

電車用直角カルダン駆動装置に生ずる動荷重について

Dynamic Load on Cardan Driving Device of Electric Cars

高 井 昭*
Akira Takai

内 容 梗 概

電車に用いられる直角カルダン駆動装置には、走行中に歯車の噛合い以外に自在継手の折曲り角不同、プロペラ軸の不均衡質量、および台車枠と車軸間の上下方向の相対運動などによって、変動荷重が生ずる。本報告は駆動装置を、ピニオン軸、および歯車箱吊装置の防振ゴムをバネとする二自由度の振動系と考え、上記原因によって駆動装置に生ずる変動荷重を求める式を導き出し、室内実験によって共振振動数の検討を行い、共振振動数は導き出した式で計算すれば概略の値は求めうることを確かめたものである。

1. 緒 言

車両の高加速度が要求されるに従って、電車の駆動方式に減速比の大きい直角カルダン軸式が多く採用されている。電動機が大馬力、高速回転となると、回転部分の摩擦と車体のびびり振動を極力小さくするために、駆動装置に生ずる変動荷重を解析することが必要と考える。一般に歯車を用いる駆動装置では、歯の噛合誤差、歯の剛性の変化などのため、歯面に動荷重が生ずること、および軸に振り振動の生ずることはすでに解析されている^{(1)~(3)}。カルダン駆動装置にはもちろんこの種の変動荷重が生ずるが、これ以外に満員時、空車時の心皿荷重の相異によって自在継手の折曲り角が不同となる場合、プロペラ軸の不均衡質量のある場合、および台車枠と車軸間の上下方向の相対運動のある場合などに駆動軸に変動トルクを生じ、歯車箱吊りボルトを通して、変動荷重が台車枠に作用する。本報告は、以上の原因による変動荷重を解析したものである。

2. 理 論 計 算

2.1 理論計算の仮定

計算を簡単にするため、次の仮定を設けた。

- (1) 歯車の噛合部および継手の動力伝達部はすべて弾性結合している。これは十分大きい平均トルクの作用している場合に成立する。
- (2) ピニオン軸、プロペラ軸の慣性モーメントは、電機子、車輪の慣性モーメントに比して非常に小さいので無視する。また振りによる変形はプロペラ軸には生じないで、ピニオン軸にのみ生ずるとする。
- (3) プロペラ軸の不均衡質量は、2個の自在継手の部分に質点として配分する。
- (4) 電動機入力トルクは一定であり、車両は一定速度で走行しているものとする。

(5) 振動の減衰はないものとして扱う。

(6) 歯車の噛合誤差は、一歯一歯の噛合誤差によるものは考慮せず、ピニオンの累積ピッチ誤差または軸の偏心のごとく、ピニオン1回転に1回起るもののみを考え、この噛合誤差が正弦波であると仮定する。

(7) 車軸車輪は剛体と考える。

(8) 車輪の回転微小振動により、車輪の重心はこれに対応して前後方向に運動するが、車体、台車枠は動かないと考える。

(9) プロペラ軸両端の自在継手の折曲り角不同、プロペラ軸の不均衡質量、および歯車の噛合誤差のために生ずる変動荷重の計算には、台車枠は上下方向に動かないものと仮定する。一般に軸バネを使用した電車では、自在継手式プロペラ軸を用いる場合、駆動装置の固有振動数は電車の上下振動の二次の固有振動数の2~4倍となるから、この仮定で計算しても誤差は非常に小さい。また台車枠と車軸の上下方向の相対運動によって生ずる変動荷重の計算では、自在継手の折曲り、およびプロペラ軸の不均衡質量はないものと仮定する。上記いずれの場合も、自在継手の折曲り角度は変化するが、その量はきわめて小さく、これによって起る変動荷重は無視しうるから、折曲りの角度は一定として計算する。

2.2 記 号

第1図の駆動装置を第2図のごとき振動系と考え、記号を下記のごとく定める。

I_1 : 電機子の軸回りの慣性モーメント

I_2 : 車輪、車軸、および歯車の車軸回りの慣性モーメント

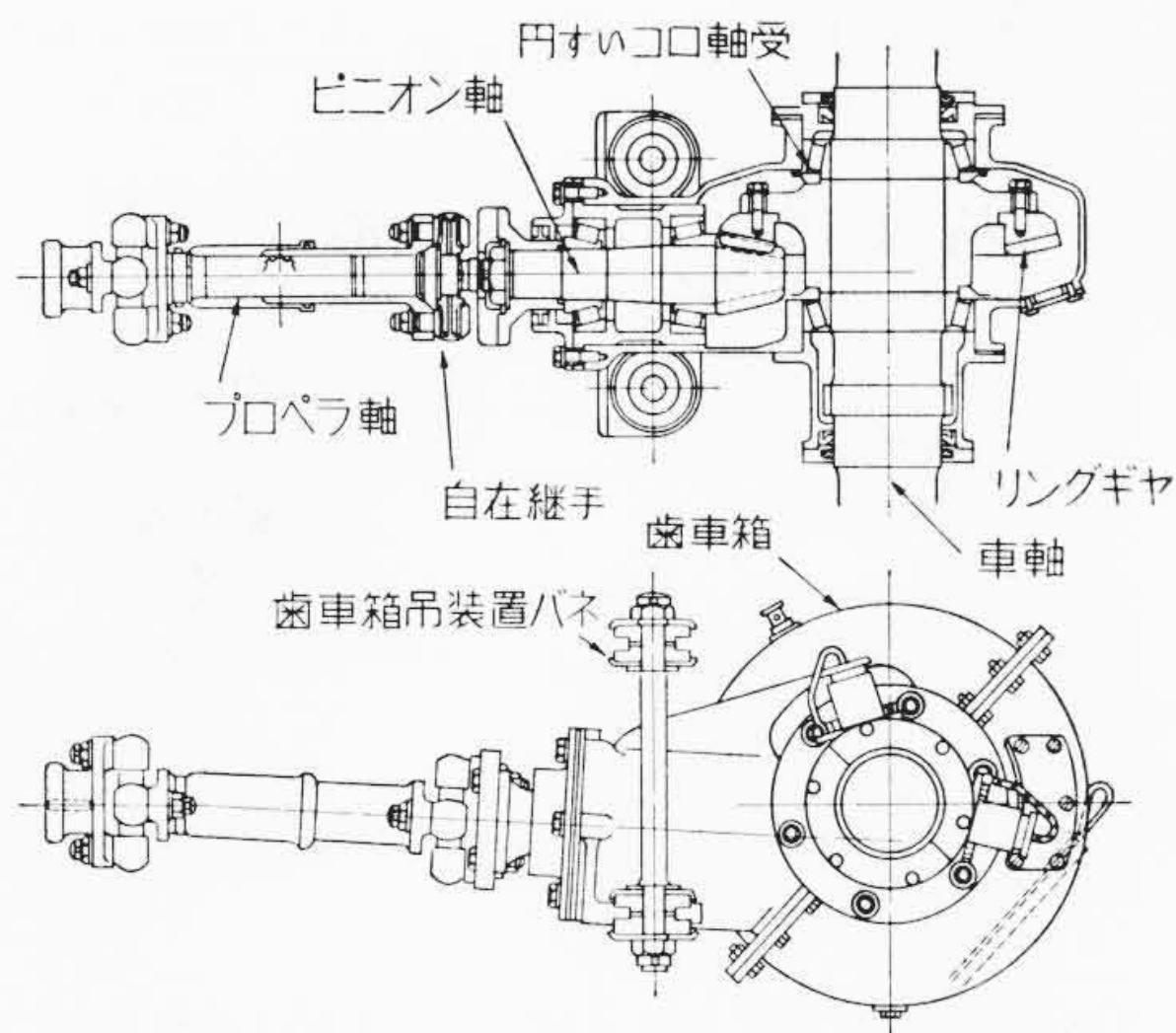
I_3 : 歯車箱の車軸中心回りの慣性モーメント

I_4 : プロペラ軸の電動機側自在継手の中心を通り紙面に直角な軸の回りの慣性モーメント

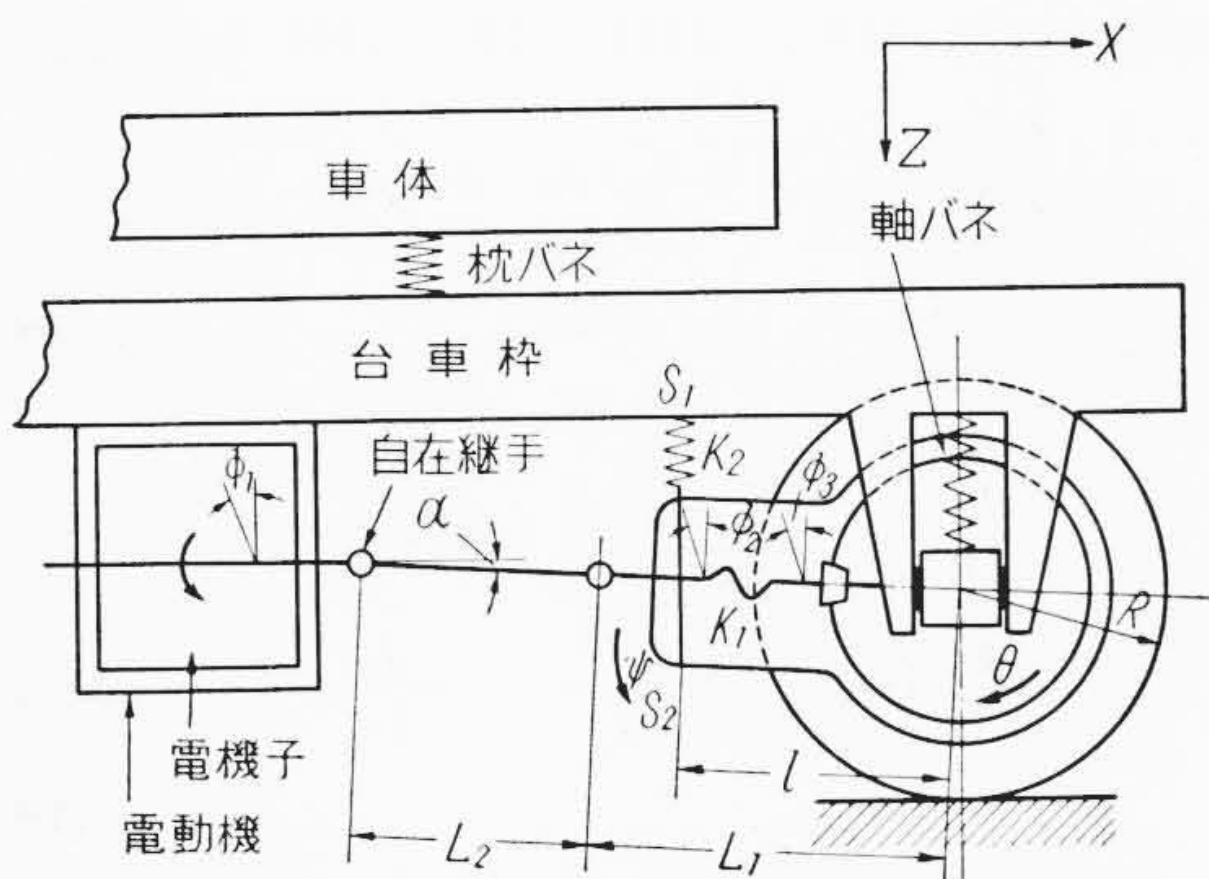
M_2 : 車軸および車輪の質量

M_3 : 歯車箱、ピニオン軸の質量(プロペラ軸質量の

* 日立製作所笠戸工場



第1図 カルダン駆動装置の一例



第2図 カルダン駆動装置の形成する振動系

約 $1/2$ を含む)

M_4 : プロペラ軸の不均衡質量のうち、歯車箱側の自在継手部分に質点として配分される質量

K_1 : ピニオン軸の振りバネ定数

K_2 : 歯車箱吊装置バネのバネ定数

ϕ_1 : 電機子の電動機軸回りの回転角

ϕ_2 : ピニオン軸の軸回りの回転角

ϕ_3 : 同上

θ : 車輪の車軸回りの回転角

ϕ : 歯車箱の車軸回りの回転角

X : 車輪の進行方向の変位

Z_1 : 台車枠の歯車箱支持点 S_1 の上下方向の変位

Z_2 : 歯車箱吊装置 S_2 点の上下方向の変位

l : 車軸中心と S_2 点との距離

L_1 : 車軸中心と歯車箱側の自在継手中心までの距離

L_2 : 自在継手間の距離

R : 車輪半径

r : M_4 の回転半径

τ : 電動機トルク

F : 車両の走行抵抗

n : 歯数比

2.3 変動荷重の算出

電動機、プロペラ軸、ピニオン軸、車輪および歯車箱が形成する振動系において、運動のエネルギーを T 、ポテンシャルエネルギーを U 、外力のなす仕事を W とすれば

$$T = \frac{1}{2} \left\{ I_1 \dot{\phi}_1^2 + I_2 \dot{\theta}^2 + \left(I_3 + I_4 \frac{L_1^2}{L_2^2} \right) \dot{\phi}^2 + (M_2 + M_3) \dot{X}^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$U = \frac{1}{2} \{ K_1 (\phi_2 - \phi_3)^2 + K_2 (Z_2 - Z_1)^2 \} \quad \dots\dots (2)$$

$$W = \tau \phi_1 - FX + \frac{L_1}{l} M_4 r \omega^2 \sin(\omega t + \xi_1) Z_2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに $M_4 r \omega^2 \sin(\omega t + \xi_1)$ は M_4 によって生ずる遠心力の Z 方向の分力で、第1図のごとく歯車箱は車軸回りの回転運動のみ許される構造となっているから、 Z 方向のみの分力をとっている。 ξ_1 は M_4 の位相を表わす角度である。

一般には電動機軸とピニオン軸とは必ずしも同一平面上にはないが、2個の自在継手を用いて2軸が運動を伝える場合、運動のみを考えれば、電動機軸とピニオン軸が1個の自在継手をもって連結されたかのごとく考えることができる。かくのごとく考えた場合の電動機軸とピニオン軸の仮想の交角を本文では自在継手の等価折曲り角とよび、 α で表わすと

$$\tan \phi_1 = \cos \alpha \tan \phi_2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。また歯車の噛合誤差のため、一定回転するリングギヤに対してピニオンに $\varepsilon \sin \omega t$ だけ遅速ができるとすれば

$$\phi_3 = n(\theta + \phi) - \varepsilon \sin(\omega t + \xi_2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。式中の ξ_2 は噛合誤差の位相角である。

車輪とレール間にすべりもクリープ⁽⁴⁾も起らないと仮定すれば

$$\theta R = X \quad \dots\dots\dots (6)$$

歯車箱吊装置のバネ(防振ゴム)の撓みが小さい場合は近似的に

$$\phi = \frac{Z_2}{l} \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおくことができる。(4)を微分して(8)をうる。

$$\dot{\phi}_1 = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \phi_2} \dot{\phi}_2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

自在継手の等価折曲り角、プロペラ軸の不均衡質量および歯車の噛合誤差によって生ずる変動荷重を求める場合は、台車枠を固定して考えるから Z_1 は 0 である。

(6), (7)を微分し、(5), (6), (7), (8)とともに(1), (2), (3)式に代入し、 T , U , W を一般座標

ϕ_2, ϕ_3, Z_2 で表わし、これらをラグランジュの運動方程式に代入すれば

$$\frac{I_1 \cos^2 \alpha}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \phi_2)^2} \ddot{\phi}_2 - \frac{I_1 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \sin 2\phi_2}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \phi_2)^3} \dot{\phi}_2^2 + K_1 (\phi_2 - \phi_3) = \tau \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \phi_2} \dots (9)$$

$$\frac{I_2'}{n^2} \ddot{\phi}_3 - \frac{I_2'}{ln} \ddot{Z}_2 - K_1 (\phi_2 - \phi_3) = -\frac{FR}{n} - \frac{I_2'}{n^2} \omega^2 \varepsilon \sin(\omega t + \xi_2) \dots (10)$$

$$-\frac{I_2'}{ln} \ddot{\phi}_3 + \frac{I_2' + I_3'}{l^2} \ddot{Z}_2 + K_2 Z_2 = \frac{FR}{l} - \frac{I_2'}{ln} \omega^2 \varepsilon \sin(\omega t + \xi_2) + \frac{L_1}{l} M_4 r \omega^2 \sin(\omega t + \xi_1) \dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } I_2' &= I_2 + (M_2 + M_3) R^2 \\ I_3' &= I_3 + I_4 \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

をうる。

$\dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$ の平均速度は電動機平均角速度 ω に等しいから、 φ_2, φ_3 をピニオン軸の微小変動角として

$$\left. \begin{aligned} \phi_2 &= \omega t + \varphi_2 \\ \phi_3 &= \omega t + \varphi_3 - D_1 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

で表わし、 Z_2 についても同様に、平均のバネ変位 D_2 と微小変動する変位 z の和として

$$Z_2 = D_2 + z \dots (14)$$

で表わせば、ピニオン軸の1回転中の平均トルクは τ であるから、(13), (14) 式中の D_1, D_2 は τ によるピニオンの振り角、および歯車箱吊装置バネの撓みとなる。

$$D_1 = \frac{\tau}{K_1} \dots (15)$$

$$D_2 = \frac{FR}{lK_2} \dots (16)$$

いま φ_2, φ_3 は非常に小さいから

$$(\phi_2)^2 \div 0 \quad \sin \phi_2 \div \sin \omega t \quad \cos \phi_2 \div \cos \omega t$$

とすれば、(9) は次のごとくなる。

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\phi}_2 - I_1 \frac{\omega^2 \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t} \sin 2\omega t - 2 I_1 \omega \frac{\sin^2 \alpha \sin 2\omega t}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t} \dot{\phi}_2 + \frac{K_1 (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t)^2}{\cos^2 \alpha} (\varphi_2 - \varphi_3 + D_1) \\ = \tau \frac{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

α の小さい範囲では、左辺第2項は $I_1 \omega^2 \sin^2 \alpha \sin 2\omega t$ 、第3項はこれを省略した場合としない場合では、 $\alpha = 5^\circ$ として数値計算した結果では共振振動数においてもまた共振点以外の振幅においても、その差は2%程度であるから、この項を省略し、第4項および右辺は

$$\frac{K_1 (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t)^2}{\cos^2 \alpha} \div K_1 \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t}{\cos^2 \alpha} = K_1 \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cos 2\phi_2 \right) \div K_1$$

$$\begin{aligned} \tau \frac{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \omega t}{\cos \alpha} \div \tau \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2} + \frac{\sin^2 \alpha}{2} \cos 2\omega t}{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2}} \\ \div \tau - \tau \frac{\sin^2 \alpha}{2} \cos 2\omega t \end{aligned}$$

として、(9) を次のごとく書くことができる。

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\phi}_2 + K_1 (\varphi_2 - \varphi_3) \\ = I_1 \omega^2 \sin^2 \alpha \sin 2\omega t + \frac{\tau}{2} \sin^2 \alpha \cos 2\omega t \end{aligned} \dots (17)$$

同様にして、(10), (11) に (13) ~ (16) を代入し

$$\begin{aligned} \frac{I_2'}{n^2} \ddot{\phi}_3 - \frac{I_2'}{ln} \ddot{z} - K_1 (\varphi_2 - \varphi_3) \\ = -\frac{I_2'}{n^2} \omega^2 \varepsilon \sin(\omega t + \xi_2) \end{aligned} \dots (18)$$

$$\begin{aligned} -\frac{I_2'}{ln} \ddot{\phi}_3 + \frac{I_2' + I_3'}{l^2} \ddot{z} + K_2 z \\ = \frac{L_1}{l} M_4 r \omega^2 \sin(\omega t + \xi_1) - \frac{I_2'}{ln} \omega^2 \varepsilon \sin(\omega t + \xi_2) \end{aligned} \dots (19)$$

をうる。いま φ_2, φ_3, z を $A \sin 2\omega t + B \cos 2\omega t + C \sin(\omega t + \xi_1) + D \sin(\omega t + \xi_2)$ なる形で表わし、プロペラ軸変動トルクおよび歯車箱吊ボルトを通して台車枠に伝えられる変動荷重（本文では歯車箱吊ボルト変動荷重とよぶ）を求めると

$$\begin{aligned} K_1 (\varphi_2 - \varphi_3) &= -K_1 \frac{\omega^2 \sin^2 \alpha \left(4\omega^2 - K_2 \frac{l^2}{I_3'} \right)}{(4\omega^2 - p_1^2)(4\omega^2 - p_2^2)} \\ \sin 2\omega t - K_1 \frac{\tau \sin^2 \alpha \left(4\omega^2 - K_2 \frac{l^2}{I_3'} \right)}{2 I_1 (4\omega^2 - p_1^2)(4\omega^2 - p_2^2)} \cos 2\omega t \\ &+ \frac{K_1 L_1 n M_4 r \omega^4}{I_3' (\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2)} \sin(\omega t + \xi_1) \\ &+ K_1 \frac{\varepsilon \omega^2 \left(\omega^2 - K_2 \frac{l^2}{I_3'} \right)}{(\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2)} \sin(\omega t + \xi_2) \dots (20) \\ K_2 z &= K_2 K_1 \frac{l n \omega^2 \sin^2 \alpha}{I_3' (4\omega^2 - p_1^2)(4\omega^2 - p_2^2)} \sin 2\omega t \\ &+ K_2 K_1 \frac{\tau l n \sin^2 \alpha}{2 I_1 I_3' (4\omega^2 - p_1^2)(4\omega^2 - p_2^2)} \cos 2\omega t \\ &- K_2 \frac{L_1 l M_4 r \omega^2 \left\{ \omega^2 - K_1 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2'} \right) \right\}}{I_3' (\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2)} \\ \sin(\omega t + \xi_1) - K_2 K_1 \frac{\varepsilon \omega^2 l n}{I_3' (\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2)} \\ \sin(\omega t + \xi_2) \dots (21) \end{aligned}$$

として与えられる。ここに p_1, p_2 は (17), (18), (19) 式
の特性方程式を満足する 0 ならざる 2 根であり、次式で
示される。

$$\begin{aligned} \frac{p_1^2}{p_2^2} = & \frac{1}{2} \left[K_1 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{n^2}{I_2'} + \frac{n^2}{I_3'} \right) + K_2 \frac{l^2}{I_3'} \right. \\ & \left. \mp \sqrt{\left\{ K_1 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{n^2}{I_2'} + \frac{n^2}{I_3'} \right) + K_2 \frac{l^2}{I_3'} \right\}^2 - 4K_1 K_2 \frac{l^2}{I_3'} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{n^2}{I_2'} \right)} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

(20), (21) 変動トルクおよび変動荷重のうち右辺の第
1 項は、自在継手の等価折曲り角度のため慣性力によっ
て生ずるものであり、第 2 項は伝達トルクの変動によっ
て生ずるものである。また第 3 項はプロペラ軸の不均衡
質量により、第 4 項は歯車の噛合誤差によって生ずるも
のである。

台車枠と車軸間の上下方向の相対運動によっても変動
荷重が生ずる。仮定により、この場合は自在継手に折曲
りがなく、噛合誤差、プロペラ軸不均衡質量もないとし
て、前と同様ラグランジュの運動方程式に代入し、演算
子 $\frac{d}{dt} = p$ を用うると、運動方程式は下記のごとくなる。

$$(I_1 p^2 + K_1) \varphi_2 - K_1 \varphi_3 = 0 \quad (23)$$

$$-K_1 \varphi_2 + \left(K_1 + \frac{I_2'}{n^2} p^2 \right) \varphi_3 - \frac{I_2'}{ln} p^2 z = 0 \quad (24)$$

$$-\frac{I_2'}{ln} p^2 \varphi_3 + \left(K_2 + \frac{I_2' + I_3'}{l^2} p^2 \right) z = K_2 Z_1 \quad (25)$$

車両がレールの継目などを通過する際、車軸と台車枠
の歯車箱支持点 S_1 間に起る上下方向の相対運動を角速
度 ν なる過渡現象として

$$Z_1 = 1(t) \sin \nu t = 1(t) \frac{p\nu}{p^2 + \nu^2} \quad (26)$$

なる形と仮定し、変動荷重を求める。

$$\begin{aligned} K_1(\varphi_2 - \varphi_3) = & K_1 K_2 \frac{nl}{I_3'} 1(t) \left\{ \frac{\nu p_1 \sin p_1 t}{(p_1^2 - p_2^2)(p_1^2 - \nu^2)} \right. \\ & \left. - \frac{\nu p_2 \sin p_2 t}{(p_1^2 - p_2^2)(p_2^2 - \nu^2)} + \frac{\nu^2 \sin \nu t}{(p_1^2 - \nu^2)(p_2^2 - \nu^2)} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

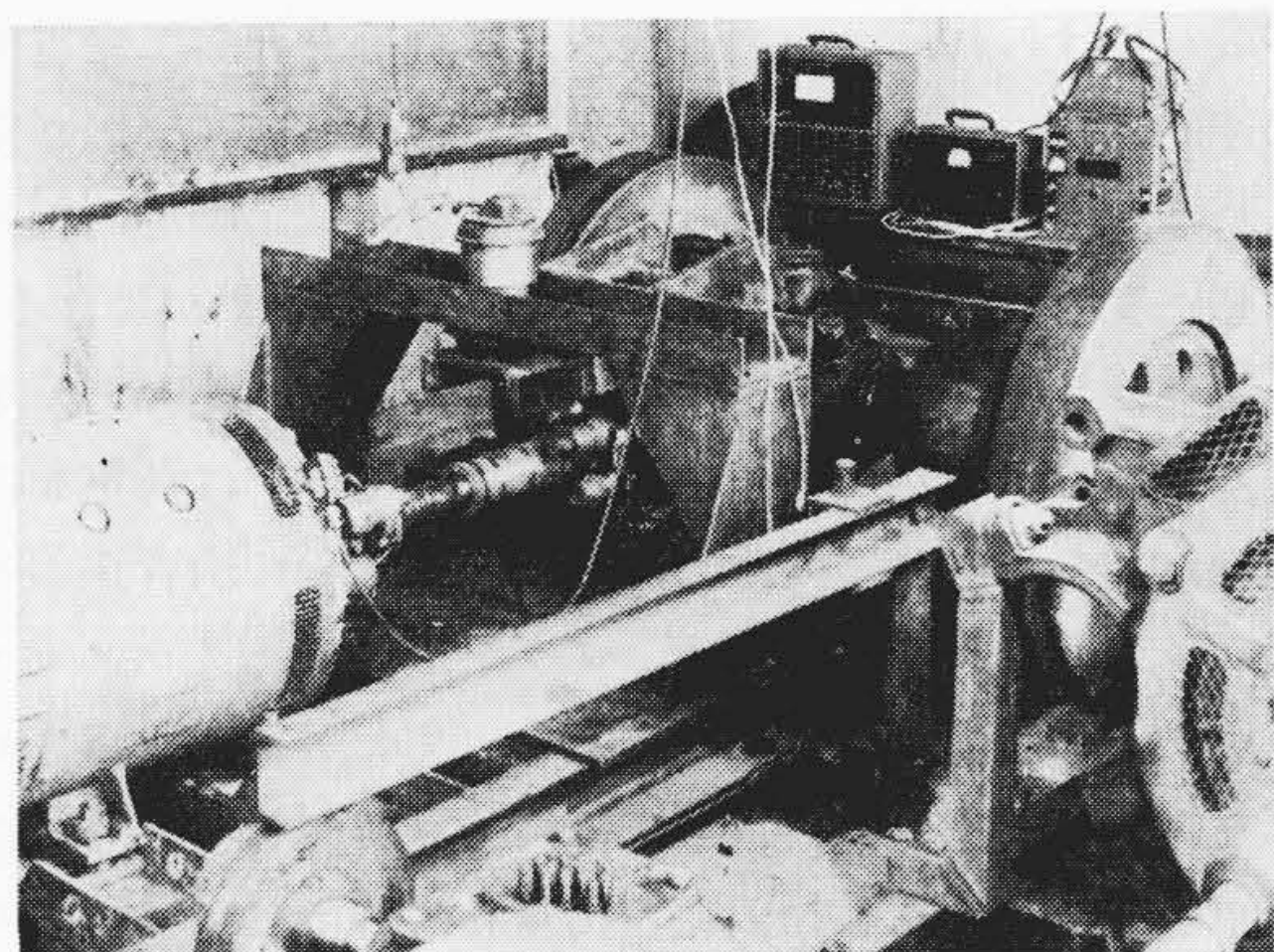
$$\begin{aligned} K_2(z - Z_1) = & K_2 1(t) \left\{ \frac{\nu p_1(p_1^2 - \lambda^2) \sin p_1 t}{(p_1^2 - p_2^2)(p_1^2 - \nu^2)} \right. \\ & \left. - \frac{\nu p_2(p_2^2 - \lambda^2) \sin p_2 t}{(p_1^2 - p_2^2)(p_2^2 - \nu^2)} + \frac{\nu^2(\nu^2 - \lambda^2) \sin \nu t}{(p_1^2 - \nu^2)(p_2^2 - \nu^2)} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\text{ただし } \lambda^2 = K_1 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{n^2}{I_2'} + \frac{n^2}{I_3'} \right)$$

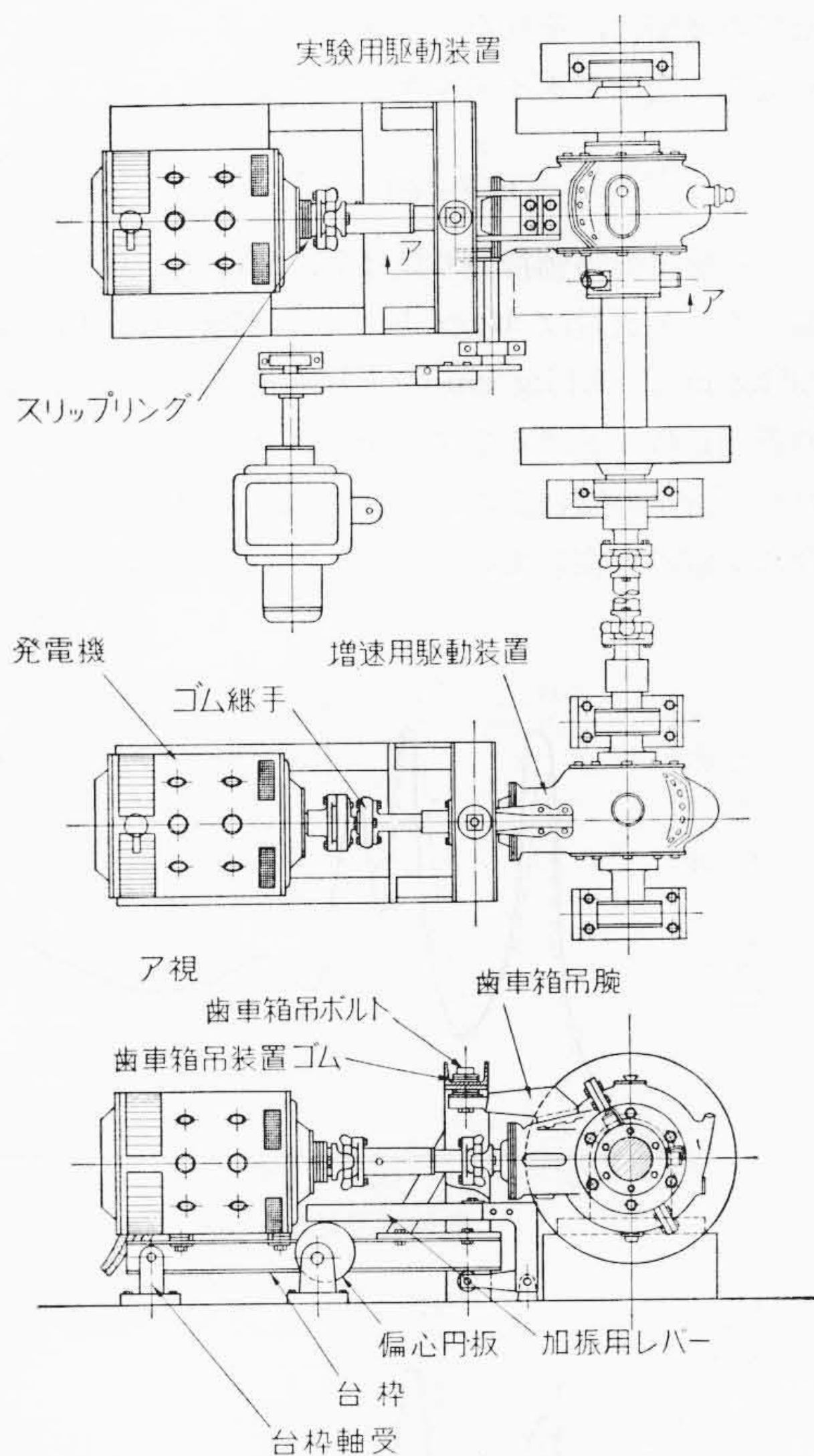
3. 実 験

3.1 実験の方法

以上の理論計算の仮定を検討するため、75kW の直角



第 3 図 直角カルダン駆動装置実験装置



第 4 図 直角カルダン駆動装置実験装置

カルダン駆動装置について、実験室において自在継手の
等価折曲り角、プロペラ軸の不均衡質量、歯車の噛合誤
差を与えた場合および現車の台車枠に相当する部分を急
激に下降運動させた場合の変動荷重を実測し、主として
共振振動数について検討を加えた。

試験装置は第 3, 4 図に示すごとく、車輪を大地から
離した形で車軸が支えられている。車軸には別の増速機

が取り付けられ、この増速機はゴム継手を介して発電機に連結され、これによって駆動装置に負荷トルクが与えられる。実験用駆動装置を支持する台枠は、偏心円板の回転により、台枠用軸受の回りにわずかの揺動ができる。

プロペラ軸および歯車箱吊ボルトにはひずみゲージをはり、これによってその部分のトルクあるいは荷重を測定した。トルク測定のため、電動機軸継手に燐青銅製のスリップリングを取り付け、ブラシには銀、グラファイト製のものを使用した。駆動試験に先だって、まずプロペラ軸、ピニオン軸の捩り剛性 K_1 を実測した。これには車輪および歯車箱の回転を拘束し、電動機継手に捩りモーメント τ を与え、車軸、電動機軸、プロペラ軸および歯車箱の回転角を測定して(30)式により算出した。回転角の測定は、それぞれの部分にレバーを固定し、レバー先端の変位をダイヤルゲージで読んだ。

$$K_1 = \frac{\tau}{\phi_1 - n(\theta + \phi)} \dots \dots \dots (30)$$

自在継手の等価折曲り角は $7^\circ, 5.5^\circ, 3^\circ, 0^\circ$ 、プロペラ軸の不平衡質量は $M_4 gr$ として $1.9 \text{ kg-cm}, 1 \text{ kg-cm}, 0.6 \text{ kg-cm}, 0.1 \text{ kg-cm}$ をそれぞれ単独に与え、電動機の各回転数におけるひずみをオシログラムで記録した。ただし歯車の噛合誤差は装置特有のもので、いずれの場合にも常に存在している。これらの実測は、台枠を固定

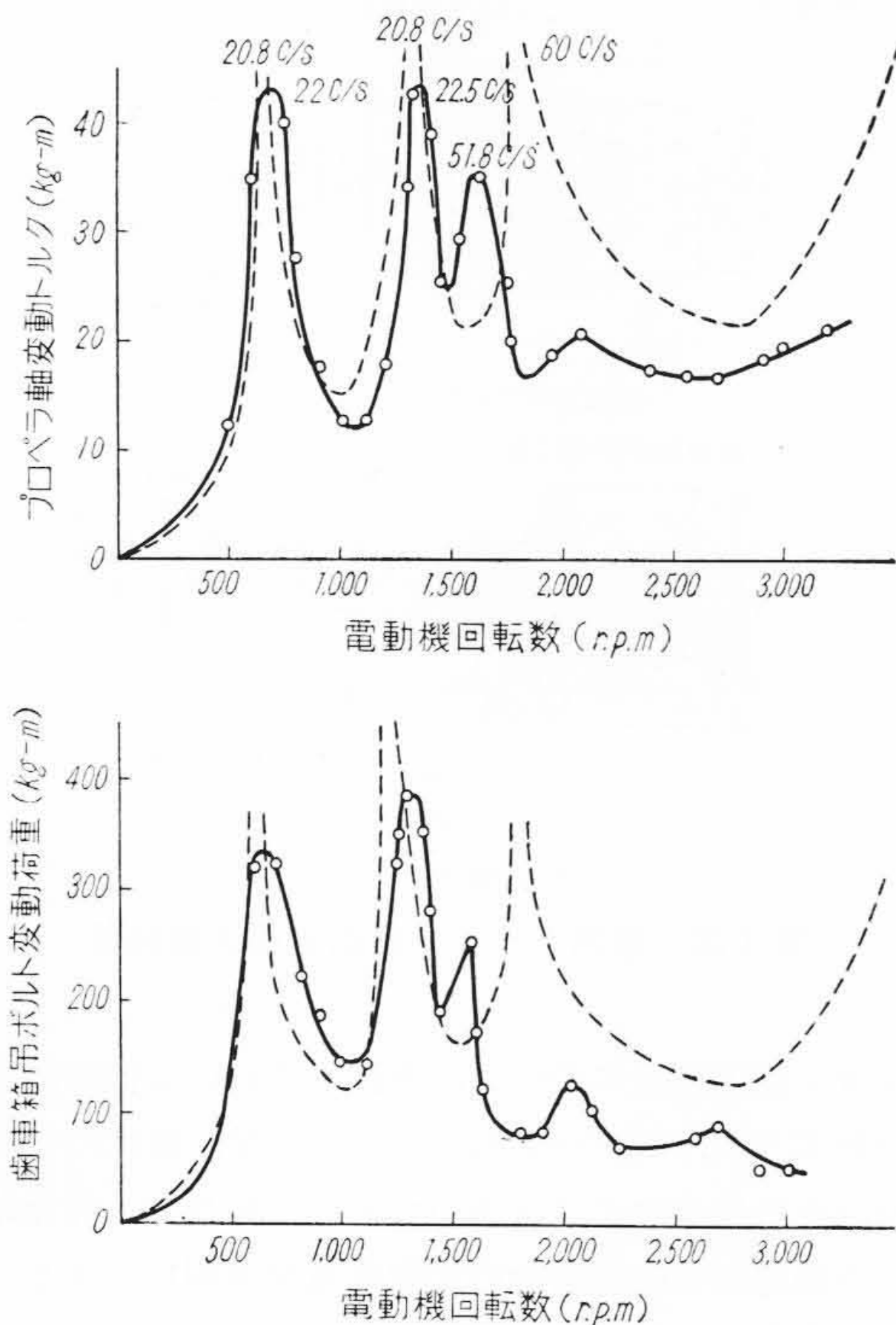
して行った。また、試験装置の台枠に回転を許して、偏心円板を急に回転させ、または円板とレバーの間にクサビを入れ、これを急激にはずして回転させ、それぞれの場合の変動トルクを実測した。この場合電動機回転数は 200 rpm としている。

3.2 試験結果および検討

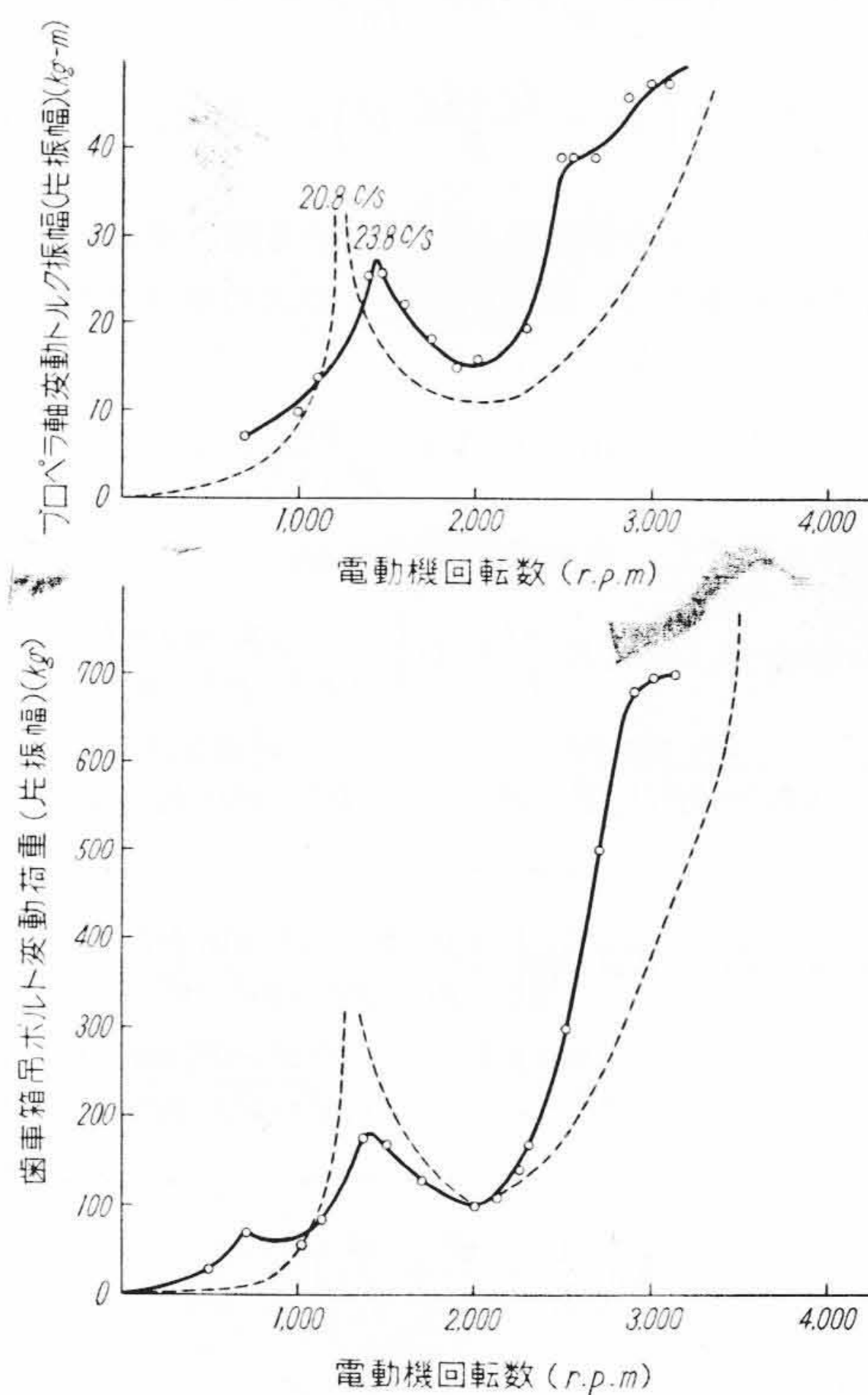
試験結果の一例を第5～7図に示した。振幅は片振幅をとり、オシログラムの上で平均トルクから歯の噛み合う方向に触れた値をとっている。図中の点線は計算値である。計算に用いた諸常数は下記のごとくである。

$I_1 g$:	4.7 kgm^2	n :	$50/8$
$I_2 g$:	88.3 kgm^2	l :	800 mm
$I_3' g$:	36.6 kgm^2	L_1 :	620 mm
K_1 :	$4,600 \text{ kgm/rad}$		
K_2 :	470 kg/mm		

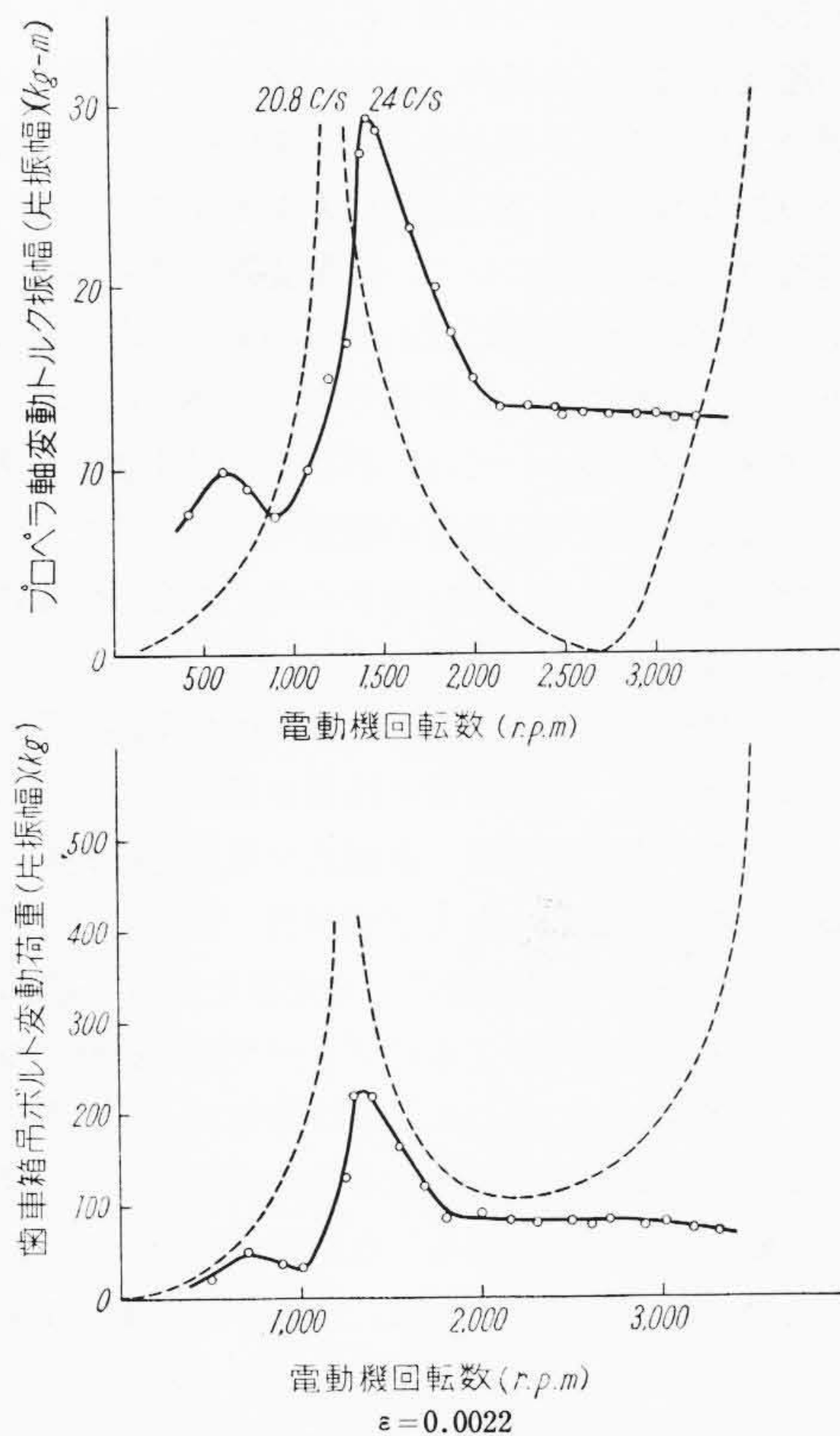
ただし、室内実験においては、軸の回転に伴う車輪、車軸、歯車箱の並進運動がないから、(20)～(22)式において $I_2' = I_2$ としている。第8図は共振点における変動トルクおよび変動荷重のオシログラムである。なお歯車の噛合誤差は、近似的に $0.0022 \sin \omega t$ とみなしうる実測結果を得ているのでこれを計算に用いた。



第5図 自在継手の等価折曲り角および歯車の噛合誤差によって生ずるプロペラ軸変動トルクと歯車箱吊ボルト荷重



第6図 プロペラ軸の不平衡質量および歯車の噛合誤差によって生ずるプロペラ軸変動トルクと歯車箱吊ボルト変動荷重



第7図 歯車の噛合誤差によるプロペラ軸変動トルクおよび歯車箱吊ボルト変動荷重

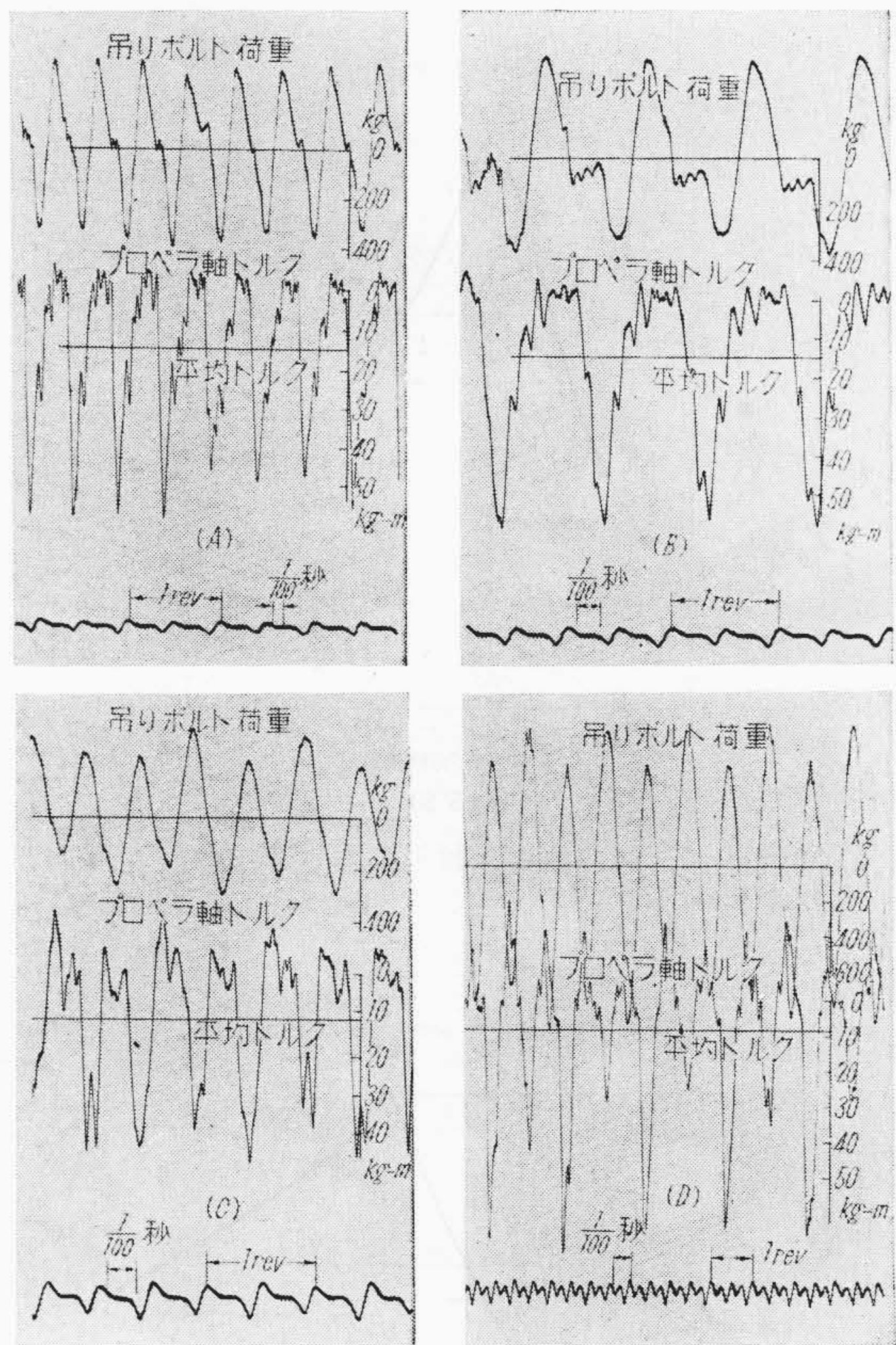
第1表 台枠を急激に下降させた場合にプロペラ軸に生ずるトルク

最大変位量 (mm)	1	1	0.25
変位終了までの時間 (s)	0.167	0.029	0.0046
プロペラ軸トルク実測値 (kg-m)	1.2	8.5	7.35
プロペラ軸トルク計算値 (kg-m)	1.5	10.3	7.7

第1表に台枠を急激に回転させた場合のプロペラ軸トルクの実測値と計算値を示した。計算は変位を正弦波として、最初の1/4周期間の最大値をとっている。

第9図は等価折曲り角を与えて、一次の共振点付近の変動荷重を詳細に測定した例であり、第10図はピニオン軸継手に不平衡質量を与えた場合の、歯車箱と吊装置防振ゴムのみで形成する振動系における共振点付近の変動荷重の実測値である。

以上の実験から求められた共振振動数は22~24 c/sおよび48~52 c/s、計算値は20.8 c/sおよび60 c/sで一次の共振点において両者に10%内外、二次の共振点で約17%の差がある。共振時には、オシログラムの示すごとく、変動トルクの波形が平均トルクの線に対し非対称でしかも変動トルクが0となっている。このことから、室内実験では共振時に歯の噛合がはずれることは明らかであり、また減衰の影響をも考慮していないことなどのため、計算値と実測値に差を生じたものと考えられる。実測結

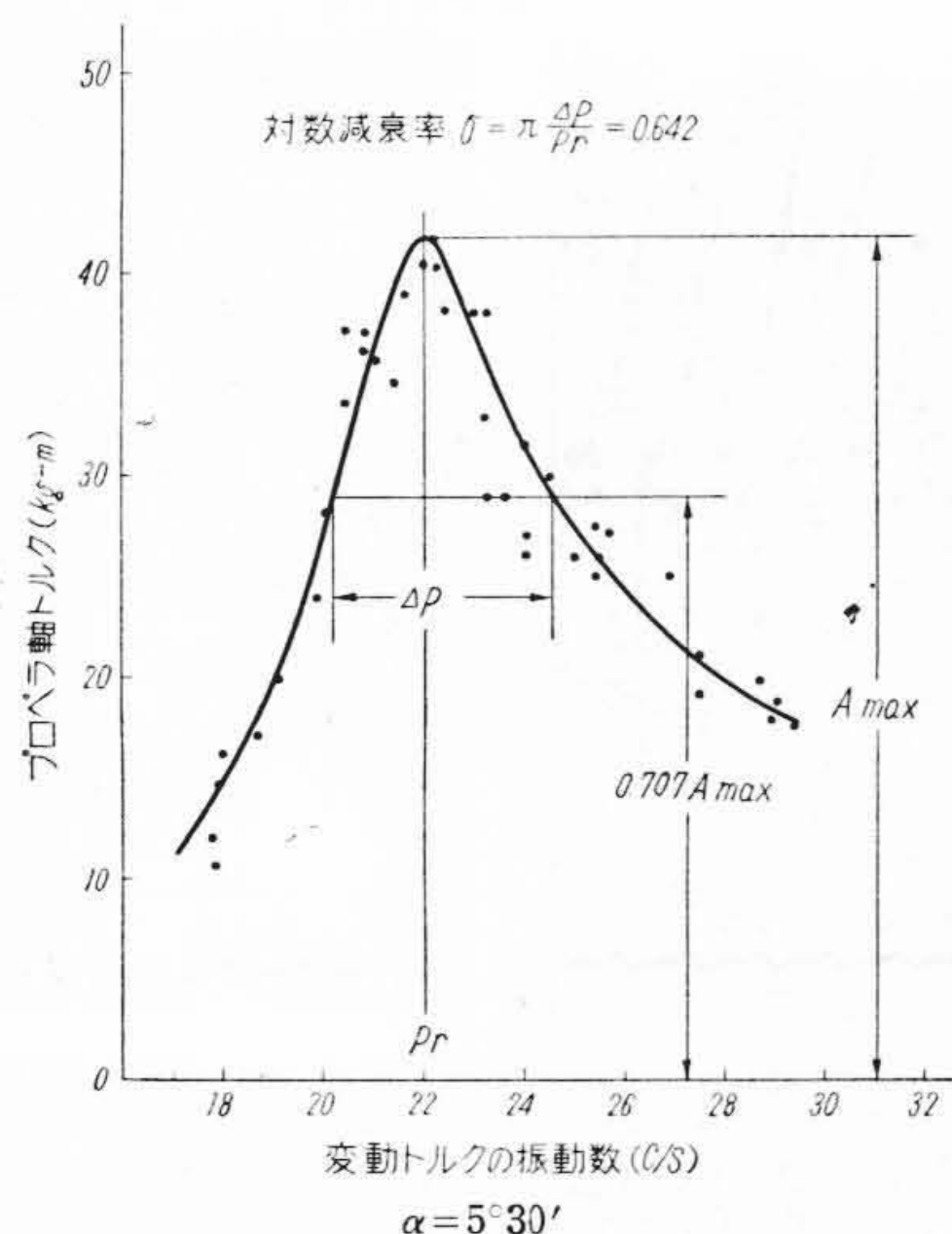


(A): $\alpha=7^\circ$, 自在接手等価折曲り角による一次の共振
(B): $\alpha=7^\circ$, 噛合誤差による一次の共振
(C): $\alpha=7^\circ$, 自在接手等価折曲り角による二次の共振
(D): $\alpha=0$, $M_{igr}=1.9 \text{ kgcm}$, 不平衡質量による二次の共振

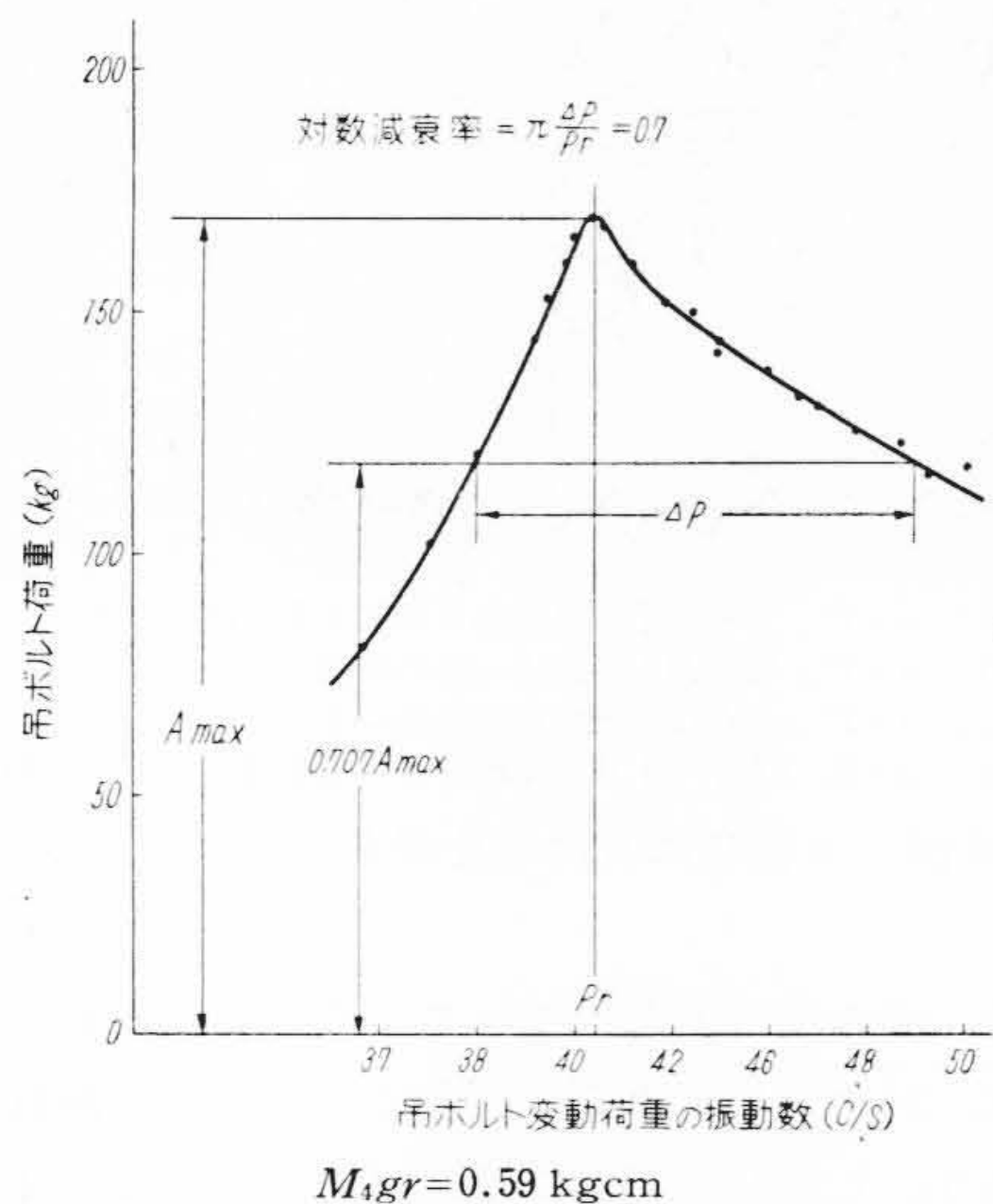
第8図 共振時における変動荷重のオシログラム

果では、歯の噛合誤差によって二次の共振が起っていないのは、わずかの歯車箱の振動によって歯が離れるためであろう。しかし実用的には、プロペラ軸ピニオン軸の振り剛性を簡単に実測した程度で、共振振動数が計算できることはいえる。したがって共振振動数に関しては、前記解析の仮定は、室内実験の条件内では妥当であると考えられる。

共振点以外の点においては、変動荷重は計算値と実測値は一致しないが、これは共振点の相異によるのみではなく、減衰の影響や、歯車の離れることの影響がはいっていると考える。たとえば第7図において、一次の共振点より高い周波数で歯車箱吊ボルト変動荷重の実測値が計算値より小さく、プロペラ軸変動トルクはその逆になっているのはこのためであろう。したがって、この理論計算によって共振点以外の変動荷重が計算できるわけではなく、共振点の計算以外には、変動荷重を定性的に説明するにとどまっている。変動荷重の大きさはもちろん共振点において最大であるから、共振が避けられない場合伝達率を推定すれば(20), (21)式から変動荷重は計算



第9図 一次の共振点付近におけるプロペラ軸変動トルク



第10図 1自由度とした場合の遠心荷重によって歯車箱吊ボルトに生ずる変動荷重

できる。

第9、10図は伝達率を示す一例であるが、減衰が速度に比例すると考え、共振曲線から対数減衰率を求め、共振時の伝達率を計算すれば⁽⁵⁾、一次の共振においては計算値4.8に対し実測値3.85となる。また第10図から同様にして計算値と実測値とを比較すると5.8に対し5.5となる。これが二次の共振における伝達率を示すと考えられるが、この程度の差が実用にさしつかえないとして、ほかの歯車箱についても実測した結果によれば、測定範囲内では一次の共振で伝達率は3.5～5、二次の共振では3～6を得ている。

4. 結 言

以上電車のカルダン駆動装置を2自由度の振動系とし

て取り扱い、自在継手の折曲りにより電動機軸とピニオン軸が速度不同となる場合、プロペラ軸に不平衡質量のある場合、ピニオンに偏心のごとき1回転に1回起る噛合誤差のある場合、および台車枠と車軸間に上下方向の相対運動のある場合について、駆動装置のプロペラ軸の変動トルクおよび台車枠に伝わる変動荷重を求める式を導き出した。実験において計算の仮定を検討したが、特に共振振動数については、計算値と実測値が一次で10%、二次で20%内外の誤差の範囲では合っており、特に厳密な計算を必要としない場合には、本文の仮定に基いた式で計算できることが確かめられた。

現在の変動荷重の解析からすべて変動荷重が計算できるまでには至らず、変動荷重の性質を明らかにすることとどまっている。定性的には、共振点が常用運転範囲にはいらぬようにすること、および強制力、強制変位を小さくするために、歯車箱吊装置のバネ定数を適当に選び、歯車箱支持方法を考えるとともにプロペラ軸の動的平衡をとること、ピニオンの偏心あるいは累積ピッチ誤差のごとき、ピニオン1回転に1回起る噛合誤差を小さくすることの必要性を示唆している。なお特に噛合誤差として上記のもののみ考えているのは、誤差の量が1歯1歯のものよりも大きく、系の振り振動の強制力になりやすいと考えたためであり、一次の固有振動数が低ければ、当然リングギヤの累積ピッチ誤差も考慮する必要のあることはもちろんである。

設計に必要な点は、共振振動数の計算と、共振が避けられない場合の共振時の伝達率である。共振振動数の計算に対しては室内実験の範囲では、車輪の回転微小振動に際して車輪の前後方向の振動が起るかどうかの検討がなされなかったが、軸の振り振動時に台車車体も前後方向に振動するとしている例⁽⁶⁾もあり、これは今後の現車試験で確かめたい。またピニオン軸、プロペラ軸の振り剛性がすべての形式について計算できる段階にないことも今後残されている課題である。共振時の伝達率については、実験範囲から一応の目安となる数字は得ているが、もちろんあらゆる駆動装置に適用できるとはいえない。以上の諸点について今後研究を進めていきたい。

参 考 文 献

- (1) 小野：機学誌 35, 625 (昭7-6)
- (2) 中田：機論 7, IV-2 (昭16-2)
- (3) 歌川：機学誌 61, 296 (昭33-2)
- (4) たとえば B. S. Cain: Vibration of Rail and Road Vehicles 150 (1940)
- (5) たとえば 松平：基礎振動学 60 (昭25 共立出版社)
- (6) Hans. Hefs. Kassel: Electriche Bahnen 6, 121 (26 Jahrg. 1955)