U.D.C. 534.232

啞鈴状ランジバン形振動子の設計理論

Designs for the Languet-vin type Transducer with End Cross Pieces

芳 賀 正 浩* Seikō Haga

內 容 梗 概

超音波周波数帯域で使用されるランジバン形振動子において,等断面共振子をもつ振動子に比べ大幅な重量 の軽減が期待できる唖鈴状もしくは半唖鈴状共振子をもつ振動子の動作理論について考察した。このような形 状の振動子につき,その接着層の厚さおよび内部損失が無視でき,かつ縦方向振動に強く結合している直角方 向振動成分のない場合について,等価送電線理論を適用して解析し,共振時における諸定数を求めた。またそ れらの結果を用い設計に当って有用と思われる普遍図表を求めた。

1. 緒 言

等断面金属共振子を有するランジバン形振動子の動作理論についてはかなり明確化され^{(1)~(3)},それらの設計に際してはさして困難を 感じることはなくなった。

しかし重量の軽減や機械的Qの低減などの目的のため,金属共振 子部を唖鈴状あるいは半唖鈴状にしたい場合がある。このような形



状の振動子については試作された例はみうけられるが⁽⁴⁾,動作理論 ないしは設計法などに関しては今まで公表されたものはないようで ある。

水中探信儀送受波素子などに使用する特に低周波大形のランジバ ン形振動子の設計に当っては、このような形状のものについても明 確にしておく必要がある。われわれは適当な仮定のもとでその解析 を行った。解析はこの種の振動子に対して通常用いられる等価送電 線理論⁽⁵⁾によった。すなわち有限長の均一分布定数送電線を数種縦 続接続した場合の電圧電流分布あるいはインピーダンスなどを求め る方法と同様の方法による。またその解析結果を用い、実際の振動 子の設計に際して有用と思われる普遍図表を求めた。以下それらに ついて報告する。

本報告では、電わい物質、共振子間に存在する接着層の影響につ いては述べていない。一般にランジバン形振動子における内部損失 はこの接着層損失が主要因であり、また接着層の弾性定数は振動子 の共振条件そのほかに無視できない影響を及ぼすものと考えられ る。しかし接着剤の弾性定数そのものがあまり明確でなく、また接 着層の厚さの管理もそれほど厳密に行われていない現状では、接着 層を考慮に入れて解析を行ってもこの結果をただちに設計に適用す ることは困難である。接着層を含めた考察は将来に譲り、ここでは これを無視した場合について取扱うことにする。電気音響変換能率 も接着層を含めた考察を行って始めて意味のある定数として導かれ るものと考えられるので本報告ではこれについては述べない。

2. 解析

2.1 序

第1図に示す各種形状のランジバン形振動子において,負荷は片

ンスを żo で表わすこととすれば、次の関係が得られる。

 $\dot{z}_{01} = \rho_1 \dot{c}_1 S_1$ $\dot{z}_{02} = \rho_2 \dot{c}_2 S_2 , \quad \dot{z}'_{02} = \rho_2 \dot{c}_2 S_2'$ $\dot{z}_{02} = \rho_2 \dot{c}_2 S_2 , \quad \dot{z}'_{02} = \rho_2 \dot{c}_2 S_2'$

 $\dot{z}_{03} = \rho_2 \dot{c}_2 S_3$, $\dot{z}_{03} = \rho_2 \dot{c}_2 S_3'$

第1図(イ)で示される対称等断面共振子ランジバン形振動子については,等価送電線理論によりすでに解かれていて⁽¹⁾,その共振条件はA端すなわち負荷端からみた内部機械インピーダンスが零になる条件,すなわち

 $tanh \dot{r}_1 b \cdot tanh \dot{r}_2 a + \dot{k} = 0$ (1) より得られる。ただし

である。ただし偶数次共振では力係数が零になるので,(1)式では 奇数次共振のみを考えればよい。

今この振動子の一方の金属共振子の端面近くに(ロ)図に示すよう に S₃なる断面積をもつ突起部を作った場合(半唖鈴状共振子ランジ バン形振動子と呼ぶこととし,以下半唖鈴状振動子と略記する),負 荷インピーダンスが共振子の波動インピーダンスに比し十分小であ

端面にのみあり他端面は真空かまたは反射板があり、いわゆる自由
端である場合について考える。各部の複素ヤング率を
$$\dot{E}$$
,密度を ρ ,
縦弾性波複素伝ば速度を \dot{c} , 波長を λ , 複素伝ば定数を \dot{r} とし、電わ
い物質の諸量には suffix 1 を付し、金属共振子の諸量には suffix
2,3を付すことにする。各部の断面積を同図に示すように S_1, S_2 ,
 S_2', S_3, S_3' と記すことにし、それぞれの部分の複素波動インピーダ
* 日立製作所戸塚工場 $det = \frac{\dot{c}_{03}}{\dot{c}_{02}} = \frac{S_3}{S_2}$(3)







(イ) 非対称唖鈴状振動子形状(S2=S2')
(ロ) 同上振動子等価送電線回路

第2図 非対称唖鈴状振動子の形状と等価送電線回路

すなわち一般には奇数次共振で,奇数個存在する節の中央の節と電 わい物質の中心とが一致する共振となる。

さらに同図(ハ)に示すように両方の共振子に対称な突起を設けた場合(対称唖鈴状共振子ランジバン形振動子と呼ぶこととし,以下対

$$q \tan \zeta \frac{\pi}{2} = \tan (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}$$

$$q' \tan \zeta' \frac{\pi}{2} = \tan (\alpha - \delta') \frac{\pi}{2}$$

$$\tan \alpha \frac{\pi}{2} \cdot \tan \beta \frac{\pi}{2} = k$$

$$(7)$$

となる。

論

半唖鈴状振動子では、 $S_{3}'=S_{2}$, d=a, l'=0 であるから(7)式で q'=1, $\delta'=\alpha$, $\zeta'=0$ すなわち第2式は不用となる。対称唖鈴状振動 子では $S_{3}'=S_{3}$, d'=d, l'=l であるから q'=q, $\delta'=\delta$, $\zeta'=\zeta$ すな わち第2式と第1式はまったく等しくなるのでこれまた不要であ る。

2.3 全 重 量

振動子の全重量*M*は次式のとおりである。

 $M = \rho_1 S_1 2b + \rho_2 S_2 (d + d') + \rho_2 S_3 l + \rho_2 S_3' + \rho_2 S_3' l' \dots (8)$

これは次式で表わすこともできる。

$$M = \frac{\rho_2 S_2 \lambda_{02}}{2} \left\{ (\alpha + k\beta) + \frac{1}{2} \{ q\nu - (\alpha - \delta) \} + \frac{1}{2} \{ q'\zeta' - (\alpha - \delta') \} \right\}$$

(9)式の右辺括弧内第1項は共振子が両側とも S₂ なる断面積を もつ等断面共振子ランジバン形振動子の重量係数で,第2項および

称唖状振動子と略記する)も(4)式の条件を満足する場合にはやはり(1)式の共振条件をもつものである。

同図(ニ)に示すような一般的な非対称形状(非対称唖鈴状共振子 ランジバン形振動子と呼ぶこととし,以下非対称唖鈴状振動子と略 記する)としてもまったく同様な手段を用いて(1)式と等しい共振 条件を有する振動子を構成することができる。

半唖鈴状振動子および対称唖鈴状振動子はいずれも非対称唖鈴状 振動子の特殊なケースと考えてよいから,以下非対称唖鈴状振動子 について一般的に取扱うことにする。ただし $S_2 \neq S_2'$ の場合につい ては計算が複雑になり,かつその必要性も少ないと考えられるので, ここでは $S_2 = S_2'$ の場合のみを取扱うことにする。

解析にあたり用いる仮定は次のとおりとする。

(1) 金属共振子と電わい物質を接合する部分の接着剤層については考慮しない。

(2) 振動子の長さ方向の振動に強く結合する直角方向振動成分はない。

したがって(ニ)図に示される振動子の等価送電線回路は同図(ホ) のように表わすことができる。

2.2 共振条件

対象となる振動子の形状および等価送電線回路を改めて示すと 第2図のとおりである。

さてこのような振動子の共振条件は前節で述べたと同じ流儀で

として

第3項は負荷端および自由端にそれぞれ断面積 S₃, S₃',長さ1,1'な る突起を設けたために必要となる補正量である。半唖鈴状振動子で は第3項は消失し,対称唖鈴状振動子では第2項と第3項は等し くなる。

2.4 力 係 数

振動子の機械系と電気系とを結びつける定数として力係数を用い るのが便利である。(外国ではわが国におけるほど明確な定数とし ては使用されていないようで、たとえばインピーダンス変成比*φ*の ような定数を使用している⁽⁶⁾)。

電わい形電気音響変換機の変換基本式において,外力および機械 側負荷インピーダンスをそれぞれ零とすれば,機械端子Aの力係数 *A*₁は

$$\frac{\dot{\boldsymbol{v}}_1}{\dot{\boldsymbol{V}}} = \frac{\dot{\boldsymbol{A}}_1}{\dot{\boldsymbol{z}}_1}....(10)$$

より計算できる⁽⁷⁾。ただし \dot{V} は電わい物質の印加電圧, \dot{v}_1 はその ときのA端子の速度で \dot{z}_1 はその端子でみた機械内部インピーダン スである。

電わい物質の両端面すなわち C, D 面に生ずる面力 F は, k を電 わい物質の複素分極率, Γ を縦効果電わい率, ($k\Gamma$ は一般に電わい 定数とよばれる)とすれば次のとおりである。

これらの力によりA端に生ずる速度 \dot{v}_1 は、 \dot{z}_{AC} 、 \dot{z}_{AD} をAC間およびAD間の相互機械インピーダンスとすれば次式で示される。

 \dot{z}_{AC} および \dot{z}_{AD} はそれぞれ

— 82 —

と(1)式とが同時に満足されればよいことになる。
材料の弾性損失が無視できる場合は、共振時の電わい物質および
金属共振子内の波長をそれぞれ
$$\lambda_{01}$$
, λ_{02} とすれば、 $\dot{r}_1 = j \frac{2\pi}{\lambda_{01}}$, $\dot{r}_2 = j \frac{2\pi}{\lambda_{02}}$ となり、さらに $\alpha = \frac{4}{\lambda_{02}}a$, $\beta = \frac{4}{\lambda_{01}}b$, $\delta = \frac{4}{\lambda_{02}}d$, $\delta' = \frac{4}{\lambda_{02}}d'$, $\zeta = \frac{4}{\lambda_{02}}l$, $\zeta' = \frac{4}{\lambda_{02}}l'$ とすれば(6)および(1)式で示される共振条件は

 $\dot{z}_{AC} = \frac{\cosh \dot{\gamma}_{2} l \cdot \cosh \{\dot{\gamma}_{2} d + \tanh^{-1}(q \tanh \dot{\gamma}_{2} l)\}}{\cosh \{\tanh^{-1}(q \tanh \dot{\gamma}_{2} l)\}}$ $\cdot \left[\dot{z}_{02} \tanh \{\dot{\gamma}_{2} d + \tanh^{-1}(q \tanh \dot{\gamma}_{2} l)\} + \dot{z}_{01} \tanh \left[2 \dot{\gamma}_{1} b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k} \tanh\{\dot{\gamma}_{2} d' + \tanh^{-1}(q' \tanh \dot{\gamma}_{2} l')\}\right)\right) \right]$ (13)

$$\dot{\boldsymbol{z}}_{AD} = \frac{\cosh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l\cdot\cosh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\cdot\cosh\left[2\dot{\boldsymbol{r}}_{1}b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tan\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\right)\right)}{\cosh\{\tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\cdot\cosh\left[\tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tan\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\right)\right)} \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{02}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d' + \tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l')\} + \dot{\boldsymbol{z}}_{01}\tanh\left(2\dot{\boldsymbol{r}}_{1}b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\right)\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{02}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d' + \tanh^{-1}(q'\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l')\} + \dot{\boldsymbol{z}}_{01}\tanh\left(2\dot{\boldsymbol{r}}_{1}b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\}\right)\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{02}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d' + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{q}\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l'\right)\right) + \dot{\boldsymbol{z}}_{01}\tanh\left(2\dot{\boldsymbol{r}}_{1}b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}(q\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l)\right)\right)\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{0}\tanh\{\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{q}\tanh(\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d + \tanh^{-1}\left(\frac{k}{k}\tanh\left(2\dot{\boldsymbol{r}}_{1}b + \tanh^{-1}\left(\frac{1}{k}\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}d' + \tanh^{-1}(q'\tanh\dot{\boldsymbol{r}}_{2}l')\right)\right)\right)\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{0}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}h\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{0}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}h\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{0}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}h\right)\right) \\ \cdot\left(\dot{\boldsymbol{z}}_{1}+\dot{\boldsymbol{z}}_{1}h\right)\right) \\$$

となる。

いま振動子が共振条件にあり、かつ材料の弾性損失が無視できるとすれば(16)式は次のように簡単になる。

となる。ただし材料の弾性損失は無視した。

673



上の(17)式右辺の $-\frac{4 \frac{\dot{x} \Gamma S_1}{\lambda_{01}}}{\beta} \cdot \frac{\cos \alpha - \frac{\pi}{2}}{\beta}$ は 第1図(イ)の対称等断 面共振子ランジバン形振動子の共振時力係数であるから⁽¹⁾, 唖鈴状 の場合にはこれに負荷端側突起部の形状で定まる係数を

 $\frac{\cos(\sqrt{\pi})}{2}$ を乗じて求められることになる。また上の結果からいることになる。また上の結果からたいのでの。 $\cos(\alpha - \delta) - \frac{\pi}{2}$ には寄与しないことがわかる。

2.5 動アドミッタンス

電わい形電気音響変換機では動アドミッタンス Ymは

$$\dot{Y}_{m} = \frac{\dot{A}_{1}^{2}}{\dot{z}_{a} + \dot{z}_{1}}$$
 (18)

である。ただし ża は負荷インピーダンスである。

共振条件にある上述の振動子では、材料の弾性損失を無視すると \dot{z}_1 は(15)式により零になるので、共振動アドミツタンス \dot{Y}_{mo} は (17)式の \dot{A}_1 を用い次のように表わすことができる。

$$\dot{Y}_{mo} = \frac{1}{z_a} \cdot \left(\frac{4\,\dot{k}\Gamma S_1}{\lambda_{01}}\right)^2 \cdot \frac{\cos^2\alpha \frac{\pi}{2}}{\beta} \cdot \frac{\cos^2\zeta \frac{\pi}{2}}{\cos^2(\alpha - \delta)\frac{\pi}{2}}$$
.....(19)
ただし音響インピーダンスは純抵抗であり、その大きさを z_a と
た。

なお \hat{v}_1 は負荷に供給している音響パワーが既知のときはただち に求められる。たとえば音響負荷抵抗が z_a で,これに Pなる音響パ ワーを供給している場合には v_1 は次のとおりである。

$$v_1 = \sqrt{\frac{P}{z_a}}.....(22)$$

 v_1 が定まると振動子の速度分布は容易に求められる。上述の振動 子の共振時の速度分布は材料損失を無視して次の各式のとおり求 められる。ただし坐標はA端子を原点とし自由端側に向って正なる x軸および θ 軸を考え, $\theta = \frac{4}{\lambda_{02}}x$ とする。(第2図参照) (1) 0 $\leq \theta \leq \zeta (0 \leq x \leq l)$

$$(4) \quad \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta \leq \theta \leq \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta' (l + d + 2b \leq x \leq l + d) + 2b + d'$$

ここで \dot{p}_1 は $\dot{z}_a \rightarrow \infty$ のときに端子に現われるべき全圧力で、 \dot{z}_a が零なるときの端子速度および内部機械インピーダンスより計算できる。共振時について求めれば(12)ないし(15)式より



(5)
$$\zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta' \leq \theta \leq \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta' + \zeta' (l+d) + 2b + d' \leq x \leq l + d + 2b + d' + l')$$

ただし \dot{z}_a は純抵抗としその値を z_a とした。また $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ および Θ_4 は次のとおりである。

$$\Theta_{1} = \cos \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \cos \delta \frac{\pi}{2} - q \sin \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \sin \delta \frac{\pi}{2}$$

$$\Theta_{2} = \frac{q}{k} \sin \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \cos \delta \frac{\pi}{2} + \frac{1}{k} \cos \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \sin \delta \frac{\pi}{2}$$

$$\Theta_{3} = \sin \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \cos \delta \frac{\pi}{2} + q \cos \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \sin \delta \frac{\pi}{2}$$

$$\Theta_{4} = \frac{q}{k} \cos \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \cos \delta \frac{\pi}{2} - \frac{1}{k} \sin \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \sin \delta \frac{\pi}{2} - \frac{q}{k} \frac{1}{\psi}$$

$$(28)$$

 $\frac{\cos \alpha - \frac{\pi}{2}}{2}$

半唖鈴状振動子では(33)式の境界を $\delta' = \alpha$ (すなわちd' = a)とす るのみで(30)ないし(33)式で速度分布が与えられる。また対称唖鈴 状振動子では $\delta = \delta$ (すなわちd' = d), $\zeta = \zeta$ (すなわちl' = l)とおけば よく,この場合は電わい物質の中心に対して対称分布となる。ただ し符号は逆である。(第11図および第12図参照)

2.7 等価質量および等価ステイフネス

共振時の速度分布が求まると, A面についての等価質量mは次の ようにして求められる。すなわち m がもつ運動エネルギーは振動 子各部質量のもつ運動エネルギーの総和に等しいとおいて, すなわち

$$\frac{1}{2} m |\dot{v}_1|^2 = \frac{1}{2} \int \rho S |\dot{v}_x|^2 dx = \frac{1}{2} \int \rho S |\dot{v}_\theta|^2 \frac{\lambda_{02}}{4} d\theta \dots (35)$$

として右辺の積分を実行すればmが求まる。

 ρ および Sの θ に対する関数形は第2図のように与えられ、かつ 速度分布 i_{θ} は(30)ないし(34)式で与えられているとすれば m は

上の(23)ないし(27)式において,右辺 *i*₁の係数のうち実数部分は 無負荷時の速度分布を与える係数であり,虚数部分は *za* なる音響負 荷がある場合の補正量を示す係数である。これらの式によれば負荷 時には厳密な節点は存在しないことになる。しかしながら音響負荷 がたとえば水である場合のように *za*≪*z*₀₃ である場合には虚数項は 無視してよいから,このような場合には近似的に奇数個の節点が存 在する速度分布としてよい。そのときの速度分布は次のように示さ れる。

(1)
$$0 \leq \theta \leq \zeta$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\theta} = \dot{\boldsymbol{v}}_{1} \cos \theta \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots \dots (30)$$

$$(2) \quad \zeta \leq \theta \leq \zeta + \delta$$

$$\cos \zeta \frac{\pi}{2}$$

(4)
$$\zeta + \varrho + \frac{c_1}{c_2} 2\beta \leq \theta \leq \theta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta'$$
$$\dot{v}_{\theta} = -\dot{v}_1 \frac{\cos \zeta \frac{\pi}{2}}{\cos (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}} \cdot \cos(\zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \alpha - \theta) \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 2 \left(\frac{1}{2} \right)$$

となる。

半唖鈴状振動子では

$$m = \frac{\rho_2 S_2 \lambda_{02}}{4} \cdot \frac{q}{2} \left\{ \zeta + \frac{\sin 2 \zeta \frac{\pi}{2}}{\sin 2 (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}} \left\{ \delta + \alpha + 2\beta \frac{\sin 2\alpha \frac{\pi}{2}}{\sin 2\beta \frac{\pi}{2}} \right\} \right\}$$
.....(37)

等価ステイフネスsはmと

の関係がある。ここで ω₀ は共振角周波数である。 したがって(36)および(39)式の関係から s は次のようになる。



84 -----



2.8 機 械 的 Q 共振時における等価質量 m が求まれば,その時の機械的 Q は Za を負荷抵抗, Z1 を内部機械抵抗とすれば次式で示される。



したがって 第2図 で示される振動子の共振時における 機械的 Q は, (36) および (41) 式より

となる。

2.9 応力分布 速度が角速度 ω で変化する定常状態では,一般に応力 うは

である。

したがって共振状態にある非対称唖鈴状振動子では,(43)式に (30)ないし(34)式で示される速度分布 i_{θ} を適用して,応力分布 f_{θ} を次のように示すことができる。

(1) $0 \leq \theta \leq \zeta$

(2) $\zeta \leq \theta \leq \zeta + \delta$

まず電わい物質内最大応力は (46) 式でわかるように $\theta = \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} \beta$ すなわち電わい物質の中心部にありその大きさの絶対値は次式のとおりである。

次に接着面の応力は(45)または(47)式および(46)式とよりその絶 対値を求めれば

金属共振子面
$$\sigma_{c_2} = v_1 \rho_2 c_2 \frac{\sin \alpha \frac{\pi}{2} \cdot \cos \zeta \frac{\pi}{2}}{\cos (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}}$$
.....(50)

電わい物質面
$$\sigma_{c_1} = v_1 \rho_1 c_1 \frac{\sin \alpha \frac{\pi}{2} \cdot \cos \zeta \frac{\pi}{2}}{k \cdot \cos (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}}$$
.....(51)

となる。両式を比較すれば

$$\frac{\sigma_{c_2}}{\sigma_{c_1}} = \frac{S_1}{S_2}$$

となり接着面の各面の応力は断面積に逆比例して異なることになる。しかしながら接着面の接着面積は S₁ および S₂ のうち小なるほうと等しいと考えてよいから,結局接着面に対する応力 σ_c は次の

$$\dot{\sigma}_{\theta} = -\dot{v}_{1} \rho_{2} c_{2} \frac{\cos \zeta \frac{\pi}{2}}{\cos (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}} \sin (\theta + \alpha - \zeta - \varrho) \frac{\pi}{2} \dots \dots (45)$$

$$(3) \quad \zeta + \delta \leq \theta \leq \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta$$

$$\dot{\sigma}_{\theta} = -\dot{v}_1 \rho_2 c_2 \frac{\cos \alpha - \frac{\pi}{2} \cdot \cos \zeta - \frac{\pi}{2}}{\sin \beta - \frac{\pi}{2} \cdot \cos (\alpha - \delta) - \frac{\pi}{2}} \cos (\zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} \beta - \theta) - \frac{\pi}{2}$$

(4)
$$\zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta \leq \theta \leq \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta'$$

$$\dot{\sigma}_{\theta} = -\dot{v}_{1}\rho_{2}c_{2}\frac{\cos\zeta \frac{\pi}{2}}{\cos(\alpha-\varrho) \frac{\pi}{2}}\sin(\zeta+\delta+\frac{c_{1}}{c_{2}}2\beta+\alpha-\theta)\frac{\pi}{2}$$

......(47)

$$(5) \quad \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta' \leq \theta \leq \zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta + \delta' + \zeta'$$
$$\dot{\sigma}_{\theta} = -\dot{v}_1 \rho_2 c_2 \frac{\cos \zeta - \frac{\pi}{2} \cdot \cos (\alpha - \delta') - \frac{\pi}{2}}{\cos \zeta' - \frac{\pi}{2} \cdot \cos (\alpha - \delta) - \frac{\pi}{2}} \sin (\zeta + \delta + \frac{c_1}{c_2} 2\beta)$$
$$+ \delta' + \zeta' - \theta) - \frac{\pi}{2} \qquad (48)$$

半唖鈴状振動子では(47)式の境界を $\delta' = \alpha$ (すなわちd' = a)とし て(44)ないし(47)式で応力分布が与えられる。また対称唖鈴状振動 子では $\delta' = \delta$ (すなわちd' = d), $\zeta' = \zeta$ (すなわちl' = l)とおけばよく

ようになる。
$$S_1 < S_2$$
では

$$\sigma_c = \sigma_{c_1} = v_1 \rho_1 c_1 \frac{\sin \alpha \frac{\pi}{2} \cdot \cos \zeta \frac{\pi}{2}}{k \cdot \cos (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2}}.$$
(52)

$$S_1 < S_2$$
 \mathcal{C}

---- 85 -----

接着層の厚さおよび弾性損失などが無視できないときはこれらを 考慮して改めて応力分布を求める必要がある。なお接着面積が S₁, S₂よりさらに小である場合には応力はさらに接着面積に逆比例して 増大するものと考えられる。

2.11 *β*≪11, 1−*α*≪1−δ なる場合の近似式

主として基本波共振周波数で使用されるランジバン形振動子では 一般に $a \ll b$ であることが多い。また唖鈴状振動子では $\frac{\lambda_{02}}{4} - a \ll \frac{\lambda_{02}}{4} - d($ または $\frac{\lambda_{02}}{4} - a \ll \frac{\lambda_{02}}{4} - d')$ のことが普通である。すな わち

 $\beta \ll 1$, $1-\alpha \ll 1-\delta$, $1-\alpha \ll 1-\delta'$

なることが多い。このような場合は次の各関係が成立つから,前述 の種々の関係式は簡単になる。

$$\sin \alpha \frac{\pi}{2} \doteq 1 \qquad \tan (\alpha - \delta) \frac{\pi}{2} \doteq \cot \delta \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \alpha \frac{\pi}{2} \doteq (1 - \alpha) \frac{\pi}{2} \qquad \tan (\alpha - \delta') \frac{\pi}{2} \doteq \cot \delta' \frac{\pi}{2}$$

$$\tan (\alpha - \delta') \frac{\pi}{2} \doteq \cot \delta' \frac{\pi}{2}$$

$$\tan (\alpha - \delta') \frac{\pi}{2} = \cot \delta' \frac{\pi}{2}$$

この場合は電わい物質の中心に対し対称な応力分布となる。(第10 図および第12図参照)。 2.10 電わい物質内最大応力および接着面応力 前節の応力分布のうち,特に重要な部分は電わい物質に対する最 大応力と共振子と電わい物質との接着面における応力である。いず れもそれらの許容応力は金属共振子のそれに比べてはるかに小であ るからである。



第43卷第5号

(1) 共振条件

676

(7)式の共振条件は

$$\tan \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \tan \delta \frac{\pi}{2} = \frac{1}{q'}$$

$$\tan \zeta \frac{\pi}{2} \cdot \tan \delta' \frac{\pi}{2} = \frac{1}{q'}$$

$$\frac{\beta}{1-\alpha} = k$$
(55)

となり,上式の第1式および第2式はβ,kなどに無関係になる。 (2) 全重量

(9) 式の全重量の算式は特に簡単になるわけではないが(55) 式 の第3式の関係を用い次のようにおくことができる。

(3) 力係数 (17)式の力係数は

となる。

(4) 等価質量および等価ステイフネス

(5) 電わい物質内最大応力および接着面最大応力 (49) 式の電わい物質最大応力は

となる。

また(52) および((53) 式で示される接着面応力は, S1<S2 では

となり、 $S_1 < S_2$ では

論

となる。

3. 普 遍 図 表

以下前章の解析結果を用い実際の振動子の設計に有用な普遍図表 を求めてみる。前章で得られた諸量は大部分 k および β で定まる対 称など断面共振子ランジバン形振動子に対する項と、q(またはq') およびく(またはく)の突起部形状で定まる項との複合関数の形で表 現できるので,以下の図表もすべてそれらの二部分に分離して表現 することにする。 q, q'<1 については必要性が少ないと考えられる ので省略した。

(36)式の等価質量は



となる。

等価ステイフネス s は (58) 式の $\frac{\rho_2 S_2 \lambda_{02}}{4}$ を $\frac{\pi^2 E_2 S_2}{\lambda_{02}}$ に置き換え ればそのほかはそのままの形でよいことは (36) および (40) 式より 明らかである。



(1) 共振条件

(7) 式より第3図のような図表が得られる。同図の使用例と してたとえば k, β, q(または q')および ζ (または ζ')より δ (または δ')を求める場合ならば、同図(イ)よりまず α を求め、次に同図 (n)より $\alpha - \delta$ (または $\alpha - \delta'$)を求め,双方の結果より δ (または が)を求めるわけである。

(2) 全重量

(9)式より第4図のような図表が得られる。同図(1)は k, β の 関数, (μ)図はq(zたはq'), ζ (zたは ζ')の関係で, 全重量はこ



唖 鈴 状 ラ ン ジ バ ン 形 振 動 子 の 設 計 理 論

(1) $\alpha + k\beta$





普 表 重 量 遍 义 第4図 全

677



第5図 力 数 係 普 遍 区

れらの和から求められる。

(3) 力係数

(17)式より第5図のような図表が得られる。(イ)図はκ,βの関 数,(ロ)図はq,くの関数で、力係数はこれらの積から求められ る。

(4) 等価質量および等価ステイフネス

になる。ただしここでは k, β で定まる項のみを示してある。q', く で定まる

$$\frac{\cos \zeta \frac{\pi}{2}}{\cos \left(\alpha - \delta\right) \frac{\pi}{2}}$$

は第5図(ロ)で示したものと同一であるのでここでは省略した。

これらの最大応力は第7図または第8図で得られた量と第5図 (36) および (40) 式より 第6図 のような図表が得られる。同図 (1)図は k, β の関係, (μ) 図は q, ζ (または q', ζ')の関係で,等価 (ロ)で得られた量との積から得られる。 質量および等価ステイフネスはこれらの複合関数で簡単な計算を 例 4. 数 值 経て求められる。 (5) 電わい物質内最大応力および接着面最大応力 以下実際の唖鈴状または半唖鈴状共振子をもつランジバン形振動 子を設計した場合の数値例を示す。なお参考としてそれらの音響輻 電わい物質内最大応力および接着面最大応力を求める図表は (49), (52)および(53)式よりそれぞれ第7図および第8図のよう 射面と等しい輻射面をもつ対称等断面ラバンジン振動子についての



第6図 等価質量,等価スティフネス普遍図表



第1表 鉄・チタン酸バリウム磁器 25 kc 振動子設計諸量

形状寸法	共振周波数 (kc)	全 重 量 (kg)	力 係 数 (e.s.u)	水 中 共 振 動アドミッタンス (mひ)	等価質量 (kg)	等 価 ステイフネス (dyne/cm)	水中共振時 機 械 的 Q	チタン酸バリウム 磁器における最大 応力 (kg/cm ²) r.m.s.)	接着面応力 (kg/cm ²) r.m.s.)
第9図(イ) 対称唖鈴状振動子	25	1.26	5.78×107	1.23	0.74	1.83×10 ¹⁸	39	34.8%	36.9※
第9図(ロ) 等断面振動子	25	1.65	6.38×10^{7}	1.51	0.80	1.98×10 ¹⁸	42	32.8※	32.7※

--- 88 -----

※ 音響出力 1W/cm² なる時の値を示す。

諸量さも併記することにする。

(1) 鉄・チタン酸バリウム磁器の組合せによる 25 kc 対称唖鈴 状振動子。

第9図は鉄・チタン酸バリウム磁器の組合せによる 25 kc ラン ジバン形振動子で、(イ)図は対称唖鈴状の場合(ロ)図は対称等断

面の場合である。ただしそれらの輻射面は等しくした。第1表は これらの形状の振動子の設計諸量を示すものである。ここで材料 定数は下記のとおりとした。 チタン酸バリウム磁器: $\rho_1 = 5.5 \text{ gr/cm}^3$ $c_1 = 4.2 \times 10^5 \text{ cm/s}$

唖 鈴 状 ラ ン ジ バ ン 形 振 動 子 の 設 計 理 論

形状寸法	共振周波数 (kc)	全 重 量 (kg)	力 係 数 (e.s.u.)	水 中 共 振 動アドミッタンス (mひ)	等価質量 (kg)	等価 ステイフネス (dyne/cm)	水中共振時 機 械 的Q	チタン酸バリウム 磁器における最大 応力 (kg/cm ²) r.m.s.)	接着面応力 (kg/cm ²) r.m.s.)
第10図(イ) 半唖鈴状振動子	12	2.32	2.26×107	0.078	1.32	0.76×10 ¹⁸	13.5	15.0*	14.9*
第10図(イ) 等断面振動子	12	3.10	2.65×10^{7}	0.11	1.42	0.80×10 ¹³	14.5	11.6*	11.5*

第2表 アルミニウム・チタン酸バリウム磁器 12kc 振動子設計諸量

※ 音響出力 1W/cm² なる時の値を示す。



(イ) 対称唖鈴状振動子 (ロ) 等断面振動子 第9図 鉄, チタン酸バリウム磁器 25kc ランジバン形振動子







(イ) 半唖鈴状振動子
 (ロ) 等断面振動子
 第10図 アルミニウム・チタン酸バリウム磁器 12 kc
 ランジバン形振動子



第11図 対称唖鈴状振動子速度分布および応力分布

 $\varepsilon \Gamma = 5 \times 10^6$ e. s. u.

鉄: $\rho_{\rm f}=7.8~{\rm gr/cm^3}$ $c_2=5.1\times10^5~{\rm cm/s}$

また負荷は片端面水中とし、水の音響輻射抵抗密度は 1.5×10⁵ gr/s•cm² とした。

(2) アルミニウム・チタン酸バリウム磁器の組合せによる12 kc半唖鈴状振動子。

第10図はアルミニウム・チタン酸バリウム磁器の組合せによる12kc ランジバン形振動子で、(イ)図は半唖鈴状の場合、(ロ) 図は対称等断面の場合でいずれもその輻射面は等しい。第2表は これらの形状の振動子の設計諸量である。ただしアルミニウムの 材料定数は下記のとおりとした。そのほかの条件は鉄・チタン酸 バリウム磁器 25 kc 振動子の場合と同じくとった。

アルミニウム: $\rho_2 = 2.7 \text{ gr/cm}^3$ $c_2 = 5.14 \times 10^5 \text{ cm/s}$ これらの例でわかるように, 共振子を唖鈴または半唖鈴状にす ることにより, これと等しい輻射面さもつ対称等断面振動子に比 し, 重量を大幅に軽減し, 機械的Qを低減せしめることができる が, これとともに力係数を低下ししたがって動アドミッタンスが 低下し, 電わい物質, 接着層などに加わる応力が増大する。 結果を用い実際の設計に有用であると思われる普遍図表を求めた。

解析結果によれば、ランジバン形振動子において金属共振子を唖 鈴状もしくは半唖鈴状に構成することにより、これと等しい輻射面 をもつ等断面ランジバン形振動子に比し特にその特性をそこなうこ となく、大幅に重量を軽減しうることがわかった。このことは低周 波の探信儀送受波素子として使用される場合などに有利である。

接着層の影響が大きい場合または縦方向振動に強く結合する直角 方向成分の振動が存在する場合などにおいては以上の結果を直接適 用できないが、その定性的な傾向は一致するものと思われる。

終りにご指導をいただいた同志社大学斉藤教授ならびに防衛庁第 五研究所第一部の各位,ご懇篤なご教示をいただいた東北大学菊池 教授ならびに同研究室の各位に対し深甚の謝意を表する。

参考文献

- (1) 菊池, 鈴木, 清水: 東北大電通談話会記録 (昭 26-7)
- (2) 菊池,清水: 東北大電通談話会記録 24 254 (昭 31)
- (3) 望月,藤島: チタン酸バリウム実用化研究会年報Ⅲ.34(昭33)

なお第11 図および第12 図はそれぞれ 第9 図(イ) および 第10 図(イ)の形状の振動子の 1W/cm² の音響出力時における速度分 布および応力分布を示すものである。

5. 結 言 以上内部損失が無視できる唖鈴状および半唖鈴状の共振子をもつ ランジバン形振動子についての動作理論を明らかにした。またその

— 89 —

(4) 阿部,田中ほか: チタン酸バリウム実用化研究会年報 [.150 (昭 30)
(5) たとえば抜山: 電気音響機器の研究,191 (昭 23.丸善)
(6) W. P. Mason: Electromechanical Transducers and Wave Filters, 204 (1942 Nostrand)
(7) 抜山: 前出, 202