

大流量測定法としての塩水速度法に関する諸問題 (2)

電極に関する問題点と考察 (その1)

— 水の流動状態と電流時間曲線図の形状 —

Practical Problems Concerning Salt Velocity Method for the Measurement of Large Water Discharge (Part II)

山崎 卓爾*
Takuji Yamazaki

内 容 梗 概

第1部では塩水速度法の原理ならびに従来の各国規格のこの方法に対する見解を紹介して、その全貌を概観した。

この第2部では、塩水速度法を構成する二大要素たる電極と食塩水噴射装置のうち、電極に関する諸問題を取り扱った。本号はそのうち前半に相当するもので、食塩水の諸性質、電極の理論的形状について述べてある。また塩水速度法の検討に欠くことのできない管内流動の問題特に大径管の場合の流動状態を数式で示すことに対して Kármán の指数法則の拡張を試み、これらの諸関係から電流時間曲線図の形状を計算上から検討してみた。

以上の検討の結果、電極の最も合理的な形状は直角双曲線形状のものであることが明らかにされたが、これはただちに正確な流量を得る根拠とはならないと思われる。

理論的に求められた電流時間曲線の形状は、試験によつて得られる実際の図形ときわめてよく類似した形状であり、大局的には各種の仮定があやまつていないことを示すと思われる。

また一般に電流時間曲線図は長く尾をひいているものであり、この現象は食塩水の拡散によると判断されがちであるが、まったく拡散を考慮しない今回の検討結果よりみて、尾をひくことは管内の水の流動の本質に起因するものであることを明らかにした。

1. 緒 言

塩水速度法を構成する要素は、大別して電極および食塩水噴射装置の二部と考えることができる。この第2部ではそのうち電極に関する諸問題を検討する。

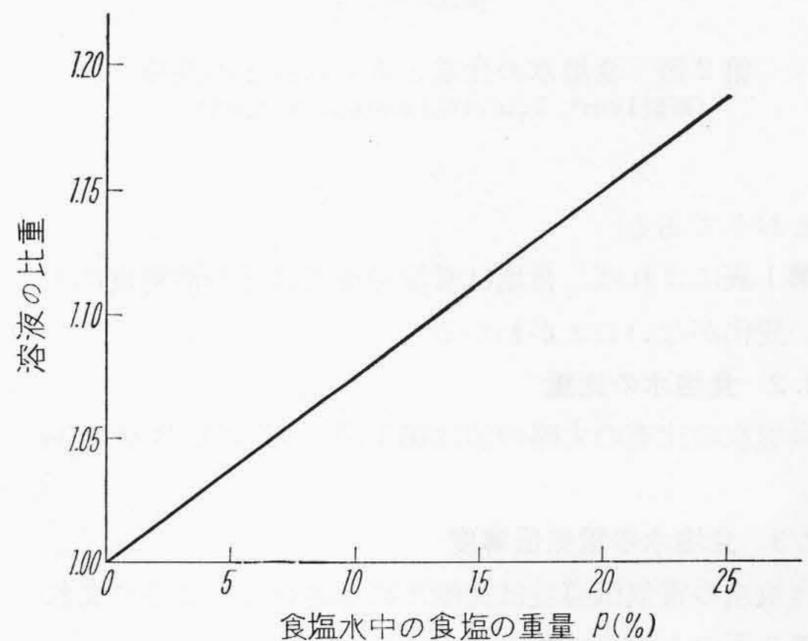
電極に関する最大の関心事は、その形状をいかにすれば最も正確な結果が得られるかにあるが、これには同時に、記録して得られた電流時間曲線図の取扱方法も関連してくることになり、現在でもまだ決定的な方法が見出されていないと考えてよい。たとえば第1部⁽¹⁾で述べたように、JEC-117では1組の電極中の2本の電極棒は平行であればよいとしており、A. S. M. E. Test Codes では測定断面が円管の場合、電極棒は円管断面積を同心円で切ったそれぞれの値の割合と等しい電気伝導度を示すような配置を採用している。後者はわかりやすくいえば管中心付近では電極間の幅を広く、外周になるほどその幅をせまくすることを主張しているものである。

以上のような状態に対し、以下に少し詳細に検討し、あわせてその精度を計算してみた。

第1表 食塩 (NaCl) の溶解度
(飽和溶液 100 g 中の NaCl の g 数)

温度 (°C)	10	15	20	25	30	40
NaCl (g)	26.36	26.34	26.40	26.49	26.55	26.66

* 日立製作所日立研究所



第1図 食塩水の比重

2. 食塩水の性質

塩水速度法の実施に際しては、一応食塩水の電氣的性質を知っておらなければならない。わが国では終戦直後の物資不足のうちに苦汁液 (にがり) を使用して塩水速度法を実施した例⁽²⁾はあるが、現在では単に食塩水のみについて知っておればよいと思われるので、次に食塩水に関する性質を簡単に述べよう。

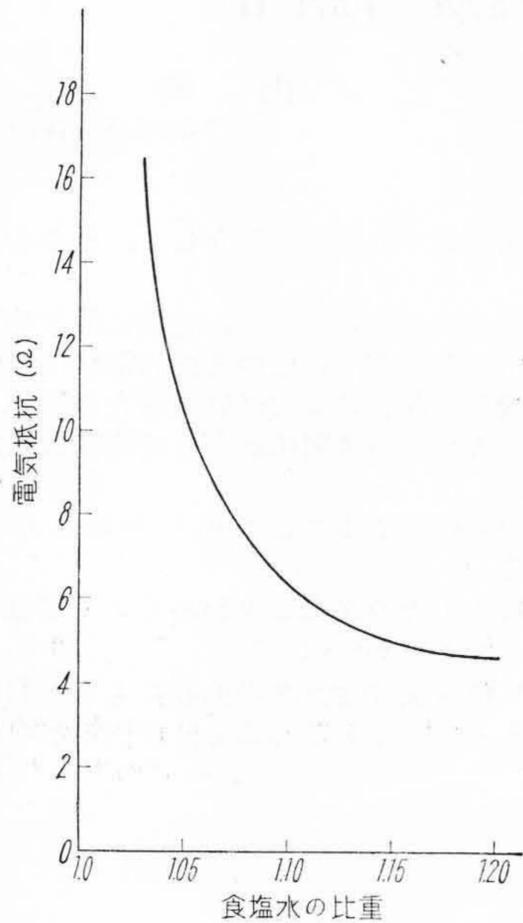
2.1 食塩の溶解度

食塩 (NaCl) の溶解度を文献⁽³⁾より書き出せば第1表

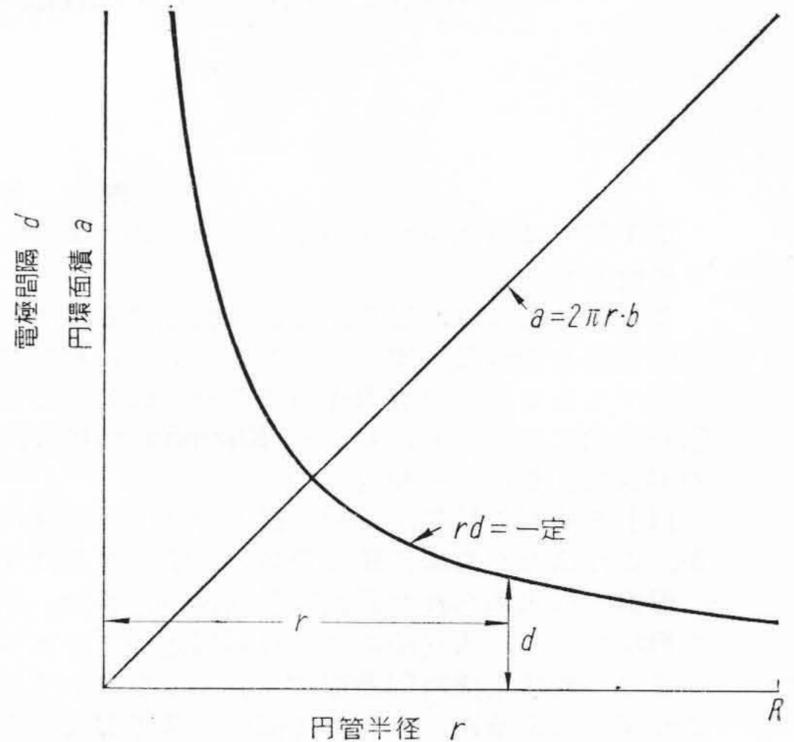
第2表 食塩水の電気伝導度

NaClの溶液中における重量 (%)	5	10	15	20	25	26	26.4
比伝導度 $10^4 k$	672	1,211	1,642	1,957	2,135	2,151	2,156

(k は断面積 1cm^2 長さ 1cm の溶液の抵抗 (Ω) の逆数)



第2図 食塩水の比重と電気抵抗との関係 (断面 1cm^2 , 1cm の長さの液柱についての値)



第3図 電極間隔の合理的な考えかた

r の位置において、半径素分 b の幅の円環断面積 a は $a = 2\pi r \cdot b$ (1)

b を一定の値にとれば、 a は半径に比例して直線的に変化する。管内を流れる全流量は各円環断面積を通る流量の総和であるから、この関係が電流時間曲線に正確に表わされればよいことになる。

電極を流れる電流は正負の電極棒の間にある食塩水の濃度および電極間の距離によつて定まる。食塩水は清水中に拡散するから、時々刻々に変化するわけであるが、電極は同一断面中に存在するから、一応瞬間的には濃度一定と考えるとすると、流れる電流はもつぱら電極棒間の距離によつて支配されることになる。簡単のために電極棒間を流れる電流 i の強さは距離 d に逆比例すると考えれば

$$i = k \frac{1}{d} \quad (k \text{は定数}) \dots\dots\dots(2)$$

また i は円環断面積に比例しなければならないから

$$i \propto a \quad \text{したがつて} \quad r \propto \frac{1}{d}$$

$$\text{よつて} \quad r d = \text{一定} \dots\dots\dots(3)$$

(3) 式は r と d の間に双曲線的関係があることを示している。第3図の双曲線は横軸に半径、たて軸に電極棒の間隔 d をとつて示した直角双曲線である。

実際問題として第4図のように円断面内に制限された場合、管断面全体を代表せしめるためには、なるべく直

のとおりである。

第1表によれば、食塩は常温付近ではその溶解度に大きい変化がないことがわかる。

2.2 食塩水の比重

食塩水の比重の大略の値は第1図に示すとおりである。

2.3 食塩水の電気伝導度

食塩水の電気伝導度は文献⁽⁴⁾に示されるところによれば第2表のとおりである。

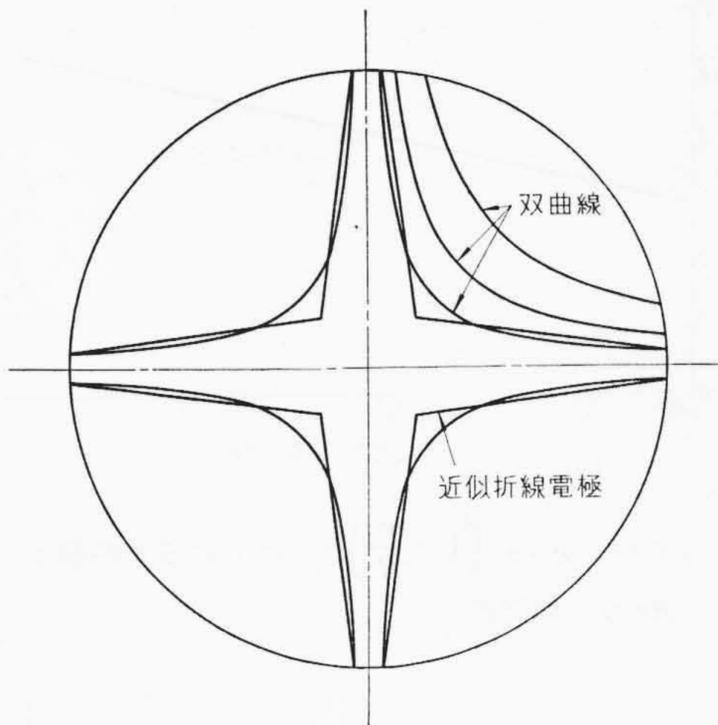
これらの結果より、食塩水の比重と電気抵抗との関係を図示したのが第2図である。

この結果よりみると、薄い食塩水ではその電気抵抗値がはなはだしく変化し、塩水速度法としては好ましくなく、なるべく濃厚な溶液であることが望ましいことがわかる。

3. 電極の形状に関する理論的根拠

電極のおおよその形状としては、さきに述べたように平行電極と電気伝導度を考慮した特殊の形状との二つのいきかたが考えられる。

今、円管断面の場合を考えるに、第3図の任意の半径



第4図 直角双曲線形状の電極

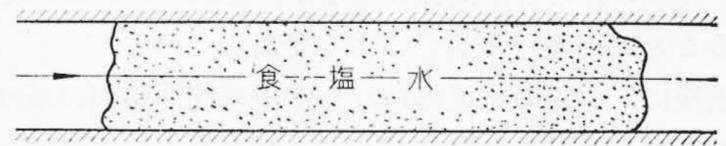
交2直径に近いものをえらぶべきであり、その間隔を小さくすれば管中心付近をのぞき結局平行電極に近いものとなるが、あまり間隔をせまくとすると、寸法の決定が正確に行われにくくなるので、おのずから適当な間隔が定められることになる。

以上のように、一応理論的には直角双曲線が最も合理的であると考えられるが、現地試験ではなかなかこのような形状はとり得ない場合が多いので、第4図に示すように管壁付近でせまく、中央付近で広い折線電極で代用してよいと考えられる。

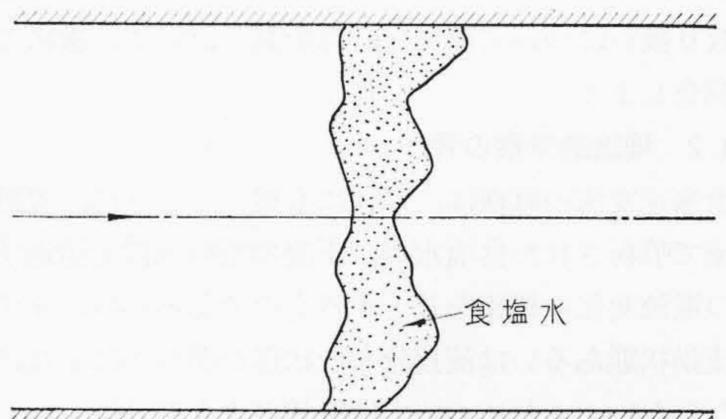
なお電極を2直径に設けるか1直径のみにするかは、前記両規格とも明確に規定してはいないが、管内の流動状況は決して全断面にわたって一様ではない⁽⁵⁾から、当然2直交直径について設けるべきであると考え。しかるに第4図に示したように、直角双曲線電極を採用するとすれば、ちょうど直交2軸を軸線にとることになるから、この点はなほ都合がよいといえる。

以上の電極形状は水の流通断面積を忠実に電流時間曲線図に表わすべき手段であるが、A. S. M. E. Test Codesに述べられている思想もまたこうした考えを基礎にしているものと考えられる。しかしこのような電極によればただちに正確な流量が求め得るといふことにはならないことは後に述べる。

平行電極に対しては、上述のような理論的根拠は考えられない。しかしさきに述べたように理論的に合理的であることがただちに正確な流量を示し得ないことから、一概に捨て去らるべきものではないと考える。



(a) 小径管の場合



(b) 大径管の場合

第5図 管内における食塩水層の形状

4. 電極の形状と電流時間曲線図に関する理論的考察

4.1 塩水速度法の精度に関する問題点

すでに第1部において一応問題点をあげたが、ここでは、水の流動に関連した問題点をもう一度とり上げてみよう。

(1) 噴射された食塩水の形状

一般にわれわれが想像するところは、第5図(a)に示されるように、管路中の一部分が相当な厚みの食塩水で満たされている、いわゆる比較的直径の小さい場合である。しかるに現地の水力発電所では4~5mにも達する直径の導水管を有する場合があり、この場合上述のような厚い食塩水層を形成するためには、きわめて多量の食塩水を必要とし、とうてい実現を望み得ない。いきおい同一断面に数個の噴射弁を配置して、これらを同時に噴射せしめ、第5図(b)に示すような比較的薄い食塩水層を形成して行うことになる。したがってこの食塩水層の厚みを考慮しなければならない。

(2) 電極の位置

噴射弁より第一および第二電極にいたる距離は、水の流動の性質よりみて当然問題となることは今さらいうまでもない。

(3) 電極の形状

第3項において述べたように電極の形状は理論的には一応理解できるとしても、精度上はたしていかなる形状であるべきかは必ずしも明確ではない。

以上のほか食塩水の混合拡散による濃度、したがって電気伝導度の変化、食塩水と清水との比重の差、両者の

流下速度の差などが問題となるが、これらを正確に解析することは相当むずかしいようである。

最後に、実験の結果得られた電流時間曲線図の取り扱いにかたによつて当然精度が左右されることもまた明らかであろう。

筆者はこれらのうち (1), (2), (3) および曲線図の取り扱いについて簡単な計算を試みたので、次にこれを紹介しよう。

4.2 理論的考察の骨子

塩水速度法の原理は、さきにも述べたように、管路の上流で噴射された食塩水が、下流の電極位置を通過する際の電流変化の様相を基とするものであるから、まず管内流動状態あるいは流速分布の状態を明らかにしなければならない。これについては後述のように Kármán らによつて相当はつきりした結論が得られている。ここではこれをもととして、食塩水が電極を通過する際の電流時間曲線を検討した。これは電極の形状によつて異なるべきであり、したがつてその際の図形重心位置も当然異なる。

しかしこの曲線は時間座標の上にとつてある (たとえばオシロ写真のように一定回転をしている記録紙上の図形) から、管壁に沿うた食塩水は停止していると考えると、図形の尾は当然無限の長さとなる。実際にはこの図形の尾をある程度で切つて取り扱わねばならないから、その影響を検討した。

今回の考察では食塩水の清水への混合、拡散は省略し、また噴射された食塩水層は一様な厚みをもつものとした。

4.3 管内の流速分布

ここで問題にしているのは大径管、大流量の場合であるから、管内の水流は完全な乱流状態にあるものとみてよい。乱流の場合の管内の流速分布については Prandtl の対数法則および Kármán の指数法則があり、これらは多くの流体力学書に紹介されている周知の法則であるが⁽⁶⁾、前者は実際問題に適用するには不便な点があるので、ここでは後者の Kármán の指数法則を採用することとした。この法則はまた Kármán の乱流速度分布に関する $1/7$ 乗公式として一般に知られている。すなわち

$$v = v_0 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \dots\dots\dots (4)$$

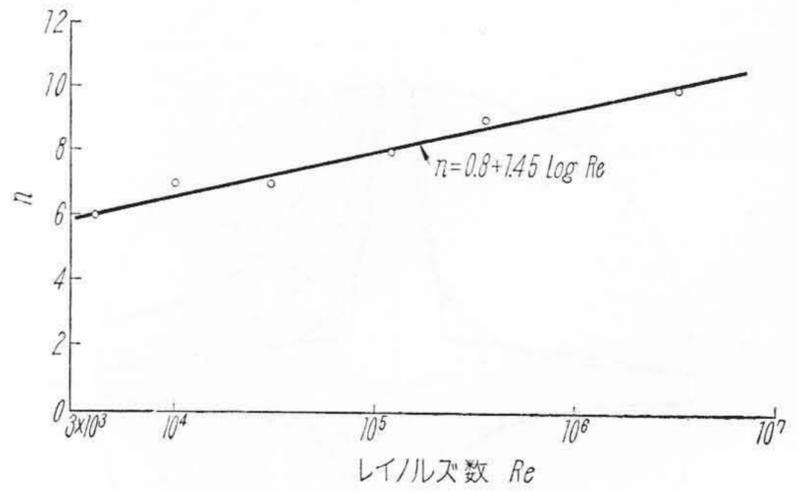
ここに

v = 管壁から y の位置の速度

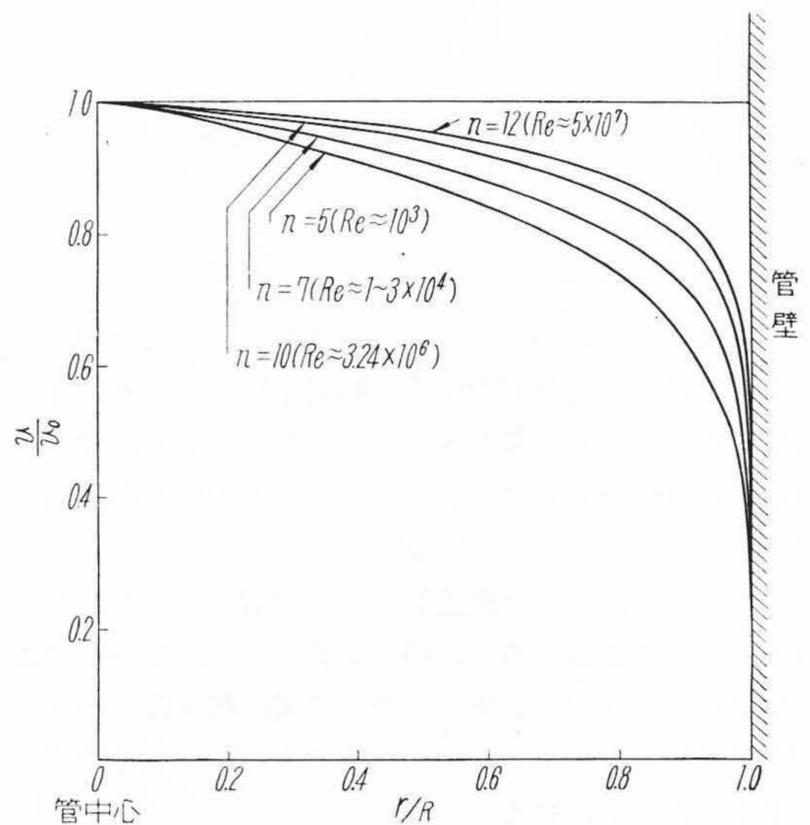
δ = 管半径

v_0 = 中心部の最大流速

この公式は中心部の小範囲を除いてはよく実験と一致することは、多くの結果によつてたしかめられている。(4) 式中の指数 $1/7$ は実は流動流体のレイノルズ数 (Re



第 6 図 $v = v_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$ における n の値と Re 数との関係



第 7 図 n の値の変化による管内速度分布の変化

と記すこととする) によつて異なる。

Nikuradse の実験結果⁽⁷⁾によれば、上記指数 $1/7$ 中の 7 に相当する数を n とすれば、 n は Re の変化に伴い第 6 図のように直線的に変化し、これを実験式として表わしてみると

$$n = 0.8 + 1.45 \log Re \dots\dots\dots (5)$$

また (4) 式を取り扱いに便利なように

$$y = R - r \quad (r \text{ は考える部分の半径})$$

$$\delta = R$$

とおきかえ、かつ (5) 式を取り入れると

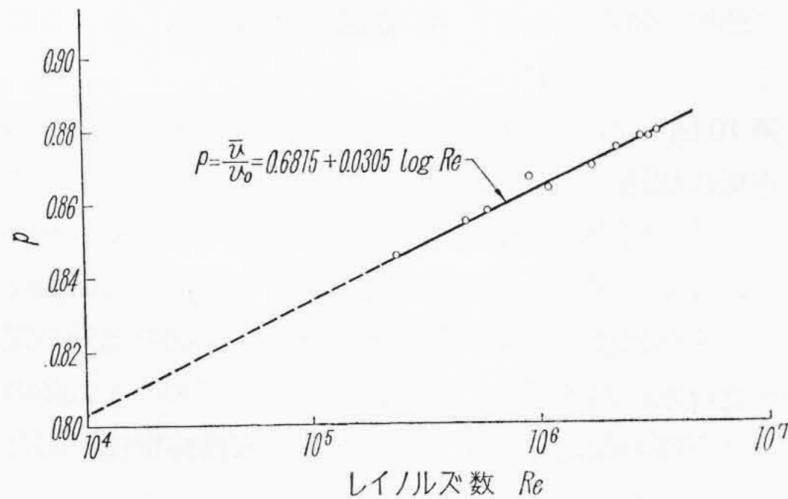
$$v = v_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (6)$$

となる。 n に種々な値を与えた場合の速度分布状態を曲線図に示せば第 7 図のようになる。

次に管中心部の最大速度 v_0 と平均速度 \bar{v} との関係については、Nikuradse の 100 mm 直径の円管について

第3表 Nikuradseの実験による Re 数と \bar{v}/v_0 の関係

$Re \times 10^{-3}$	239	472	595	900	1,108	1,700	2,130	2,722	3,000	3,230
\bar{v}/v_0	0.846	0.855	0.858	0.867	0.864	0.870	0.875	0.879	0.879	0.880



第8図 $p \left(= \frac{\bar{v}}{v_0} \right)$ と Re 数との関係

の実験結果⁽⁸⁾がある。それによれば Re 数と \bar{v}/v_0 との関係は第3表に示すとおりである。

この結果を Re 数を横軸にとつて示せば、第8図のように、ほぼ直線的な関係となり、これは

$$p = \bar{v}/v_0 = 0.6815 + 0.0305 \log Re \dots \dots \dots (7)$$

なる実験式で示される。

(5) 式の n および (7) 式の p はともに Re 数のみの関数であるが、両者の間の関係は、両式より Re を消去することにより

$$p = 0.021n + 0.665 \dots \dots \dots (8)$$

となる。

以上過去における著名な研究結果から流速分布状態の概要をまとめ得たので、今回の検討にはこれを利用した。

4.4 電流時間曲線図の理論的形状

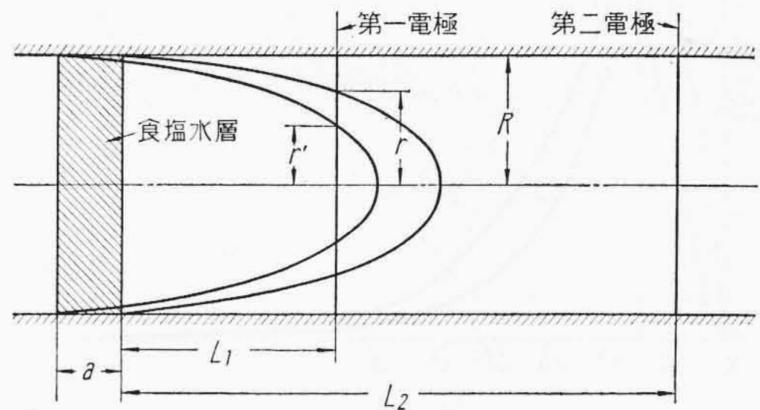
大径管の場合に理想的に塩水速度法が実施された状態を推察すると、第9図のように噴射弁より噴射された食塩水が、瞬間的に管断面全体に一様な厚みの層をなして存在し、これがそのときの流動条件により (6) 式にしたがつた流速分布によつて流下し、まず第一電極次に第二電極位置を通過する。第一電極について考えるに、まず中心の最大流速部分が電極にあたり、順次中心よりはなれた部分があたるようになる。

今 (6) 式において $r/R = x$ とおけば

$$v = v_0 (1-x)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots (9)$$

となる。また噴射注入された食塩水層の前面から第一電極までの距離を L_1 、同じく第二電極までを L_2 とすれば、中心部の食塩水が第一電極に達するまでの時間 t_0 は

$$t_0 = \frac{L_1}{v_0}$$



第9図 管内における食塩水層の移動状態図

また半径 r の円周上の食塩水が第一電極に達する時間は

$$t = \frac{L_1}{v}$$

これらより

$$v_0 = L_1/t_0, \quad v = L_1/t \dots \dots \dots (10)$$

(10) 式を (9) 式に代入し、 L_1 を消去すれば

$$1-x = \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \dots \dots \dots (11)$$

$t/t_0 = \tau$ とおけば

$$x = 1 - \frac{1}{\tau^n} \dots \dots \dots (12)$$

τ は管内中心部の食塩水層の前面より第一電極に至る間の時間を基準としたものであるから、これをもつて時間座標の単位と考えることができる。

以上は食塩水層の前面についてであるが、後面に対しては塩水層の厚み a を考慮に入れなければならない。すなわちこの場合には

$$v_0 = \frac{L_1}{t_0}$$

はさきの場合と同じであるが

$$v = \frac{L_1+a}{t}$$

でなければならない。

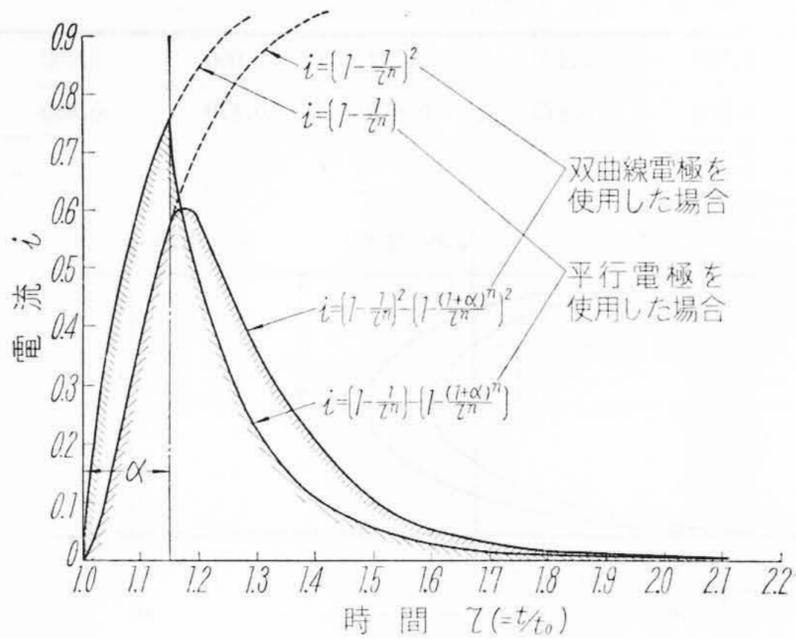
$$r'/R = x'$$

とおけば

$$\frac{L_1+a}{t} = \frac{L_1}{t_0} (1-x')^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{a}{L_1} = \alpha \dots \dots \dots (13)$$

とおいて上式を整理すれば



第 10 図 電流時間曲線図の理論的形状

$$x' = 1 - \frac{(1+\alpha)^n}{\tau^n} \dots\dots\dots (14)$$

今電極として双曲線型電極を使用した場合を考えると電極間距離は電極たる双曲線とその軸線との間の距離の 2 倍であるから、やはり双曲線的な変化をなし、さきに述べたように電極素分の感量は、その部の存在する円環面積に比例したものとなる。よつて第 9 図の $r-r'$ の間にある食塩水によつて感ずる電流の大きさは、全断面が食塩水によつて満たされる場合に対し、 $r-r'$ の幅の円環面積の大きさの割合で感ずることになり、いかえればこの場合の電流時間曲線は電極が浸されている部分の食塩水の存在する円環内の水を、その速度に応じて時間的に正当な順序で表わされたことになる。

よつてこの場合の電流時間曲線図形のたて座標すなわち電流の値は、そのときの円環の断面積に比例するから電流を I とすれば

$$I = k' \frac{\pi(r^2 - r'^2)}{\pi R^2} = k(r^2 - r'^2) \dots\dots\dots (15)$$

となる。この場合絶対値は不要であるから、比例常数を省略し、その電流の値を i と表わせば

$$i = x^2 - x'^2 \dots\dots\dots (16)$$

(16) 式の x および x' の値が (12) 式および (14) 式で表わされているから、これより時間座標 τ を横軸に、電流座標 i をたて軸にとつた電流時間曲線図形の一例を示せば第 10 図に示すような形をとる。同図の例では $\alpha = 0.15$, $n = 10$ と与えた場合であるが、もちろんこれらの値は実際の条件で異なってくる。しかし大径管、大流量の場合の一例としては通常の状態とみてよい。

以上は双曲線電極の場合であるが、従来しばしば使用されている平行電極の場合には電流時間曲線図形に表わされる電流の大きさは、食塩水に浸る電極の長さに比例し

た値をとるから、(16) 式に代つて

$$i = x - x' \dots\dots\dots (17)$$

と書くことができる。

この場合についても、さきに例示したと同じ α および n の値の一例を示せば、第 10 図に比較図示したようになる。

第 10 図について少し説明を加えよう。まず食塩水層が電極に到達してから、その後ろ面が電極を通過するまでは中央部の円内に含まれた電極は全部食塩水に浸されたことになり、図の α の距離の間のように電流上昇曲線を示し、それ以後は中央は食塩水がなく円環状の部分の電極が食塩水に浸ることになり、したがつて図の α 以後のように下降の傾向を示すことになる。双曲線電極の場合は、その上昇曲線は

$$i = \left[1 - \frac{1}{\tau^n}\right]^2 \dots\dots\dots (18)$$

下降曲線は

$$i = \left[1 - \frac{1}{\tau^n}\right]^2 - \left[1 - \frac{(1+\alpha)^n}{\tau^n}\right]^2 \dots\dots\dots (19)$$

で示され、平行電極の場合はそれぞれ

$$i = \left[1 - \frac{1}{\tau^n}\right] \dots\dots\dots (20)$$

$$i = \left[1 - \frac{1}{\tau^n}\right] - \left[1 - \frac{(1+\alpha)^n}{\tau^n}\right] \dots\dots\dots (21)$$

で示されることになる。

これらの電流時間曲線図は実際に試験によつて得られるものとよく合致した一般的傾向を示しており、流れの状態や電極形状の推論が大局的には誤つていないことを示している。

ここで注意しなければならないことは、一般に塩水速度法における電流時間曲線図が時間座標の上で第 10 図のように、いわゆる尾をひく現象は、食塩水の拡散によつて薄い溶液となることによるものと考えられがちであるが、上述のように拡散をまったく考えなくとも、管内の流動状態からくる必然的な結果であることは、特に認識さるべきであると思う。

5. 結 言

以上に述べた部分について、取りまとめてみると大略次のようになる。

(1) 管内断面の全体を直径に沿う電極によつて代表せしめようとするれば、直角双曲線形状の電極が最も合理的であると考えられるが、正確な流量の指示を得ることは別に考えられねばならない。

(2) 管内流動の流速分布として Kármán の指数法則を採り、これを拡張して広範囲に適用さるべき実験式を導いた。

(3) 一様な厚みの食塩水層が上記の法則に従った流速分布をもつとしたとき、電極が直角双曲線形状および平行型の電極の二つの場合について、電流時間曲線図の理論的形状を導けば、得られた曲線図は実際に試験によつて得られる曲線図と大局的によく合致したものが得られる。

(4) 上記の理論的曲線図はいわゆる尾を長くひいた形状をもつており、これは食塩水の拡散を考えない場合のものであつて、流動の本質から来る必然的な結果であることを明らかにした。

本文の述べるところは以上のとおりであるが、次回にはこれらの結果を基にして、塩水速度法の精度などに関

する理論的検討を行う予定である。

参考文献

- (1) 山崎：大流量測定法としての塩水速度法に関する諸問題(第1部)日立評論 40, 677(昭33-6)
- (2) 山崎：日本機械学会誌 53, 375, 114~121(昭25-3.4)および日立評論 32, 5, 261~270(昭25-6)
- (3) 物理学同好会編：化学恒数表
- (4) (3)に同じ
- (5) 山崎：大流量測定法としてのピトー管法に関する諸問題 日立評論 38, (昭31-3~9)
- (6) 藤本武助：応用流体力学 408~414(丸善昭16刊)
- (7) 藤本武助：応用流体力学 410(丸善昭16刊)
- (8) 沖巖：水力学(岩波刊) 230(昭17)

特許と新案

最近登録された日立製作所の特許および実用新案 (その1)

区別	登録番号	名称	工場別	氏名	登録年月日
特許	241709	巻上機用ギヤードリミットスイッチ	日立工場	浜島甫	33. 4. 21
"	241698	錠装置	笠戸工場	大谷巖太郎	"
"	241710	車輪焼入方法	笠戸工場	亀井健児 鈴川清英	"
"	241695	巻上機の制動時における加速度制御方法	亀有工場	鈴木輝彦	"
"	241703	平炉用後輪駆動式床上装入機	亀有工場	平栗保平	"
"	241708	造型法	亀有工場	南郷忠勇	"
"	241696	界磁喪失保護継電器	多賀工場	猿渡房吉夫	"
"	241700	磁界喪失保護継電装置	多賀工場	猿渡房吉夫	"
"	241702	回転電機の回転子	多賀工場	藤井俊雄	"
"	241704	気化器	多賀工場	宝諸幸男	"
"	241711	蓄電器起動单相誘導電動機	多賀工場	上村民夫	"
"	241712	蓄電器起動单相誘導電動機	多賀工場	上村民夫	"
"	241713	籠型誘導電動機	多賀工場	上村民夫	"
"	241699	蓄放式X線装置における透視時過電流遮断装置	亀戸工場	和田正長 小安藤文蔵	"
"	241701	搬送保護継電方式	戸塚工場	中谷信夫	33. 4. 21
"	241697	ジフェニルエタノール-γ-ケトクロトン酸-4, 4' またはそのジメチルエステルの製造方法	絶縁物工場	中鶴田賀四郎 古賀弥	"
"	241705	空気吹付遮断器	日立研究所	高砂常義	"
"	241706	電解槽による重水濃縮方法	日立研究所	川島夏樹	"
"	241707	重水濃縮用水電解装置	日立研究所	川島夏樹	"
"	241714	レオナード制御装置	日立研究所	前川敏明	"
"	241715	静止レオナード制御装置	日立研究所	小野田芳光 高尾滋	"
実用新案	475926	縦軸水車発電機	日立工場	横井信安	33. 4. 22
"	475928	押ボタン開閉器	日立工場	滑川清	"
"	475935	起動器のインターロックスイッチ把手	日立工場	菊地克明 本間千代一 出野正雄	"
"	475936	カム型開閉器	日立工場	柴田勝美	"

(第11頁へ続く)