

Bode 線図より自動制御系の一次および二次系近似式を得る方法

A Method of Deriving Approximate Function for Automatic Control System from the Bode's Diagram

小野田 芳光* 今尾 隆*
Yoshimitsu Onoda Takashi Imao

内 容 梗 概

自動制御系の閉回路応答をその開回路伝達函数より求め、また、複雑な系を簡単な系におきかえることは重要である。

ここでは減衰係数の小さな場合に二次振動系で近似し、減衰係数が大きくなるにしたがい二次臨界制動系、さらに、一次系で近似する方法を述べ、この方法の結果とアナコン解析結果を比較して示した。

1. 緒 言

自動制御系の過渡応答をその開回路伝達函数より求めることは重要であり、そのため従来より種々の方法⁽¹⁾⁽²⁾が考えられていたが、それらはいずれも応用するに当り困難な場合が少なくない。

また、自動制御系ではいくつかの複雑な制御系が組合つて動作するケースが多いが、これをそのまま考えてゆくのは非常に困難で、一つの制御系を一次もしくは二次の簡単な系で近似する必要がある。

先に、Bode 線図より二次振動系もしくは一次系の近似式を導き出す方法を報告⁽³⁾⁽⁴⁾したが、実際の制御系には二次振動系と一次系の中間の二次臨界制動系で近似すべきものが少なくない。

それで、今回二次臨界制動系で近似する方法について検討したので、ここではこの方法と先に報告した方法を総合して述べる。

なお、理論を簡単にするため、以下の制御系は単一饋還系 (Unity Feedback System) とする。

2. 理 論

2.1 二次振動系で近似しうる場合

2.1.1 二次振動系で近似する方法

制動がよわいとき自動制御系の過渡応答は一般に二次振動系で近似しうるような応答を描く場合が多い。すなわち、自動制御系は普通多くの要素よりなつてい

るが、その過渡応答 $A(t)$ は

$$A(t) \doteq W_0 \{1 + a \varepsilon^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t + \phi)\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

W_0 : 閉回路増幅率

a, ϕ : 初期条件によりきめられる定数

として近似される場合が多い。

そして、たいていの場合、

* 日立製作所日立研究所

$$t = 0 \text{ で } \left. \begin{array}{l} A(t) = 0 \\ dA(t)/dt = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

が成立するが、このときは (1) 式が次のようになる。

$$A(t) \doteq W_0 \left\{ 1 - \sqrt{1 + (\sigma/\omega_0)^2} \varepsilon^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \frac{\sigma}{\omega_0}) \right\} \dots\dots\dots (3)$$

このような応答を示す制御系の閉回路伝達函数 $W(p)$ は次の形の二次系 $w(p)$ で置きかえることができる。

$$w(p) = \frac{W_0(\sigma^2 + \omega_0^2)}{(p + \sigma)^2 + \omega_0^2} \dots\dots\dots (4)$$

なぜなら、この過渡応答 $a(t)$ は

$$\begin{aligned} a(t) &= w(p) \cdot \mathbf{1} \\ &= W_0 \left\{ 1 - \sqrt{1 + (\sigma/\omega_0)^2} \varepsilon^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t - \tan^{-1} \frac{\sigma}{\omega_0}) \right\} \end{aligned}$$

となつて、(3) 式と同じになるからである。

また、この $w(p)$ より開回路伝達函数 $g(p)$ をもとめると

$$\begin{aligned} g(p) &= \frac{w(p)}{1 - w(p)} \\ &= \frac{W_0(\sigma^2 + \omega_0^2)}{p^2 + 2\sigma p + (1 - W_0)(\sigma^2 + \omega_0^2)} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

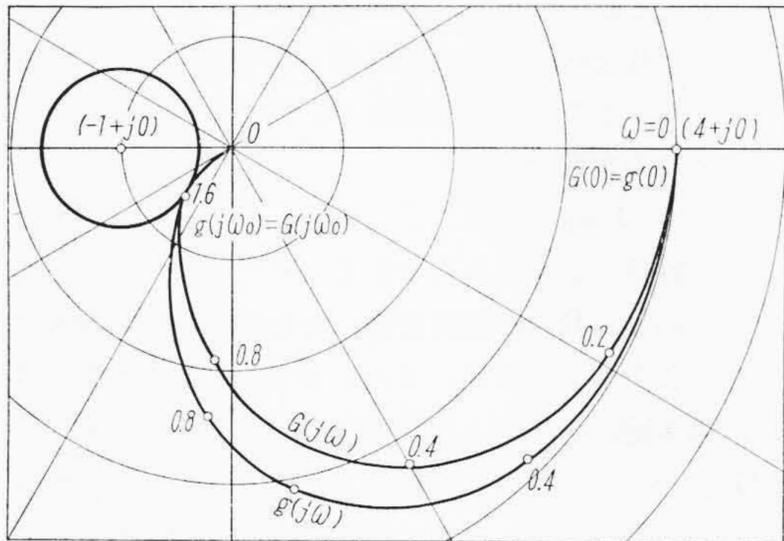
となり、特に、

$$G_0 > \omega_0^2 / \sigma^2 \dots\dots\dots (6)$$

の成立するときは $g(p)$ が次のようになる。

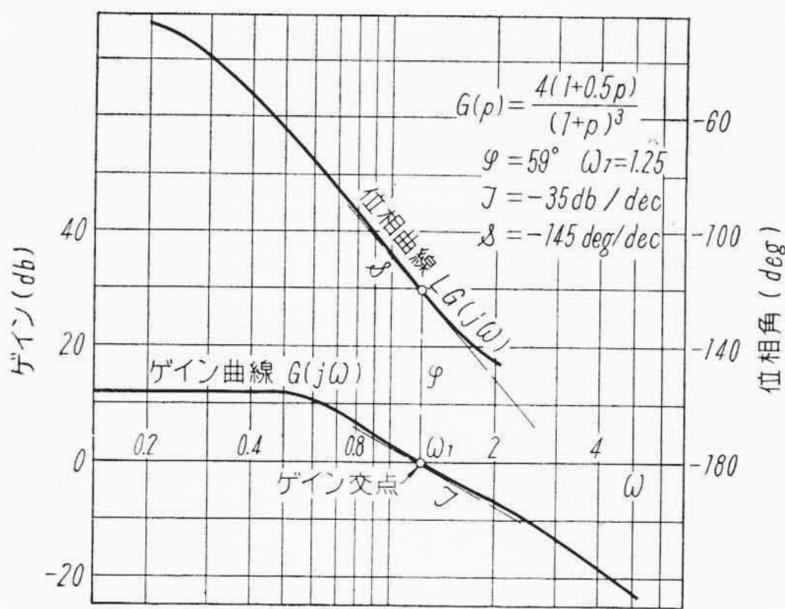
$$g(p) = \frac{G_0}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、



$$G(p) = \frac{4(1+0.5p)}{(1+p)^3} \quad g(p) = \frac{4}{1.72p^2 + 1.86p + 1}$$

第1図 $G(p)$ とその二次系近似式 $g(p)$ のベクトル線図



第2図 $G(p)$ の Bode 線図

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= W_0 / (1 - W_0) \text{ でもとの開回路} \\ &\text{伝達函数 } G(p) \text{ の増幅率} \\ T_1 &= \sigma k (1 + \sqrt{1 - 1/\sigma^2 k}) \\ T_2 &= \sigma k (1 - \sqrt{1 - 1/\sigma^2 k}) \\ k &= (1 + G_0) / (\sigma^2 + \omega_0^2) \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

したがって、任意の開回路伝達函数 $G(p)$ が与えられて、その増幅率 G_0 と閉回路にしたときの過渡応答基本振動項の周波数 ω_0 およびその減衰率 σ が知られば二次系近似式 $g(p)$ を得ることができることになる。

$G_0 = G(0)$ であり、また、 ω_0 と σ は $G(p)$ のベクトル軌跡の $(-1, j0)$ の点にもつとも近い点の位置を示すから、二次系近似式 $g(p)$ は第1図に示すように $\omega = 0$ と $\omega = \omega_0$ の二点で $G(p)$ と一致している。

すなわち、 $G(p)$ をベクトル線図に描き、 $(-1, j0)$ に最も近い点を求めれば、それより二次系近似式を得ることができる。

しかし、ベクトル線図はかくのが面倒であるので、

σ と ω_0 が Bode 線図より求まると便利である。この方法に先に報告したものがある⁽⁵⁾。

これは第2図のように Bode 線図を描き、ゲイン曲線が 0db と交わる点 (ゲイン交点) の周波数 ω_1 (rad/s)、その点の位相余角 φ (deg) およびその点におけるゲイン曲線の傾斜 \mathcal{J} (db/dec)、位相曲線の傾斜 \mathcal{S} (deg/dec) を得ることにより、その減衰係数 ζ が 0.5 より小さな場合に次の式から求めることができるというものである。

$$\sigma \doteq \frac{-\mathcal{S} \varphi \omega_1}{2.86 (\mathcal{J}^2 + 0.152^2 \mathcal{S}^2)} \dots (9)$$

$$\omega_0 \doteq \left(1 - \frac{0.053 \mathcal{S} \varphi}{\mathcal{J}^2 + 0.152^2 \mathcal{S}^2} \right) \omega_1 \dots (10)$$

この式は $\zeta \leq 0.5$ でないと誤差が大きくて使用できないが、またそのようなときでないと振動が強くあられず二次振動系で近似することができなくなる。

なお、 $\zeta \leq 0.5$ に限ることにすれば

$$(\sigma/\omega_0)^2 \ll 1 \dots (11)$$

となるので $A(t)$ の近似式が次のように簡単になる。

$$\begin{aligned} A(t) &\doteq a(t) \\ &\doteq W_0 (1 - e^{-\sigma t} \cos \omega_0 t) \dots (12) \end{aligned}$$

2.1.2 $\zeta \leq 0.5$ をあらかじめ判定する方法

上記の近似式が適用できるときは前に述べたように振動の強くあられる場合で、すなわち $\zeta \leq 0.5$ が成立することが必要である。

ところで、減衰係数 ζ が 0.5 より小さいか否かを調べるのに、上記の方法で σ と ω_0 を求め、それより、

$$\zeta = \left(\frac{\sigma}{\omega_0} \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega_0} \right)^2} \dots (13)$$

から、 ζ を計算して判定するというよりも、あらかじめこの近似式が適用できるか否かを判定できることが望ましい。そこで、この方法について考える。

(13) 式で $\zeta \leq 0.5$ を満足する σ/ω_0 の条件を求めると

$$\left(\frac{\sigma}{\omega_0} \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega_0} \right)^2} \leq 0.5$$

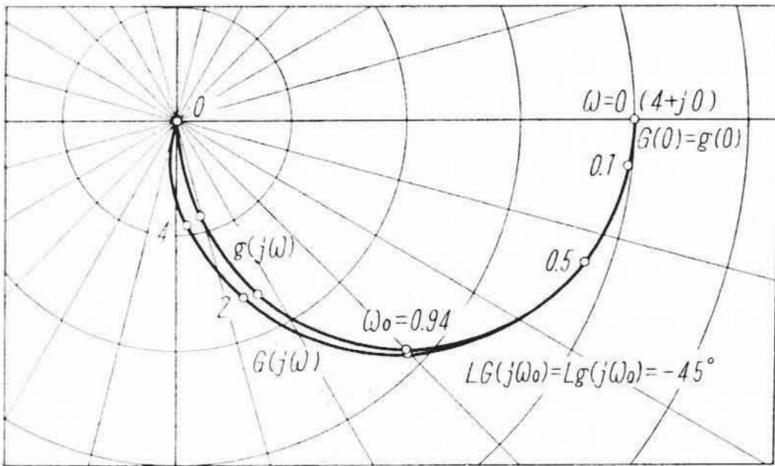
$$\text{ゆえに、} \sigma/\omega_0 < 0.6 \dots (14)$$

となる。これに、(9) (10) 式を代入すると

$$\frac{\sigma}{\omega_0} = \frac{-\mathcal{S} \varphi}{2.86 (\mathcal{J}^2 + 0.152^2 \mathcal{S}^2 - 0.053 \mathcal{S} \varphi)} < 0.6$$

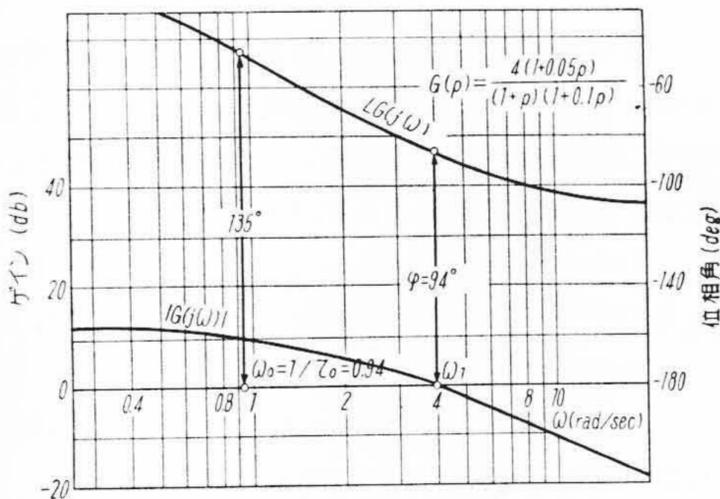
普通、 $\mathcal{J}^2 \gg 0.152^2 \mathcal{S}^2 - 0.053 \mathcal{S} \varphi$ であるので

$$\frac{\sigma}{\omega_0} \doteq -\frac{\mathcal{S}}{3\mathcal{J}} < 0.6 \dots (15)$$



$$G(p) = \frac{4(1+0.05p)}{(1+p)(1+0.1p)} \quad g(p) = \frac{4}{1+1.06p}$$

第 3 図 $G(p)$ とその一次系近似式 $g(p)$ のベクトル線図



第 4 図 Bode 線図より一次系近似式を得る方法

となり、したがって、

$$\varphi < -1.8\mathcal{S} \quad (16)$$

を満足するとき、 $\zeta < 0.5$ が満足されることになる。

すなわち、ゲイン交点における位相余有 φ とゲイン曲線の傾斜 \mathcal{S} の間に (16) 式の関係があるとき前述の近似式を利用することができる。

なお、 \mathcal{S} は常に負であるから (16) 式は次のようにした方が便利である。

$$\varphi < 1.8|\mathcal{S}| \quad (17)$$

2.2 一次系で近似しうる場合

2.2.1 一次系で近似する方法

制動がよくきいているときは前記 (17) 式の条件が成立せず二次振動系で近似することができなくなり、一次系で近似せねばならなくなる。

自動制御系では第 3 図に示すように、その開回路伝達関数のベクトル軌跡を半円形で近似できる場合が少なくない。ベクトル軌跡を半円で近似することは一次系でその制御系を近似することである。

この場合、近似した軌跡上各点の周波数も、もとの軌跡上の値に近似せしめねばならぬが、一次系で近似したのであるから、ある一点の周波数をきめればほかはおのずから定まる。

その点として位相角 -45 度の点をもつとも適当である。なぜなら、その点は近似した軌跡の中央にあり、かつ、この点の周波数を ω_0 とすると、近似した一次系の時定数 τ_0 は、

$$\tau_0 = 1/\omega_0 \quad (18)$$

として容易に求まるからである。

すなわち、Bode 線図を描いたときそれが時間おくれの性質を有しており、かつ、 φ が十分大きなときは、第 4 図に示すように位相角 -45 度 (位相余有 $\varphi = 135$ 度) を与える角周波数 ω_0 を求め、それより τ_0 を得ることによってこの系の開回路伝達関数 $G(p)$ を一次系 $g(p)$ で

$$G(p) \doteq g(p) = \frac{G_0}{1+\tau_0 p} \quad (19)$$

ここに、

$G_0 = G(0)$ で開回路増幅率

として近似することができ、したがって閉回路伝達関数 $W(p)$ および過渡応答 $A(t)$ は次の式 $w(p), a(t)$ で近似される。

$$W(p) \doteq w(p) = \frac{W_0}{1+Tp} \quad (20)$$

$$A(t) \doteq a(t) = W_0(1-\varepsilon^{-t/T}) \quad (21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} W_0 &= G_0/(1+G_0) \text{ で閉回路増幅率} \\ T &= \tau_0/(1+G_0) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

2.2.2 適用範囲の判定法

この近似法はもとのベクトル線図を半円で近似するのであるから、もとのベクトル線図が半円に近いほど近似度が高い。

ベクトル線図が半円に近くなるということは、減衰係数 ζ が大きくなるということで、この近似式は減衰係数 ζ が 0.5 より大きな場合に当てはまる。減衰係数 ζ が 0.5 より大きいか否かを判定するには (17) 式の反対に

$$\varphi > 1.8|\mathcal{S}| \quad (23)$$

が成立することを確かめればよい。

また、 φ が $1.8|\mathcal{S}|$ の近傍であるとき、すなわち、 ζ が 0.5 の近くでは、まだ多少振動があるので、 φ の限界として (23) 式よりもさらに強い条件

$$\varphi \geq 90^\circ \quad (24)$$

を判定法の一つとすることも考えられる。

2.3 二次臨界制動系で近似しうる場合

前記一次系で近似する場合の判定に (24) 式を用いると (17) 式と (24) 式の範囲に含まれない

$$1.8|\mathcal{L}|\leq\varphi<90^\circ \dots\dots\dots(25)$$

の範囲が残ることになる。

この範囲の制御系は、一次系で近似できる範囲と二次振動系で近似できる範囲の間にあるので、一次系と二次振動系の中間の二次臨界制動系で、すなわち、その過渡応答 $A(t)$ を次式の $a(t)$ で、

$$A(t)\doteq a(t) = W_0\{1-\varepsilon^{-t/T}(1+t/T)\} \dots\dots\dots(26)$$

ここに、

W_0 : 閉回路増幅率

T : 時定数

として、その閉回路伝達函数 $W(p)$ を次式の $w(p)$ で

$$W(p)\doteq w(p) = \frac{W_0}{(1+pT)^2} \dots\dots\dots(27)$$

として近似することができよう。

そして、開回路伝達函数 $G(p)$ は次の $g(p)$ で近似できる。

$$G(p)\doteq g(p) = \frac{G_0}{(1+\tau_1p)(1+\tau_2p)} \dots\dots\dots(28)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= W_0/(1-W_0) \text{ で開回路増幅率} & (A) \\ \tau_1 &= (1+G_0)(1+\sqrt{W_0})T & (B) \\ \tau_2 &= (1+G_0)(1-\sqrt{W_0})T & (C) \\ &= (1-\sqrt{W_0})\tau_1/(1+\sqrt{W_0}) & (C) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

したがって、二次臨界制動系近似式 $g(p)$ は、一次系近似式を求める場合と同様に、開回路増幅率 G_0 とある位相余有 φ_0 における角周波数 ω_0 が求めれば求めることができる。その位相余有としては一次系の場合と同様

に 135 度が適当であろう。そして、この位相余有角に対する角周波数を ω_0 とすれば、 τ_1, τ_2 は次のようになる。

$$\tau_1\doteq(1-u)/\omega_0 \dots\dots\dots(30)$$

$$\tau_2\doteq u/\omega_0 \dots\dots\dots(31)$$

ここに、

$$u = \frac{1}{1+2G_0+2\sqrt{G_0}\sqrt{1+G_0}} \doteq \frac{1}{2(1+G_0)} \quad (G_0 \geq 1) \dots\dots\dots(32)$$

そして、(26) 式および (27) 式の T は次のようになる。

$$T = \frac{\tau_1}{(1+G_0)(1+\sqrt{W_0})} \doteq \frac{\tau_1}{(1+G_0)(2-1/2G_0)} \doteq \frac{\tau_1(1+1/4G_0)}{2(1+G_0)} \quad (G_0 \geq 1) \dots\dots\dots(33)$$

3. アナコンによる検討

例題として開回路伝達函数 $G(p)$ が次の諸式で表わされる場合について検討する。

$$\frac{G_0}{(1+p)(1+0.1p)} \dots\dots\dots(a)$$

$$\frac{G_0}{(1+p)(1+0.05p)^2} \dots\dots\dots(b)$$

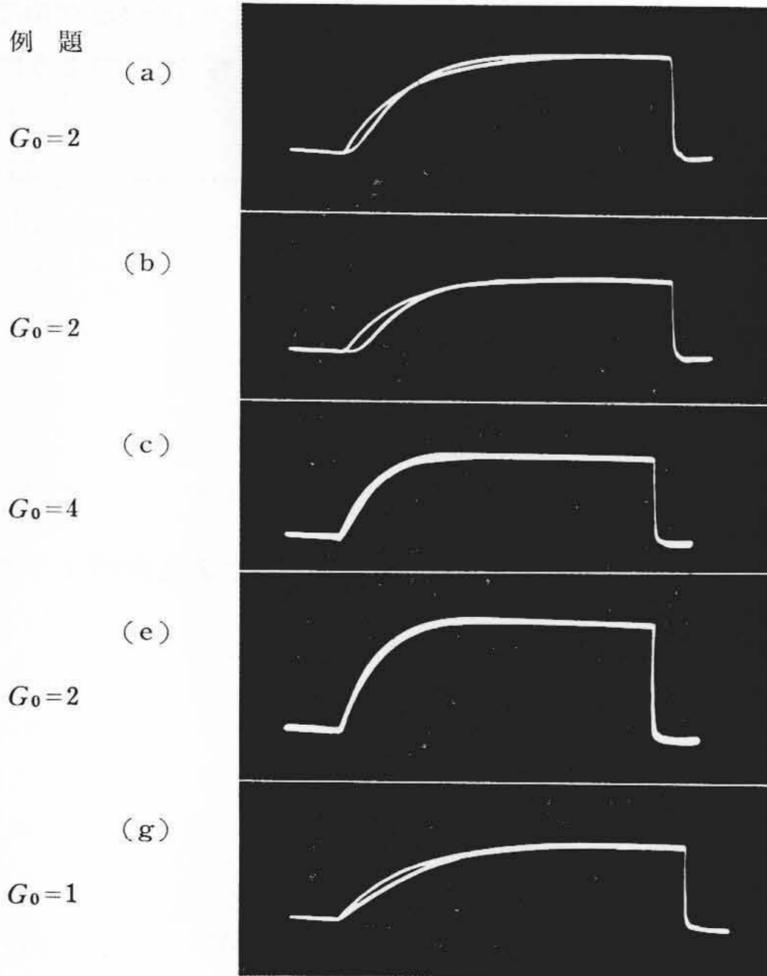
$$\frac{G_0(1+0.05p)}{(1+p)(1+0.1p)} \dots\dots\dots(c)$$

$$\frac{G_0}{(1+p)^2} \dots\dots\dots(d)$$

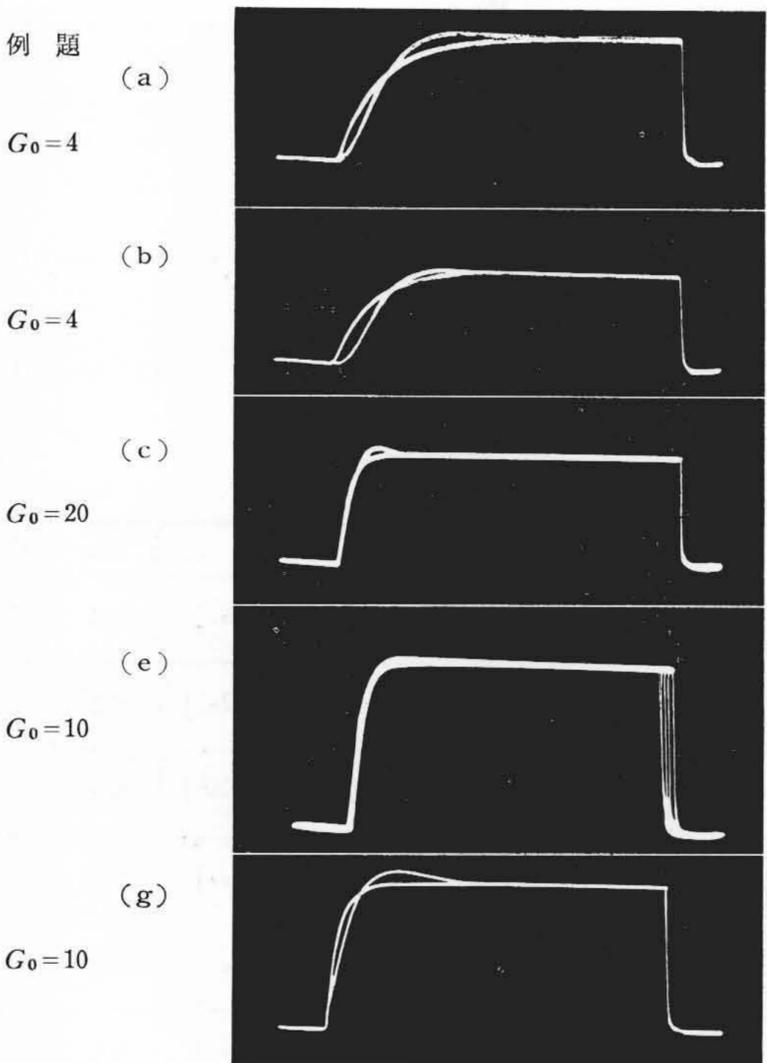
第1表 各種開回路伝達函数 $G(p)$ の一次系近似式の表

例題	$G(p)$	$g(p)$	$w(p)$	$a(t)$	G_{01}	G_{02}
(a)	$\frac{G_0}{(1+p)(1+0.1p)}$	$\frac{G_0}{1+1.2p}$	$\frac{W_0}{1+1.2p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-1.2t/(1+G_0)}\}$	≤ 3	< 10
(b)	$\frac{G_0}{(1+p)(1+0.05p)^2}$	$\frac{G_0}{1+1.05p}$	$\frac{W_0}{1+1.05p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-1.05t/(1+G_0)}\}$	≤ 3	< 10
(c)	$\frac{G_0(1+0.05p)}{(1+p)(1+0.1p)}$	$\frac{G_0}{1+1.06p}$	$\frac{W_0}{1+1.06p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-1.06t/(1+G_0)}\}$	≤ 6	$< \infty$
(d)	$\frac{G_0}{(1+p)^2}$	$\frac{G_0}{1+2.1p}$	$\frac{W_0}{1+2.1p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-2.1t/(1+G_0)}\}$	なし	< 1
(e)	$\frac{G_0(1+0.5p)}{(1+p)^2}$	$\frac{G_0}{1+1.6p}$	$\frac{W_0}{1+1.6p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-1.6t/(1+G_0)}\}$	≤ 2	$< \infty$
(f)	$\frac{G_0(1+0.5p)}{(1+p)^3}$	$\frac{G_0}{1+2.7p}$	$\frac{W_0}{1+2.7p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-2.7t/(1+G_0)}\}$	なし	< 1
(g)	$\frac{G_0(1+0.5p)}{(1+p)^3}$	$\frac{G_0}{1+2.2p}$	$\frac{W_0}{1+2.2p/(1+G_0)}$	$W_0\{1-\varepsilon^{-2.2t/(1+G_0)}\}$	≤ 2	$< \infty$

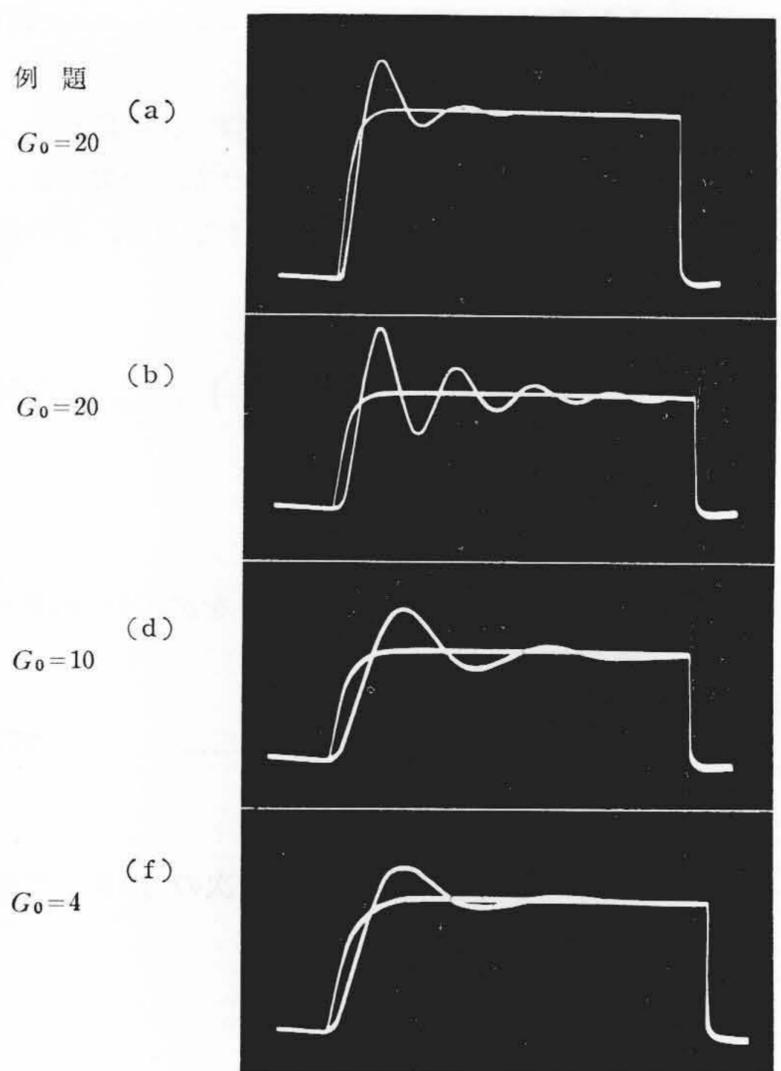
備考: G_{01} : $\varphi \geq 90^\circ$ を満足する G_0 G_{02} : $\varphi \geq 1.8|\mathcal{L}|$ を満足する G_0



備考：一次系近似曲線は Exponential Curve になっている。
第 5 図 $\varphi \geq 90^\circ$ のときの実際の応答とその一次系近似応答の比較



備考：一次系近似曲線は Exponential Curve になっている。
第 6 図 $90^\circ > \varphi \geq 1.8 |S|$ の場合の実際の応答とその一次系近似応答の比較



備考： $\varphi < 1.8 |S|$ であるから一次系で近似できない範囲であるが、一次系で近似したものは中心線的なものを示し、応答の傾向を表わしている。
第 7 図 $\varphi < 1.8 |S|$ の場合の実際の応答と一次系近似応答の比較

$$\frac{G_0(1+0.5p)}{(1+p)^2} \dots\dots\dots (e)$$

$$\frac{G_0(1+0.5p)}{(1+p)^3} \dots\dots\dots (f)$$

$$\frac{G_0(1+0.5p)^3}{(1+p)^3} \dots\dots\dots (g)$$

G_0 が小さいとゲイン交点における位相余有角 φ が大きく一次系で近似することができるが、 G_0 が大となるにしたがつて φ は小となり二次臨界制動系、さらに二次振動系で近似した方がよくあうようになる。

3.1 一次系による近似

上記の例題について

$$\varphi \geq 90^\circ \text{ および } \varphi \geq 1.8 |S|$$

を満足する G_0 の限界、および一次系近似式を求めたものを第 1 表に示す。

G_0 が変化しても位相曲線は一定で、位相余有角 135 度の点の周波数 ω_0 が変らないから τ_0 も一定で、したがって、一次系近似開回路伝達函数 $g(p)$ を

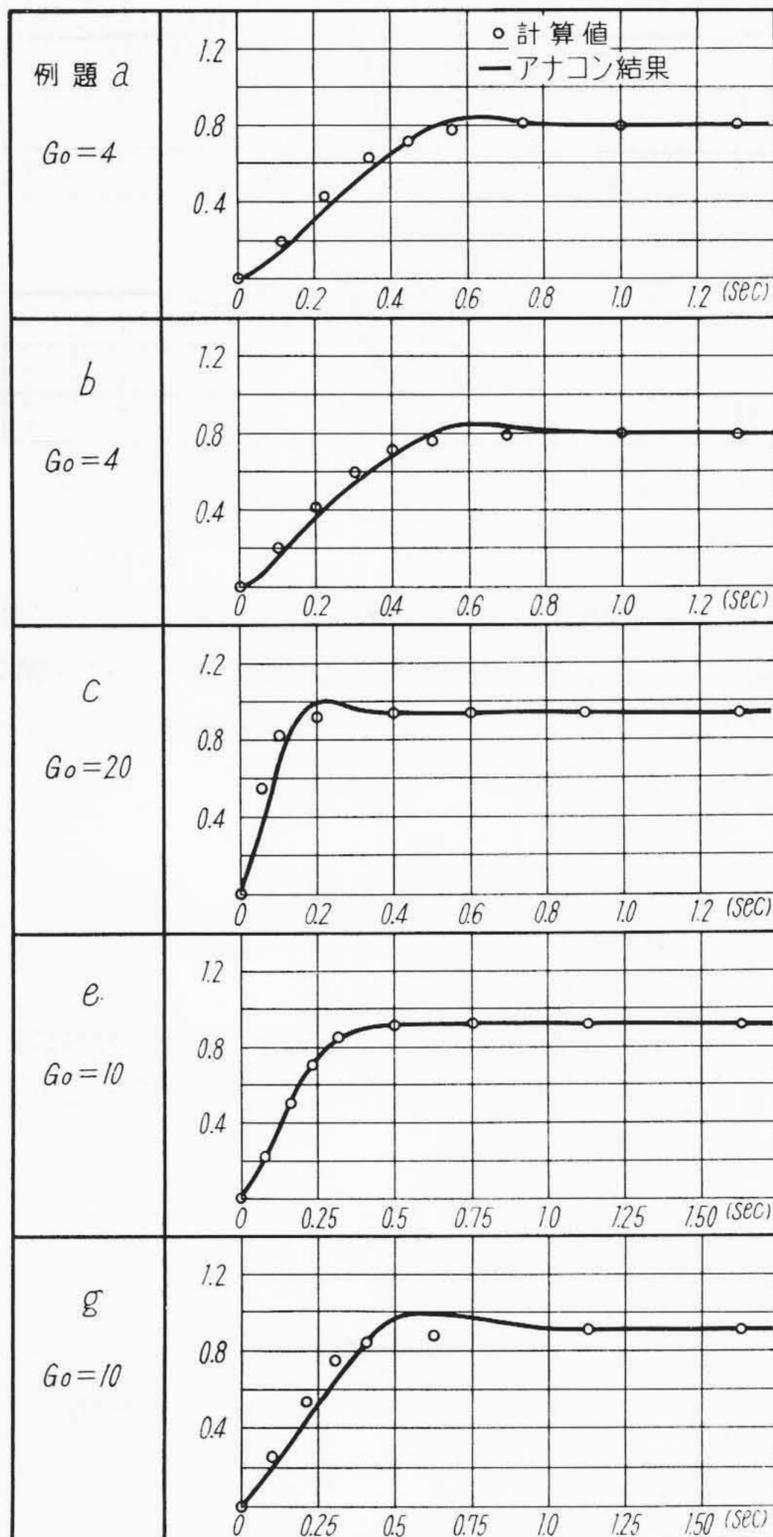
$$g(p) = \frac{G_0}{1 + \tau_0 p} \quad (\tau_0 = 1/\omega_0)$$

一次系近似閉回路伝達函数 $w(p)$ を

Bode 線図より自動制御系の一次および二次系近似式を得る方法

第2表 各種開回路伝達函数 $G(p)$ の二次臨界制動系近似式の表

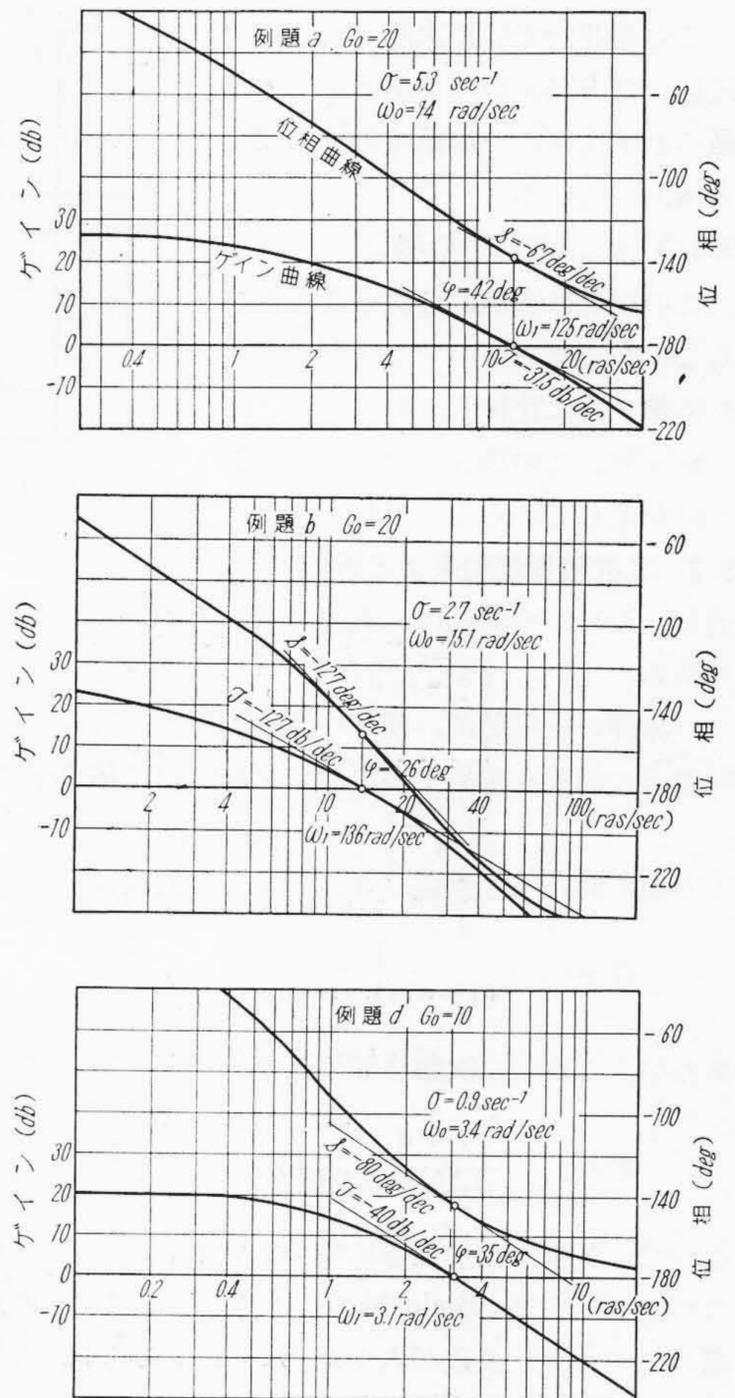
例題	$G(p)$	$1/\omega_0$	$g(p)$	$w(p)$	$a(t)$
(a)	$\frac{4}{(1+p)(1+0.1p)}$	1.2	$\frac{4}{(1+1.1p)(1+0.07p)}$	$\frac{0.8}{(1+0.11p)^2}$	$0.8\{1-\varepsilon^{-t/0.11}(1+t/0.11)\}$
(b)	$\frac{4}{(1+p)(1+0.05p)^2}$	1.05	$\frac{4}{(1+0.99p)(1+0.06p)}$	$\frac{0.8}{(1+0.10p)^2}$	$0.8\{1-\varepsilon^{-t/0.10}(1+t/0.10)\}$
(c)	$\frac{20(1+0.05p)}{(1+p)(1+0.1p)}$	1.06	$\frac{20}{(1+1.05p)(1+0.013p)}$	$\frac{0.95}{(1+0.125p)^2}$	$0.95\{1-\varepsilon^{-t/0.025}(1+t/0.025)\}$
(e)	$\frac{10(1+0.5p)}{(1+p)^2}$	1.6	$\frac{10}{(1+1.6p)(1+0.04p)}$	$\frac{0.91}{(1+0.073p)^2}$	$0.91\{1-\varepsilon^{-t/0.073}(1+t/0.073)\}$
(g)	$\frac{10(1+0.5p)^2}{(1+p)^3}$	2.2	$\frac{10}{(1+2.1p)(1+0.05p)}$	$\frac{0.91}{(1+0.096p)^2}$	$0.91\{1-\varepsilon^{-t/0.096}(1+t/0.096)\}$



第8図 $90 > \varphi \geq 1.8 | \mathcal{A} |$ の場合のアナコン結果と二次臨界制動系近似応答計算値との比較

$$w(p) = \frac{G_0 / (1 + G_0)}{1 + \tau_0 p / (1 + G_0)}$$

として求めることができるので、一次系近似式は G_0 が



備考：例題(f)の $G_0=4$ の場合の Bode 線図は第2図参照
第9図 $\varphi > 1.8 | \mathcal{A} |$ の各例題の Bode 線図

大となると近似度が悪くなるけれども存在しているのである。

3.1.1 $\varphi \geq 90^\circ$ の場合

この範囲内の実際の応答と一次系近似の応答を比較して示したのが第5図でよくあっている。

第 3 表 各種開回路伝達函数 $G(p)$ の二次振動系近似式の表

例題	$G(p)$	$g(p)$	$w(p)$	$a(t)$
(a)	$\frac{20}{(1+p)(1+0.1p)}$	$\frac{200}{p^2+11p+10}$	$\frac{0.95(5.3^2+14^2)}{(p+5.3)^2+14^2}$	$0.95\{1-1.07e^{-5.3t}\cos(14t-0.37)\}$
(b)	$\frac{20}{(1+p)(1+0.05p)^2}$	$\frac{220}{p^2+5.4p+11}$	$\frac{0.95(2.7^2+15^2)}{(p+2.7)^2+15^2}$	$0.95\{1-1.02e^{-2.7t}\cos(15t-0.17)\}$
(d)	$\frac{10}{(1+p)^2}$	$\frac{11}{p^2+1.8p+1.1}$	$\frac{0.91(0.9^2+3.4^2)}{(p+0.9)^2+3.4^2}$	$0.91\{1-1.04e^{-0.7t}\cos(3.4t-0.26)\}$
(f)	$\frac{4(1+0.5p)}{(1+p)^3}$	$\frac{2.3}{p^2+1.1p+0.58}$	$\frac{0.80(0.57^2+1.6^2)}{(p+0.57)^2+1.6^2}$	$0.80\{1-1.06e^{-0.57t}\cos(1.6t-0.35)\}$

3.1.2 $90^\circ > \varphi \geq 1.8|\mathcal{S}|$ の場合

この範囲内では二次臨界制動系で近似した方がよいのであるが、第 6 図に示すように一次系で近似しても大体あつている。

3.1.3 $\varphi < 1.8|\mathcal{S}|$ の場合

この場合は当然、一次系で近似することができないのであるが参考のため第 7 図に比較して示す。

これより、この場合も大体中心線的なものを示していることが知られる。

3.2 二次臨界制動系による近似

前記、3.1.2 の範囲は二次臨界制動系で近似しうる範囲である。

この範囲の各例題に、前章の理論式を適用し、二次臨界制動系近似式を求めて表にして示したのが第 2 表である。

この表において、例題 (a) のもとの函数は

$$G(p) = \frac{4}{(1+p)(1+0.1p)}$$

であるが、これを二次臨界制動系で近似したものは

$$g(p) = \frac{4}{(1+1.1p)(1+0.07p)}$$

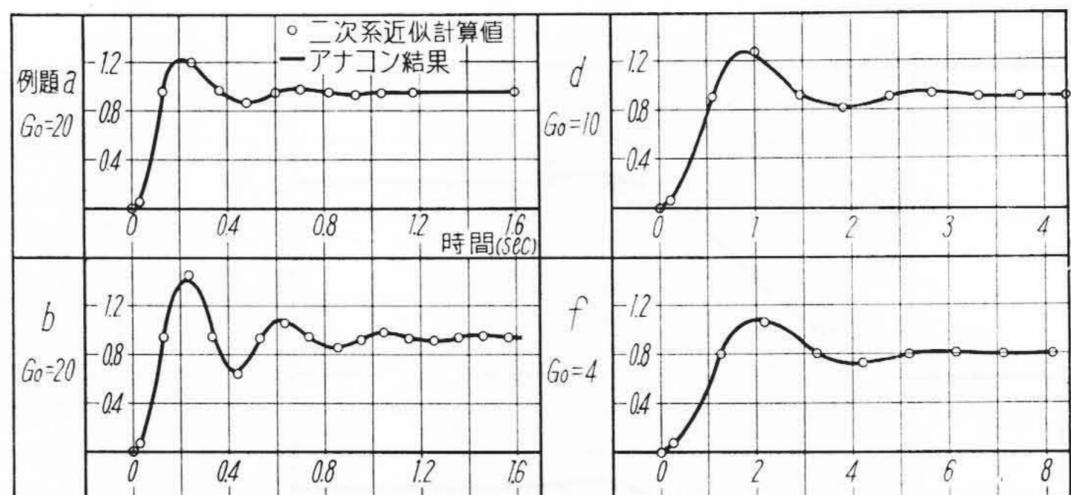
となつて、多少異なつた形になつている。

これは $G(p)$ を Bode 線図にかき、それから $g(p)$ を導きだす途中で誤差が入つたということのほかに、 $G(p)$ そのものが二次臨界制動系に近い形をしているけれども完全な二次臨界制動系でないため、それを二次臨界制動系で近似することにより生じた誤差も含まれている。

第 8 図は、もとの函数の過渡応答と二次臨界制動系近似式による過渡応答を比較したもので、よく近似されていることが知られる。

3.3 二次振動系による近似

前節、3.1.3 の範囲は二次振動系で近似すべき範囲で



第 10 図 $\varphi < 1.8|\mathcal{S}|$ の場合のアナコン結果と二次振動系近似応答との比較

ある。この範囲の各例題の Bode 線図が第 2 図および第 9 図で、これより、二次振動系近似式を求めたのが第 3 表である。この近似式とアナコン解析結果を比較して示したのが第 10 図でよく一致している。

4. 結 言

以上、Bode 線図より閉回路過渡応答の近似式をうる方法などについて述べた。

すなわち、任意の開回路伝達函数を Bode 線図にかいたとき、そのゲイン交点における位相余有 φ とゲイン曲線の傾斜 \mathcal{S} の間に、

$$\varphi \geq 90^\circ$$

なる関係があるときは一次系で、

$$1.8|\mathcal{S}| \leq \varphi < 90^\circ$$

なる関係があるときは二次臨界制動系で近似することができ、かつ、その近似式を総合増幅率 G_0 と位相角 -45 度の点の周波数 ω_0 を求めることによりえられ、また、

$$\varphi < 1.8|\mathcal{S}|$$

の関係があるときは、その過渡応答に振動が強くあらわれるので二次振動系で近似することができ、その近似式をゲイン交点の周波数 ω_1 、総合増幅率 G_0 、ゲイン交点におけるゲイン曲線および位相曲線の傾斜 \mathcal{S} 、 \mathcal{S} を求めることによりうることを述べ、さらに、いくつかの例題にこの方法を適用しアナコンの結果と比較

Bode 線図より自動制御系の一次および二次系近似式を得る方法

して示し、よく一致することを示した。

この研究に当り御指導、御激励を賜わつた東京大学生産技術研究所野村助教授、日立製作所日立研究所長三浦博士、副所長薮野博士ならびに小林博士に厚く御礼申上げる。

参 考 文 献

- (1) 小林：昭和 28 年電気三学会連大 (185)
- (2) Evans: T. A. I. E. E. 69 (1950)
- (3) 小野田：第 97 回自動制御研究集会資料(1958-2)
- (4) 小野田：自動制御 (昭 33)
- (5) 小野田：第 63 回自動制御研究集会資料(1954-9)



最近の日立製作所社員の自動制御に関する社外寄稿一覧

(その 2)

(第 4 頁より続く)

題 目	氏 名	誌 名	卷 号	頁	年 月	
水車調速機の取扱上の注意 発電所における電子管の応用	紛 沢 小 林	電 気 計 算 エレクトロニ シアン	20	12	147	27—12
			2	3		28—4
電子管式自動同期装置	比 良, 小 林	日 立 評 論	別冊第 3 号 電子管 および電子管応用特集号		131	28—7
調 速 機 最 近 の 諸 問 題 最近の水力発電所用自動制御装置	外 岡 川 井	機 械 学 会 誌 日 立 評 論	56	417	766	28—10
			別冊第 5 号 水力発電機器特集号		77	28—12
HTD 型自動電圧調整装置	広 吉	日 立 評 論	36	4	741	29—4
四国電力株式会社松尾川第一、二発電所自動周波数調整装置の現地試験	国近, 西堀, 小林 伊藤, 小沢, 平井	日 立 評 論	36	10	1,451	29—10
水力発電所の自動制御	小 林	才 一 ム	41	14	46	29—11
自動周波数制御	川 井	電 気 学 会 誌	75	796	36	30—1
佐久間発電所用制御装置	安藤, 広 吉 森 井	日 立 評 論	38	2	261	31—2
電気ガバナーについて	小 林	電 気 計 算	24	6	861	31—6
同期機電圧並びに周波数の自動調整	平 賀, 静 間	電 気 計 算	24	6	788	31—6
中国電力における系統自動制御の予備試験	村 田, 川 井 小 林	日 立 評 論	38	8	1,011	31—8
日立電気式水車調速機の現地試験	小 林, 紛 沢 近 野	日 立 評 論	38	10	1,225	31—10
中国電力株式会社潮発電所自動負荷周波数調整装置	大木, 大月, 竹村 小沢, 静間	日 立 評 論	39	3	317	32—3
最近における水車調速機の諸問題(その 1)	紛 沢, 山 口 海老名	日 立 評 論	39	5	533	32—5
最近における水車調速機の諸問題(その 2)	紛 沢, 山 口 海老名	日 立 評 論	39	8	849	32—8
磁気増幅器の発電所への応用	小 林	才 一 ム	44	10	1,099	32—8

(3) 火 力 発 電 機 器

題 目	氏 名	誌 名	卷 号	頁	年 月	
汽罐自動燃焼制御装置について	泉	火 力 発 電	3	2	466	27—3
最近における火力発電所用制御装置	齋 藤	日 立 評 論	34	11	1,259	27—11
自動燃焼制御について	吉 岡	熱 と 計 器	2	7	2	28—7
合理化された火力発電所の制御装置	森 山	日 立 評 論	別冊第 4 号 火力発電機器特集号		79	28—11
日立自動燃焼制御装置	泉, 北 川	日 立 評 論	別冊第 4 号 火力発電機器特集号		87	28—11
火力発電所における工業計器と特殊計器	辻 田	日 立 評 論	別冊第 4 号 火力発電機器特集号		97	28—11
蒸気タービンの調速機特性	糸 野	機 械 学 会 誌	58	436	369	30—5
油圧式調速装置(第 1 報)	糸 野	日 立 評 論	35	7	1,053	28—7
油圧式調速装置(第 2 報)	糸 野	日 立 評 論	35	8	1,189	28—8

(第 30 頁へ続く)