原子力研究におけるアナログ計算機の応用

Application of Analogue Computers in Atomic Power Research

川 合 敏 雄* 衣 川 武* Toshio Kawai Takeshi Kinugawa

内 容 梗 概

アナログ計算機の応用について,主として日立製作所中央研究所の原子炉設計係が最近行った計算例 を中心に述べる。

第一は小形実験炉の事故解析例で,時間と空間に関する偏微分方程式を扱うもの,第二は沸騰水形原 子炉の出力分布の計算例で,非線形微分方程式の境界値問題,第三は振動磁場内のイオンの軌跡の追跡 例で,連立非線形微分方程式である。

以上の諸例を通してアナログ計算機の特長をあげ,問題の種類と目的によりアナログ計算機が計算手 段としてきわめて有力であることを結論する。

1. 緒 言

原子力研究の発展に伴い,具体的な問題が身近に起っ てくるのに比例して,実際の計算により現象を量的には あくする必要性が増加しつつある。ことに原子炉とか臨 界集合体のような実験装置による研究がまだ十分に利用 できない現状では,現象の追求のために計算を行うこと が重要な研究手段となっている。また,原子力はまだ経 験が浅く,その安全性については格別の注意を払わなけ ればならないなどの事情で,あらかじめ慎重な計算を十 分にしておく必要がある。 のような構想にもとづいた作業を精力的に行っており, ディジタル計算機を用いた成果は一部公けにされている が⁽¹⁾⁽²⁾,ここではアナログ計算機の応用例を二,三まと めて記し,ディジタル形計算機に対比してその特長がど のように発揮できるかを例示する。

2. 原子炉動特性の解析例

(連立微分方程式)

一方計算機の発達により,むずかしさの概念が変化して,これまで解けなかった問題でも,解くべき方程式さえはっきりしている場合は,複雑な現象であっても容易に解くことができるようになった。

原子炉の問題には基礎的な現象そのものがはっきりし ないために困難なものもあるが,個々の現象が明らかで あってもそれが複雑にからみ合っているためにはっきり しないものも多い。後者の場合は計算機の活用が研究方 法としても最も適当と考えられる。

現象を記述する方程式を忠実にプログラミングし,計 算条件を数値的な入力として機械に入れ,結果をとり出 す操作は見方をかえると一種の実験であって,計算機を 万能実験装置とみなすこともできよう。計算機の入力と 出力の関係を本当の実験データーによって較正しておけ ば,妥当な範囲のパラメータについては実験なしでも計 算結果を信頼することができる。これまでは理論がこの 役割を果していたし,今後も理論の受持つ役割の重要性 は少しも減ずるものではないが,具体的な数値結果まで 求めるような仕事については計算機に組みこんだプログ ラムにより押しボタン式で解をうる方法が能率的で正確 である。

日立製作所中央研究所の原子炉設計室では早くからこ

* 日立製作所中央研究所

連立微分方程式を解くことは,アナログ計算機の最も 得意とするところであり,これまでの応用例もこれに属 するものが数多い。

ここにあげる例は日立製作所が建設を予定している小 形原子炉の事故時の動特性解析である。

原子炉運転中は中性子増倍率 kは1に保たれている が、もし事故によりこれが1をこえると、炉内の出力が 連鎖反応で増し、燃料棒、その被覆、冷却水などの温度 が上り,これがある制限をこえると燃料棒の熔融とか被 覆の焼損を起し、放射性物質の放出という事故になる。 この倍率の1よりの超過分(超過反応度) ôk が比較的小 さいときは安全装置によって制御棒などが働き、炉は安 全に制御または停止される。超過反応度が「即発臨界」 をこえて大きくなると制御棒が働く前に出力が急増する が,燃料温度が上昇し,燃料のもつ負の「温度係数」に より連鎖反応はやがて自動的に抑制される。さらに大き い事故でも反応は自動的に停止するが、放出されるエネ ルギーの量が大きいために、炉の周辺に対し各種の災害 をひきおこす。こうして安全の見地から許される超過反 応度の上限が求められる。超過反応度と出力、温度との 関係は標準的な動特性方程式として次の式をうる。

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\delta k - \beta - \alpha_f T_f - \alpha_w T_w}{l} p + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l} \zeta_i \dots (1)$$
$$\frac{d\zeta_i}{dt} = -\lambda_i (\zeta_i - p), i = 1, 2, \dots, 6 \dots (2) \sim (7)$$

ここに



----- 35 -----





Tw: 冷却水温度〔℃〕

αf, αw: 燃料および冷却水のもつ反応温度係数[°C-1] この原子炉の例では、燃料棒は第1図に示すように酸 化ウラン燃料がヘリウムボンドを介してアルミで被覆さ れており、全体が冷却水中に漬けてある。この棒が81本 等間隔に格子状に配列されて小形炉の炉心部ができてい る。燃料温度 T_f は通常一つの温度で代表させることが 多いが,この温度による反応度効果が事故時の反応を抑 制するのに最も重要な役割を果しており, また燃料棒中 心温度が安全性をきめる一つの因子であることを考え て,ここでは燃料棒を五つの同心円にわかち,各領域の 間の熱抵抗を考えて, 炉の出力と各領域の温度の間の関 係を次の式で記述する。

$$\begin{aligned} C_{a}\rho_{a}V_{1}T_{1} &= -\frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{12}(T_{1}-T_{2})+q_{a}V_{1}p\dots(8) \\ C_{a}\rho_{a}V_{2}T_{2} &= -\frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{23}(T_{2}-T_{3}) \\ &+ \frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{12}(T_{1}-T_{2})+q_{a}V_{2}p\dots(9) \\ C_{a}\rho_{a}V_{3}T_{3} &= -\frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{34}(T_{3}-T_{4}) \\ &+ \frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{23}(T_{2}-T_{3})+q_{a}V_{3}p\dots(10) \\ C_{a}\rho_{a}V_{4}T_{4} &= -\frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{45}(T_{4}-T_{5}) \\ &+ \frac{k_{a}}{\varDelta r_{a}}A_{34}(T_{3}-T_{4})+q_{a}V_{4}p\dots(11) \end{aligned}$$

$$C_{a}\rho_{a}V_{5}T_{5} = -\frac{k_{56}}{\Delta r_{56}}A_{56}(T_{5}-T_{6}) + \frac{k_{a}}{\Delta r_{a}}A_{45}(T_{4}-T_{5}) + q_{a}V_{5}p.....(12)$$

$$C_{b}\rho_{b}V_{6}T_{6} = -\frac{k_{67}}{\Delta r_{67}}A_{67}(T_{6}-T_{7}) + \frac{k_{56}}{\Delta r_{56}}A_{56}(T_{5}-T_{6})....(13)$$

$$C_{c}\rho_{c}V_{7}T_{7} = -\frac{k_{78}}{\Delta r_{78}}A_{78}(T_{7}-T_{\omega}) + \frac{k_{78}}{\Delta r_{78}}A_{67}(T_{6}-T_{7}) + q_{c}V_{7}p....(14)$$

V_j: 第*j*領域の体積〔cc〕

---- 36 -----



u: 冷却水の流速〔cm•s⁻¹〕

T₋₁: 入口水温〔℃〕

6.0

原子力研究におけるアナログ計算機の応用

結果を第2~4図に示す。 (1)式の燃料温度 T_f は $T_1 \sim T_5$ の体積平均であり、†

ip	1	<i>a</i> ₁₁	•	6.94	•	23.3	•	66.7		58.3	•	0	•	0	•	0	•	0	٥	0	•	0	•	0	x ($p \setminus$	+/	$\langle f_1 \rangle$	1
ξ ₁		14.0	•	14.0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0		ζ_1		0	
ζ2		1.61	•	0	•	-1.6	1•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0		0	٠	0	•	0		ζ_2		0	
ζ ₃		0.456	•	0	•	0	•	-0.45	3 •	0	•	0	•	0	•	0	•	0	٠	0	•	0	•	0		ζ_3		0	l
ż4		0.151	•	0	•	0	•	0	• -	-0.15	1•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0		ζ_4		0	l
\dot{T}_{1}		1.663	•	0	•	0	•	0	•	0	•	-5.1	6•	5.1	6•	0	•	0	٠	0	•	0	•	0		T_1	1	0	
\dot{T}_2	=	1.663	•	0	•	0	•	0	•	0	•	1.7	2	-5.1	6•	3.4	4•	0	٠	0	٠	0	•	0		T_{2}		0	
İΤ3	8	1.663	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	2.0	4•-	-5.1	6•	3.0	9.	0	•	0	•	0		T_{3}		0	
Τ ₄		1.663	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	2.2	1•-	-5.1	6•	2.9	5•	0	•	0		T_4		0	
\dot{T}_{5}		1.663	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	٠	0	•	0	•	2.4	1•-	-5.0	5.	2.64	•	0		T_{5}		0	
\dot{T}_{7}		0.020	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	4.9	8	-7.90	•	2.92		T_7		0	
\dot{T}_{s}		0.020	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0	•	0.153	3•-	-0.153/		T_8		0)
																											(16)	

 $a_{11} = -209.67(1-\$) - 0.556T_f - 4.44T_8$ $T_f = \frac{1}{25} T_1 + \frac{3}{25} T_2 + \frac{5}{25} T_3 + \frac{7}{25} T_4 + \frac{9}{25} T_5$ $f_1 = p_0 \{209.67(1-\$) - 0.556 T_f - 4.44 T_8\}$ * は超過反応度 $\delta k \delta \beta$ 単位で測ったもの。

 $\beta = 0.00755$

本章の例はアナログ計算機の計算速度の速さが著しい 特長として発揮された一例である。第4図の例ではタイ ムスケール 100 で 0.2 秒にわたる現象を解いたので 20秒 で一つの計算結果が得られたことになる。それに対して ディジタル計算機では時間刻みを5ミリ秒*)として0.2 秒進めるのに, IBM 650 では少なく見積っても合計 150 秒は要する。アナログ計算機では演算が連続的に並行し て行われるので, 使用要素数が増すほどさらに差がつく ことになる。ディジタルの計算速度はいっそう高速化さ れていく傾向にあり、この一例からただちにほかの場合

アルミ温度

水温る

02

^{*)} 数値解法上の理由で、1ステップをあまり大きく とることはできない。



---- 37 -----

昭和35年2月

電子機器特集号

日立評論 別冊第34号



沸騰水形原子炉 (BWR) は動力炉として最も有望とさ れているものの一つであり,日立製作所でも重点的に研 究を進めている。この形の炉では中性子の減速材である 水が炉内で沸騰するために核的定数が均質ではなく,そ のため中性子束分布 (熱源) が炉心部の下のほうへひず むが,これをおさえるために炉の下のほうから制御棒を 適当にそう入して熱源分布を平担化し,炉全体としての 出力密度を上げることができる。また炉の動特性 (安定 性)に関連したデーターを取るためにも出力分布と気泡 分布,制御棒などの相互作用を明確につかんでおくこと



- 注: 1. 制御棒は t=0 から to の長さにわたりそう人され, 以後0となるようにスイッチがつけてある。
 - 2. 係数器は負荷効果補正がしてあるので,本文中の 式に現われる係数と多少異なる。

が肝要である。

中性子は円柱形原子炉の内部で発 生,減速,拡散,吸収のサイクルを くりかえしており,中性子または中 性子束 φ は 通常修正一群方程式と呼 ばれる 拡散方程式

 $\frac{d}{dZ} \left\{ D \frac{d}{dZ} \varphi \right\} + \left\{ \sum_{a} (k_{\infty} - 1) -\delta k \cdot k_{\infty} \sum_{a} - DB_{r}^{2} - \sum_{c} \right\} \varphi$ =0.....(17) に従って空間的に分布している。 φ は Z = 0, Hの二境界で0となる条





第7図 境界条件をみたすための試行例

を推論することはできない。しかし普通見落されがちな データーの処理に要する時間なども含めて考えると,こ の種の問題を解くにはアナログ計算機を用いるのが効果 的である。

3. 沸騰水形原子炉の出力分布 (境界値問題)

これはアナログ計算機が自由にパラメータを変えられ ることを利用して,試行法によって非線形の微分方程式 の境界値問題を解いた例である。 件をみたす。Zは円柱形原子炉の高 さ方向の坐標であり,横方向につい ては気泡分布は一様と仮定して一次

元問題としている。 D, Σ_a, k_{∞} は中性子の拡散,吸収, 増倍を示す量で,いまは気泡体積比 α の関数である。そ の気泡体積比 α は熱出力 φ を沸騰開始点から高さに沿っ て積分した「熱積分J」の関数である。 $\alpha \ge J$ の関係は 気泡のすべり現象と沸騰による体積排除効果のため単な る比例関係ではなく第5図のようになる。なお水は飽和 温度以下で入ってくるため,熱積分は初め負となり気泡 は0である。

 D, Σ_a, k_{∞} は α の二次式で、 $stc \alpha$ は[J]の三次 式でよく近似できる。 $stc \delta k$ は超過反応度、 Σ_e は制御棒 による吸収効果であって高さZの関数として与えること ができる。 B_r^2 は炉の大きさに関係した定数である。

具体的に GE の動力炉ドレスデン BWR の数値を代入 すると

$$\begin{split} & \Sigma_a \left(k_{\infty} - 1 \right) = 10^{-3} (5.057 - 2.308 \ \alpha \\ & -12.813 \ \alpha^2 \right) \mathrm{cm}^{-1} \dots \dots (18) \\ & -\Sigma_a k_{\infty} = 10^{-3} (-54.69 + 10.05 \ \alpha + 14.25 \ \alpha^2) \mathrm{cm}^{-1} \\ & \dots \dots (19) \\ & -D = -3.269 - 3.333 \ \alpha - 19.44 \ \alpha^2 \ \mathrm{cm} \dots (20) \\ & \frac{1}{D} = 10^{-2} (30.6 - 50 \ \alpha + 15 \ \alpha^2) \ \mathrm{cm}^{-1} \dots (21) \\ & \alpha = 0.870 [\ J \] - 0.452 [\ J \]^2 + 0.101 [\ J \]^3 \dots (22) \end{split}$$

----- 38 -----

原子力研究におけるアナログ計算機の応用



α-1: サブクーリングを負の気泡体積比に換算した パラメータ,標準値は1.128

ここで ϕ は $\phi_0 = 10^{13}$ n/cm² s を 1 volt; α , J は 0.1 を1volt; Zは 30 cm を1秒とすると, この式を解くた めの結線図は第6図のようになる。

このような非線形問題はとかくスチールファクタの混 乱から誤算を生じがちであるが、試験入力によりいちい ち出力を検査しつつ組み上げてゆく手順で能率的に遂行 できる。その途中で、係数器の負荷効果補正さえ行えば 計算精度は計器またはグラフの読みの誤差以内に正確に 入っていることが確かめられる。

この回路で Z = 0, Hにおいて $\varphi = 0$ なる境界条件を みたす解をうるには、初期条件をかえて何回か試行して Z=Hでの条件をみたすまで計算を繰返えす。一回の計 算時間は9秒弱,リセット時間を含めても1分足らずで ある。しかし第7図からわかるように、初期条件のきわ めてわずかの差が解の様子に大きく影響する*ことを考 えると, 初期値を与える係数器の正しい設定, 電源の安 定が必要条件となる。当所の低速度アナコンはこの点で も再現性のよい結果を示した。

この計算では、前回の計算の結果をみて次の計算のた めの初期値の修正をすることは人間の判断に頼ったが,

第10図 サブクーリングの大きさと出力分布

リレーなどを用いて記憶,比較判断,係数器の値または 結線の変更を自動的に行わせるプログラミング装置がで きており, ほかの例に応用して満足すべき結果を得てい る。この方向への進歩によりディジタル計算機の長所が アナログ形にも活用され,本章の境界値問題をいっそう 拡張した問題,たとえばn個の初期値をかえてn個の条 件をみたすような解を自動的に算出することが可能とな るであろう。

中性子束分布 φ と熱積分 J とを x-y 記録計にかいた のが第8図である。試行のたびに一本の線が引かれる が、Z=Hに対応する時刻で記録を停止すると、曲線の 終点で φ=0 となるのが真の解となるが、それが見付か らなくても精度よく解を内そうすることができる。こと に」は全出力に比例する重要な量であるが,第7図の記 録から内そうするよりはずっと正確に求められる。 φ-J関係を示す第8図は、制御棒なく気泡も発生しない単 純な原子炉では楕円形となり、それからの偏倚が非線形 効果を示すと考えられる。

BWR の出力密度の上限は、現在燃料棒の融点と、棒 表面の熱流束によるバーンアウトによっておさえられて いる。すなわち炉内で中性子束分布
φは上述の制限でき まる φlim をこえてはならない。この制限内でできるだ

_____ 39 _____

この現象はディジタル計算機で解いた場合にも同 * 様に現われる。

昭和35年2月 電子機器特集号 日立評論別冊第34号

け熱出力**J**を多くとるという問題は, *φ*-**J**図を縦に長くするよう制御棒分布をくふうすることに帰する。

この計算ではアナコンでパラメータの変更が容易であ るという特長が十分にいかされている。 **第9,10** 図 は結 果の一例をまとめたものである。このようなデーターの 組織的な集積は BWR 炉心設計の上できわめて意義の深 いものである。

4. サイクロトロン共鳴によるイオン加速

アナログ計算機では,その出力がただちにアナログ表示されるために,現象の定量的,直観的はあくが容易であり,研究用の目的に適している。

本章では融合反応の分野から現われた問題を取りあげ て,アナログ計算機の計算速度とアナログ表示の特長を 示す。

融合反応においては,高温プラズマを作ってとじこめ る方法が重要な課題であるが,その一つの方法としてイ オンビーム入射によるものを日立核融合研究グループは 検討している⁽³⁾。すなわち数百電子ボルトの重水素イオ ンを直流磁場の中に打ち込み,そのイオンの円運動の周 期(サイクロトロン周波数)に同期させて振動磁場を加え てやると,イオンの運動エネルギーは共鳴加速されて増



α:同期比 ε: 摂動比 x,y: 粒子の坐標
 第11図 振動磁場内のイオン軌跡を計算
 する結線図

摂動論による計算では共鳴が完全であれば振幅ははじ めのうちは時間に比例して増大することが示されるが, 磁場をどこまで均質にすることが必要かとか,振動磁場 の振幅やイオンの軌道半径が大きいときでも摂動論の結 果が正しいかどうか,などを詳細に検討するために数値 計算をしてみることが要望された。

大する。直流磁場の端で磁場を強くしてやればそこでイ オンは反射されて磁気容器の中にとらえられ,高温プラ ズマとなる。簡単のために,プラズマの運動からの反作用 の無視できるような場合を考えて,1個のイオンが振動磁 場の中でどのような運動するかを調べる。運動方程式は, 磁場に垂直な面内に x, y 坐標をとると次のようになる。

 $\omega_c = \omega_0 (1 + \varepsilon \cos \omega t)$(28) で ω_0 はサイクロトロン周波数, ε は振動磁場の振幅と直 流磁場の強さの比, ω は振動磁場の周波数である。

初期条件としては任意の点に任意の初速をもつ粒子を おくことができるが、予備的検討により、十分な加速が行 われる場合は初速度は無視できることがわかったのでこ れを0とおき、 $x = x_0$ 、y = 0、 $\dot{x} = \dot{y} = 0$ を初期条件とする。 時間スケールを、粒子の1回転で1秒となるようにえ

らべばアナログ計算機にかける方程式は

$$x'' = \frac{1}{2} f'y + fy'.....(29)$$

 $f = 2\pi (1 + \varepsilon \cos 2\pi \alpha t)$ (31) となる。ここに 'は換算時間 τ の微分, 結線図は第11図に示すように、本体と振動磁場作成 部とより成る比較的単純なものである。

第12図 a, b, c は $\pi \epsilon = 0.1$ のとき, すなわち直流磁 場の強さの約3%の振幅をもつ振動磁場を加えたときの イオンの軌跡であり, a では完全な共鳴条件をみたして いるのに対してb, c では振動周波数が共鳴条件の1% および2%はずれている。

いずれの場合も一回転に要する時間は同じであるから 円軌道が大きくなることはそのまま速さが速くなること を意味する。

aでは時間とともに単調に軌道は膨脹するが,膨脹速 度は次第に速くなる傾向がある。また円軌道の中心は次 第に外側に移行する。

bでは加速と減速とがくり返されつつ結果としては次 第に加速される。軌道の中心もら線状をかいて外側にひ ろがってゆく。

cでは同調からのずれが著しいので加速減速の交代が ひんぱんに行われ、中心のドリフトも速く、長期的にみ ても軌道の膨脹傾向は著しくはない。

類似のデーターはほかの種々の条件についても集めら

---- 40 -----

原子力研究におけるアナログ計算機の応用



第12図(a) イオン軌跡の例(共鳴状態)



定された。

この結果は設計データーをうるためばかりでなく,融 合反応炉の中で起っている現象の直観像を作る上で研究 上非常に興味あるものである。もし同じことをディジタ ル計算機で行うとすれば,一枚の絵を作るのに数千点以 上の坐標をプロットし結ばなければならないが,これは 実行困難である。またほかの理論により若干の近似を加 えて軌道半径とその中心のドリフトについての方程式を 作って解いたとしても,頭の中でこの絵を再合成しなけ ればならず,これほど教育的な像をうることはできない であろう。

前章の*φ*-〔**J**〕関係図と本章のグラフの例から,解の 表示方法によって計算の効果が非常に異なることが感じ られる。アナログ表示が適している場合にはアナログ計 算機の特長が十分に活用できるわけである。

5. 結 言

原子炉設計係が最近遭遇した三つの例について,アナ ログ計算機がいかに応用されているかを述べた。このほ かにも原子炉の制御の問題についてはアナログ計算機が もっぱら用いられているが,それはすでに広く知られて いるし,方法としても新しいわけではないので省略する。

第12図(c) イオン軌跡の例 $\alpha^2 = 1.04$, $\pi \varepsilon = 0.1$

れ,イオンの運動の状況が明らかにされた。その結果, 同期周波数の幅と磁場の不均一に対する許容度などが決 代数方程式の求根や線形連立方程式の解法などにアナ ログ計算機を使用することが再認識されつつあるが,そ れらは問題が大きいのと原子力固有の問題ではないので 割愛した。

前章まで断片的に記してきたアナログ計算機の特長を 並べてみると

(1) 計算速度が速いこと

(2) パラメータの変更が容易なこと

(3) 解をアナログ量として取り出せること などである。

近年ディジタル計算機の発達が目ざましいが,われわれ設計製作の実務にたずさわるものとしては両方の計算 機の性能の現状と特長とを考えて,目的に即した使用を 行うべきであろう。

本研究にあたっては日立製作所中央研究所只野部長, 阿部主任研究員,三浦主任ほか12,13研究室のご援助と 討論をいただいた。また計算の実行は酒井研究員により なされ,同氏のくふうによった点が多い。ここに厚く謝 意を表する。

参考文献

- (1) 川合,新井,寺沢,金井: 日本原子力学会誌 1,14(昭 34)
- (2) 長谷川,川合,北爪,松岡,内ケ崎: 日立評論
 40,1283 (昭 33)
- (3) 日立核融合研究グループ: 核融合研究 2,219
 (昭 34)
 百々: 核融合研究 2,194 (昭 34)



--- 41 -----