885
0.05	-0.3230	0.45	+0.004942	0.75	+0.8912
0.10	-0.6068	0.50	+0.3718	0.806	+0.6831
0.15	-0.8147	0.68	+1.00	0.85	+0.4881
0.20	-0.9270	0.22	-0.9379	0.905	+0.2992
0.25	-0.9138	0.55	+0.6640	0.95	+0.07781
0.30	-0.7934	0.60	+0.8720	1.00	0.0
0.35	-0.5754	0.65	+0.9838		

曲げモーメント分布

$x/l$	$\frac{l}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_3}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{l}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_3}{dx^2}$	$x/l$	$\frac{l}{m^2} \cdot \frac{d^2u'_3}{dx^2}$
0	0.0	0.40	0.2963	0.70	-0.8299
0.05	0.3238	0.45	-0.02242	0.75	-0.6660
0.10	0.6085	0.50	-0.3436	0.806	-0.3472
0.15	0.8176	0.22	+0.9379	0.85	-0.03468
0.20	0.9263	0.66	-0.8747	0.905	+0.4473
0.25	0.9202	0.55	-0.6091	0.95	+0.8203
0.30	0.8025	0.60	-0.7941	1.00	+1.322
0.35	0.5887	0.65	-0.8732		

第5図(b) 支持一固定翼3節振動のたわみおよび曲げモーメント分布 ( $\alpha=0.910$ )

20 kg/mm<sup>2</sup>，繰返し曲げ応力 10 kg/mm<sup>2</sup> とする。

(e) 翼.....翼長  $l=13.0 \text{ cm}$

断面積  $A=1.77 \text{ cm}^2$  (均一)

断面二次モーメント  $I=0.154 \text{ cm}^4$

翼表面と中立軸との距離  $h_0=0.635 \text{ cm}$

断面係数  $I/h_0=0.243 \text{ cm}^3$

減衰率  $\delta=0.020$

(f) 翼1本あたり蒸気圧全振幅  $f_0l=1.111 \text{ kg}$

(g) 翼中央半径 (ボス中心より翼中心まで)

$R=50 \text{ cm}$

(h) 蒸気圧振幅とタービン回転数の関係:全速 3,720 rpm で 1.111 kg, 0 rpm で全速の 10%, その間の蒸気圧は直線的に変るとする。

[解] まず翼の自由一固定型1節振動の振動数  $f_1$  を計算する。便宜上シュラウド板のこわさ，遠心力などは

第2表 タービン翼振動応力計算結果

型	節	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)		(g)	
		固有振動数 (c/s)	共振回転数 (rpm)	蒸気力両振幅 $f_{ol}$ (kg)	応力係数 $\beta$ (第1表より)	係数 $h_{ol}/I_i$	最大または極大応力(16式) 位置 値(kg/mm <sup>2</sup> )		遠心力 (kg)	引張応力 (kg/mm <sup>2</sup> )
自由-固定	1	500	484	0.241	0.703	2680	根元	4.54	23.7	0.134
	2	3,120	3,020	0.923	{ 0.1230 0.0887 }	2680	{ 根元 先端より47% }	{ 3.04 2.19 }	924	5.22
	3	8,716	8,430	—	—	—	—	—	—	—
支持-固定	2	2,179	2,110	0.678	{ 0.1535 0.1019 }	2680	{ 根元 先端より38% }	{ 2.78 1.85 }	455	2.57
	3	7,060	6,830	—	—	—	—	—	—	—

- 備考: 1. 全速回転数=3,720 rpm  
 2. ノズル数=62 (最大励振サイクル 62×62=3,844)  
 3. 蒸気力振幅 3,720 rpm で 1.111 kg, 0 rpm で 0.111 kg  
 4.  $\frac{h_{ol}}{I_i} = \frac{0.635 \times 13}{0.154 \times 0.02} = 2,650$   
 5. 翼重量  $A_{fr} = 13 \times 1.77 \times 7.85 \times 10^{-3} = 0.181$  kg  
 6. 翼中心半径  $R = 50$  cm, 断面積  $A = 1.77$  cm<sup>2</sup>  
 7. 全速時翼根元引張応力  $F = 14$  kg/mm<sup>2</sup>

振動数に影響しないとすると

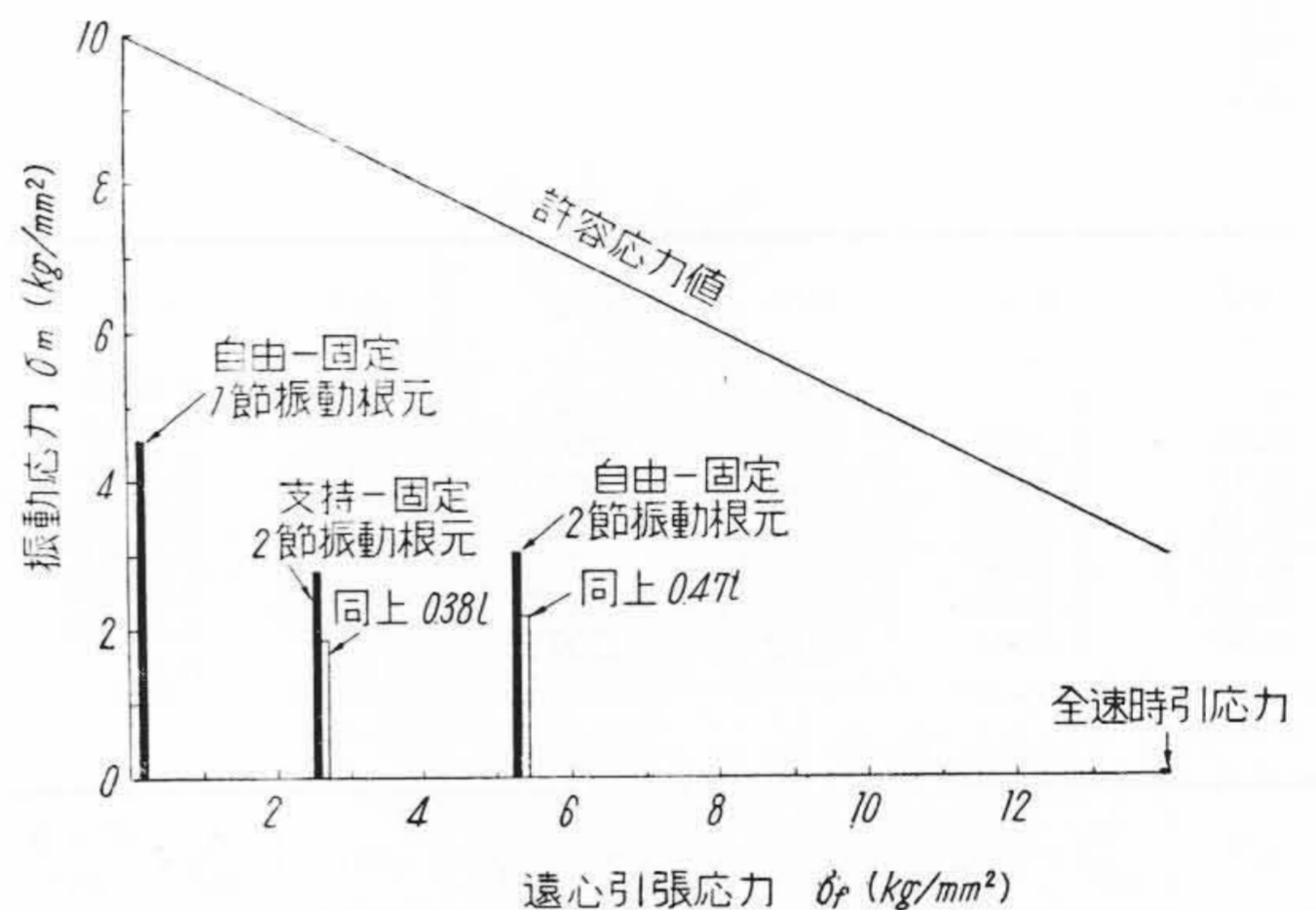
$$f_1 = \frac{(1.875)^2}{2\pi \times (13)^2} \sqrt{\frac{0.154}{1.77}} \times 5.12 \times 10^5 = 500 \text{ c/s}$$

となる。ノズル数は62であるから共振を起す最低の回転数は  $500 \times \frac{60}{62} = 484$  rpm となる。この値を基にして2節および3節振動に対し固有振動数および共振回転数を求めると第2表(a), (b)のようになる。全速回転数は3,720 rpm であるから翼は回転に際しノズル出口より3,844 c/s より高いサイクルの励振力を受けない。したがって本翼の3節振動は自由-支持型および固定支持型のいずれに対しても共振しないことになる。題意の条件および第1表の  $\beta$  より各共振回転数に対して第2表の(c), (d) および(e) が定まり, (f) 欄に示す応力が計算される。一方各共振回転数に対する根元の遠心引張応力は(g)に示すようになる。

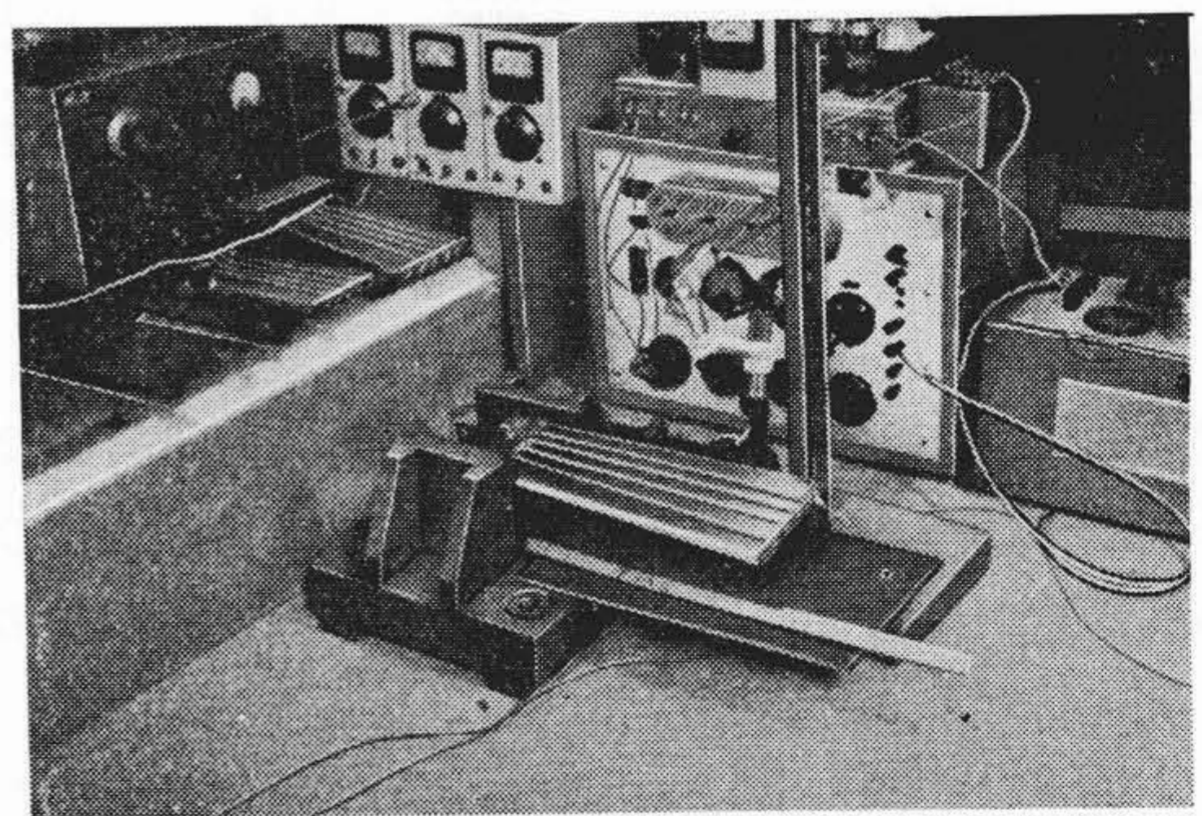
(f) 欄に示すように振動応力の最大は自由-固定型1節振動では根元に生じ 4.54 fkg/mm<sup>2</sup> でこのときの遠心引張応力は 0.134 kg/mm<sup>2</sup> である。全速で遠心引張応力は最大値 13.97 kg/mm<sup>2</sup> となる。(f), (g) および全速時引張応力を図示すれば第6図のようになる。図より各型の振動応力および全速時遠心引張応力は許容応力値以内であり, 本翼の応力は安全範囲にあることがわかる。

〔III〕 減衰率の測定

〔II〕に記したように翼の振動応力は翼の振動の対数減衰率  $\delta$  に逆比例して変化する。計算例ではこの値を0.020としたが,  $\delta$  の大きさは翼材の成分, 温度によつて異なることはもちろん, 翼の固有振動数, 構造, 振幅, 根元締付強度および初期応力などにより複雑な変化をなし<sup>(4)</sup>, 設計上適切と認められる値を得ることは困難である。本研究ではタービン翼としての概略の減衰率を求めため固有振動数の異つた各種タービン翼ならびに不銹鋼製模型翼数種について翼単独の場合 (完全な自由-固



第6図 各種条件における翼の応力比較

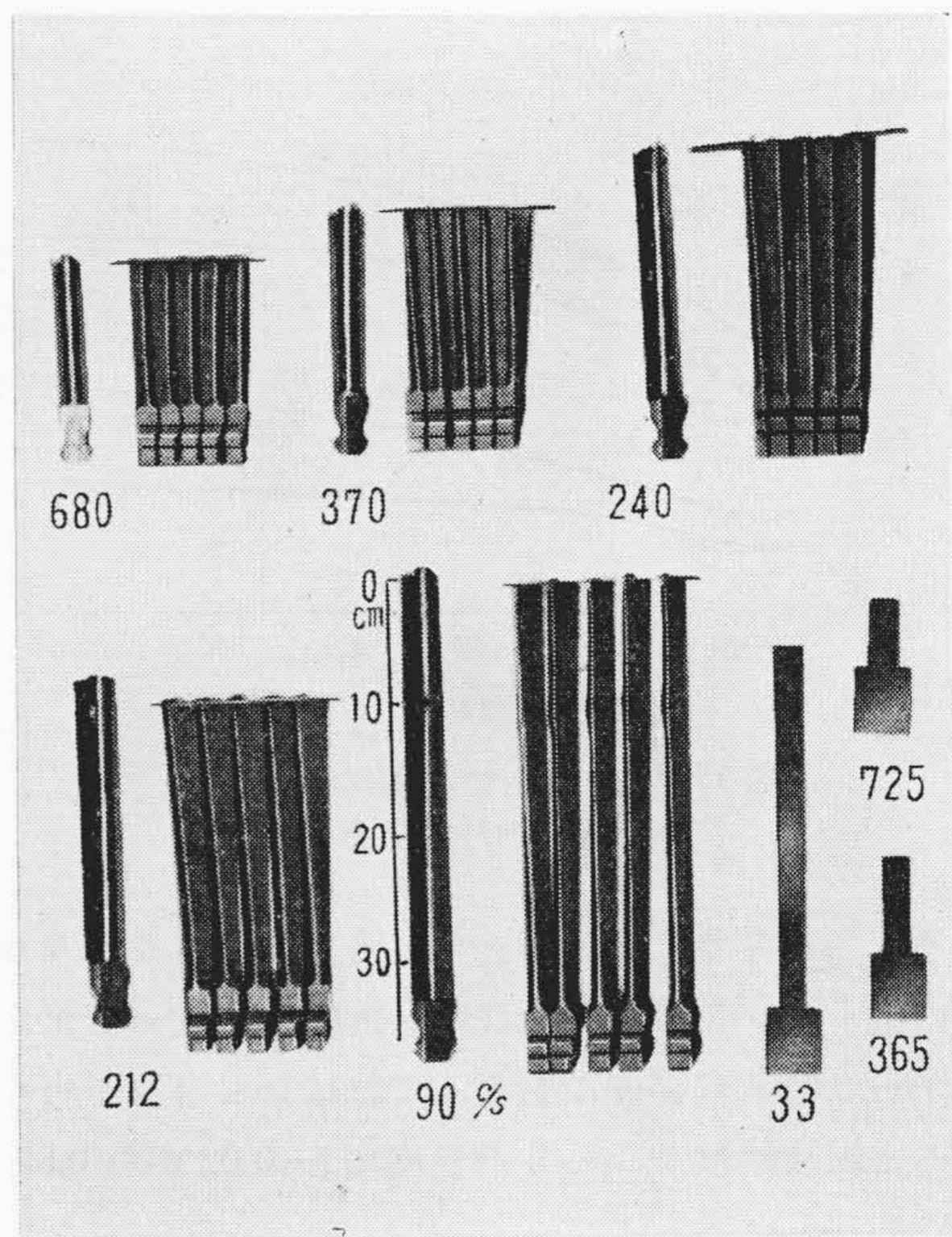


第7図 減衰率測定装置

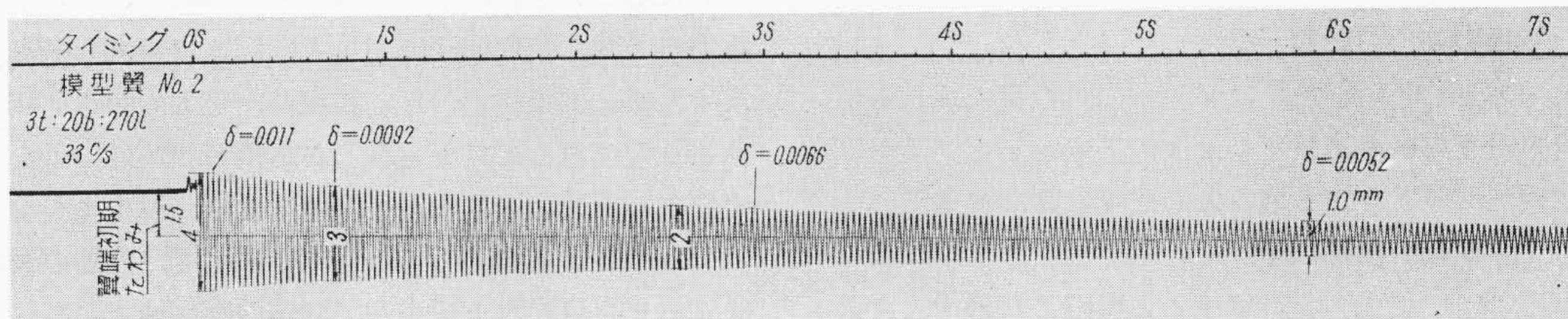
定型1節振動) および翼端をシュラウド板で架構した翼群の場合 (大体自由-固定型の1節振動) について自由減衰振動を測定し, 減衰率を求めた。

第7図に測定装置を示す。自重約90 kgの万力(千斤頂)に翼根元を固定し, 翼先端付近を糸により引張りたわみを与え, 糸を鉄で切断して生ずる自由減衰振動を, 翼先端付近に接近して設置した容量型振動計と電磁オシログラフにより記録し, オシログラムより対数減衰率を求めた。供試翼の外観を第8図に示す。図の数字は最低の固有振動数の

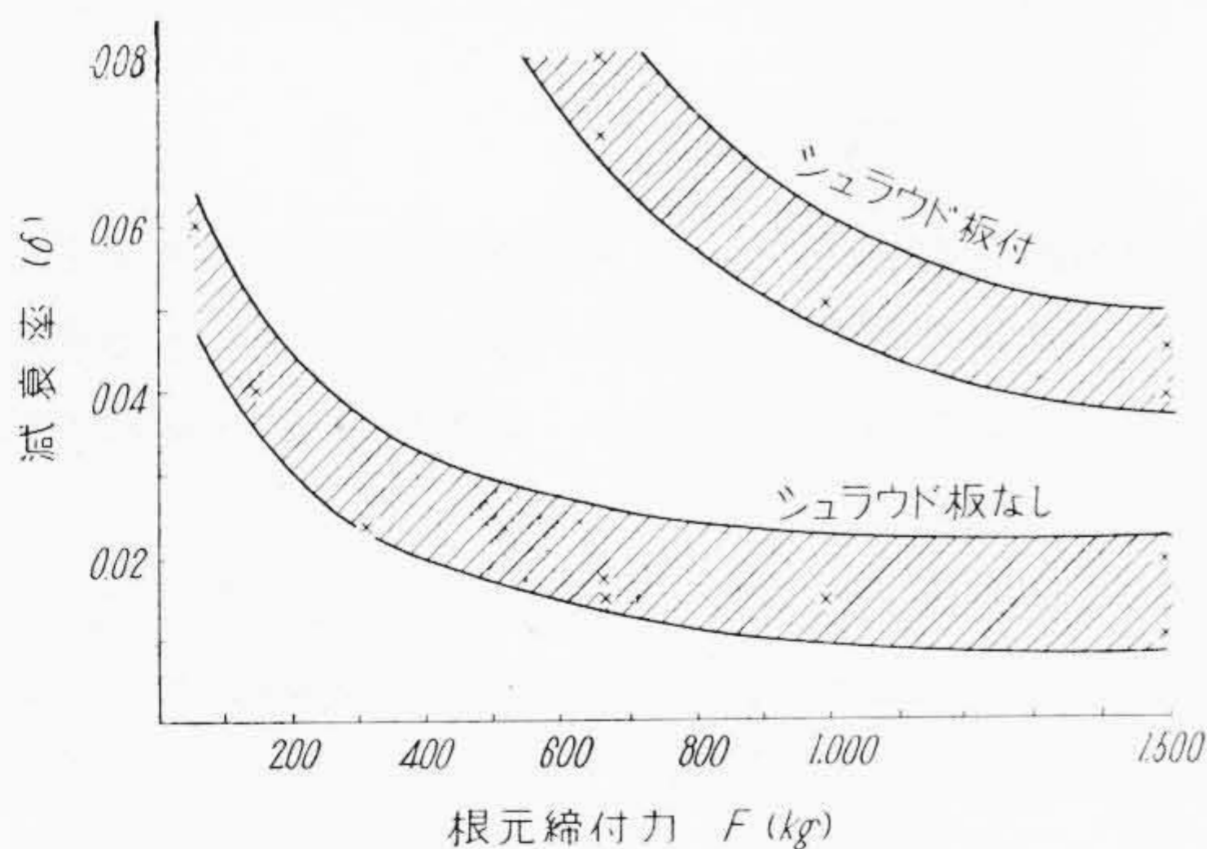
測定値である。オシログラムの一例を第9図に示す。図は3mm厚, 20mm幅, 270mm長, 固有振動数33c/sの不銹鋼模型翼の減衰振動で振幅の比較的大きい初期では減衰率も比較的大で0.011であるが, 時間が経過し振幅が小さくなると減衰率も小さくなるのがわかる。第10図は35mm幅, 220長, 固有振動数210c/sのタービン翼の先端初期振幅0.5mmにおける減衰振動の初期の減衰率で, 根元締付力が増すと減衰率が低下し, 締付力が1.2t以上では減衰率は大体一定となることがわかる。第11図は第9図の模型翼を逐次短かくし振動数を高くして減衰率を求めた結果で, この場合の初期振幅は大体振動数の自乗に逆比例して与えてある。図より減衰率は大体振動数が増すほどすなわち翼が剛くなるほど増すことがわかる。翼がこわくなると減衰率が増すのは, 本実験では測定の都合上こわい翼に対しては柔か翼より翼に大きな曲げ応力を与えて減衰振動を起させたためで, その結果全ダンピング(材料ダンピング, 構造ダンピングおよび空気の排除抵抗によるダンピングより成ると考える)中構造ダンピングの占める割合が比較的大きくなつ



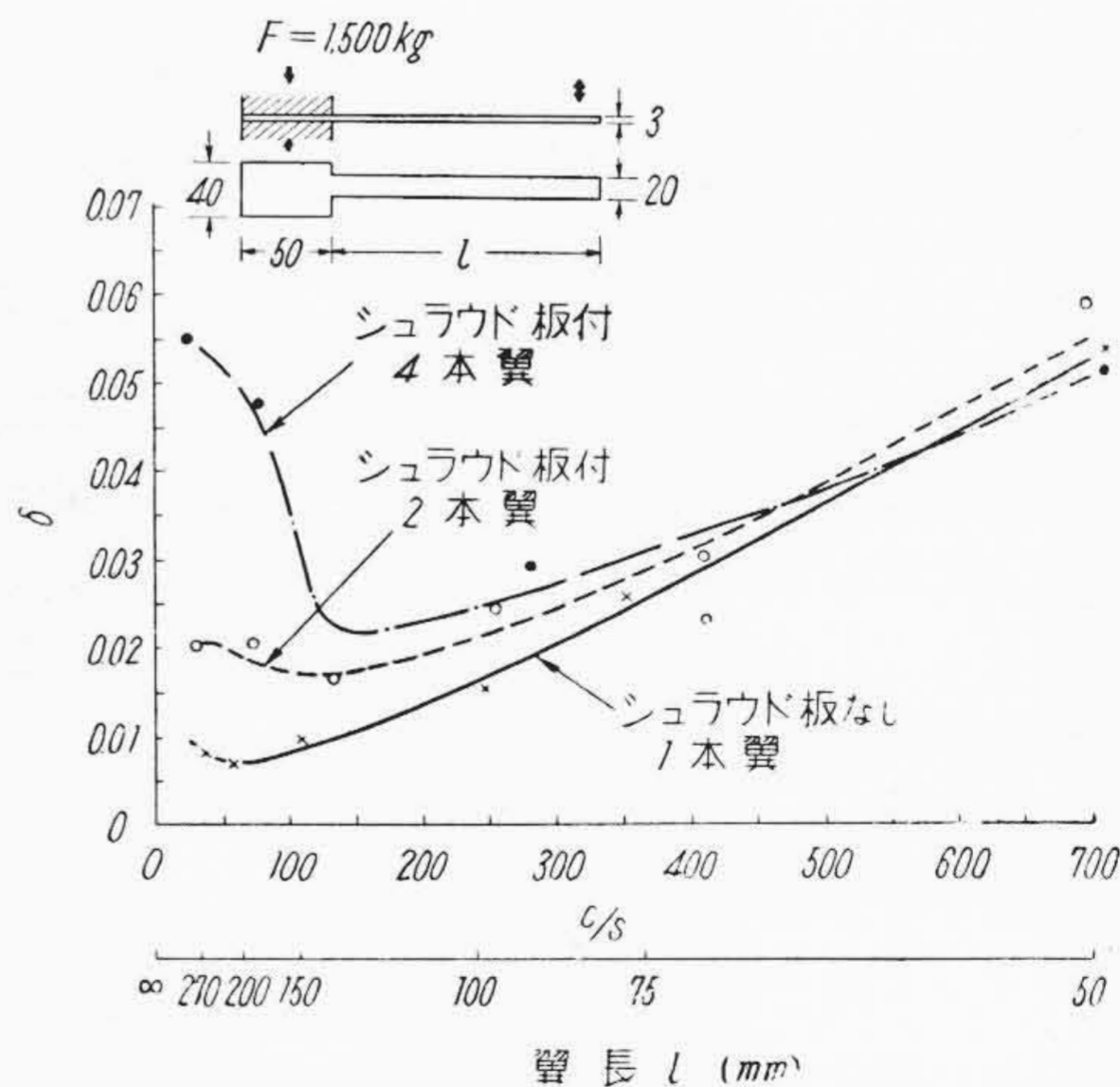
第8図 供試翼



第9図 タービン模型翼の減衰振動 (翼長270mm, 翼厚3mm, 翼幅20mm 最低固有振動数33c/s)



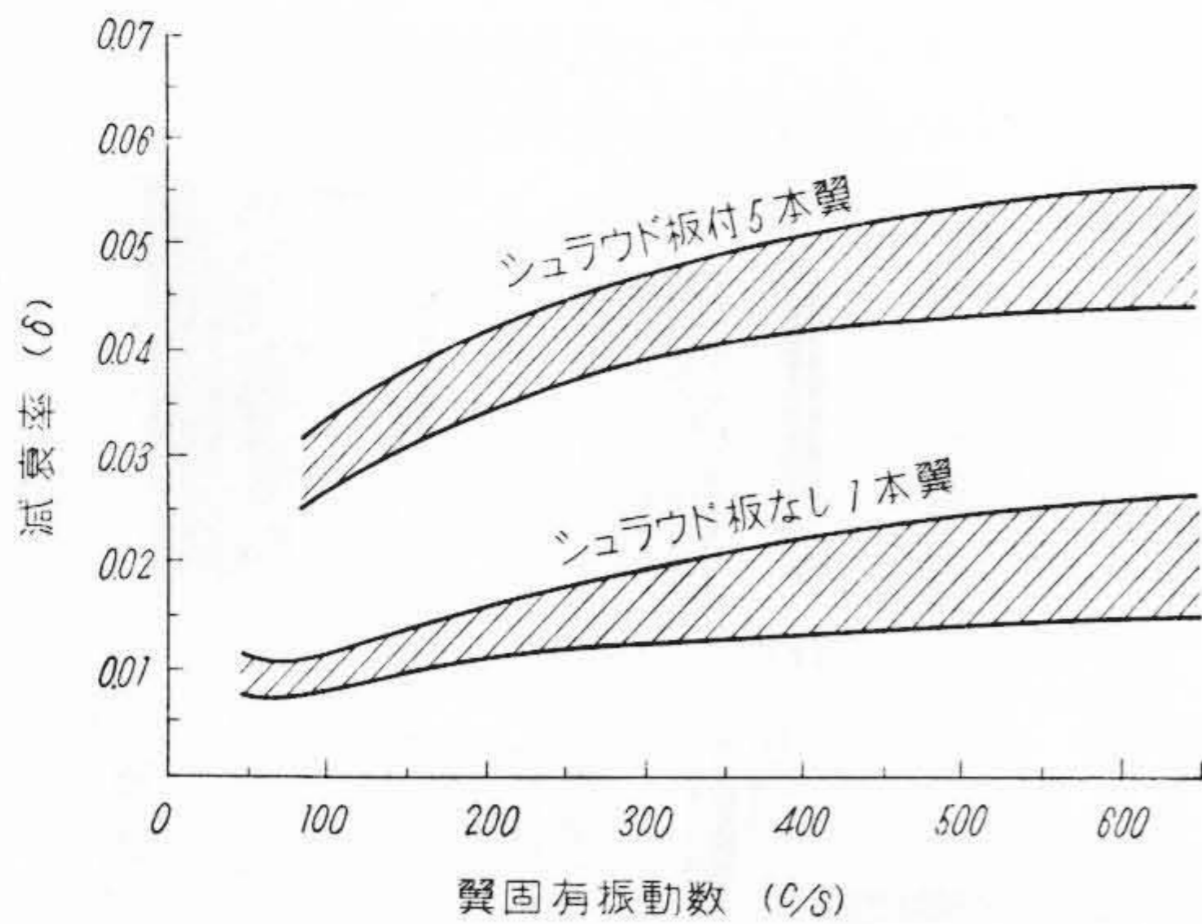
第10図 タービン翼の締付力と減衰率 (翼長220mm, 最低固有振動数210c/s)



第11図 タービン模型翼の振動数と減衰率

たためと推定される。1本翼では50c/s付近で減衰率が最少になり, これより振動数が減ると減衰率が増す。これは翼の振動にともなう空気の排除抵抗によるダンピングが低サイクにおいて相対的に大となる結果と思われる。第12図は各種タービン翼についてシュラウド板がない場合およびある場合の減衰率の測定結果で, この場合の翼端の初期振幅は固有振動数600c/sで約0.1mm,

50c/sで約1.0mmとし, 初期振幅は振動数の高いほど小さくしてある。かく定めた理由は測定の便宜のためで, 別に根拠はない。設計資料としては翼に加わる蒸気力を想定し, これに比例する初期振幅を与えて減衰率を



第12図 タービン翼の減衰率  
(根元締付力約 1.5 t)

求めることが好ましいと考えられる。図からシュラウドなしのタービン翼の減衰率は振動数の増すほど増し、0.01から0.025の範囲にあり、これにシュラウド板を架構すると減衰率は2から3倍程度増し0.02から0.06となることがわかる。

#### [IV] 結果の検討

##### (1) 振動応力の計算

(16)の応力計算式で $f_0$ はノズル出口の翼に加わる単位長さあたりの脈動蒸気圧の最大両振幅としたが、実際は蒸気がノズルより出て翼に入るまでには、蒸気圧は一定としても脈動の振幅は小さくなるから<sup>(5)</sup>、ノズル出口圧の $f_0$ を用いて応力を計算すると実際より若干大き過ぎる値を得ることになる。

(17)で計算した応力係数は第1表に示すように各振動型を通じ根元において最大になるから、根元に生ずる応力が問題になるが実際の翼は根元付近が肉厚となっているため、この位置のたわみの曲率は計算よりかなり小さくなる。その結果第1表の $\beta$ と(16)より求めた根元の応力値は実際より過大に評価され勝ちである。2節および3節振動では翼中間でも応力が大きくなり、翼種によつては上記理由で根元よりむしろ中間に生ずる極大応力が大になることもありうる。とくに支持固定型2節振動ではこの傾向があるから注意を要する。

(16)で翼は完全な自由—固定型あるいは自由—支持型の振動をずるとしている。実際の翼はシュラウド板あるいはバインド線で架構されるから振動数は上り<sup>(6)</sup>振幅は架構のない場合より抑制される。したがつて実際の応力を与える式は(16)に抑制効果の係数を乗じた $(16) \times \gamma$ という形になる。 $\gamma$ は1より小さな値で振動型、板または線のこわさで異なる。(16)の計算式では翼端付近の曲率は0であり応力は0であるが実際は0にならない場合が多い。たとえばシュラウド板があるところの板の位置でも応力が極大になる。翼が薄く、シュラウド板が比較的厚

い場合はこの位置に発生する応力は大きくなるから注意を要する。抑制効果を表わす係数 $\gamma$ は1より小さいが、たわみの形式上支持—固定型2節振動では比較的大で1に近いと見なされる。以上の考察よりタービン翼の振動応力に関し根元応力に次いで警戒を要するのは支持—固定型2節振動に共振して翼中間部に発生する極大応力であるということになる。

##### (2) 減衰率の測定

本測定では翼端に集中荷重を加え、この荷重を急に取去つた場合生ずる自由減衰振動から減衰率を求めた。この測定法によつて減衰率を求めることは実用上差つかえないと思われるが減衰率がたわみの振幅によつて変ることは減衰率の定義上測定値を定めることが不可能であることを意味する。そこで固有振動数の同じ翼に対してはある一定の振幅における減衰率という条件で減衰率を求める必要がある。固有振動数の異なつた翼に対しては構造ダンピングの全ダンピングに対する割合が問題であるから、減衰振動を与える初期の引張りによるたわみは翼根元の曲げ応力を一定にするごとく与える必要があると思われる。いずれにしても減衰率は翼断面に定常の引張応力があり、初期曲げ応力を大にして得た減衰振動より求めた値は引張応力のない初期曲げ応力の小さい場合の値より大であると見なされるから後者の条件に近い本測定で求めた減衰率は設計上問題となる減衰率より小さい値になっているであろう。したがつて第12図の減衰率はタービン翼設計上採用して問題のない値であり、とくにシュラウド板架構時の比較的小な値0.02は一般のタービン翼の振動応力計算上妥当な値であると判断される。

#### [V] 結 言

均一断面を有するタービン翼が回転数とノズル数との積のサイクルの脈動蒸気力に共振した場合生ずる翼の振動応力について計算式を導き、計算に必要な対数減衰率を実験的に求めた。

(1) 振動応力は蒸気力の振幅、翼長および翼のたわみ形態と位置によつて定まる係数(応力の係数 $\beta$ )に比例し、断面係数および対数減衰率に逆比例する((16)式参照)。

(2) 翼根元の厚味が大で、翼頂をシュラウド板で架構された一般のタービン翼では支持—固定2節振動の翼中間に生ずる応力が比較的大になる傾向があるから注意を要する。

(3) シュラウド板を架構しない自由—固定型のタービン翼の減衰率は大体固有振動数が増すほど大になり0.01から0.025の値を有し、またシュラウド板を架構したタービン翼の減衰率も大体固有振動数の増すほど増し0.02から0.06の値を有する(第12図参照)。



本研究にあたり日立製作所日立研究所今尾主任研究員の御指導を戴き、日立工場関係者一同より終始援助を賜わり、日立研究所関係者一同より協力を受けたことを厚く御礼申し上げます。

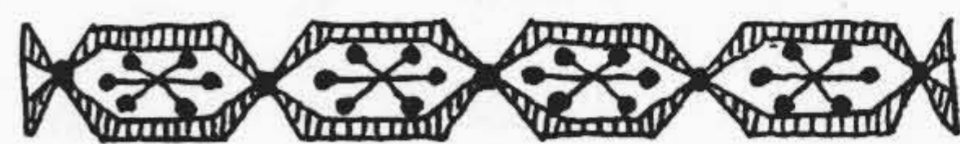
参考文献

(1) R. W. Nolan: Vibration of Turbine-Blading, Trans. A. S. M. E. 51, 439 (1951)  
 (2) A. L. Kimball: Vibration Prevention in Engineering 134~139 (1932) (小堀訳, 機械技術者

のための振動学講話 153, 昭 29-12)  
 (3) ジェー, プレスコット (山岡訳): 応用弾性学 207~217 (昭 17-5)  
 (4) W. E. Trumpler: Turbine-Blade Vibration and Strength. Trans. A. S. M. E. 76, 337 (1955)  
 (5) R. C. Allen: Steam-Turbine Blading, Trans. A. S. M. E. 62, 689 (1940)  
 (6) 小堀: 架構翼の振動に関する実験, 機械学会誌 56, 412 (昭 28-5)



特許の紹介



特許 第 226617 号

和田正脩・小林長平  
安藤文蔵

X線写真自動撮影装置

この発明はX線直接撮影用のフォトタイマーに補正回路を附し、継電器の動作遅れやフィルム増感紙の残光などによる時間的誤差を補正して短時間の直接撮影の場合にも常に一定黒化度の写真を得んとするものである。

第1図の装置において始動ボタン13を押すと、電磁開閉器12が附勢されて接点12aを閉じ、X線管1に電圧が印加されてX線を放射する。被写体2を透過したX線はフィルム3を感光させると共に蛍光板4を発光させ、その光量に比例した電流が光電管5より蓄電器7に流入しこれを充電する。光電流の積算値が一定値に達すると、放電管9が放電して継電器10, 11を順次動作させ、電磁開閉器12の接点12aを開いてX線の放射を止める。

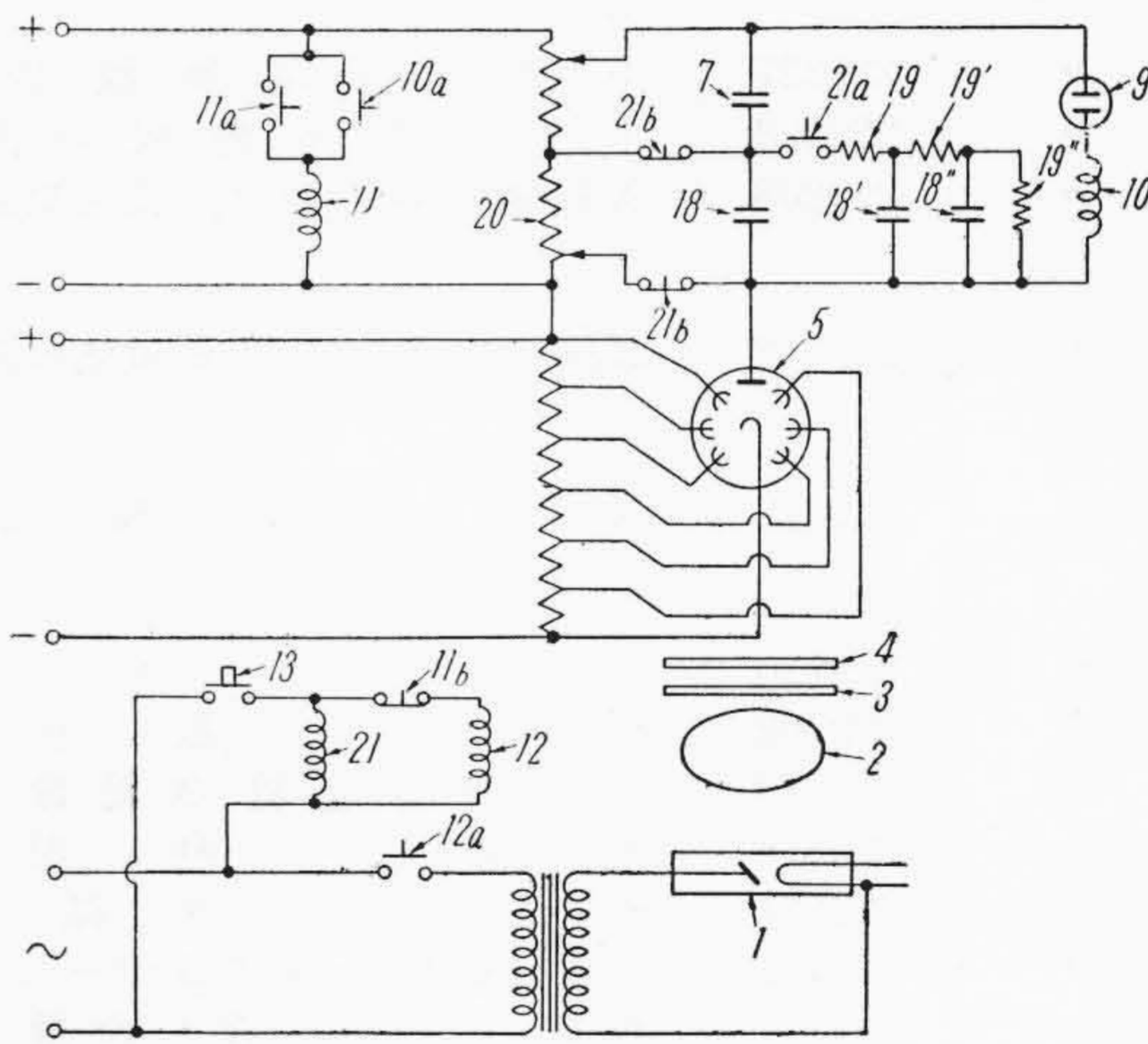
この場合放電管9が放電を開始してからフィルムの感光が止むまでの間に継電器10, 11, 電磁開閉器12の動作遅れおよびフィルム増感紙の残光時間などの時間的誤差が介在するため、そのままでは撮影時間の短い場合に露出過度となりフィルム黒化度を一定にできない。

その対策としては放電管9の放電開始時期を継電器の動作遅れそのほかの時間的誤差に相当するだけ早くするように蓄電器7の端子電圧を上げてやればよい。

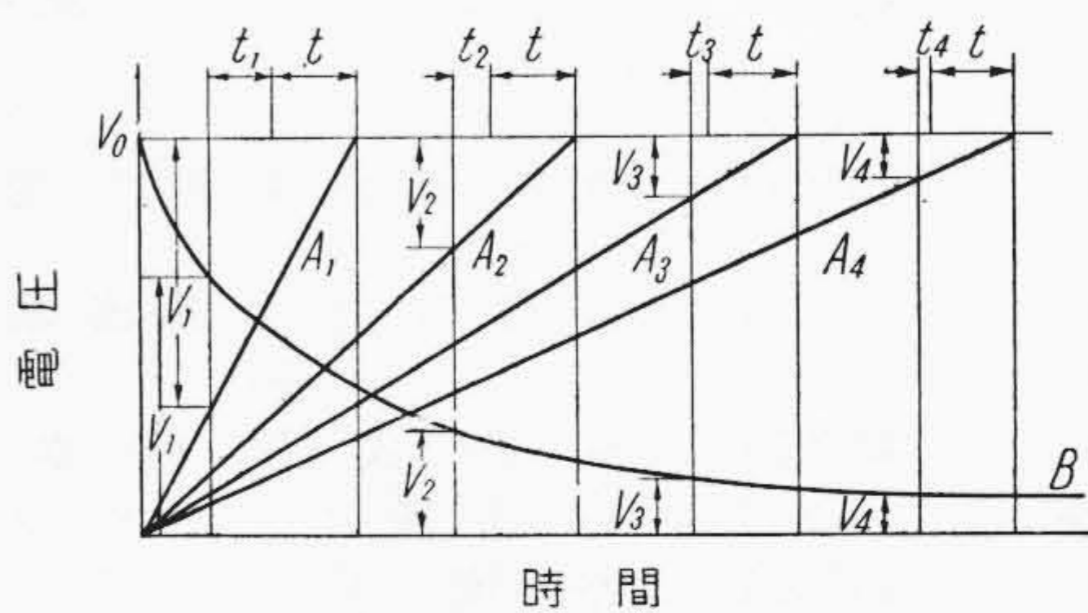
今第2図において、光電流の種々の値に対する蓄電器端子電圧の時間的変化をA<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>で表わし、放電管の放電開始電圧をV<sub>0</sub>とする。ここで継電器および電磁開閉器の動作遅れ時間をt, フィルム増感紙の残光時間をt<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub>, t<sub>4</sub>とした場合、t+t<sub>1</sub>, t+t<sub>2</sub>, t+t<sub>3</sub>, t+t<sub>4</sub>の時間だけ放電開始時期を早めるに必要な補正電圧と時間の関係を求めれば曲線Bのようになり、この電圧をなんらかの方法で蓄電器端子電圧に加えてやれば黒化度の不均一が除かれるわけである。

この発明は補正電圧と時間の関係が蓄電器の放電電圧曲線に類似しているところから、光電流により充電される蓄電器7と直列に補正用蓄電器18を接続し、この蓄電器をあらかじめ分圧器20を通じて一定の電圧に充電しておき、撮影開始と同時に継電器21を附勢して接点21bを開き、接点21aを閉じることにより蓄電器18の電荷をたとえば蓄電器18', 18'', 抵抗19, 19', 19''を含む回路を通じて放電させ、その放電電圧を蓄電器7の端子電圧に

加えて両電圧の和により放電管9を動作させるようにしたもので、この場合蓄電器18の充電電圧と放電回路の時定数を適当に定めれば、補正電圧の時間的変化は前記曲線Bのようになり完全な補正が行われる。(坂本)



第1図



第2図



# 特 許 と 新 案



最近登録された日立製作所の特許および実用新案

(その1)

区 別	登録番号	名 称	工 場 別	氏 名	登録年月日
特 許	229217	電 機 刷 子	日立工場	武 政 隆 一 高 野 憲 三	32. 2. 11
"	229229	電 機 刷 子	日立工場	武 政 隆 一 高 野 憲 三	"
"	229230	自 動 周 波 数 制 御 装 置	日立工場	小 竹 林 栄 二 村 田 克 己	"
"	229234	横軸高速回転電機の回転子挿入方法	日立工場	高 田 良 三	"
"	229215	軌 道 車 輛 用 台 車	笠戸工場	山 坂 井 裕 一 田 井 親 剛	"
"	229232	単 一 軌 条 車 輛 用 台 車	笠戸工場	大 橋 剛 郎	"
"	229211	空 気 力 卷 上 機 速 度 制 御 装 置	亀有工場	大 若 森 俊 郎	"
"	229214	堅 型 サ ン ド ポ ン プ	亀有工場	寺 原 義 進 田 義 進	"
"	229219	揚水装置における水槌作用防止装置	亀有工場	寺 田 晴 進 田 原 晴 進	"
"	229224	カッタコンペーヤ用チェーン受	亀有工場	小 林 喜 八 郎	"
"	229225	水 位 調 節 に よ る 採 鉱 法	亀有工場	小 保 延 益 三 田 益 三	"
"	229226	タ ー ビ ン ポ ン プ	亀有工場	木 暮 健 三 郎	"
"	229216	真 空 掃 除 機	多賀工場	安 川 昌 平	"
"	229220	電 動 機 速 度 調 整 装 置	多賀工場	安 藤 井 俊 輝 四 倉 夫 一	"
"	229223	耐久磁石を用いた可変焦点距離電子レンズ系	多賀工場	木 村 博 一	"
"	229227	小 型 同 期 電 動 機 制 振 装 置	多賀工場	上 村 民 夫	"
"	229228	小 型 同 期 電 動 機 の 制 振 装 置	多賀工場	上 村 民 夫	"
"	229208	X線透視台における蛍光板部の平衡装置	亀戸工場	和 小 田 林 正 夫 松 本 正 長 一 脩 和 小 田 林 正 長 一 脩	"
"	229212	X線透視台における蛍光板部の平衡装置	亀戸工場	和 小 田 林 正 長 一 脩 和 小 田 林 正 長 一 脩	"
"	229213	X 線 断 層 撮 影 装 置	亀戸工場	和 小 田 林 正 長 義 平 小 市 林 川 義 三 薰	"
"	229210	リ ン グ ア マ チ ャ 受 話 器	戸塚工場	西 口 三 薰	"
"	229209	マ イ カ 紙 製 造 法	絶縁物工場	岸 田 鉄 之 助	"
"	229233	電 気 機 器 卷 線 の 絶 縁 処 理 方 法	絶縁物工場	岸 田 鉄 之 助	"
"	229218	太 陽 熱 利 用 装 置	中央研究所	角 野 正 夫	"
"	229221	サ ー ミ ス タ 温 度 差 計	中央研究所	二 木 久 夫	"
"	229222	導電性被膜を有するサーミスタの製法	中央研究所	二 木 久 夫	"
"	229231	負荷特性を改善した静電発電機	中央研究所	二 木 村 博 一	"
実用新案	457234	レオナード電動機の電流制限装置	日立工場	西 一 郎	32. 2. 5
"	457237	乾 式 変 圧 器 の 試 験 装 置	日立工場	真 流 和 徳	"
"	457238	絶縁油に窒素を飽和する装置	日立工場	宮 沢 寿 郎	"
"	457240	過負荷継電器の可動接触片取付装置	日立工場	高 河 根 留 元 八 次 隆 介	"
"	457242	集 塵 装 置	日立工場	金 沢 輝 次	"
"	457252	タ ー ビ ン 車 軸 の 変 位 測 定 装 置	日立工場	今 尾 六 之 介 岩 谷 六 之 介	"
"	457256	複 数 電 力 蓄 電 器 状 態 検 測 装 置	日立工場	宮 崎 徳 太 郎	"
"	457257	界 磁 線 輪	日立工場	坏 秀 雄	"
"	457258	風 冷 式 鉄 槽 水 銀 整 流 器	日立工場	浅 野 弘 一	"
"	457262	乾 式 変 圧 器 タ ッ プ 切 換 器	日立工場	前 川 愛 一	"
"	457264	整 流 子 ラ イ ザ 間 隙 片	日立工場	大 井 川 一 浩	"
"	457265	水 銀 整 流 器 用 変 圧 器	日立工場	松 村 亀 男	"

(第 36 頁へ続く)