

# 継電器回路の解析 (第2報)

## Analysis of Relay Circuits (Part 2)

江森五郎\*

### 内容梗概

継電器および接点群より成立している継電器回路網の作成ならびに動作状態の解析には、各種の記号が用いられて、その実行が容易にされている。そこで一つの試みとして、演算子法に似た変時定理のような考え方を導入して、接点の時間的遅延についての解析と、正負に電圧が変動した場合の扱い方や、これらを使用したの回路作成法の基礎について論じてみた。

### 〔I〕 緒言

継電器回路網の解析は継電器回路を構成している巻線自身と、接点との動態の間にはかならず時間的遅延があるので、その定量的な把握が困難であることと、また動態が一義的に表現しにくいことのために、いろいろと困難なことが多い。そこで数式的置換を行うにあたって、ヘビサイドの演算子法に使用されている変時定理とおなじ記法によつて、接点巻線の時間的狀態を表示してみ、この中から定理を求めて、回路解析に便利な方法を求めてみた。

### 〔II〕 回路記法について

時刻  $t_1$  に閉路され、 $t_2$  に開路されるような巻線の状態は変時定理にしたがえば、 $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}$  となるし、接点の状態は時間的遅延を考慮にいれて、 $\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_2 + \tau) p \cdot 1}$  となる。この  $\tau$  は単なる時間的遅延のための表示であつて、さらに特定の時間的遅延を考慮するときには、特定の常数をいれねばならぬ。

次に条件が多数あつて、その全部が成立せねばならぬときには、これを積の形であらわし、条件の多くのものうちで少くとも一つが成立すればよいときは、これを和の形であらわす。時間表示としては、 $t_1, t_2, \dots, t_n$  で表現したときは、若い数字のついたものほど、早い時間であると定める。そのときは、

$$\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} \cdot \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \cdot \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \cdot \dots \cdot \varepsilon^{-t_n p \cdot 1} = \varepsilon^{-t_n p \cdot 1} \dots (1)$$

となる。

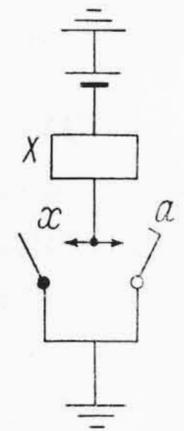
このように表示される方程式を  $f(t)$  であらわしたときに、方程式間の相等、大小、相異、が論じられる。すなわち

$$f_1(t) = \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} > f_2(t) = \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots (2)$$

のような関係が成立する。また方程式の否定を  $\sim$  でしめす。

$\sim f_1(t) > f_2(t)$  あるいは  $\sim f_1(t) < f_2(t)$  が成立す

\* 日立製作所戸塚工場



第1図 補助継電器なしの継電器回路

Fig. 1. Relay Network without Secondary Relay

るとき  $f_1(t)$  と  $f_2(t)$  は完全にひとしくない。これを  $f_1(t) \neq f_2(t)$  とあらわす。たとえば、

$$\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \neq \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1}$$

### 〔III〕 応用例 (その1)

実例として、時刻  $t_1$  でとじ時刻  $t_2$  で開く電鍵を使い、時刻  $t_1$  以後には継電器巻線に電流を流れつづけさせる回路の作成を考える。

与条件  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots (3)$

解  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} \dots (4)$

このときに、(3) = (4) が成立せぬから、なんらかの補助的手段が必要となる。ところで  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1}$  が巻線として存在することは、 $\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1}$  が存在することである。したがつて二つの条件から

$$(3) \times \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} = (\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}) \cdot \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1}$$

$$= \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1}$$

$$= \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots (5)$$

$$(3) \times \sim(\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1}) = (\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}) \cdot (1$$

$$- \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1})$$

$$= \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}$$

$$= \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} \dots (6)$$

同様の方法で

$$\sim(3) \times \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} = \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots (7)$$

$$\sim(3) \times \sim(\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1}) = 1 - \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} \dots (8)$$

以上四つの条件をうる。ところが次の関係が成立する。

- (4) 式 > (5) 式
- (4) 式 > (6) 式
- (4) 式 > (7) 式
- (4) 式 ≠ (8) 式

したがって(4)式であらわされる動作状態は(5), (6), (7), (8) 式であらわされる開閉各種の動態のすべてをカバーすることがわかつて、解の成立が確められる。

こうしてきまつた条件のもとで、与条件を  $a$ , 解を  $X$  であらわすと、

$$X \equiv aVx \quad (\text{ただし } x \text{ は } X \text{ の接点}) \dots\dots (9)$$

となるので、第1図の解をうる。

これは矛盾をおこさなかつた例であるが、一般には補助継電器なしで、継電器回路を作るのはむずかしい。

[IV] 応用例 (その2)

一例として時刻  $t_1$  で閉じ、 $t_2$  で開き  $t_3$  でふたたび閉じ  $t_4$  で開く条件のもとで、巻線には  $t_1$  から  $t_3$  までの間電流が流れる回路を作る。

与条件  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} \dots\dots (10)$

解  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots\dots (11)$

追加する条件として  $\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_3 + \tau) p \cdot 1} \dots (12)$

上式より次の4条件をうる。

- $\begin{cases} \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_3 + \tau) p \cdot 1} \dots\dots (13) \\ \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} \dots\dots (14) \\ \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots\dots (15) \\ 1 - \varepsilon^{-t_1 p} + \varepsilon^{-t_4 p} \dots\dots (16) \end{cases}$

ところが

- (11) 式 > (13) 式  $\dots\dots (17)$
- (11) 式 > (14) 式  $\dots\dots (18)$
- (11) 式 > (15) 式  $\dots\dots (19)$
- (11) 式 ≠ (16) 式  $\dots\dots (20)$

したがって (17) 式からこれだけの条件で解をうる事ができないのがわかる。そこで  $f(t)$  なる函数を追加して、次の連立方程式が成立する条件をさがす。

$$\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \begin{cases} \geq (\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \\ - \varepsilon^{-(t_3 + \tau) p \cdot 1}) \cdot f(t) \dots\dots (21) \end{cases}$$

$$\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \begin{cases} \geq (\varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \\ - \varepsilon^{-(t_3 + \tau) p \cdot 1}) \cdot \sim f(t) \dots\dots (22) \end{cases}$$

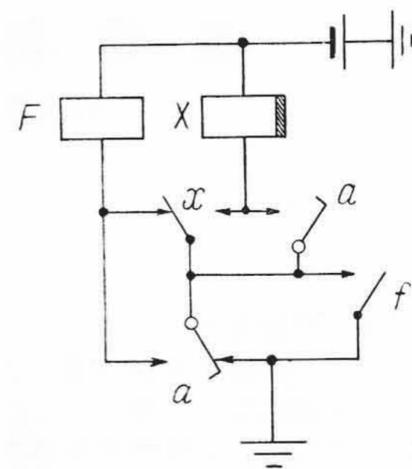
(21) 式より  $f(t) \leq 1 - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots\dots (23)$

(22) 式より  $\sim f(t) \leq 1 - \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots\dots (24)$

この函数  $f(t)$  は接点であるから、かならず次に示す函数  $F(t)$  が存在する。

$$F(t) \cdot \varepsilon^{-p\tau} = f(t) \dots\dots (25)$$

したがって  $f(t)$  を今後  $f(t, \tau)$  のごとくするすことにする。ところで次記の八つの連立方程式の成立が必要



第2図 補助継電器を有する継電器回路  
Fig. 2. Relay Network with Secondary Relay

である。

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (13) \text{ 式} \times f(t, \tau) \dots\dots (26)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (14) \text{ 式} \times f(t, \tau) \dots\dots (27)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (15) \text{ 式} \times f(t, \tau) \dots\dots (28)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (16) \text{ 式} \times f(t, \tau) \dots\dots (29)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (13) \text{ 式} \times \sim f(t, \tau) \dots\dots (30)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (14) \text{ 式} \times \sim f(t, \tau) \dots\dots (31)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (15) \text{ 式} \times \sim f(t, \tau) \dots\dots (32)$$

$$F(t) \begin{cases} \geq \\ \neq \end{cases} (16) \text{ 式} \times \sim f(t, \tau) \dots\dots (33)$$

上記の連立方程式を解くと、

$$1 - \varepsilon^{-(t_2 + \tau_x) p \cdot 1} \geq f(t, \tau) \geq \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots\dots (34)$$

したがって

$$f(t, \tau) = 1 - \varepsilon^{-(t_2 + \tau_x) p \cdot 1} \text{ あるいは } \dots\dots (35)$$

$$= \varepsilon^{-(t_1 + \tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_2 + \tau_x) p \cdot 1} \dots\dots (36)$$

よつて

$$F(t) = 1 - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \text{ あるいは } \dots\dots (37)$$

$$F(t) = \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \quad (\text{ただし } \tau_x = \tau) \dots\dots (38)$$

なお (21), (22) 式をみて (23), (24) 以外に別の解があるのがわかる。

こうしてえた解は

$$F(t) = \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \dots\dots (39)$$

$$F(t) = 1 - \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} \quad (\text{ただし } \tau_x = \tau) \dots\dots (40)$$

以上から考えると、(38), (40) 式から求められる条件は、2個の継電器の動作復旧時間がまったくひとしいことを必要としている。よつてこれはあまり適当な解とはいえない。こうして  $\tau$  なる時間的遅延の考え方を導入することによつて、その定量的解決を行うことができる。

(37) 式を採用することにして, 与条件を  $a$ , 解を  $X$ , 補助継電器を  $F$  であらわすと,

$$X \Rightarrow (aVx) (\sim aVf) \dots\dots\dots (41)$$

$$F \Rightarrow (aV\sim x) (\sim aVf) \dots\dots\dots (42)$$

以上の解をうるので第2図の回路をうる。

〔V〕 応用例(その3)

一例として時刻  $t_1$  で閉じ,  $t_2$  で開き  $t_3$  でふたたび閉じ,  $t_4$  でふたたび開く条件で, 巻線に流れる電流は  $t_1$  から  $t_2$  までと,  $t_3$  以後流れる回路を考える。

与条件  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} \dots\dots (43)$

解  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots\dots\dots (44)$

従属条件  $\varepsilon^{-(t_1+\tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_2+\tau) p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_3+\tau) p \cdot 1} \dots\dots\dots (45)$

上記方程式に前節と同様の解法を用いると,

(44) 式  $\varepsilon^{-(t_1+\tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_3+\tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} \dots\dots\dots (46)$

(44) 式  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_1+\tau) p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_3+\tau) p \cdot 1} \dots\dots\dots (47)$

(44) 式  $\varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-(t_2+\tau) p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} \dots\dots\dots (48)$

(44) 式  $\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_2+\tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} \dots\dots (49)$

(48) 式が抵触するのでさらに条件の付加が必要である。よつて前節同様に方程式をたてて, 解を求めると,

$f(t, \tau_x) = \varepsilon^{-(t_2+\tau) p \cdot 1} \dots\dots\dots (50)$

よつて  $F(t) = \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}$  (ただし  $\tau = \tau_x$ )  $\dots\dots\dots (51)$

こうして解は求めたが, 前節と異なり別の解がないので,  $\tau = \tau_x$  でないかぎり, すなわち定量的に2個の継電器の動作時間がひとしくなくてはこの解は成立しない。したがつてふつうはさらに多くの補助継電器が必要となる。

〔VI〕 電圧方向を考慮に入れた表示法について

前節までは電圧の極性についてはまったく論じていなかった。ここで印加電圧の極性について論じる。この場合各時域における正值は正電圧を, 負値は負電圧を示めす。時刻  $t_1$  で正電圧を印加し,  $t_2$  で負電圧に変わり,  $t_3$  で正電圧となり,  $t_4$  で印加電圧がなくなり,  $t_5$  で正電圧,  $t_6$  で負電圧となつたときの巻線表示は

$$\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - 2\varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + 2\varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_5 p \cdot 1} - 2\varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} \dots\dots\dots (52)$$

となる。

ここで従来までの式とことなる点は係数に2があらわれたことである。無極継電器の巻線である場合, 実効的

にあらわれるのはその動作であるので, 実効的には係数に2があるのは意味がなく, 特殊な処理をよする。方程式を時域の順に整理して, 各項中2を係数とするものを頭として, 時域の順序にしたがつて括弧内にいれ, さらにその括弧内の表示の一番最初のもの負符号と, それに  $\varepsilon^{-\tau}$  を乗じたものの和をもつてあらわせばよい。(52)式を無極継電器に適用したときには, 下のよう変形される。

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - 2(\varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}) + 2(\varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \frac{1}{2}\varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \frac{1}{2}\varepsilon^{-t_5 p \cdot 1}) \\ & \quad - 2\varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} \\ & = \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_2+\tau) p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_3+\tau) p \cdot 1} \\ & \quad - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_5 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} + \varepsilon^{-(t_6+\tau) p \cdot 1} \dots\dots\dots (53) \end{aligned}$$

ただしこのときの  $\tau$  は0にもなりうる。このとき1/2を係数とするものは, 括弧内の符号どおりあらわす必要がある。

有極継電器の正電圧で動作するものは実効的に次のように扱われる。

(52) 式  $= \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - (\varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1}) + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_5 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} = \varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_5 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} \dots\dots\dots (54)$

負電圧で動作するときは符号を反転して,

(52) 式  $= -(\varepsilon^{-t_1 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1}) + \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - (\varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_4 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_5 p \cdot 1}) + \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} = \varepsilon^{-t_2 p \cdot 1} - \varepsilon^{-t_3 p \cdot 1} + \varepsilon^{-t_6 p \cdot 1} \dots\dots\dots (55)$

〔VII〕 結 言

以上述べたように, 継電器回路網の動態解析に演算子を使用して, 定性的定量的な判定を行なつてみた。これは継電器の接点の遅延時間の解析のために, 主として行なつてみた方法であるが, まだ幼稚でかつ複雑であつて, 実用にするには幾多の困難がある。しかし継電器の切替えのときの無定位状態の解析や, 巻線電流を定量的に論じるときにはまだ用法が残されていると信じている。

最後にいろいろと御指導御鞭撻を賜つた日立製作所通信事業部渡辺技師長, 戸塚工場の小林有線部長, 中野交換機設計課長に厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- (1) 後藤: 通信工学を理解するための数学 (P-1)
- (2) A. E. Ritchie: E.E. Nov. 1949 (P-974)
- (3) J. Shekel: I.R.E. July 1953 (P-913)
- (4) 田島, 江森: 日立評論 1954 通信機特集号 (P-5)
- (5) 江森 : 日立評論 Dec. 1955 (P-35)