

電子計算機による水撃現象の計算法

The Methods of Calculation of Water Hammer by Electric Digital Computer

横山重吉* 松原友夫*
Shigeyoshi Yokoyama Tomo'o Matsubara

内 容 梗 概

ポンプの導水管内に発生する水撃現象の計算法は近似計算によるもの、図式によるもの、逐次計算法によるものなど種々あるが、いずれの方法によるも計算はかなり面倒で多くの時間を要する。本報告はこれらの計算法のうちの逐次計算法につき IBM 650 形電子計算機を利用した計算法につき述べたものである。この計算は数多くの実験値が表の形によって与えられること、計算式中に複雑な図の形で示されるものがあることなどの特殊性によりその取扱いが複雑となる。したがって機械計算を実施するにあたっては、実験値の取扱い、近似法などに多くのプログラミング上のくふうを要した点が多い。これらについて述べたものである。

1. 緒 言

ポンプの導水管内に発生する水撃現象の計算は近似計算によるもの、図式によるもの、逐次計算法⁽¹⁾によるものなどがある。これらのいずれの方法によるも計算はかなり面倒で多くの人手を要し、また熟練しないと誤りをおかす恐れが多分にある。しかるに最近電子計算機の進歩によって技術計算も外国においては人手をわずらわすことが少なくなりつつある。筆者らは水撃計算に IBM 650 形電子計算機を用いることに着目し、種々検討の結果可能の見通しを得たのでポンプの水撃現象を一例として研究を行った。本計算は特殊な逐次計算によるものであり、普通の技術計算と異なりそのプログラミングにはかなりの難点があったが、ようやくその目的を達することを得たのでここに計算のプログラムそのほかにつき報告して批判を仰ぐ次第である。

2. 記 号

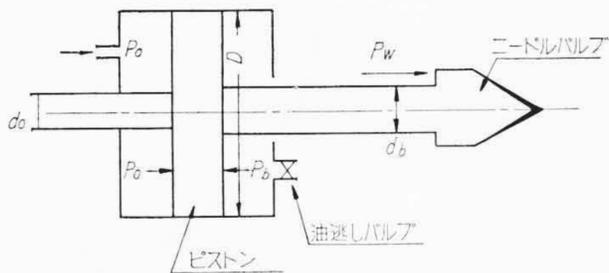
本報告に用いた記号を次に記す。

(1) 第3章においてもっばら用いられる記号

H_p : ポンプの揚程	m
Q : ポンプの流量	m ³ /s
N : ポンプの回転数	rpm
M : ポンプのトルク	m-kg
H_v : バルブにおける損失水頭	m
H : 任意の時刻における圧力水頭	m
H_0 : 時刻 $t = 0$ における圧力水頭	m
H_n : ポンプの基準揚程	m
Q_n : ポンプの基準流量	m ³ /s
N_n : ポンプの基準回転数	rpm
M_n : ポンプの基準トルク	m-kg
ΔH : 過渡現象の始まる直前の管路下端における 圧力 H_0 に対する水圧の変化量	m
ξ : $\Delta H/H_n$	
h_n : H_p/H_n	
a : Q/Q_n	
n : N/N_n	
m : M/M_n	
h_v : H_v/H_n	
ζ : バルブの水頭損失係数 $H_v = \zeta \frac{v^2}{2g}$	
v : 任意の時刻における管内流速	m/s
v_n : 基準流量に対する管内流速	m/s

O : $H, Q, N, M, S, h, q, n, m$ に付された場合は過渡現象の始まる直前の値を表わす添字	
Z : 過渡現象が始まってから時間々隔 $2L/a$ で測って Z 番目の期間における値であることを表わす添字	
Δt : 時間々隔 $= \frac{2L}{a} \times \frac{1}{4}$	s
L : ポンプよりサージタンクまでの配管の長さ	m
a : 圧力波の伝わり速度	m/s
WR^2 : 回転部分のフライホイール効果	kg/m ²
F : バルブの入口管の断面積	m ²
α : $= \frac{\zeta Q_n^2}{2gF^2H_n} \zeta \cdot C_1$	
K : 管路常数 $= \frac{aV_n}{2gH_n}$	
C_1 : $\frac{Q_n^2}{2gF^2H_n}$	
C_2 : $\frac{60gM_n}{4\pi WR^2 N_n} \cdot \Delta t$	
Δs : Δt 時間におけるバルブの動き	m
s : バルブの全開の位置からの開き	m
P_w' : モデルバルブに作用する水圧力	kg
P_w : バルブに作用する水圧力	kg
r : バルブのモデル比	
a, b : n, m または s に付され Δt 時間の前後における値を表わす添字	
v_p : P_w が作用しない場合のピストン速度すなわちバルブの閉鎖速度	m/s
F_b : ピストンの背圧側の受圧面積 (第1図参照)	cm ²
Q_v : P_w が作用しない場合にバルブの油圧シリンダの油逃し弁から排除される油量 $= F_b v_p$	m ³ /s
p_0 : バルブの油圧	kg/cm ²
F_0 : p_0 の作用面積	cm ²
P_0 : ピストンに作用する力 $= F_0 p_0$	
p_b : P_w が作用しない場合のバルブの背圧側の油圧 kg/cm ²	
f : 油逃し弁の開口面積	cm ²
ε : 油逃し弁の流出係数	
γ : 油の比重量	kg/m ³
ε' : $= \varepsilon f \sqrt{2g}$	
p_b' : P_w が作用した場合のバルブの背圧側の油圧 $= \frac{P_0 + P_w}{F_b}$	kg/cm ²
Q_v' : P_w が作用した場合に油逃し弁から排除される油量 $\varepsilon' \sqrt{\frac{p_b'}{\gamma}}$	m ³ /s

* 日立製作所亀有工場



第1図

- v_p' : P_w が作用した場合のピストンの速度 m/s
- P_b : 背圧側よりピストンに作用する力 $= p_b F_b$ kg
- D : バルブの油圧シリンダの内径 cm
- d_0 : バルブの油圧シリンダ圧油側の軸径 cm
- d_b : バルブの油圧シリンダ背圧側の軸径 cm

(2) 第4章以降においてもっばら用いられる記号

- $A_{1\sim 9}$: h_{pz} についての特性式における係数
- $B_{1\sim 9}$: m_z についての特性式における係数
- j : 全般特性の各象限における値であることを示す添字 (係数 A, B のアドレス変換常数)
- x : ある変数
- k : 二つの近似値の差
- ν : 近似値の許容誤差の絶対値
- E : 誤差関数
- i : 近似計算の回数を示す添字

3. 水撃計算式

基本的な計算法は沼沢沼揚水発電所用ポンプの水撃計算⁽²⁾の場合と同様であるからその詳細の説明は文献にゆずり、ここには計算式のみを列記する。

水撃の基礎式

$$\xi_z = 2K(q_z - q_0) - 2 \sum_1^{z-1} \xi_z \dots (1)$$

慣性方程式

$$n_a - n_b = \frac{60gM_n}{4\pi WR^2 N_n} (m_a + m_b) \cdot \Delta t \dots (2)$$

バルブの抵抗損失

$$h_v = \zeta \frac{Q_n^2 q^2}{2gF^2 H_n} = \alpha q^2 \dots (3)$$

$$h_{pz} = h_0 + \xi_z \pm \alpha q_z^2 \dots (4)$$

(正の符号は正流(ポンプの揚水方向), 負の符号は逆流の場合を示す)

ポンプの全般特性

$$\left. \begin{aligned} h_{pz} &= F_1(q_z, n_z) \\ m_z &= F_2(q_z, n_z) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

(5)は実験結果により図の形で与えられる。

バルブの閉鎖速度に関する諸式

$$Q_v = F_b v_p \dots (6)$$

$$P_0 = F_0 p_0 \dots (7)$$

$$P_w \text{ の作用のないとき } \left\{ \begin{aligned} p_b &= \frac{P_0}{F_b} \dots (8) \\ Q_v &= \varepsilon' \sqrt{\frac{p_b}{\gamma}} \dots (9) \end{aligned} \right.$$

$$p_b' = \frac{P_0 + P_w}{F_b} \dots (10)$$

$$P_w \text{ が作用するとき } \left\{ \begin{aligned} Q_v' &= \varepsilon' \sqrt{\frac{p_b'}{\gamma}} \dots (11) \\ v_p' &= \frac{Q_v'}{F_b} \dots (12) \end{aligned} \right.$$

4. 機械計算のための計画

計算法は基本的には手計算と同様であるが、特に機械計算のために考慮した点につき以下述べる。

4.1 全般特性図の数式化

機械計算を行うにあたってまず問題となるのは手計算において図表を用いる部分である。ポンプの水撃計算の特性として正常運転(正転正流)の場合のほか、正転逆流、逆転逆流のあらゆる条件に対するポンプの特性曲線、すなわちポンプの全般特性図を用いなければならない。デジタル形電子計算機でこのような図表を取扱うには数表か数式かのいずれかのかたちになおさねばならない。全般特性図の場合はそれが n, q, h_p または n, q, m の三つの関数関係を表わしているために数表に置きかえることはほとんど不可能である。また数式への変換も全般特性図を一見してわかるように、この複雑な関係を一本の式に置きかえることは困難である。そこでこれを正転正流、正転逆流、逆転逆流の三つの部分に分割してそれぞれの部分に対応する次の3組の式で表わすことにした。

正転正流の状態におけるポンプの特性式

$$h_{pz} = A_1 n_z^2 + A_2 n_z q_z + A_3 q_z^2 \dots (13)$$

$$m_z = B_1 n_z^2 + B_2 n_z q_z + B_3 q_z^2 \dots (14)$$

正転逆流の状態におけるポンプの特性式

$$h_{pz} = A_4 n_z^2 + A_5 n_z q_z + A_6 q_z^2 \dots (15)$$

$$m_z = B_4 n_z^2 + B_5 n_z q_z + B_6 q_z^2 \dots (16)$$

逆転逆流の状態におけるポンプの特性式

$$h_{pz} = A_7 n_z^2 + A_8 n_z q_z + A_9 q_z^2 \dots (17)$$

$$m_z = B_7 n_z^2 + B_8 n_z q_z + B_9 q_z^2 \dots (18)$$

後述の理由のためこれらの六つの式を一般化して

$$h_{pz} = A_{1+j} n_z^2 + A_{2+j} n_z q_z + A_{3+j} q_z^2 \dots (19)$$

$$m_z = B_{1+j} n_z^2 + B_{2+j} n_z q_z + B_{3+j} q_z^2 \dots (20)$$

ただし j は q_z および n_z の符号によって定まるアドレス変換常数で、0, 3 または 6 である。

として取扱う。

4.2 計算式の整理

プログラミングを行う順序に式を整理すると次のようになる。

$$h_z = h_0 + \xi_z \dots (21)$$

$$q_z = \frac{\xi_z + 2 \sum_1^{z-1} \xi_z}{2K} + q_0 \dots (22)$$

$$\zeta = f(\zeta_a) \dots (23)$$

$$\alpha = \zeta \cdot C_1 \dots (24)$$

$$h_{pz} = h_z \pm \alpha q_z^2 \dots (25)$$

$$n_z = \frac{-A_{2+j} q_z \pm \sqrt{A_{2+j}^2 q_z^2 - 4A_{1+j}(A_{3+j} q_z^2 - h_{pz})}}{2A_{1+j}} \dots (26)$$

$$m_z = B_{1+j} n_z^2 + B_{2+j} n_z q_z + B_{3+j} q_z^2 \dots (27)$$

$$\frac{n_a - n_z}{C_2} - m_a - m_z = 0 \dots (28)$$

$$H_v = 2q^2 H_n \dots (29)$$

$$P_w' = f(H_v) \dots (30)$$

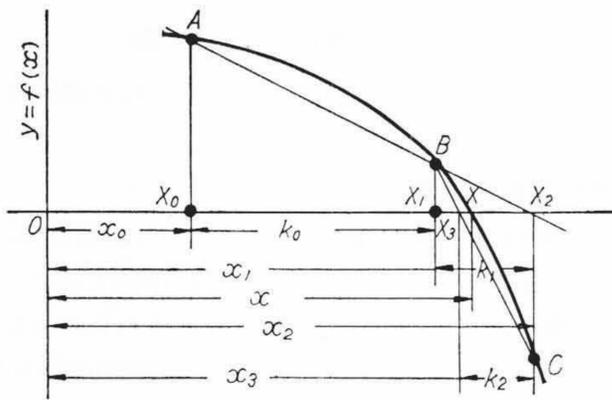
$$P_w = P_w' \cdot r^2 \dots (31)$$

$$Q_v = v_p F_b \dots (32)$$

$$\varepsilon' = Q_v \sqrt{\frac{P_0}{F_b \cdot \gamma}} \dots (33)$$

$$Q_v' = \varepsilon' \sqrt{\frac{P_0 + P_w}{F_b \cdot \gamma}} \dots (34)$$

$$\Delta S = \frac{Q_v'}{F_b} \cdot \Delta t \dots (35)$$



第 2 図

$$S_z = S_a - \Delta s \dots\dots\dots (36)$$

ただし $f(\)$ は数表を索引することを示す。

4.3 実験値の取扱い

全般特性図のように数式に置きかえたほうがよいものは別としてバルブの開度 S と抵抗係数 ζ の関係あるいはバルブにおける損失水頭 H_v とモデルバルブに加わる水圧力 P_w' の関係などについてはむりに実験式を作ることをしてしないで実験値をそのまま数表のかたちで機械に記憶させた。このようにしておけばほかのポンプについて同様の計算を行う場合にプログラムそのものをなおす必要がないから便利である。数表の貯え方およびその補間法は機械の記憶容量と要求される精度によって決まる。 $H_v - P_w'$ の表はほぼ比例的な関係であるから H_v を等間隔にとり、また P_w' は記憶場所を節約するために 1 語 (10 けたよりなる計算機上の記憶単位) を半分に分けて左右をそれぞれ正流の場合の P_w' 、逆流の場合の P_w' とした。 $S - \zeta$ の表は区間によって ζ の傾斜が著しく変わるので S のきざみを区間によって変えた。また ζ は浮動小数点法のかたちで与えた。補間法は実験値の有効けたにほとんど影響を与えないことを確認した上で $H_v - P_w'$ 表、 $S - \zeta$ 表ともプログラミングの簡単な線形補間法を用いることにした。

4.4 近似法

手計算では図表上の目見当で近似値をさがせばたりたが、機械計算では一定の規則にしたがって逐次近似を行わせねばならない。多くの場合解に到達するまでの反復回数は人間の感に頼るほうが機械計算による場合より少ないのが普通であるが、電子計算機の手計算をもつてしても取れんが速くしかもプログラミングの簡単な方法を選ぶべきである。

逐次計算法には Newton-Raphson の方法、擬点法 (Regula falsi) などがあるが、このうちプログラミングが簡単でかつ取れんのはやい擬点法を用いた。第 2 図によりそれを説明すると、まず原点から任意の初期値 x_0 のところに任意の点 X_0 を定め、それを一定値 k_0 だけ動かして点 X_1 を定め、それぞれの点における $f(x_0)$ 、 $f(x_1)$ を計算する。つぎに

$$\frac{(x_1 - x_0) f(x_1)}{f(x_0) - f(x_1)} = k_1$$

$$x_1 + k_1 = x_2$$

により弦 AB と $y = 0$ の交点 X_2 を定め、さらに $f(x_2)$ を計算する。同様にして

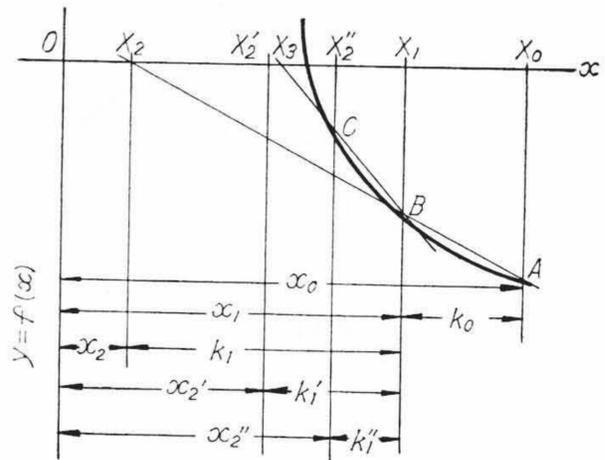
$$\frac{(x_2 - x_1) f(x_2)}{f(x_1) - f(x_2)} = k_2$$

$$x_2 + k_2 = x_3$$

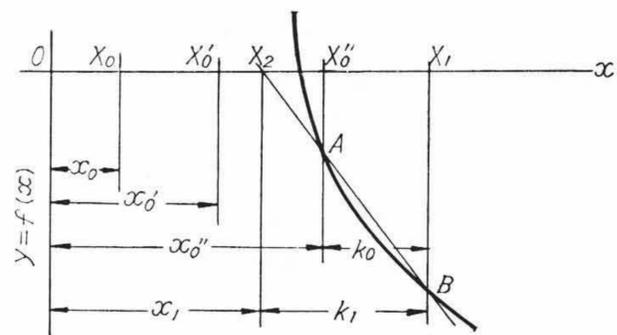
により X_3 を定める。すなわち

$$\frac{(x_i - x_{i-1}) f(x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)} = k_i$$

ただし $i = 0, 1, 2, \dots\dots\dots$



第 3 図 (a)



第 3 図 (b)

の計算を

$$|f(x_i)| \leq \nu$$

ただし ν は許容誤差の絶対値

となるまで反復する。

実際の計算では (28) 式より

$$E = \frac{n_a - n_z}{C_2} - m_a - m_z$$

とおき、それを ξ_z の関係

$$E = f(\xi_z) \dots\dots\dots (37)$$

として上述の逐次近似を行った。すなわち上の例において $f(x)$ は E であり、 x は ξ_z である。

4.5 根がない場合の修正

前項に述べた逐次近似計算に根がなくなることがある。第 3 図 (a) における X_2 がこの例である。このような場合は k_1 を根のあるところまで $1/2$ ずつすなわち

$$\frac{k_1}{2} = k_1', \quad x_2 + k_1' = x_2'$$

$$\frac{k_1'}{2} = k_1'', \quad x_2' + k_1'' = x_2''$$

によって修正する。

また第 3 図 (b) のように X_0 からすでに根のない場合は根のあるところまで常数を加えて修正する方法をとった。

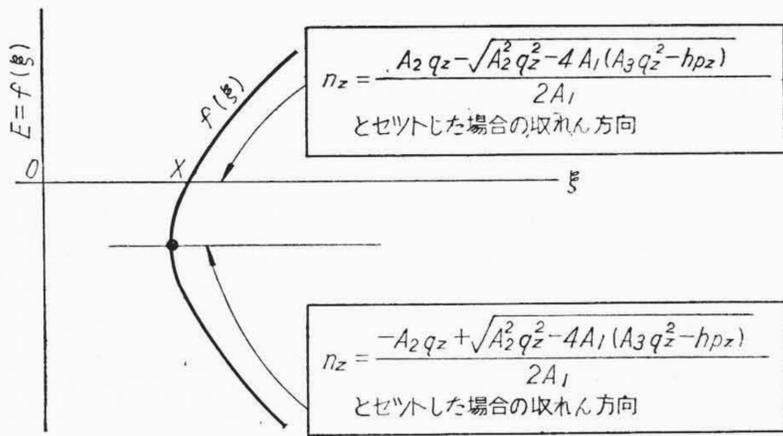
4.6 根の選択法

ポンプの全般特性式は二次式であるからある流量 q_z に対して通常大小二つの回転数 n_z が数学的に存在する。しかし関係式を満足する値はいずれか一方であり、各時間々隔においてどちらの値を用いれば解に到達するかをあらかじめ想定してから近似計算を行うという計算機としてはかなり面倒な問題がある。すなわち (26) 式においてまずプログラムを

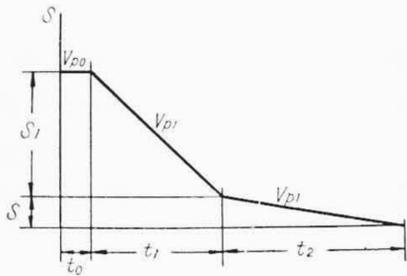
$$n_z = \frac{-A_2 q_z + \sqrt{A_2^2 q_z^2 - 4A_1(A_3 q_z^2 - h_{p2})}}{2A_1} \dots\dots\dots (38)$$

(式を簡単にするため添字 $+j$ を省略してある)

を計算するようセットしておく。しかしある時刻においてもう一方の根



第4図



第5図

$$n_z = \frac{-A_2 q_z - \sqrt{A_2^2 q_z^2 - 4 A_1 (A_3 q_z^2 - h p_z)}}{2 A_1} \dots\dots\dots (39)$$

を計算するようにセットを変えてやらない限り解に到達しない。(37)式においてこのような関係となる場合を第4図に示す。この状態は一般に全般特性図の第3象限(逆流逆転の範囲)において(17)式を n_z で微分して得られる式

$$2 A_7 n_z + A_8 q_z = 0$$

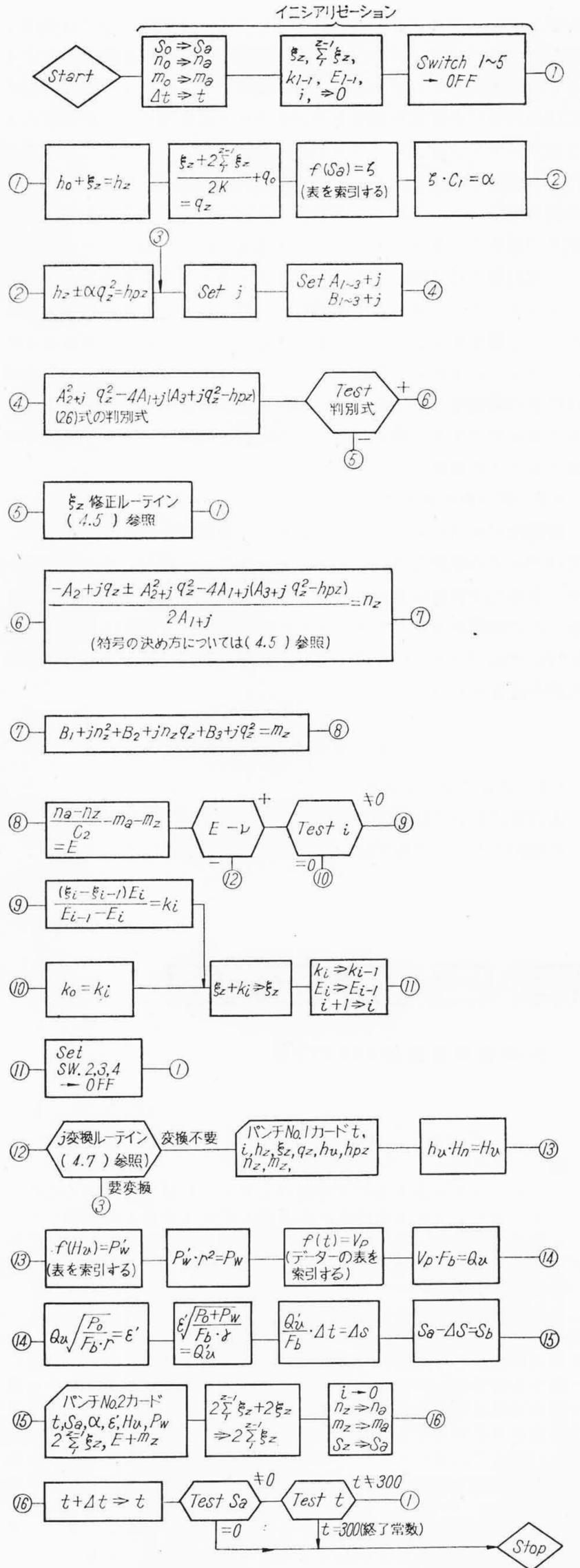
を満足する線を通る際に生ずる。この切換は解の近傍において $|E|$ の小さいほうの側に解があると仮定して次のようにして解決した。

- (a) 第3象限であるか否かをまず判定する。
- (b) 第3象限の場合はまず(38)式により n_{z1} を計算し、次に(39)式により n_{z2} を計算する。さらにそのおのおのについての E (それぞれ E_1, E_2 とする)を計算する。
- (c) $|E_1|$ と $|E_2|$ を比較して $|E_1| < |E_2|$ ならば(38)式にセットし、 $|E_1| > |E_2|$ ならば(39)式にセットし近似計算を進める。
- (d) 一たん(39)式にセットが変更されたら(a)~(c)の判定をやめてそのままのセットで計算を続ける。

4.7 全般特性式の見分け法

全般特性式は前述のように n_z および q_z の符号により3組の式のうちから1組を選択して用いる。しかし回転数 n_z を求める式の見分け基準はその式によって計算されるべき n_z の符号である。したがって正転逆流の領域においては ξ_z が取れんしたときの n_z の符号をテストし、正であれば次の時刻における近似計算を続けるが、負になった時から式を逆転逆流の場合のものに変換する。さらにこの場合はその時の ξ_z を初期値とし変換された式によりあらためて近似計算をやりなおし、真の解を求めるというルーティンを作った。すなわち全般特性式は(26)および(27)のようにプログラムを作っておき、別に次のような j を用いた係数のアドレス変換ルーティンを作っておく。

- (a) $q_z \geq 0$ ならば $j=0$ とおく。
- (b) $q_z \geq 0$ ならば $j=3$ とおき、 n_z を計算し $n_z \geq 0$ ならば j をそのままにし、 $n_z < 0$ ならば $j=0$ とおきなおしさらに n_z を計算しなおす。
- (c) それ以降、すなわち $q_z < 0, n_z < 0$ の領域では $j=6$ とおく。一方 $A_1 \sim A_9, B_1 \sim B_9$ はあらかじめ定めた一連の番地(アドレス)へ常数として入れておき、 j を A_{1-3}, B_{1-3} のそれぞれの番地に加え



第6図

ることにより(26)式および(27)式を3通りに変換できるようにした。

4.8 チェックルーティン

数百ステップにのぼるプログラムをまったく誤りなく書くことは

むずかしい。プログラムは間違えるものという前提に立てば高価な機械をデバッグ(プログラムの修正)のために長時間占有することは得策でない。できるだけ短時間にデバッグを行うためにはあらかじめ計算の要所をパンチカードに取出すことができるようなルーティンをプログラム中に組み込んでおいて、誤った計算を行った場合すぐにそのルーティンによって誤計算に到達するまでの中間結果をパンチアウトしておき、あとでゆっくりそれを検討して誤りの原因をつきとめることができるようにしておくことが望ましい。本計算では IBM 社のプログラム・ライブラリにあるスナップショット・トレーサという既成のサブルーティンと筆者らによるものとの 2 種を組み込んだ。前者は任意のチェックポイントを与えそのステップにおける計算結果をパンチアウトするものであり、後者は任意の時刻を与えその時刻における逐次近似の状態をパンチアウトするものである。後者は取れんの状態を観察してプログラムを改良することに効果があった。

4.9 データの与え方

最適なバルブの閉め方を求めるという命題をもつ水撃計算においてはバルブの閉鎖方法がパラメータとなる。したがってパラメータをできるだけ容易に変えられるようにした。すなわち第 5 図のようなバルブの閉め方をパラメータとして計算を行う場合は $v_{p0}, t_0, v_{p1}, t_0+t_1, v_{p2}, t_0+t_1+t_2$ をパンチした 6 枚のデータカードを作り機械に読み込ませればよい。

5. プログラミング

5.1 プログラミング法

本計算においては数表が多いこと、例外ルーティンが多いことなどの制約のもとで比較的使いやすい SOAP を使用した。

5.2 フローチャート

総合的なフローチャートを第 6 図に示す。

6. 結 言

バルブの閉鎖方法は無数にありそのうち水撃現象に対し最良のものをあらかじめ知ることは不可能である。したがって適当と思われる閉鎖方法を仮定し、それをパラメータとして何回か計算を行いその結果から最良のものを探し出すほかはない。このような計算を手計算にて実施するときはせいぜい数通りの方法を計算するにとどまりその中から比較的良い方法を選びそれではまんしなればならなかった。これに比し本方法によればほぼ理想に近いまでいく通りも計算を繰返すことができる利点がある。

水撃現象の計算結果⁽²⁾によると揚程などの時間に対する変化がなめらかでない曲線を呈し、このような計算は計算機にとってかなり実施しにくいものであることをプログラミング実施中改めて痛感した。今回の経験をもとにして今後デジタル形電子計算機の活用分野を広げてゆきたい。

なおこの問題以外にも導水管系に設けられたサージタンクの水位変動計算をも実施したが、これについての報告は割愛する。

終りに臨み、多大のご便宜をいただいた IBM 社安藤取締役、西村技術計算課長、森下、土岐両課員その他関係各位に感謝申し上げます。また本研究に対し終始ご激励、ご指導をいただいた日立製作所亀有工場麻生部長、小堀副部長に深謝する。

参 考 文 献

- (1) 小堀：機械学会講習会(昭 31-6)
- (2) 小堀：水門鉄管(昭 34-5)



新 案 の 紹 介



実用新案登録第 496728 号

若 森 俊 郎 ・ 神 尾 昌 史

ブ レ ー キ

構 造

ネールハンドル 5 を有する手動ハンドル 1 を軸 3 にゆるくはめ込み、ネールハンドル 5 の爪 6 とかみ合う爪歯 4 を備えた足踏ペダル 2 を軸 3 に固定し、手動ハンドル 1 および足踏ペダル 2 のそれぞれにバネ 7 および 8 を取りつける。

作用、効果

ネールハンドル 5 と無関係に手動ハンドル 1 を右方向に倒すと、爪 6 と爪歯 4 とはかみ合ったままであるから、足踏ペダル 2 はバネ 8 の力にさからって時計方向に回転するので、そのペダルに固定した軸 3 も同方向に回転して制動作用を行う。ネールハンドル 5 を握り締めて爪 6 を引き上げ爪歯 4 とのかみ合いを解けば、手動ハンドル 1 はバネ 7 の力により足踏ペダル 2 と無関係に急速に原状態に復する。そこで、ネールハンドル 5 を放すと、爪 6 と爪歯 4 とはかみ合い制動状態を保持する。このように軽負荷時の制動は手動操作だけで行う。

中負荷時の制動は足踏操作によって行う。すなわちネールハンドル 5 を握り締めて爪 6 と爪歯 4 とのかみ合いを解き、手動ハンドル 1 を可動自在の状態にして足踏ペダル 2 だけを操作すればよく、この足踏ペダルの任意制動位置において、ネールハンドルを放して前記爪と爪歯とをかみ合せれば制動状態を保持することができる。

重負荷時の制動は、手動ハンドルによる任意制動位置において足踏ペダルを踏み、軸をより大なる力で制動(時計)方向に回転させ

て行う。このように重負荷時には手動と足踏の両制動を併用して制動容量を大きくした。

この考案はきわめて簡単な構造からなり、軽・中・重負荷に応じた制動を随時に働かせることができ、しかも制動容量を大にし広範囲にわたる制動作用を軽快に行うことができる。

(野 村)

