U. D. C. 621. 315. 2. 054 : 621. 315. 2. 0. 11. 4

平衡形通信ケーブルの静電容量に及ぼす第三導体の影響

The Electrostatic Capacity of the Balanced-Type Telephone Cable Running in Parallel with the External Conductor

八 田 達*
Tōru Hatta

内 容 梗 概

対撚線または星形カッドのようにらせん状に撚られた回線に第三導体が平行する場合に，その静電容量は増加するが，この効果を合理的に計算した文献はないようである。H. Kaden 氏の著書にもこの問題を取扱っているが，彼の考えは純粋な平行導体系の方法をそのまま持込んだもので，原理的に不合理であり，実験の結果とも合致しない。これは，このような回線は局部的にみると第三導体に対し非対称的に配置されるため，導体上の電荷も非対称的に分布されるためである。本稿では，円筒導体に平行した対撚線を対象にこの現象を理論的に解明した。すなわち，導体上の電荷分布を対称および反対称成分に分離し，境界条件よりこれを算出して対撚線の静電容量を求めた。電荷分布の対称成分は円筒導体と強く作用し合って静電容量を著しく増加させていることが明らかとなり，Kaden氏の計算結果が不合理なことはこの事実に起因することがわかった。

1. 緒 言

平衡形通信ケーブルの構造理論は，一頃きわめて活潑に研究され数多くの論文が公表されているが，本質的な問題がしだいに解決されるとともにこの形勢も下火となり，最近ではこの分野の研究はあまり報告されないようである。しかし，数学的にみた場合，平衡形通信ケーブルの構造は複雑で，真の意味の厳密計算はむずかしく，線路定数の正確な予測は多くの場合困難で，単純な常識的予想と背違する場合もある。

また，基本的問題で未解決なものも少なくない。たとえば，対撚線または星形カッドの静電容量は，無しゃへいの場合およびしゃへいのある場合について多くの研究が紹介され，その妥当性も実験的に確認されているが，伝送系がしゃへい体内に偏心している場合，またはその外部に円筒導体が平行している場合の取扱は，筆者が知る範囲では合理的なものは発表されていないようである。H. Kaden 氏[1]はその著書の中でこの問題をとりあげているが，筆者としては彼の考えに同意できない点があり，実験的にもその不備は経験されている。一般に，対撚線および星形カッドがしゃへい体内に収容（偏心して）された場合，またはその外部に円筒導体が平行する場合，回線の静電容量は増大するが，その増加量は Kaden 氏の理論から期待されるよりははるかに大きい。このため，最外層回線の減衰量はしゃへい内の渦流の効果から予想されるよりも一層大きく，また，この回線の伝ぱん速度が内層のそれに比べ（同一の誘電体で絶縁されていても）本質的に低下することがある。伝送系の外部に円筒導体が平行する場合もまた同様である。

筆者[2]は自己支持形ケーブル（ＳＳケーブル）の開発段階において鋼線（つり線）と伝送系との相互作用を考えたとき，上記の問題に当面し，その研究の結果の大要はすでに報告しているが[3]，本稿ではその一部につき詳論したい。ここでとりあげる模型は円筒導体に平行した対撚線で必ずしも一般性のあるものではなく，また実際のケーブルそのものを模擬するものでもないが，問題の本質はこのなかに要約され，ほかの場合またはさらに複雑な場合にも容易に発展させることができる。

2. インダクタンスの計算結果より静電容量を求める方法

平行した導体系において，任意の回線のインダクタンスが周波数 f の関数として求められたものとすれば，この回線の静電容量 C は次式から求められることが知られている。

$$C=\varepsilon\varepsilon_0 L_\infty/\mu_0 \qquad (1)$$

ここで $L_\infty=\lim_{f\to\infty} L$

ε： 空間の比誘電率

ε_0： 真空の誘電率（8.854 pF/m）

μ_0： 真空の導磁率（$4\pi\times10^{-7}$ H/m）

すなわち，f 無限大の極限においては電流が導体の表面に集中し，その電流の面密度は，これに対応する静電界の導体表面上の静電荷の分布と同様となるためである。しかし，この関係が厳密な意味で成立するのは各導体が平行している場合に限られるが，普通通信ケーブルの場合は撚程が線間距離に比べ十分に大きいため，このような方法でも実用上は差しつかえない。星形カッドまたは対撚線が円筒形のしゃへい内に収容された場合も，偏心がなければこれでもよい。

この考えによれば，外部に第三導体が近接した場合，高周波における（渦流による）インダクタンスの低下率と静電容量の増加率とは同一となるはずである。しかし，平衡形ケーブルの最外層において経験されたところによれば，静電容量の増加のほうがはるかに大きい。あるいはＳＳケーブルの場合に経験されたところによれば，伝送系に鋼線を近接させたことによる回線の静電容量の増加率は，鋼線の磁化によるインダクタンスの増加率よりも大きい。これは，電流界と静電界の間に存する本質的な差異が表面化したものである。

すなわち，2個の導体に往復電流を通じる場合，漏えいを無視すれば電流は導体に沿って一定値をとる。一方，2個の導体間に電圧を印加した場合は，電圧は導体に沿って一定値であるが，導体が撚られていれば，静電界の源（Source）となる静電荷は一定値をとるとは限らない。特に，星形カッド対撚線において，円筒形の第三金属体が平行する場合は，その中心が一致しないかぎり，電荷分布は各断面において異なった値をとる。これは，全体としてみた場合，回線内の各導体は第三金属体に対して平衡しているが，任意断面内では一般に平衡していないためである。（1）式の方法では上に述べた事情は無視されており，ここに不合理の原因が存在していたといえよう。

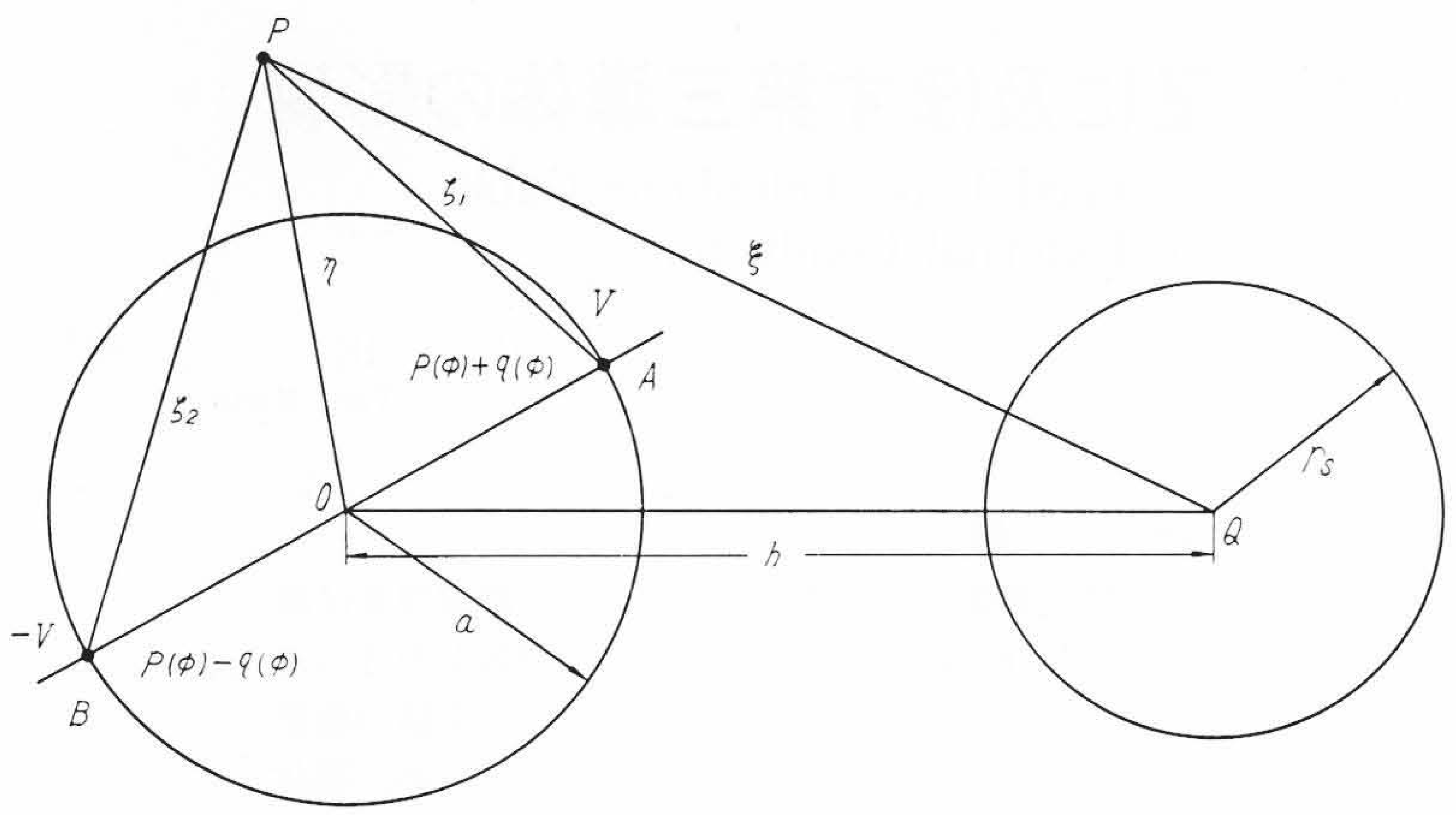
3. 導体上の電荷分布

いま，第1図に示すとおり対撚線に円筒形の導体（ＳＳケーブルの場合には鋼線）を平行させ，これを接地したものとする。図から明らかなとおり，

A，B： それぞれ心線の中心

Q： 円筒導体（鋼線）の中心

* 日立電線株式会社電線工場 工博



第1図　円筒導体に平行した対撚線

a：　対の半径

h：　対の中心と円筒導体の中心間隔

r_i：　心線の半径

r_s：　円筒導体の半径

ε：　空間比誘電率

であり，単位は MKS 合理化単位系を使用する。導体A，Bは導体Qに対して回線全体としては平衡しているから，大地電位をOとすればA，Bの電位はそれぞれV，$-V$と考えてよい。しかし，局部的にみれば両導体はQに対し対称（平衡）ではないから，A，B上の電荷分布は非対称的であり，ϕの関数となることが明らかである。

いま，A，B上の電荷をそれぞれ対称および反対称成分に分離してそれぞれ$p(\phi)$，$-q(\phi)$と名付ける。すなわち，

$$\left.\begin{array}{l} A\text{の電荷：}\ p(\phi)+q(\phi) \\ B\text{の電荷：}\ p(\phi)-q(\phi) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

となる（前節(1)式の考えでは上記の$p(\phi)$が無視されている）。

さしあたっての問題は，与えられたVに対して$p(\phi)$および$q(\phi)$の関数形を求めることである。第1図を複素平面とみなし，ポテンシャル関数を複素量（実際にはその実数部のみが意味をもつ）として取扱うことにする。いま，簡単のため導体A，B上の電荷を線電荷とみなすことにすれば，任意点pの電位は

$$\phi_0=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{-p(\phi)\log\zeta_1\zeta_2+q(\phi)\log\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right\} \quad \cdots\cdots(3)$$

で与えられる。(3)式は実際の取扱に不便であるから，次の近似によって簡略化する(付録 1. 参照)。すなわち，$|\eta|>a$ の場合は

$$\phi_0=\frac{1}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{-p(\phi)\log\eta+q(\phi)\frac{a}{\eta}e^{i\phi}\right\} \quad \cdots\cdots(4)$$

上式右辺の第1項は点0に置かれた線電荷，第2項は同一位置に置かれた双極子による界と等価である。

(4)式を1次界とみなし，導体Qによって散乱された界をϕ_dとすれば，全体としての界 $\phi_0+\phi_d$ は次の境界条件を満足しなければならない。

$$\left.\begin{array}{ll} |\xi|=r_s\text{で} & \phi_0+\phi_d=0 \\ |\xi|\to\infty\text{で} & \phi_0+\phi_d=\text{有限} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(5)$$

また，導体A，Bでは

$$\left.\begin{array}{ll} |\zeta_1|=r_i\text{で} & \phi_0+\phi_d=V \\ |\zeta_2|=r_i\text{で} & \phi_0+\phi_d=-V \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(6)$$

最初に(5)式からϕ_dの形を求める。計算の詳細は付録 2. を見ていただくこととして結果のみを記せば

$$\phi_d=\frac{1}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{p(\phi)\left(\log\frac{1-y^2-(\eta/h)}{y}+\log h\right)-q(\phi)x\,e^{-i\phi}\frac{1-(\eta/h)}{1-y^2-(\eta/h)}\right\} \quad \cdots\cdots(7)$$

ここで，xおよびyは次の関係より定義される。

$$x\equiv a/h,\quad y\equiv r_s/h \quad \cdots\cdots(8)$$

(7)式および導体A，Bの表面上の境界条件(7)，(8)式から$q(\phi)$，$p(\phi)$は次のように計算される(詳細は付録 3. 参照)。

$$q(\phi)=\frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{D}V \quad \cdots\cdots(9)$$

$$p(\phi)=\frac{g(x)}{\log\dfrac{a}{r_i}\cdot\dfrac{(1-y^2)^2}{2x^2y^2}+\log\left|1-\dfrac{x^2}{(1-y^2)^2}e^{i2\phi}\right|}q(\phi) \quad \cdots\cdots(10)$$

$$D=\log\frac{2a}{r_i}-\left(\frac{r_i}{2a}\right)^2+f(x)+g(x)\frac{\log\dfrac{1-\dfrac{x\,e^{i\phi}}{1-y^2}}{1+\dfrac{x\,e^{i\phi}}{1-y^2}}}{\log\dfrac{a}{r_i}\cdot\dfrac{(1-y^2)^2}{2x^2y^2}+\log\left|1-\dfrac{x^2}{(1-y^2)^2}e^{i2\phi}\right|} \quad \cdots\cdots(11)$$

$$\left.\begin{array}{l} f(x)\equiv-Re\dfrac{2x^2y^2}{(1-y^2)^2-x^2e^{i2\phi}} \\ g(x)=Re\,x\,e^{i\phi}\left\{1+\dfrac{y^2(1-y^2)}{(1-y^2)-x^2e^{i2\phi}}\right\} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(12)$$

（Re：　実数部を示す記号）

ただし，ここで注意を要することは(9)～(12)式の結果を誘導する際近似を行っていることである。これは前でも簡単に述べたようにA，B上の電荷を線電荷とみなしていることで，これはA，B表面上の電荷が軸対称状に分布していると仮定することと当価である。実際には外界の影響を受けてこれら電荷の分布には非対称性が含まれており，この効果は必ずしも無視できない。(これはいわゆる「近接作用」として知られているもので，これが第三導体の影響でどのように変化するかは興味ある問題である)。 このように，上記の計算は第1近似の計算で，さらに厳密な結果を希望する場合には補正を必要とする。

ここで $p(\phi)$ の性質につき少し考えてみたい。(9)～(12)式から明らかなとおり，$\phi=\pm\pi/2$ の場合

$$p(\phi)=0$$

となる。$p(\phi)$ は導体A，BがQに関して局部的に非対称なことから発生するのであるが，この場合にはちょうどA，Bが（Qに対して）対称的な位置をとるから，消滅するものと解釈してよい。また$p(\phi)$ をϕの1周期について積分してみると，

$$\int_0^{\pi}p(\phi)\,d\phi=0$$

となる。これは$p(\phi)$ の Fourier 成分に常数項が含まれていないことから明らかであるが，回線全体として見た場合，A，BはQに対して平衡な位置にあることから当然である。

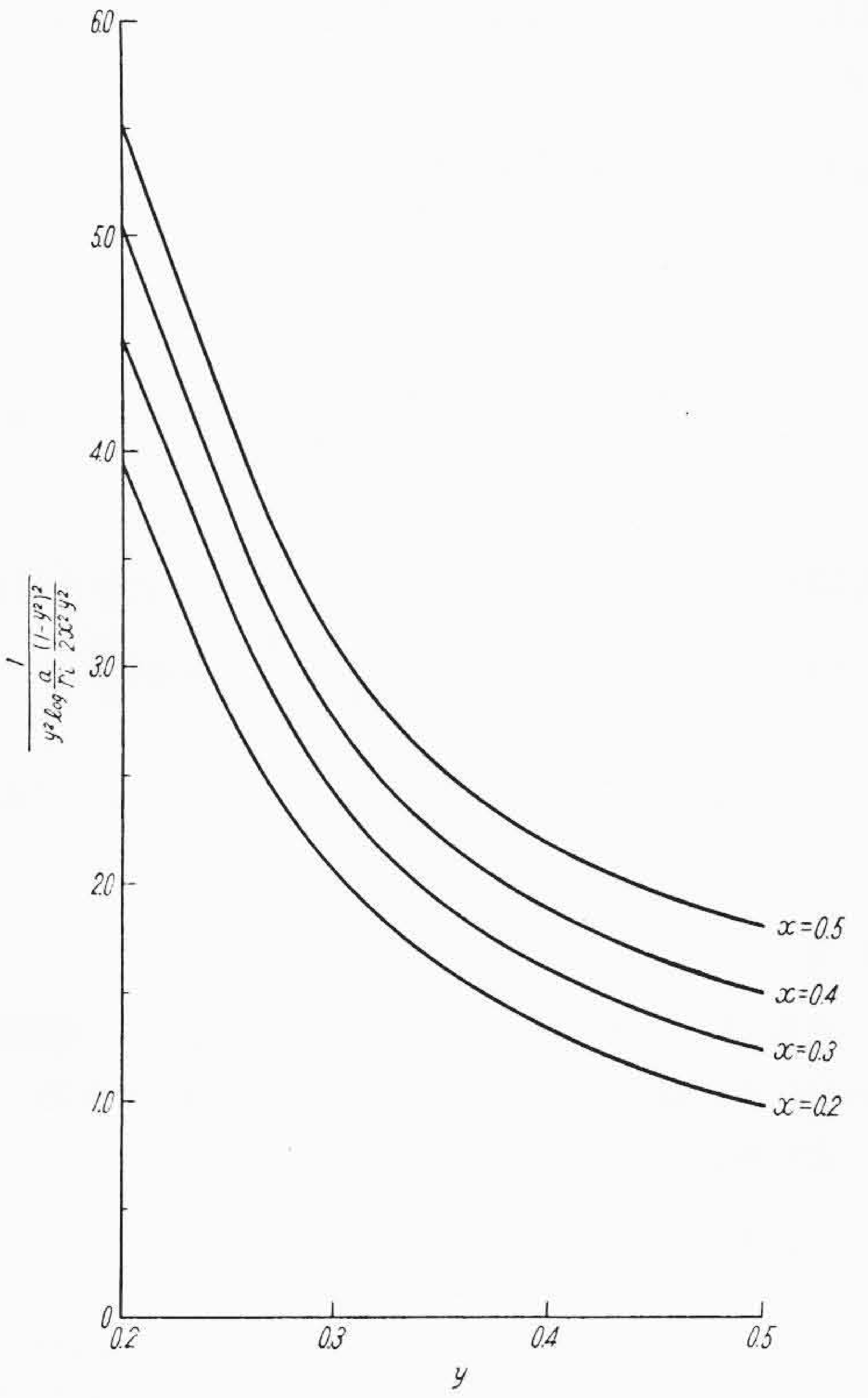
(9)～(12)式を導くための計算は付録に示されるとおり相当に複雑であるが，これは電流界の場合に比べて境界条件がやっかいなためである。

4. 対撚線の静電容量

対撚線の静電容量は，心線が対として撚られていることを顧慮すれば，

$$C=\frac{1}{2V}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}q(\phi)\,d\phi=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon}{D}d\phi \quad \cdots\cdots(13)$$

から計算することができる。この積分をある程度厳密に計算することも不可能ではないが，xまたはyが極端に1に近くないかぎり，



第2図　本文(16)式の数値 ($a/r_i=2.0$)

$$C=\frac{\pi\ \varepsilon_0\varepsilon}{\dfrac{1}{2\ \pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}D\,d\phi}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

と近似して実用上おおむね満足な結果が得られる。(14)式の分母の計算は，DをFourier級数に展開してその常数項のみを拾うことにほかならない。簡単のために前節で述べた近接作用が，導体Qの平行によって影響されないと考えると，(14)式からCの値は次のように与えられる。

$$C=\frac{\pi\ \varepsilon_0\varepsilon}{\log\dfrac{2\,a}{r_i}-\left(\dfrac{r_i}{2\,a}\right)^2-\dfrac{2\,x^2\,y^2}{(1-y^2)^2}\left\{1+\dfrac{1}{y^2\log\dfrac{a}{r_i}\cdot\dfrac{(1-y^2)^2}{2\,x^2\,y^2}}\right\}}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

分母の最終項の括弧の中に

$$y^2\log\frac{a}{r_i}\cdot\frac{(1-y^2)^2}{2\,x^2\,y^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

の項が見出されるが，これが$p(\phi)$による静電容量の増加を意味し，これを落せば，

$$C=\frac{\pi\ \varepsilon_0\varepsilon}{\log\dfrac{2\,a}{r_i}-\left(\dfrac{r_i}{2\,a}\right)^2-\dfrac{2\,x^2\,y^2}{(1-y^2)^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

となる。これは(1)式によって求めた静電容量にほかならない。

いまxをパラメータにとり，(16)式をyの関数として図示したものが**第2図**である。これから明らかなとおり，yの小さいほど(QがA，Bより遠ざかるほど)(15)，(17)式の計算値の食い違い(Qが平行したことによる静電容量の増加率のみに着目して)は大きくなることがわかる。

このように，円筒導体の平行が静電容量に及ぼす影響はインダクタンスのそれに比べ相当に大きい。Kaden氏の著書によれば静電容量は(17)式から求められ，静電容量およびインダクタンスはおおむね同一の割合で変化する(前者は増加，後者は減少)。この考えによれば高周波領域の伝ぱん速度は $c/\sqrt{\varepsilon}$ (c: 光速)であるが，(15)式の事実を顧慮すれば，伝ぱん速度は第三導体の影響により本質的に(撚込率の効果以外に)低下することが明らかとなった。高周波搬送に平衡形同軸ケーブルを使用する場合，漏話補償の要求から，伝ぱん速度の(回線ごとの)一様性が問題にされることがあるが，第三導体に近いものほど伝ぱん速度の小さい事実は注目に値する。

(15)式と(17)式の食い違いの根本的原因は $p(\phi)$ を顧慮したか否かにあるわけであるが，$p(\phi)$ と $q(\phi)$ とを比べてみると，$p(\phi)$ のほうは数値的には小さいが，第三導体とは強く作用し合って静電容量を著しく増加させている。これに対し，$q(\phi)$ のほうはA，B上に反対称的に分配されるため正負打ち消し合って外界へ及ぼす影響(したがってその反作用も)小さく，静電容量に及ぼす効果も少ない。このように$p(\phi)$，$q(\phi)$ の性質はまったく対称的な面がある。

5. 結　　言

以上のように，円筒導体に平行した対撚線に円筒導体が平行した場合の静電容量の増加現象を定量的に解析すると同時に，一般の平衡形ケーブルについてもある程度定性的な記述を行ったが，本稿の記述により問題の全部が解明されたわけではない。たとえば，実際上にひん繁に問題となるのは本稿でとりあげたＳＳ形式のものよりも回線がしゃへい体内に収容された場合である。これについてはおおむね上述の方法と平行的な取扱が可能であるが，星形カッドの場合は解析が非常に面倒となる。また，回線内の近接作用も第三導体の近接により影響されるが，これを解析することはさらに面倒である。本稿では記述があまりに長大となるので省略するが，機会を改めて報告したい。この種の問題は一見単純ではあるが，実際に数学的に取扱ってみると意外に取扱が面倒であり，簡単な解決は望めない。この点，抵抗，インダクタンスの計算のような電流界および磁界の問題よりも取扱がはるかに面倒である。この種の問題は複雑な理論的解析を行っても，その結果は経験的にある程度知られた事実を再確認するにとどまることが多いが，問題の本質を十分にはあくし，設計の理論的基礎をより確実なものとする上に果す意義は少なくないものと信ずる。

最後に日頃ご指導ご激励をいただいている久本研究部長に対し，心から厚くお礼申し上げる。

参　考　文　献

(1)　H. Kaden: Die Elektromagnetische Schirmung, p. 46～48 Springer-Verlag (1951)
(2)　八田: 日立評論 37, 1187 (昭30.8)
(3)　八田: 昭30電気通信学会秋季大会予稿集 No. 213(昭30.11)

付録 1.

本文**第1図**において

$$\left.\begin{aligned}\zeta_1&=\eta-a\ e^{i\phi}\\ \zeta_2&=\eta+a\ e^{i\phi}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{A.1.1})$$

したがって

$$\log\zeta_1\zeta_2=\log\eta^2\left\{1-\left(\frac{a}{\eta}\right)^2e^{i2\phi}\right\}$$
$$=2\log\eta-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{a}{\eta}\right)^{2n}e^{i2n\phi}\quad\cdots\cdots\cdots(\mathrm{A.1.2})$$

また

$$\log\zeta_2/\zeta_1=\log\frac{1+(a/\eta)\ e^{i\phi}}{1-(a/\eta)\ e^{i\phi}}$$
$$=2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2\,n+1}\left(\frac{a}{\eta}\right)^{2n+1}e^{i(2n+1)\phi}\ \cdots(\mathrm{A.1.3})$$

いま，簡単のため(A.1.2)および(A.1.3)式の右辺の第1項のみをとると

$$\log\zeta_1\zeta_2=2\log\eta\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{A.1.4})$$

$$\log(\zeta_2/\zeta_1)=2(a/\eta)\,e^{i\phi} \quad \cdots\cdots (A.1.5)$$

(A.1.4)，(A.1.5)式は一見きわめて粗漏な近似ではあるが，カッドまたは対の外部の界を問題にするかぎりこれらの式から出発しても重大な誤差となることは少ない。

付録 2.

本文(4)式において右辺の第1および第2項を分離してそれぞれ $\phi_0^{(p)}$，$\phi_0^{(q)}$ とすれば

$$\phi_0=\phi_0^{(p)}+\phi_0^{(q)} \quad \cdots\cdots (A.2.1)$$

$$\phi_0^{(p)}=-\frac{1}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}p(\phi)\log\eta \quad \cdots\cdots (A.2.2)$$

$$\phi_0^{(q)}=\frac{1}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}q(\phi)\frac{a}{\eta}\,e^{i\phi} \quad \cdots\cdots (A.2.3)$$

(A.2.1)式の $\phi_0^{(p)}$ および $\phi_0^{(q)}$ に対応して鋼線による散乱界 ϕ_d を2分してそれぞれ $\phi_d^{(p)}$，$\phi_d^{(q)}$ とすれば，導体Qの表面では

$$\phi_0^{(p)}+\phi_d^{(p)}=0,\quad |\xi|=r_s \quad \cdots\cdots (A.2.4)$$

$$\phi_0^{(q)}+\phi_d^{(q)}=0,\quad |\xi|=r_s \quad \cdots\cdots (A.2.5)$$

である。いま

$$\eta=h+\xi \quad \cdots\cdots (A.2.6)$$

の関係を(A.2.2)に代入すれば

$$\phi_0^{(p)}=-\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\log\eta=-\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\log(h+\xi)$$

$$=-\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{\log h+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}\left(\frac{\xi}{h}\right)^n\right\} \quad (A.2.7)$$

次に

$$\phi_d^{(p)}=\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{a_l\log(\xi/r_s)+a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\,\xi^{-n}\right\} \quad \cdots (A.2.8)$$

とおき，(A.2.4)式の条件から a_0，a_n を定めると次のようになる。

$$a_0=\log h \quad \cdots\cdots (A.2.9)$$

$$a_n=(-1)^{n+1}\frac{1}{n}\left(\frac{r_s^2}{h}\right)^n \quad \cdots\cdots (A.2.10)$$

上記の条件から a_l を決めめることはできないが，無限遠($|\xi|\to\infty$)で $\phi_0^{(p)}+\phi_d^{(p)}$ が有限となる条件から

$$a_l=1 \quad \cdots\cdots (A.2.11)$$

となる。したがって，(A.2.8)～(A.2.10)式より

$$\phi_d^{(p)}=\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{\log\log(\xi/r_s)+\log h+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}\left(\frac{r_s^2}{h\,\xi}\right)^n\right\}$$

$$=\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{\log\frac{\xi}{r_s}\cdot h\cdot\left(1+\frac{r_s^2}{h\,\xi}\right)\right\}$$

$$=\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{\log\frac{1-y^2-(\eta/h)}{y}+\log e^{i\pi}+\log h\right\} \quad \cdots\cdots (A.2.12)$$

$$(y\equiv r_s/h)$$

(A.2.12) 式右辺の括弧中の $\log e^{i\pi}$ は明らかに純虚数であるから，複素ポテンシャル関数の実数部のみに物理的意味を認めるわれわれの立場から見ればこれを無視してさしつかえない。したがって

$$\phi_d^{(p)}=\frac{p(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{\log\frac{1-y^2-(\eta/h)}{y}+\log h\right\} \quad \cdots\cdots (A.2.13)$$

と置換えてよい。

次に $\phi_d^{(q)}$ を求めてみる。

$$\phi_0^{(q)}=\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{a}{\eta}\,e^{i\phi}=\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{a}{h+\xi}\,e^{i\phi}$$

$$=\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{a}{h}\,e^{i\phi}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{\xi}{h}\right)^n \quad \cdots\cdots (A.2.14)$$

(A.2.12)式を導いたと同様の方法によって，(A.2.5)，(A.2.14)式から $\phi_d^{(q)}$ を求めてみると，

$$\phi_q^{(d)}=-\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{a}{h}\,e^{-i\phi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{r_s^2}{h\,\xi}\right)^n$$

$$=-\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{a}{h}\,e^{-i\phi}\frac{1}{1+(r_s^2/h\,\xi)}$$

$$=-\frac{q(\phi)}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{\{1-(\eta/h)\}x\,e^{-i\phi}}{1-y^2-(\eta/h)} \quad \cdots\cdots (A.2.15)$$

$$(x\equiv a/h)$$

(A.2.13)，(A.2.15)式より，ϕ_d は次のように与えられる。

$$\phi_d=\frac{1}{\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left\{p(\phi)\left(\log\frac{1-y^2-(\eta/h)}{y}+\log h\right)\right.$$

$$\left.-q(\phi)\frac{x\,e^{-i\phi}\{1-\eta/h)\}}{1-y^2-(\eta/h)}\right\} \quad \cdots\cdots (A.2.16)$$

付録 3.

次に，本文(5)，(6)式の関係から $p(\phi)$，$q(\phi)$ の関数形は代数的に求められる。対内部の界を計算するのに(4)式を用いるのは無理で(3)式を用いなければならない。

$$\pi\varepsilon_0\varepsilon\,V=p(\phi)\log\left(\frac{h^2}{2\,ar_i}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1-y^2-x\,e^{i\phi}}{y}$$

$$+q(\phi)\left\{\frac{1}{2}\log\frac{2\,a}{r_i}-\frac{x\,e^{-i\phi}(1-x\,e^{i\phi})}{1-y^2-x\,e^{i\phi}}\right\} \quad \cdots\cdots (A.3.1)$$

$$-\pi\varepsilon_0\varepsilon\,V=p(\phi)\log\left(\frac{h^2}{2\,ar_i}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1-y^2+x\,e^{i\phi}}{y}$$

$$-q(\phi)\left\{\frac{1}{2}\log\frac{2\,a}{r_i}+\frac{x\,e^{-i\phi}(1+x\,e^{i\phi})}{1-y^2+x\,e^{i\phi}}\right\} \quad \cdots\cdots (A.3.2)$$

連立方程式(A.3.1)，(A.3.2)を解くことは簡単ではないが，詳細は機会を改めて報告することとし，結果のみを記せば次のようになる。

$$q(\phi)=\frac{2\,\pi\varepsilon\varepsilon_0}{D}V \quad \cdots\cdots (A.3.3)$$

$$p(\phi)=\frac{g(x)}{\log\frac{a}{r_i}\cdot\frac{(1-y^2)^2}{2\,x^2y^2}+\log\left|1-\frac{x^2}{(1-y^2)^2}\,e^{i2\phi}\right|}q(\phi) \quad \cdots\cdots (A.3.4)$$

$$D\equiv\log\frac{2\,a}{r_i}+f(x)+g(x)\frac{\log\left|\dfrac{1-\frac{x}{1-y^2}\,e^{i\phi}}{1+\frac{x}{1-y^2}\,e^{i\phi}}\right|}{\log\frac{a}{r_i}\cdot\frac{(1-y^2)^2}{2\,x^2y^2}+\log\left|1-\frac{x^2}{(1-y^2)^2}\,e^{i2\phi}\right|} \quad \cdots\cdots (A.3.5)$$

$$f(x)\equiv-Re\frac{2\,x^2y^2}{(1-y^2)^2-x^2\,e^{i2\phi}} \quad \cdots\cdots (A.3.6)$$

$$g(x)\equiv Re\,x\,e^{-i\phi}\left\{1+\frac{y^2(1-y^2)}{(1-y^2)-x^2\,e^{i2\phi}}\right\} \quad \cdots\cdots (A.3.7)$$

(Re: 実数部を示す記号)

以上の演算で近接作用の影響は無視されているが，これが鋼線の存在により影響されないと考えてこれを補正すれば，D の右辺より $(r_i/2a)^2$ を差し引かなければならない(本文(11)式参照)。