

回転時における電動機ファンベンの応力

Stress of the Fan-Vane of Electric Motor

小堀 与一*
Yoichi Kobori

大森 基次*
Motoji Ōmori

佐藤 進**
Susumu Satō

内 容 梗 概

誘導電動機に用いられる冷却用の側板（シュラウド）なしのファンベン6種について、折り曲げ部に生ずる回転時の応力を測定した。定格回転速度（750 ± 150 rpm）において遠心力による静的応力 4.3~7.8 kg/mm²、回転速度と等しい振動数の振動応力 0.1~0.3 kg/mm² およびベンの1次固有振動数に等しい振動数の振動応力 0.1~0.5 kg/mm² の三つの応力が現われた。回転中のロータに脈動トルクを与え、これにベンの固有振動数が共振した場合生ずる応力は固有振動数の高いベンほど小さいこと、固有振動数の低いベンに対しては回転速度の整数倍の振動数の共振応力が比較的大になること、またベンの1次固有振動数は1枚形のものは簡単な計算式による値に一致し、2枚形のものは1枚形の値の2倍となることがわかった。

1. 緒 言

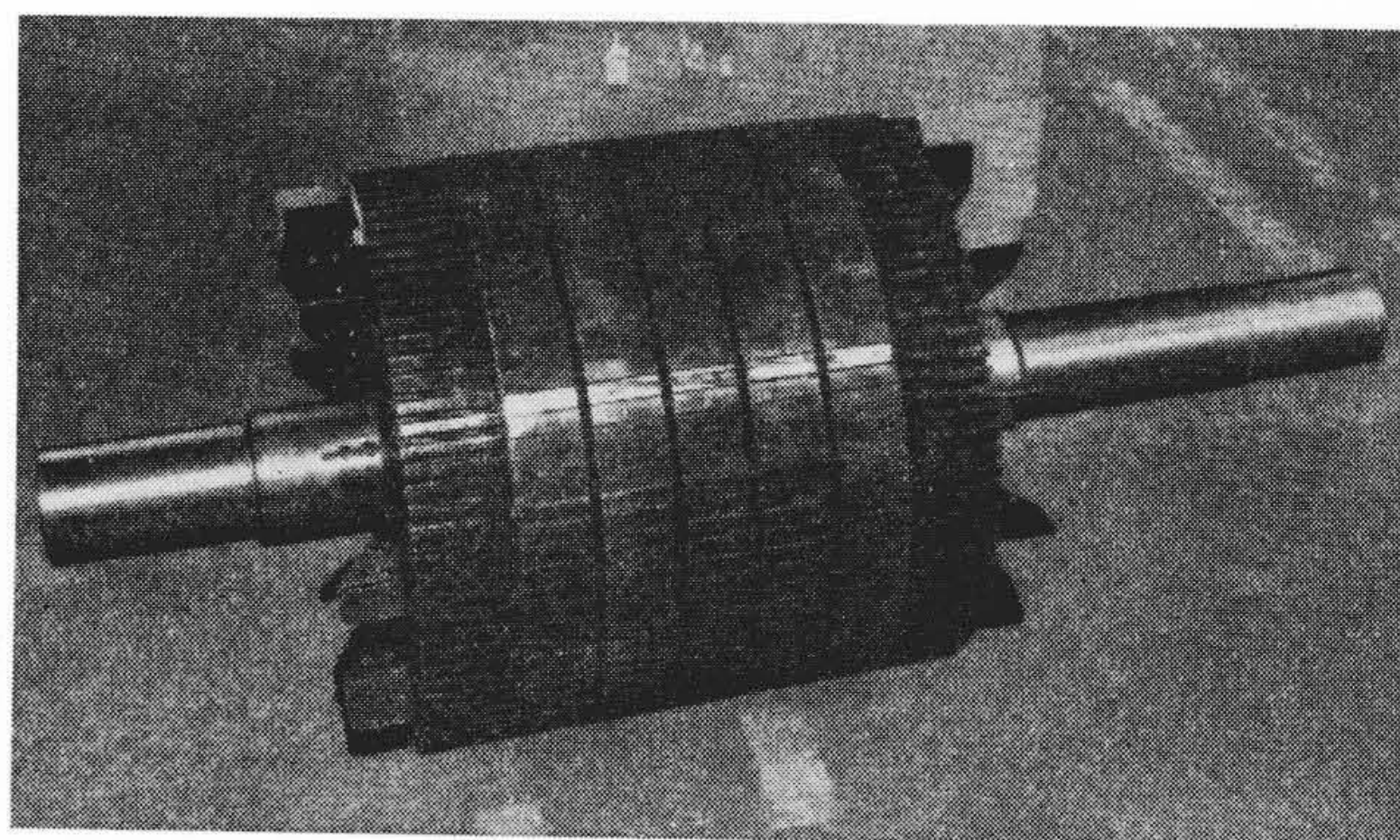
誘導電動機回転子コイルの冷却用ファンとして、費用、加工の点からシュラウドなしのベン（一種の自由翼）が多く用いられている。ベン設計上問題となる点としては風圧および遠心力による静的応力、ベンに加わる風圧変動、回転子の振動およびモータに結合された負荷より生ずる脈動トルクに基づく動的応力の過大が考えられる。ベンの振動あるいは応力に関しては従来主としてタービン翼について研究がなされ、多くの文献がある^(1~4)。しかしシュラウドなしのベンについては形状が特殊なため、タービン翼についてなされた計算あるいは実験データを適用するわけにはいかないため、このための試験装置を試作し、回転時のベンの静的、動的応力を測定してみた。

2. ファンベンおよび試験装置

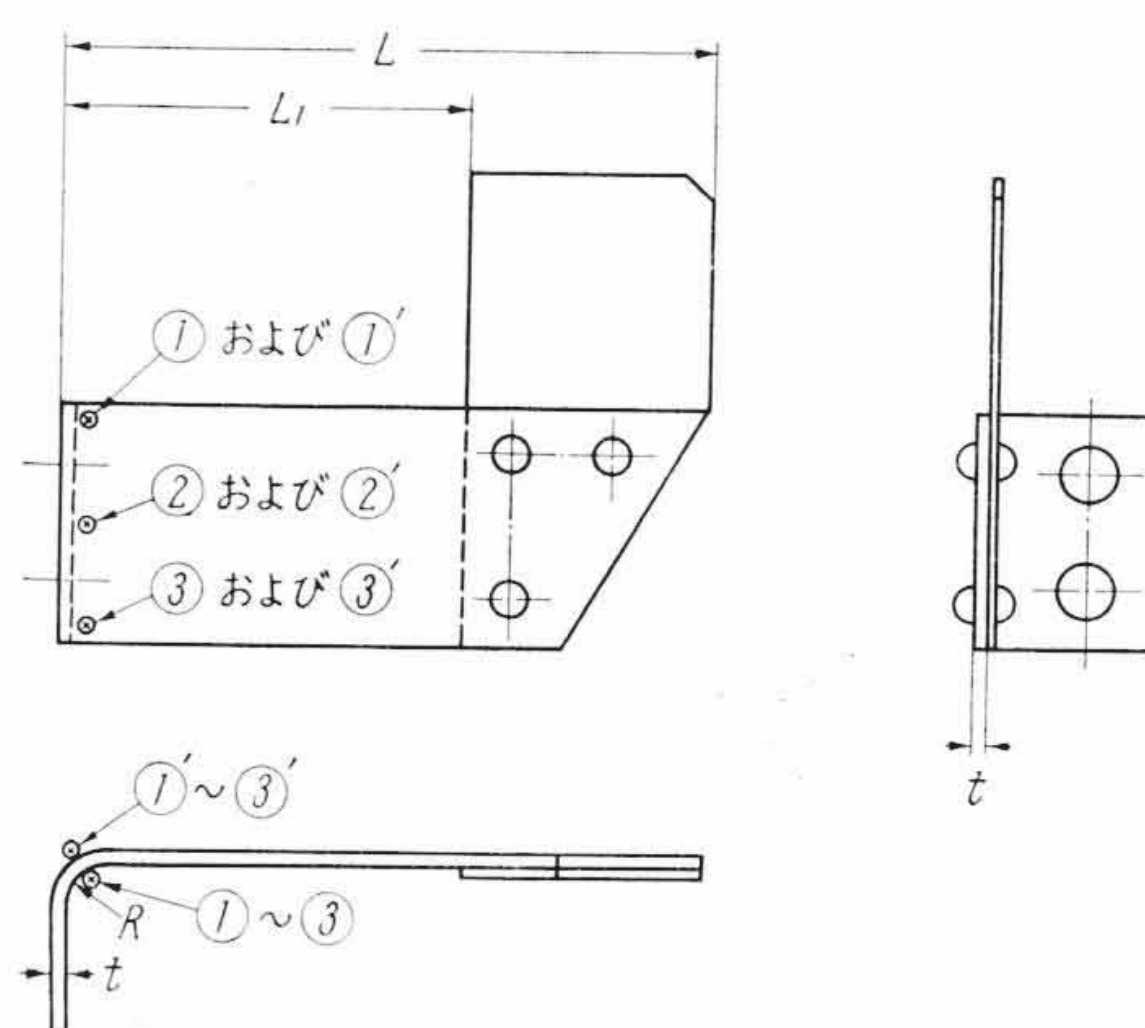
誘導電動機回転子コイル冷却用ファンの外観を第1図に、ファンベン6種の形状、寸法を第2図(a)~(c)に示す。試料は第2図(a)~(c)に示すように、ベンはすべて根元部でRの円弧をもって直角に折り曲げられた片持翼になっている。第3図(a)に試験装置略図を、第3図(b)に試験装置の外観を示す。第3図(a)に示すように二つの軸受のほぼ中央に厚さ20mmのF取付け板（ファンを取付けるボスに相当するリング状の板）があり、これにNo.1~No.6のベン各2個1組を軸心より半径200mmのところ、軸に対称にボルト締めして取付ける。試料No.7はベンの取付枚数の影響を調べるためのもので、形状、寸法はNo.3と同じである。ただし20mm厚さのF取付け板の代りに3mm厚さのF取付け板を用い、かつ、リベット付けとし、取付け半径は155mmとした。軸は中空で、応力測定用リード線が軸端面に取り出せるようになっている。軸の他端には回転中の軸に脈動トルクを与えるための凸起数6の電磁力印加用ポールが取付けられている。このポールには第4図に示すようにポールに対し5mmの空けきをもって対向するように直流電磁石が取付けられている。ベンおよびポールが取付けられたロータ軸は防振ゴムを用いたフレキシブルカップリングを介し、直流電動機により駆動される。なお、装置の大きさの都合により試料No.3~No.6は正規の取付け方向とは逆向きに（第2図(a)中の外向きのベン部分が内側向きになるように）取付けて実験を行なった。

3. 測 定 方 法

ベンの応力の最大となる位置は一般に、根元R部中央であることは容易に想像される。そこで本試験の応力測定位置をこのR部中央



第1図 誘導電動機回転子コイル冷却用ファンの外観



寸 法 表

供試ベン No.	L	L ₁	t	備 考
No.1 A, B	105	55	3.2	
No.2 A, B	135	85	3.2	
No.3, No.7 A, B*	155	105	3.2	
No.4	155	105	4.5	
No.5	155	105	6.0	
No.8	155	135	3.2	No.3のL ₁ 部を長くしたもの、振動数測定にのみ使用

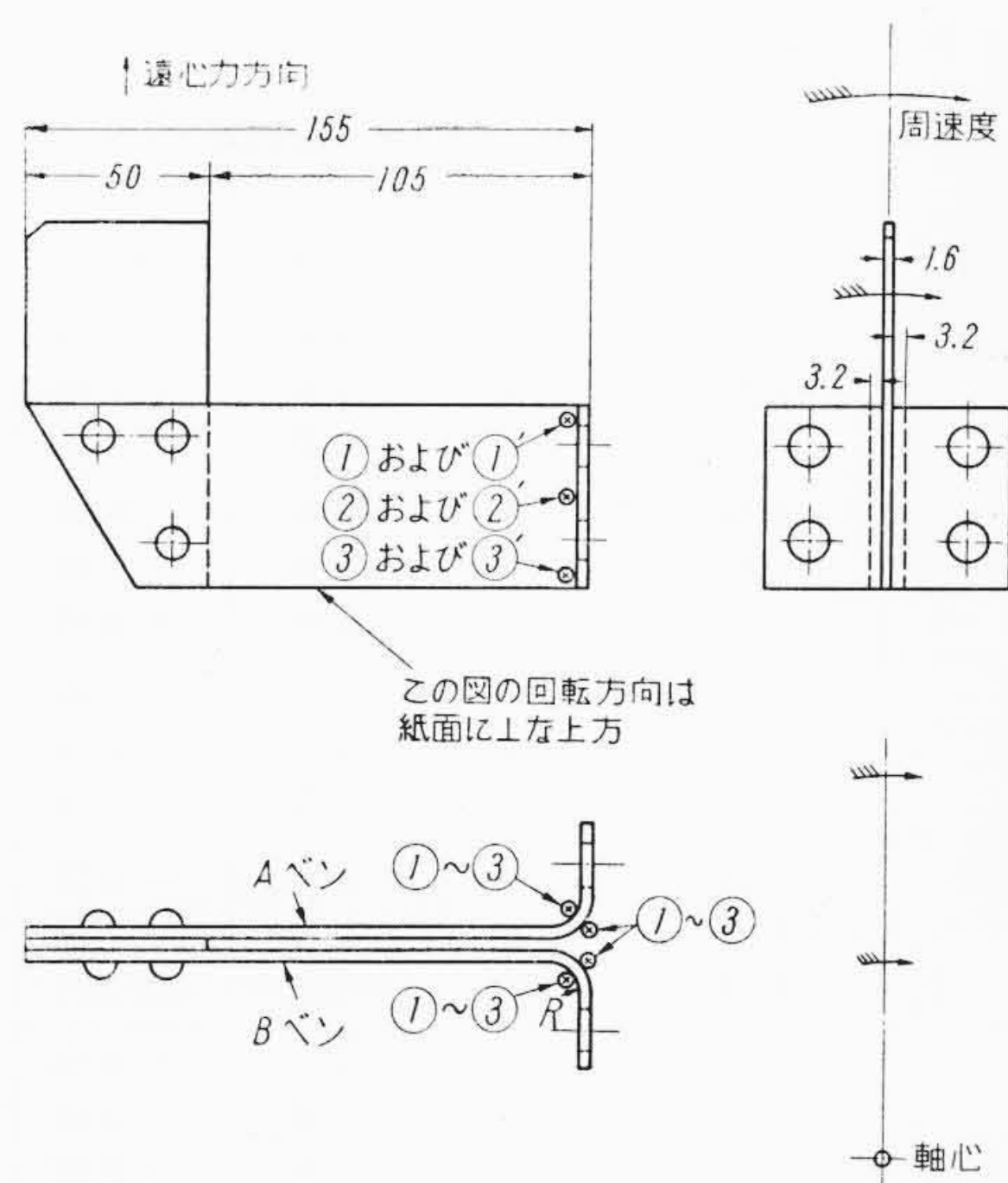
①印は応力測定のためのひずみゲージはり付け位置を示す。

* No.7 A, BはNo.3と同一寸法のもので厚さ3mmのF取付け板に12枚リベット付したものの中の2枚を示す。

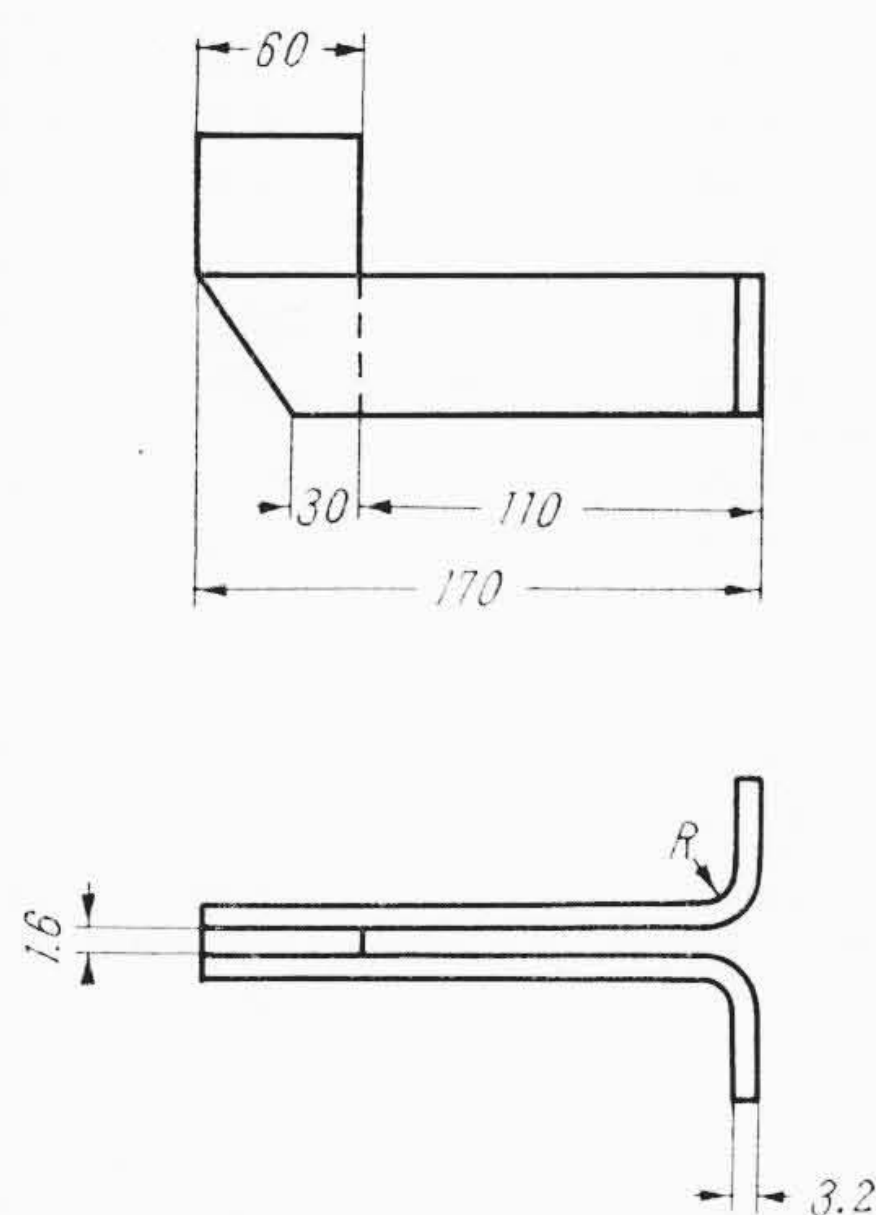
第2図(a) 供試ベンの形状および寸法

* 日立製作所日立研究所

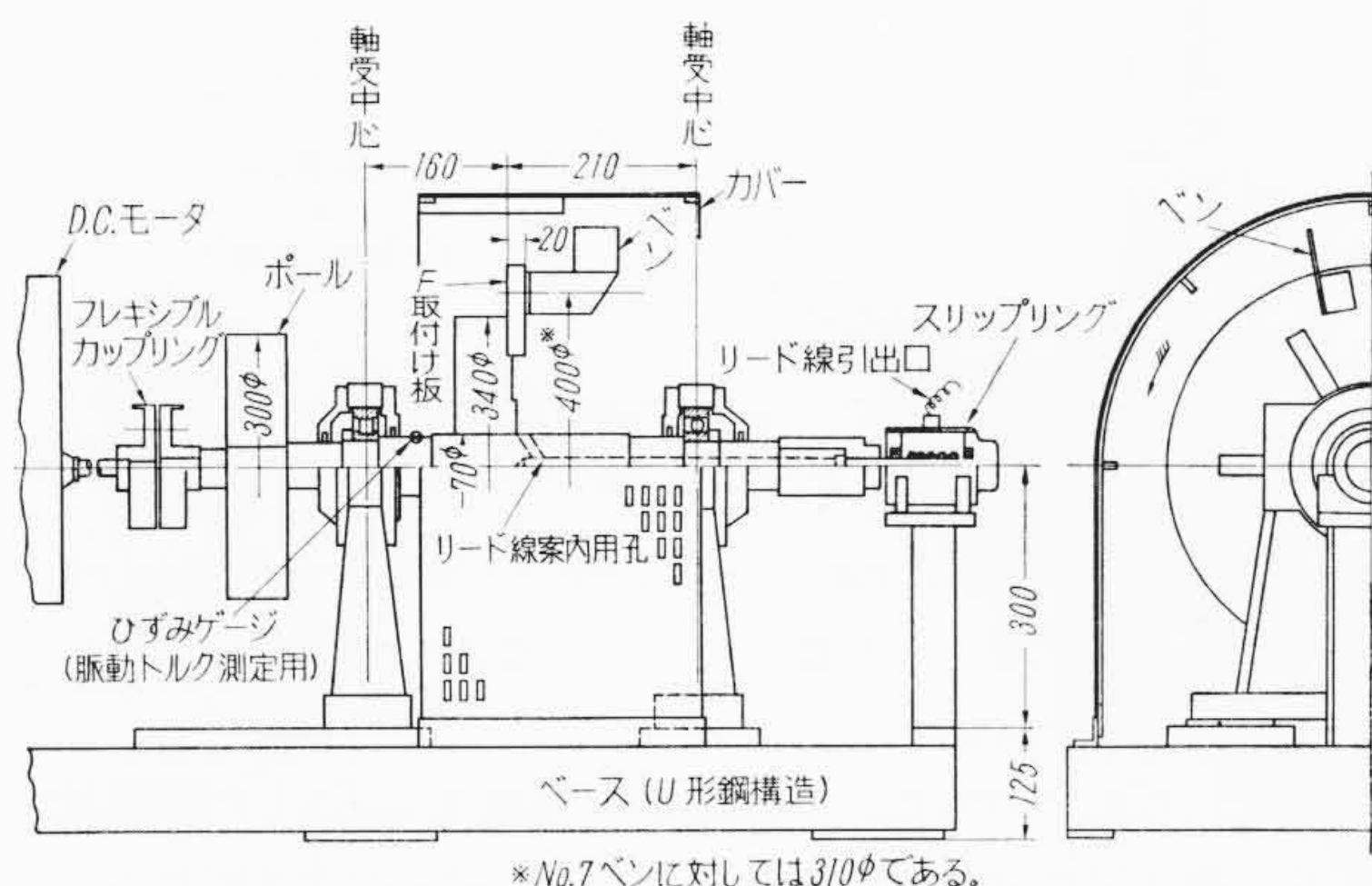
** 日立製作所日立工場



第2図(b) 供試ベンの形状および寸法 (No. 6)

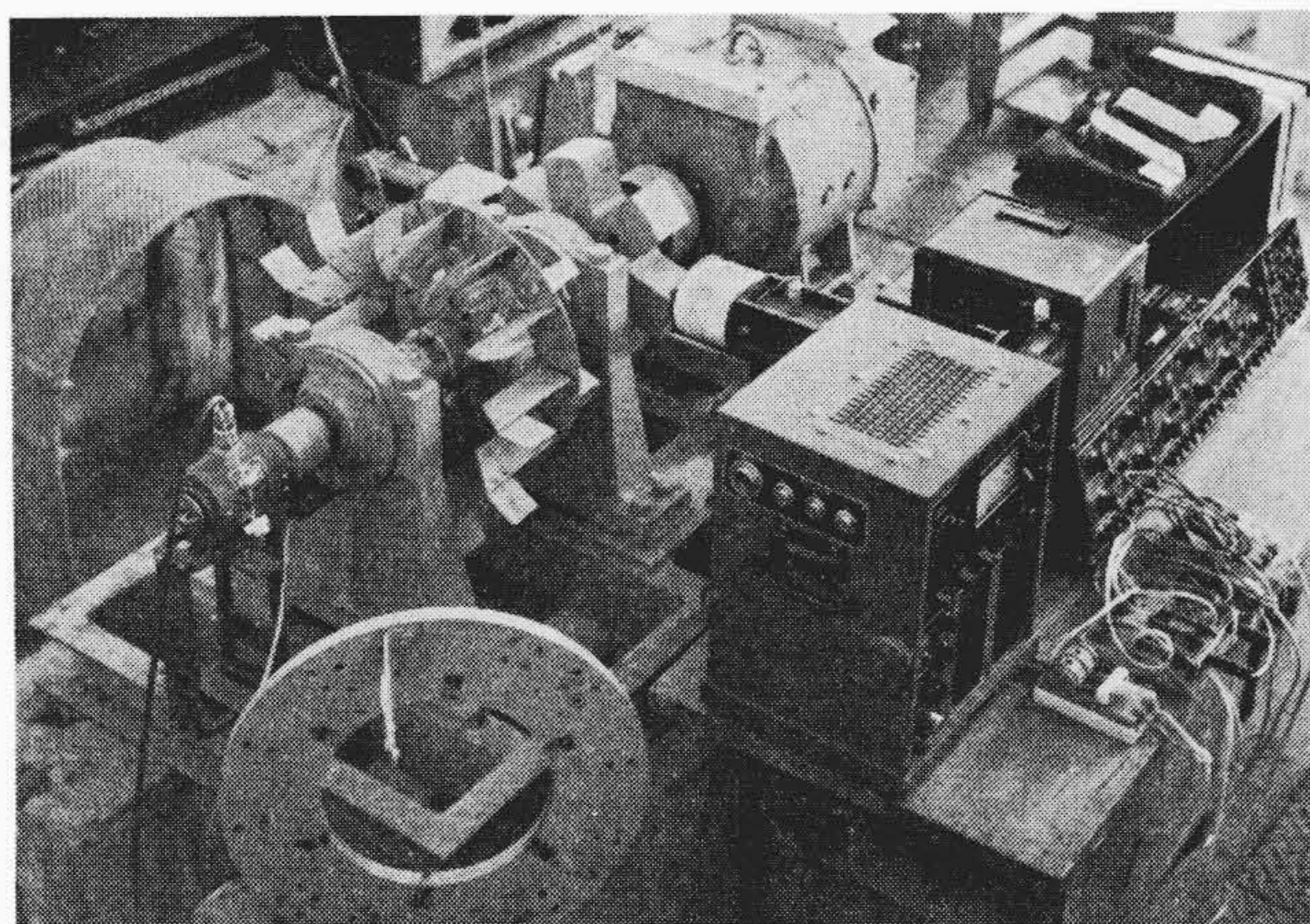


第2図(c) 供試ベンの形状および寸法 (No.9, 特に振動数のみ調べるため用いたもの)



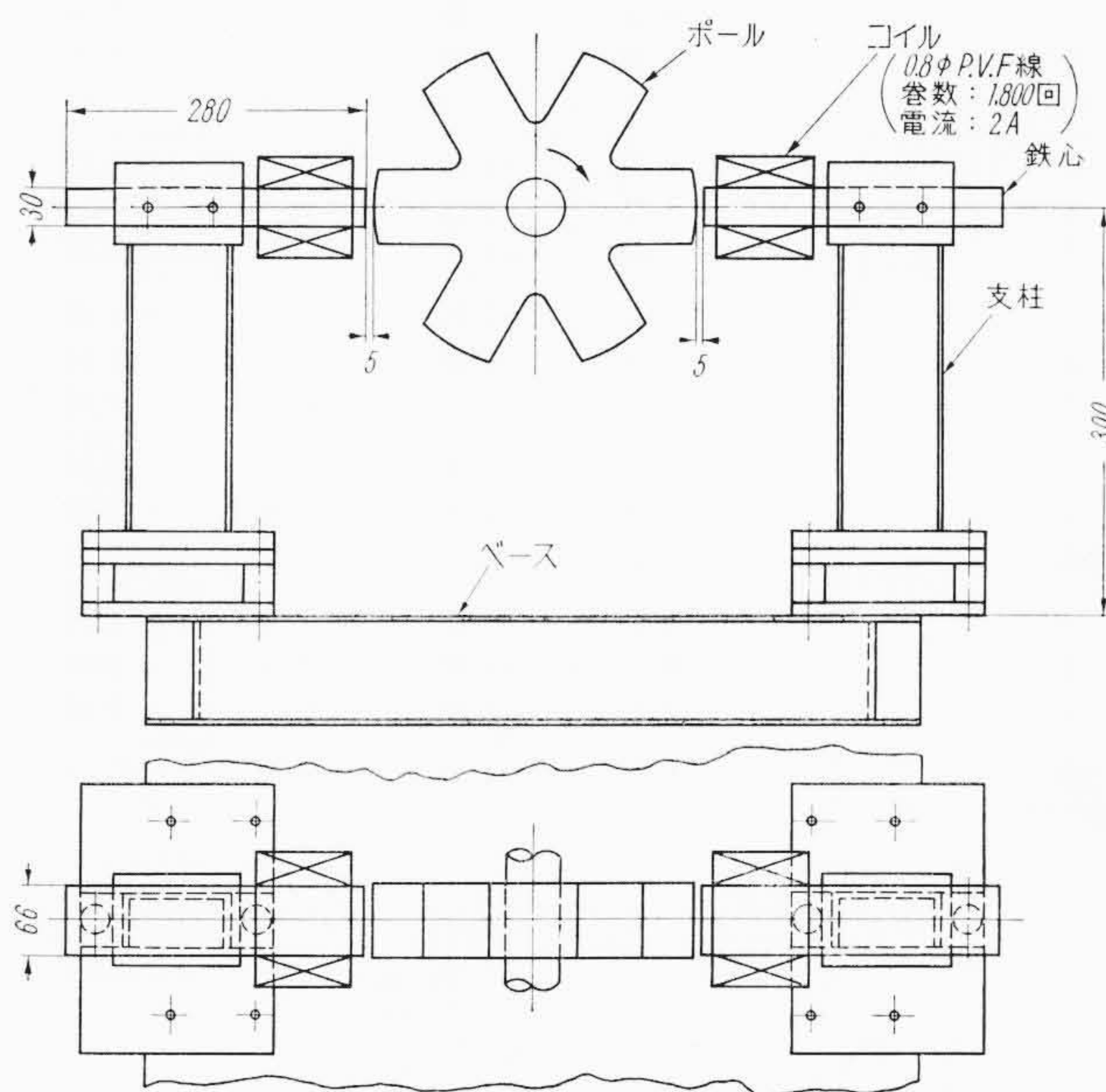
第3図(a) ファンベン応力測定装置

にとり、さらにペンの内、外面に対し幅方向の両縁および中央の合計6点の応力分布を調べることにした。測定位置は、第2図(a)、(b)に示す番号で示してある。応力測定には標点距離3mmの抵抗線ストレンゲージを用い、感度方向をペンの長さ方向に一致させた(これがペンの垂直主応力の方向と一致していると考えてよい)。ペンに生じたひずみ変化は電圧変化としてスリップリングにより、外部ストレンメータに導かれ、静的なものはメータで直読し、動的なものは電磁オシログラフにより記録した。また脈動トルクはX形2



試料 No.7, 12 枚取り付け状況を示す。図の左前部にあるリングは 20 mm 厚
ファン取付板で No.7 以外の試料はすべてこれを用いた。

第3図(b) ファンペン試験装置の外観



第4図 直流電磁石の取付け方法

軸抵抗線ストレンゲージ 2 組を軸心に対称にはり付けることにより測定した。測定は各試料について、単にモータのみで駆動し回転させた場合と、回転中電磁石 1 個または 2 個を動作させ、軸に脈動トルクを与えた場合とについて行なった。

4. 測定結果ならびに結果の検討

実測ひずみ量 ε から応力 σ を算出するには、ベン材料のヤング率 E を $2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ とし、 $\sigma = 2.1 \times 10^4 \varepsilon$ の関係を用いた。動的応力の振幅表示には片振幅を採用した。

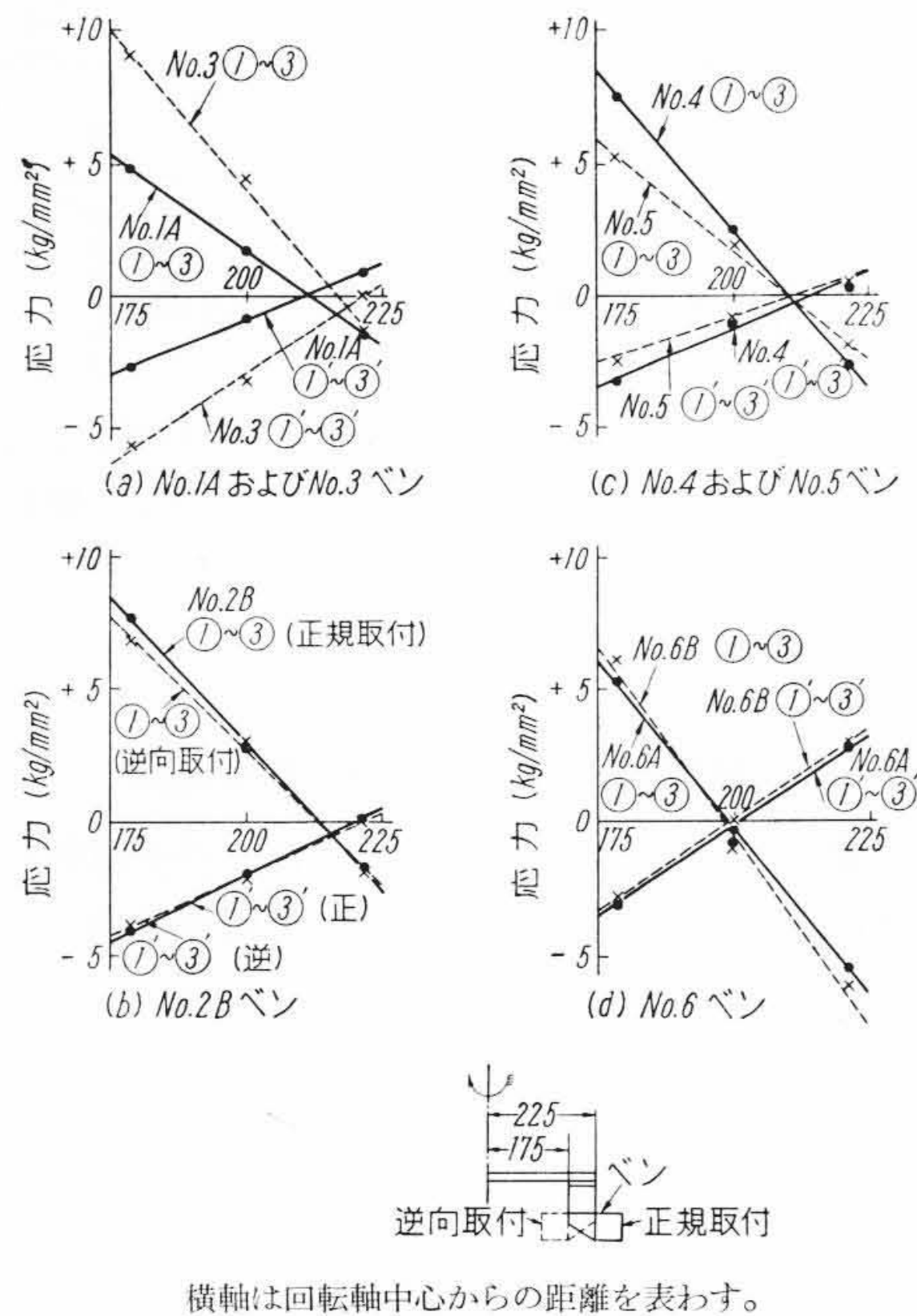
4.1 靜 的 応 力

第1表にR部の各点における静的応力の測定結果を示す。表に示すようにどの測定点においても応力は回転数とともに増加し、各回転数における各点の応力分布傾向は同じようになっている。第5図は750 rpmにおける応力分布を第1表に基づいて描いたもので、図より No.6 を除いて、全ベンとも軸心からの距離が小さな位置に最大の応力を生じていること、そしてその大きさは内側(①～③)のほうが外側(①'～③')より大きく、1.6～2.3 倍程度(No.6 も含めて)であること、ベンの取付方向による差はない(No.2のベンの取付けは回転方向に対し正規と反対になっている)ことがわかる。また、各ベンともベン特有の応力零の点があり、応力の大きさの分布はその

第1表 各 回 転 数 に お け る 静 的 応 力

(表中、+ は引張応力を、- は圧縮応力を示す)

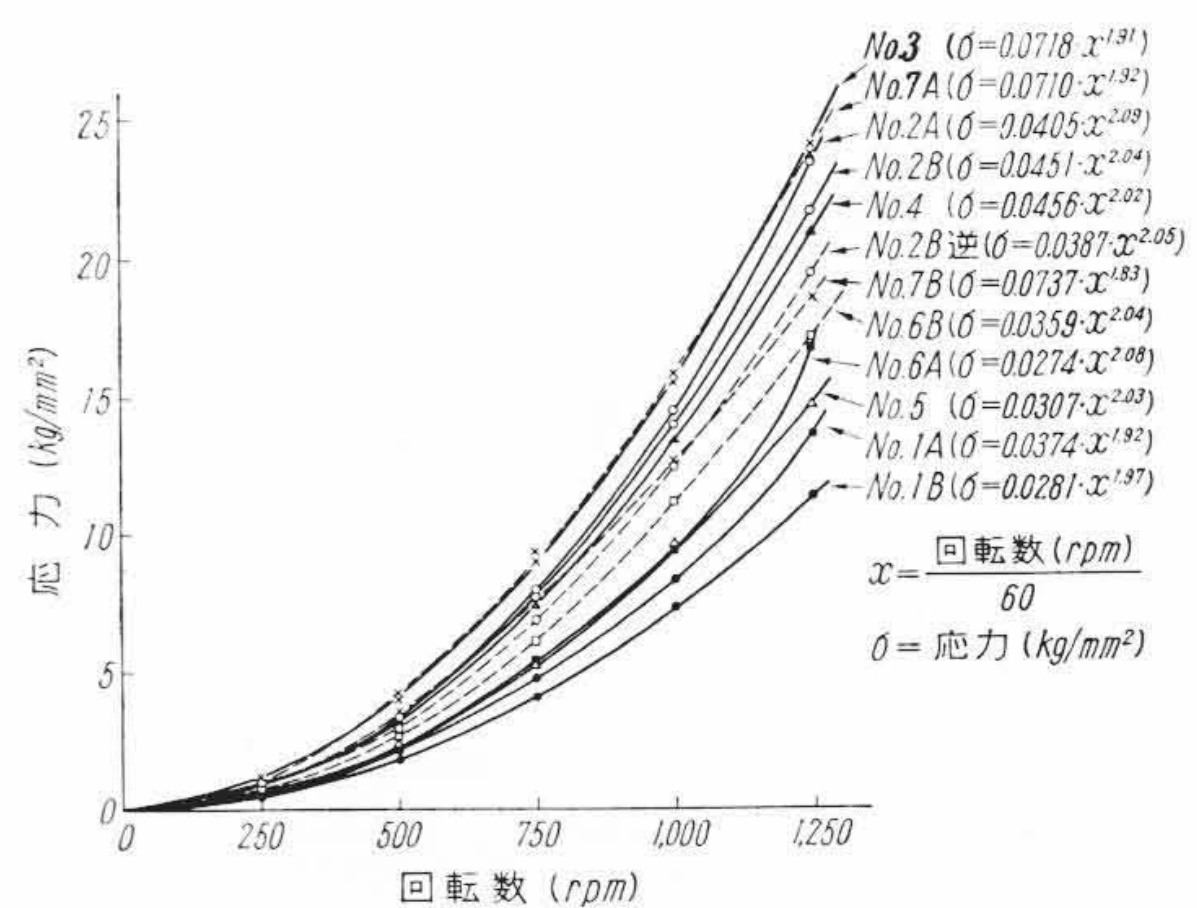
測定位置	ベン No. (カッコ内は 取付方向)	応 力 (kg/mm ²)					ベン No. (カッコ内は 取付方向)	応 力 (kg/mm ²)				
		250 rpm	500 rpm	750 rpm	1,000 rpm	1,250 rpm		250 rpm	500 rpm	750 rpm	1,000 rpm	1,250 rpm
①	No.1 A (正 規)	-0.12	-0.58	-1.46	- 2.82	- 4.69	No.3 (逆 向)	+1.14	+4.12	+8.97	+15.54	+23.94
②		+0.22	+0.80	+1.69	+ 3.02	+ 4.87		+0.57	+1.95	+4.41	+ 7.94	+12.33
③		+0.52	+2.19	+4.77	+ 8.27	+13.58		-0.00	-0.36	-1.20	- 2.52	- 4.62
①'		+0.21	+0.43	+0.87	+ 1.53	+ 2.79		-0.58	-2.46	-5.67	-10.00	-15.75
②'		-0.06	-0.34	-0.84	- 1.64	- 2.47		-0.33	-1.39	-3.23	- 6.09	- 9.74
③'		-0.27	-1.11	-2.77	- 4.79	- 7.56		+0.15	+0.06	+0.04	- 0.03	- 0.12
①	No.1 B (正 規)	-0.16	-0.62	-1.50	- 2.86	- 4.81	No.4 (逆 向)	+0.89	+3.30	+7.50	+13.44	+20.79
②		+0.23	+0.91	+1.97	+ 3.50	+ 5.50		+0.40	+1.18	+2.50	+ 4.45	+ 7.01
③		+0.62	+1.83	+4.05	+ 7.35	+11.34		-0.23	-1.09	-2.71	- 5.21	- 8.69
①'		+0.04	+0.17	+0.45	+ 1.09	+ 2.42		-0.33	-1.39	-3.28	- 6.22	-10.12
②'		-0.08	-0.37	-0.92	- 1.76	- 2.79		+0.02	-0.40	-1.11	- 2.16	- 3.42
③'		-0.17	-0.77	-1.85	- 3.40	- 5.46		+0.03	+0.15	+0.42	+ 0.91	+ 1.52
①	No.2 A (正 規)	-0.17	-0.69	-1.83	- 3.57	- 6.38	No.5 (逆 向)	+0.65	+2.27	+5.17	+ 9.58	+14.70
②		+0.30	+1.16	+2.65	+ 4.85	+ 7.60		+0.24	+0.83	+1.93	+ 3.62	+ 6.03
③		+0.89	+3.40	+8.02	+14.49	+23.31		-0.11	-0.77	-1.96	- 3.93	- 6.72
①'		-0.08	-0.28	-0.50	- 0.65	- 0.70		-0.46	-1.26	-2.52	- 4.52	- 6.83
②'		-0.33	-0.89	-1.68	- 3.26	- 5.04		-0.03	-0.32	-0.81	- 1.58	- 2.44
③'		-0.37	-1.63	-3.94	- 7.35	-11.55		+0.06	+0.18	+0.44	+ 0.88	+ 1.60
①	No.2 B (正 規)	-0.05	-0.60	-1.66	- 3.42	- 6.30	No.6 A (逆 向)	+0.61	+2.27	+5.25	+ 9.49	+15.75
②		+0.41	+1.33	+2.86	+ 5.19	+ 8.21		+0.06	-0.11	-0.34	- 0.57	- 0.84
③		+1.02	+3.41	+7.81	+13.97	+21.63		-0.58	-2.25	-5.40	- 9.41	-16.80
①'		+0.07	+0.01	+0.03	+ 0.20	+ 0.78		-0.40	-1.34	-3.02	- 5.52	- 9.45
②'		-0.08	-0.79	-1.92	- 3.54	- 5.75		-0.14	-0.42	-0.90	- 1.52	- 2.44
③'		-0.32	-1.61	-4.03	- 7.46	-11.91		+0.50	+1.31	+2.77	+ 4.35	+ 8.15
①	No.2 B (逆 向)	+0.87	+2.99	+6.87	+12.35	+19.43	No.6 B (逆 向)	+0.70	+2.55	+6.13	+10.77	+16.59
②		+0.46	+1.39	+2.94	+ 5.25	+ 8.25		-0.18	-0.51	-1.01	- 1.70	- 2.42
③		-0.15	-0.76	-1.93	- 3.68	- 6.17		-0.75	-2.71	-6.13	-11.13	-17.22
①'		-0.23	-1.52	-3.80	- 7.14	-11.47		-0.24	-1.01	-2.77	- 4.91	- 7.46
②'		-0.01	-0.82	-2.21	- 4.16	- 6.83		-0.05	-0.06	-0.03	+ 0.08	+ 0.14
③'		+0.17	+0.05	-0.01	+ 0.03	+ 0.26		+0.27	+1.24	+3.00	+ 5.59	+ 8.57
③	No.7 A (正 規)	+0.97	+4.16	+9.37	+15.75	+23.65	No.7 B (正 規)	+0.97	+3.57	+7.56	+12.60	+18.59



第5図 750 rpm における曲り部の静的応力の分布

点に関し、大体対称で、かつ直線状に分布していることがわかる。したがって、静的応力は風圧によってでなく、遠心力によって起きているものであると考えられる。もし風圧によるとしたならば各点の応力の大きさは大差ないと判断される。

第6図は第1表によって、ベンの回転数と最大応力 $\sigma_{\max}$ との関



カッコ内応力の式は0~1,000 rpm について応力と回転数との関係を表わす。

第6図 回転数と最大静的応力との関係

係を図示したものである。この図より rpm と $\sigma_{\max}$ との関係式を求めると、第6図の試料番号右側カッコ内に示したようになり、応力は各試料を通じ次式で表わされる。

$$\sigma_{\max} = \alpha x^{1.8 \sim 2.1} \quad (\text{kg/mm}^2)$$

ただし $x = \text{rpm}/60$ (c/s)

α : 試料により異なる係数で0.027~0.074の値をとる

第6図より試料 No.2 の正規および逆方向取付けの相違による差を比較すると後者は前者の約90%になっており、大差がないことがわかる。各ベンの取付半径200 mm に対する最大回転数はそれぞれ No.1: 850, No.2: 680, No.3: 600, No.4: 760, No.5: 910, No.6: 670 および No.7: 690 (取付半径=155 mm) rpm である。これらの各回転数における $\sigma_{\max}$ は第6図より、それぞれ No.1: 5.2~6.1,

No. 2: 5.7~6.6, No. 3: 5.9, No. 4: 7.6, No. 5: 7.7, No. 6: 4.3~4.9, No. 7: 6.5~7.8 kg/mm² でベンの応力は常識的には合格圏内にある⁽⁵⁾と判断される。ベンはその根元の二つの取付け孔を結ぶ線を軸心からの半径方向に一致させて取付けられている。したがって、ベンは最小慣性主軸に対して4.5~7.5度の角度の方向に遠心力を受ける。この遠心力は最大および最小の慣性主軸を持つ二つの断面の方向に働く二つの力に分けることができる。各ベンの前記最大回転数について、この二つの分力によって二つの断面に生ずる曲げ応力を計算し、さらに両者の代数和(いずれも直角応力だから)を求め、その最大値を示すと次のようになる。

No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6	No. 7
-2.66	-2.99	-2.92	-3.57	-4.22	±1.08	-2.44 (kg/mm ²)

これらの計算値は実測値の1/1.8~1/4.3である。

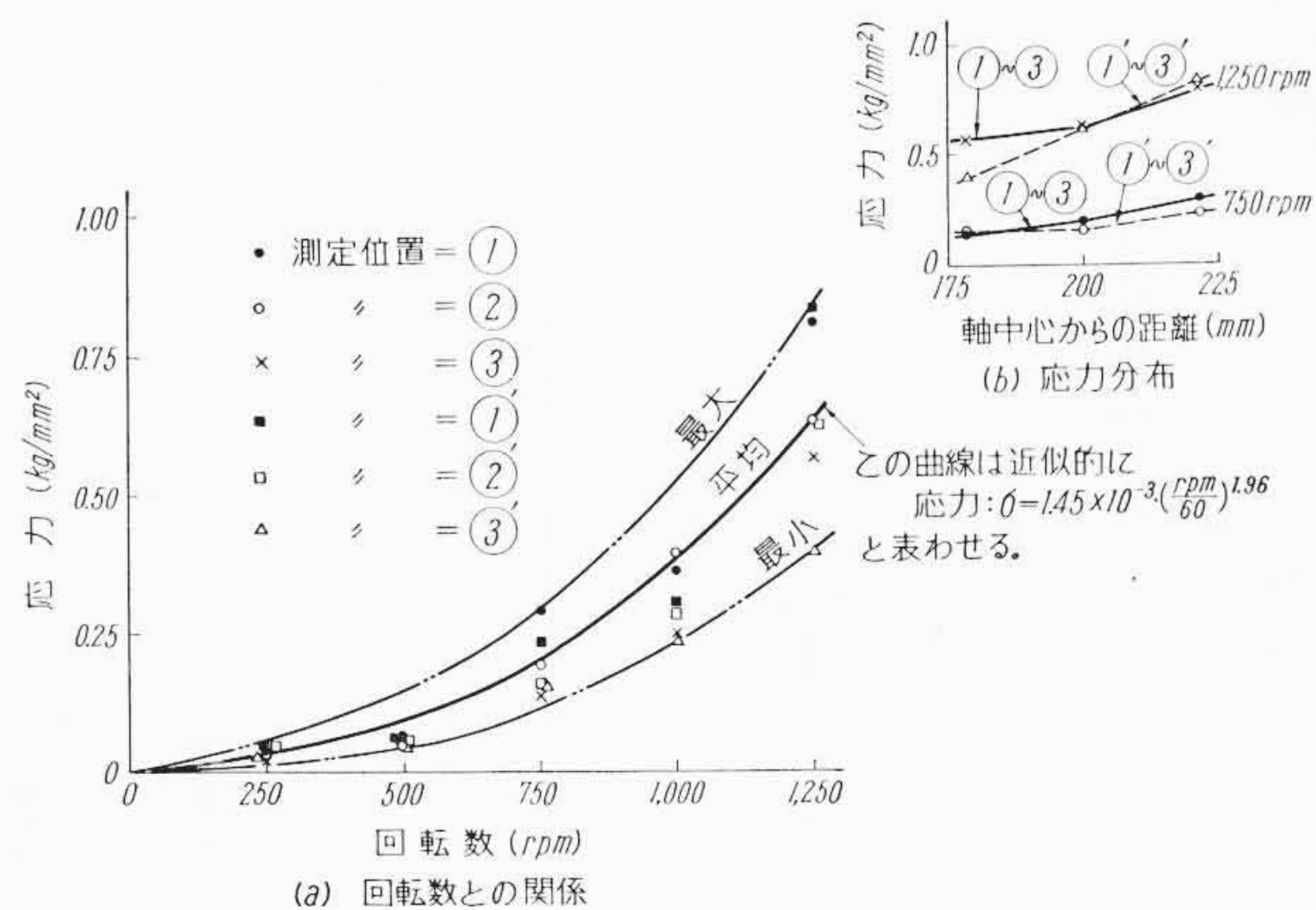
4.2 振動応力—電磁石励磁電流ゼロの場合

第7図(a)は250, 500……1,250 rpmにおける振動応力のオシログラムの一例(No. 1 Bの①'のオシログラム)およびこの試料の静止時の固有減衰振動のオシログラムである。第7図(a)に示すように、回転中のベン振動応力は振動数が静止時の固有振動数に等しい振動応力と回転数に等しい振動数の応力とより合成されている。前者の応力振幅は非定常性であるのに対し、後者の振幅は比較的定常的である。この後者の振動は同一ベンについては回転数および電磁石電流の有無にかかわらず不変で、1周期内の振幅変化はベンがベースに対し平行な位置にきたとき(水平、根元曲げモーメント最大)最大になっているところから、ベン自重による静的応力が回転による位置の変化によって生じていると考えられる。しかしこの応力は各ベンを通じ0.1~0.3 kg/mm²で小さい。

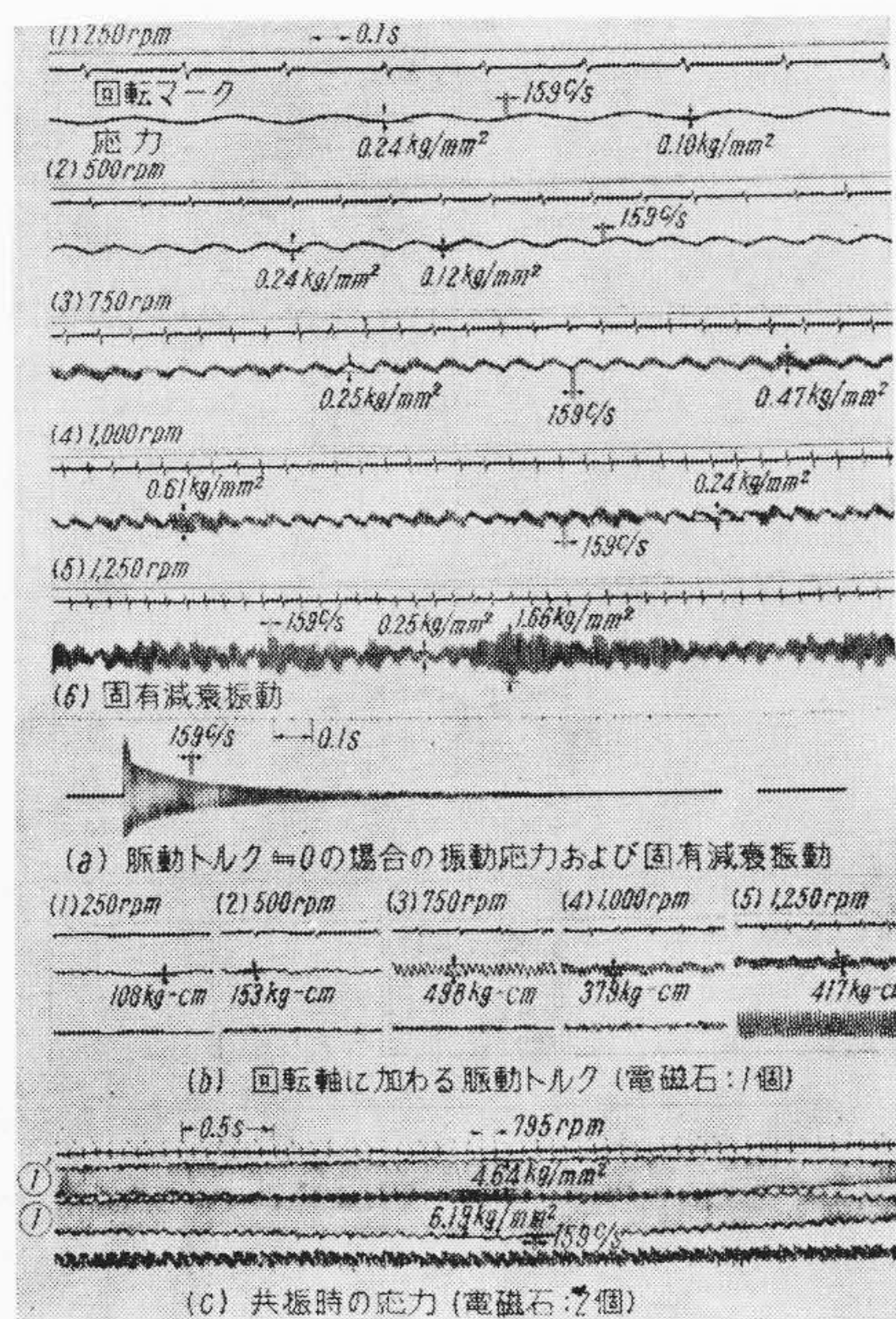
第8図(a)はNo. 1 Bについて、固有振動数に一致する応力変動を記録時間(約2~3 s)中の最大振幅で、かつ、各測定点の平均値およびそのばらつき範囲を示すもので、これと回転数との関係を図示したものであり、また第8図(b)は同ベンの750 rpm および1,250 rpmにおける応力の分布を示す。第8図(a)のように振動応力は静的応力と同じように回転数に対して大体2乗関係で増加している。第8図(b)より応力分布は静的の場合(第5図の遠心力による応力)と反対に軸心からの距離が大きいほど振幅が大きくなり、最大(外側225 mm位置)は最小(内側175 mm位置)の1.5~2倍になっ

ていることがわかる。

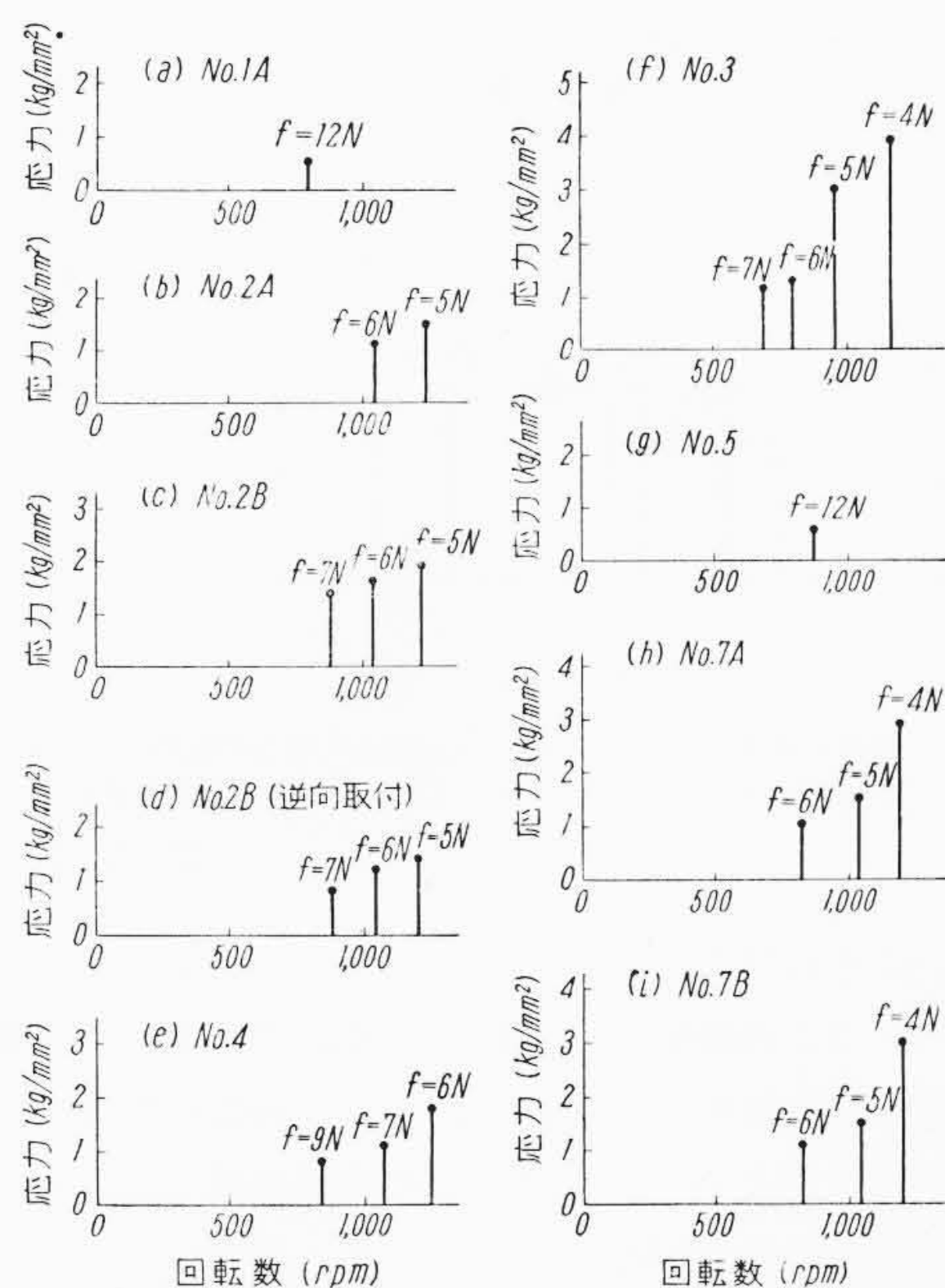
次に750 rpmと1,250 rpmにおける記録時間2~3秒中の最大応力ならびに静止時における各ベンの固有振動数について述べる。750 rpmにおける振動応力は全ベンを通じて0.51 kg/mm²以下であって、その中で大きいのはNo. 2(約0.5 kg/mm²)であり、No. 6は最小で約0.06 kg/mm²であった。同一回転数においては概して固有振動数の高いものほど応力は小さい。1,250 rpmにおいても大体同じ傾向を示すが、No. 2, No. 3およびNo. 7は他に比較して特に大きく、2.25~2.4 kg/mm²となり、他は小さく1.0 kg/mm²以下である。なお、ベンは上記の非定常的な振動応力のほかに、ベンの固有振動数に軸回転数の整数倍を一致させると共振的に振幅のピークが起こるのが観察された。第9図は応力振幅がピークになる場合で、かつ大きさが0.5 kg/mm²以上となる比較的顕著な場合の回転数に対する関係、およびそのときの軸回転数 N とベンの固有振動数 f との比を示す。同図のように、 N の高次による応力はNo. 3, No. 7, No. 2, No. 4の順に、すなわち固有振動数の低いものほど(No. 3およびNo. 7は試料中で最低)、さらに N の4, 5, 6, 7倍の順に、すなわち次数の小さなものほどその振幅は大きくなっている。これらの応力は前記の非定常的な振動応力と比較すると、概して同程度



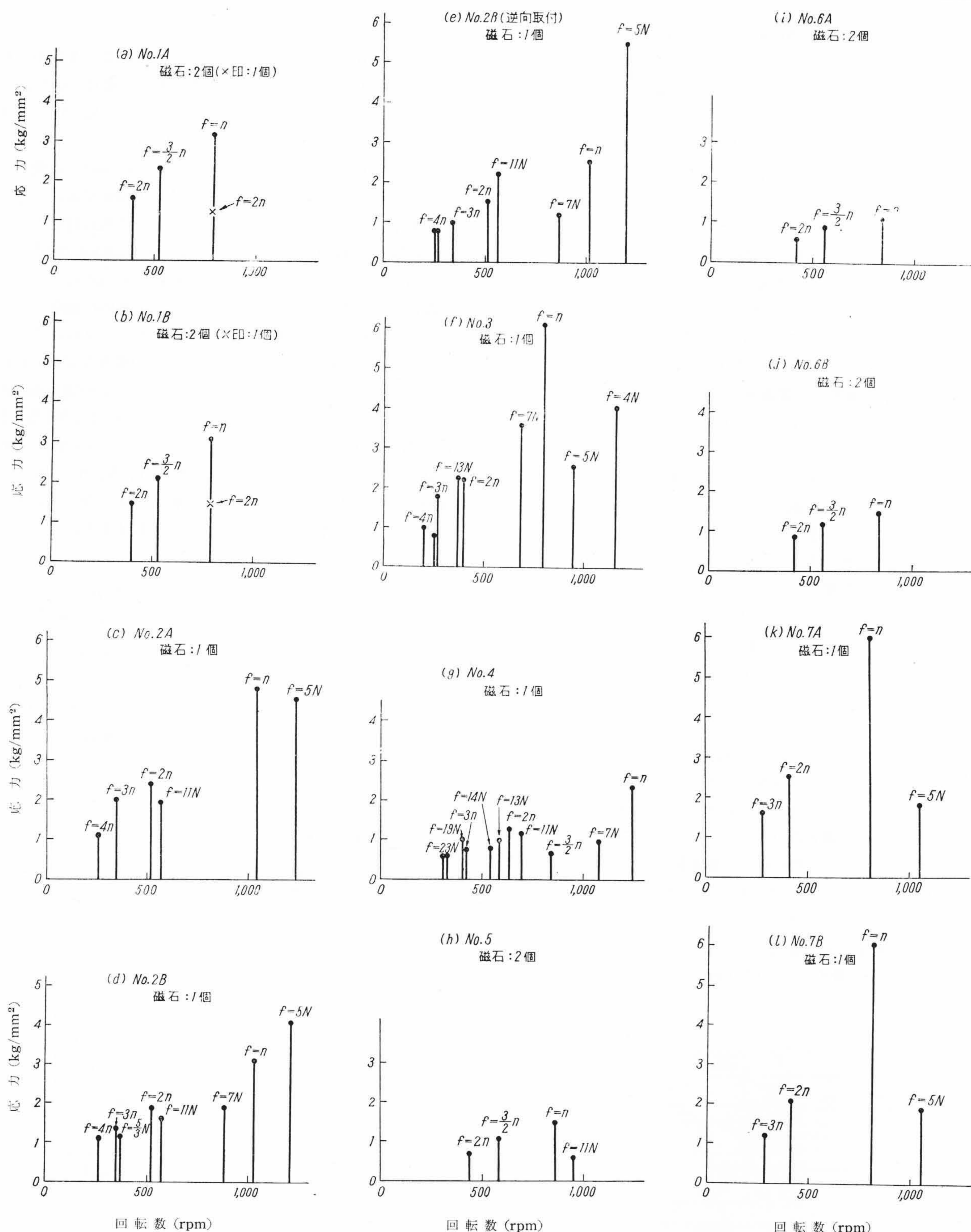
第8図 固有振動数に相当する振動応力



第7図 No. 1 B ベン測定点①'についてのオシログラム



第9図 共振応力



電磁石電流 2 A, 図には 0.5 kg/mm² 以上のものだけを示す。f: ペンの固有振動数 (c/s), N: 回転数, n: ポール振動数 (c/s), n はポール数×磁石数×N でポールが軸の回転によぼす変動のサイクルを表わす。

第 10 図 共 振 時 の 応 力

か、あるいはそれ以上に大となっている。このように低い固有振動数をもつペンはこの振動数が回転数の整数倍に等しい振動数に一致すると振幅を増大しやすい傾向にある。なお取付枚数の影響を知るための試料 No. 3 と No. 7 に関する実験結果では、振動応力は両者の間にほとんど差異がないことがわかった。

軸に加わるトルク脈動はいずれの回転数においても小さく、回転数相当の周期のものが、軸表面ゲージはり付け位置において脈動片振幅 80~90 kg・cm あっただけで、そのほかの固有振動の成分はゼロであった。ペン根元の固有振動の成分がゼロであればペンの振動

は励振されることがない。したがって、ペンに固有振動数で生ずる非定常性の振動応力は空気力学的原因 (回転に伴って発生する渦流による風圧のパルス) に基づいていると考えられる。

4.3 振動応力—電磁石励磁電流 2 A の場合

ボールに対向している電磁石に電流を流した場合、軸はポール数と回転数と電磁石数との積に等しい振動数 (以下ポール振動数と呼ぶ) の脈動トルクを受ける。第 7 図 (b) にトルク脈動のオシログラムを示す。図のようにトルク波形は正弦波でなく、かなりひずんでいる。これは主としてポールと磁石の幾何学的位置の変化の関係が

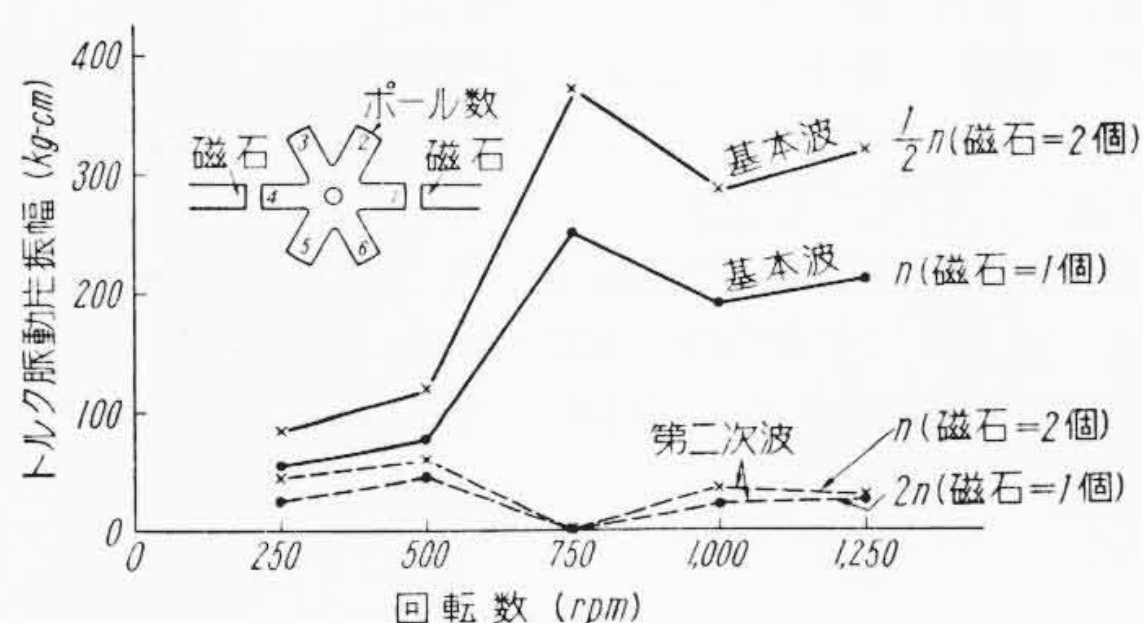
正弦波状に変化するようになっていないためである。したがってトルクはポール振動数の基本波のほかにその整数倍の多くの高調波を含んでいるとみなしてさしつかえない。その結果、当然ベン根本部は多くの高調波を含むポール振動数で加振されることになるから、ある回転数で応力は共振的に増大する。第7図(c)はポール振動数がベンの固有振動数に一致し、応力が共振的に増大した場合のオシログラムの一例を示す。第10図は応力振幅がピークになる場合で、かつ大きさが 0.5 kg/mm^2 以上となる比較的顕著な場合の回転数に対する関係を示す。図の各共振点において示した記号は、 f は固有振動数、 n はポール振動数、 N は回転数 (いずれも c/s) であり、 $n=6N$ あるいは $12N$ なる関係がある。第10図(a)を見ると $f=2n$ になるとき応力が大になるが、これは固有振動がポール振動数の2倍、すなわちポール振動数の第2調波で励振されたことになる。 $f=\frac{3}{2}n$ の場合は固有振動がポール振動数の3/2倍で励振されたことを意味する。 $n=f$ というのは固有振動がポール振動数で励振されていることを示す。

第11図に回転数に対するトルク脈動の大きさを示す。同図からポール振動数 n に相当する周期を有するトルクの脈動振幅は概して回転数に比例して増大しているが、 n の2倍波との位相の関係で750 rpm 付近に見かけ上のピークが生ずる (第7図(b)参照)。すなわち、この理由は、このとき倍波成分は750 rpm で、 $n \text{ c/s}$ の波形の山をとがらすような位相関係になるのに対し、500 および 1,250 rpm では、この波形の山を低くするような位相関係にあると考えられる。もし基本振動の成分に対し、どの回転数でも高調波成分が一定位相で重なっていれば第7図(b)に示すような見かけ上のピークは生ぜず、脈動振幅は回転数が上がるほど大になるであろう。

No. 1 について $n=\frac{1}{2}f$ のときの共振応力とトルク脈動とを比較してみると、磁石1個のときの応力は第10図(a)、(b) ×印、790 rpm を参照して、 $1.19 \sim 1.46 \text{ kg/mm}^2$ であり、2個のときは第10図(a)、(b)、400 rpm を参照して $1.56 \sim 1.45 \text{ kg/mm}^2$ で両者の比は1:1.14で大差がない。これに対し、第11図よりトルク脈動は1個のとき790 rpm で $240 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ 、2個のとき400 rpm で $50 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ と前者は後者の5倍も大きい。これは脈動トルクの大きさが主としてポールの磁束密度変化に伴う鉄損に左右されるためとみなされる。以下に、トルク脈動の大きさは考慮に入れず、各ベン間の応力の比較を行なう。

第10図(d)および(e)は同一ベンに対して、取付方向をそれぞれ正および逆とした場合で、各共振点の分布および大きさの傾向は大差なく、 $n=f$ および $n=\frac{1}{2}f$ に対し応力の大きさは1.2:1の割合になっている。第10図の各図を見ると、ベンは固有振動数 f に対し、ポール振動数 n の4、3、2、3/2倍中の大部分のものに共振するものであり、その共振振幅はすべて $n=f$ の場合より小さく、大体倍数の大きいほど小さくなっていることがわかる。

ベンはポール振動数との共振のほかに No. 2, 3, 4, 5 および No.



ポール振動数 n = ポール数 $\times$ 回転数 $\times$ 磁石数 (c/s), トルク脈動サイクルは図に示すところにより、磁石2個では $\frac{1}{2}n$ が、磁石1個では n が基本サイクルになる。

第11図 回転軸のトルク脈動振幅

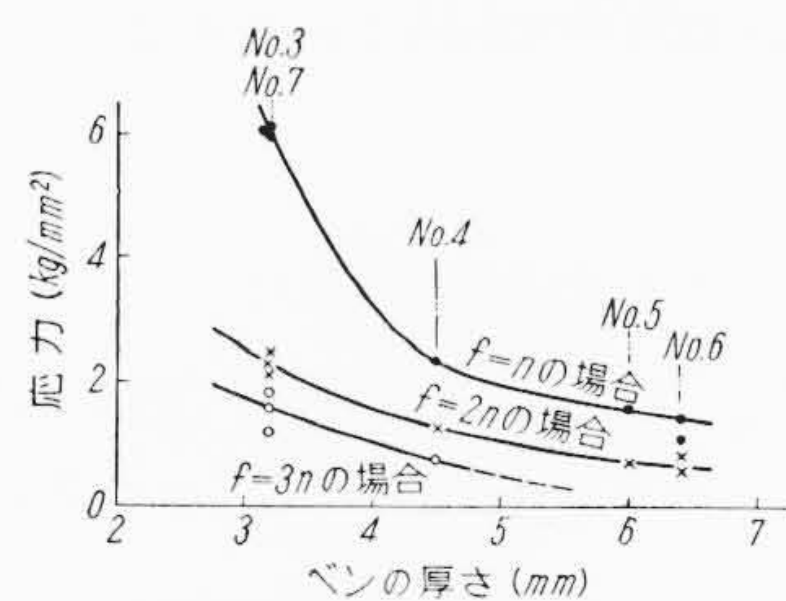
7のように軸回転数 N の23, 19, 14, 13, 11, 7, 5 および4倍のような整数倍の中のいずれかに固有振動数が一致したときも応力は共振状態になることを示している (実験した回転速度の範囲は固有振動数の1/4~1/23である。もし N をさらにあげてこれを1, 1/2, 1/3 とすることができれば、やはり同様な共振が起こることは明らかである)。応力の大きさは No. 4 および No. 5 のように固有振動数の比較的高いものは $n=f$ のときの応力の半分以上で小さいが、No. 2 のように振動数の比較的低いものは5倍が、No. 3 および No. 7 についてはそれぞれ4倍、5倍および5倍がそれぞれ特に大きな値を示している。すなわち、No. 2 では5倍のものが 4.54 (No. 2 A), 4.06 (No. 2 B) および 5.46 (No. 2 B 逆) kg/mm^2 で、それぞれ $n=f$ のときの値、 $4.79, 3.10, 2.54 \text{ kg/mm}^2$ に比較して同程度またはそれ以上で、平均において前者が約1.4倍も大きくなっている。No. 3 については4.2で述べた磁石なしの場合とほとんど同じ値で、回転数の5倍の共振で 2.54 、4倍で 4.10 kg/mm^2 となり、 $n=f$ のときのそれぞれ42% および67% となっている。また、No. 7 については4倍のものは現われず5倍の共振のみ現われ、 $1.8 \sim 1.9 \text{ kg/mm}^2$ で $n=f$ のときの約30% となっている。

第12図に $f=n, 2n$ および $3n$ のときの応力とベンの固有振動数および同一長さを有するベンに対する厚さとの関係を示す。図から共振応力は同一長さをもつものについては、厚いものほど小さく、固有振動数の高いものほど小さく、両者ともその低下の割合は2乗関数的であることがわかる。また、この関係は No. 6 のような2枚合わせに対しても、厚さを2枚の和、振動数を2枚合成のままの値としてそれぞれあてはまることがわかる。

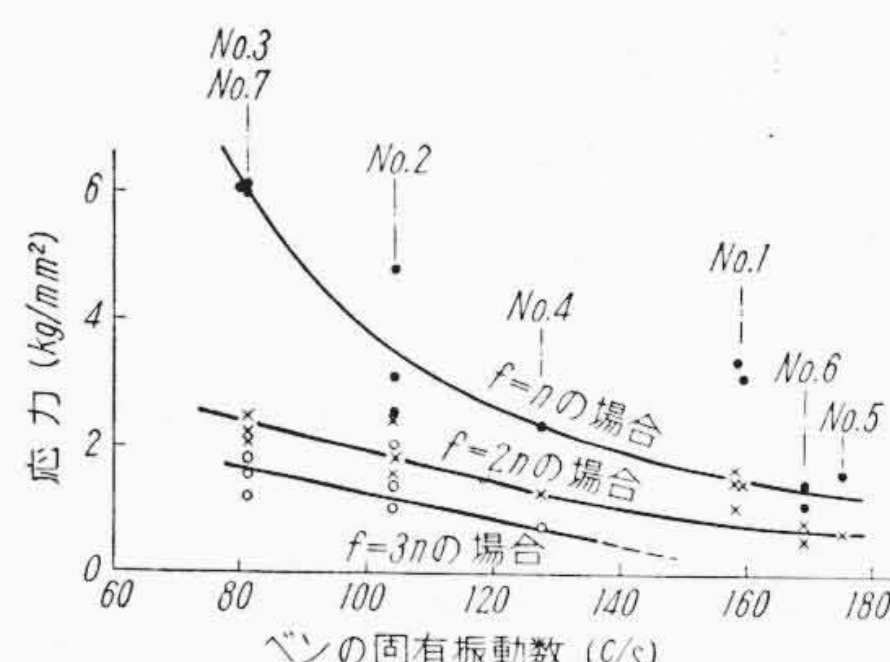
第13図は励振力の変化に対する共振時、および非共振時の応力を No. 2 A について測定した結果である。図の横軸は、磁石とポール間のすきまにおける最大磁束密度の測定値を基にして計算した磁石の吸引力を表わす。図よりベンは共振時、非共振時とも外部からの励振力の大きさにほぼ直線的比例をしていることがわかる。

4.4 ベンの1次固有振動数

以上の測定結果から、ベンは脈動トルクの基本および高次振動数に、さらに回転数の整数倍に共振するものであり、そのときの根本応力は空気力学的なものに起因する応力に比べかなり大きい。そして共振振動を起こしているときの振動数は常に静止時の1次固有振



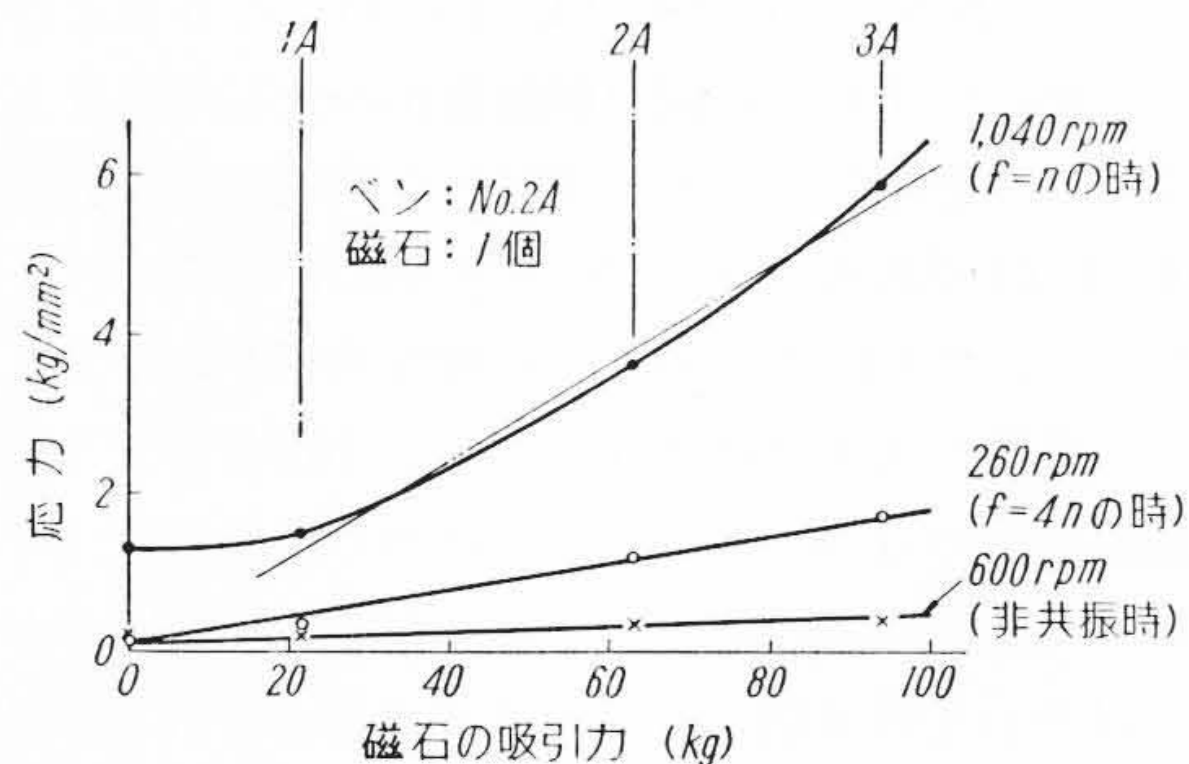
(a) 同一長さを有するベンに対する厚さの影響 (合わせ形ベンNo.6の厚さは2枚の和をとる)



(b) 固有振動数と応力との関係

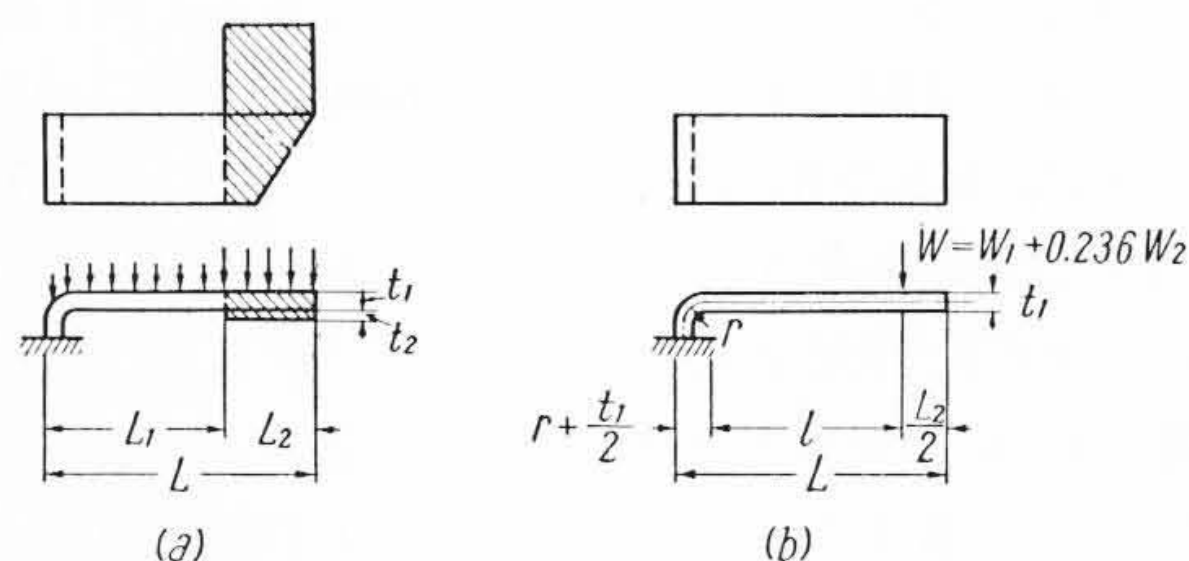
f : 固有振動数 (c/s), n : ポール振動数 (c/s)

第12図 ベンの固有振動がポール振動数に共振した場合の応力



電磁石電流 1 A, 2 A および 3 A について測定。f=2n, 3n の場合は省略してある。f=n の共振のとき応力は最大となる。

第 13 図 電磁石の吸引力と共振および非共振時の応力との関係



(a) の L 形ペンのたわみは (b) の曲りはりの端に集中荷重が加わったときのたわみに等価であるとする。

W₁: 斜線部分の重量, W₂: 斜線以外の部分の重量

第 14 図 ペンと曲りはりの関係

動数に一致しており、回転による振動数上昇⁽⁵⁾は認められないことがわかった。

シュラウドのないペンは自由端に集中荷重を有する片持曲りはりとして扱うことができる。そのために第 14 図のように、ペンにおいて斜線部分の質量 W_1 と斜線部以外のペン自身の質量 W_2 の 0.236 倍との和が斜線部分の長さの 1/2 の点に加わるとし、曲り部の曲率半径 r にはペンの中心面までの距離をとり、直線部分の長さを l とするような簡単な均一断面曲りはりに置換する。

曲りはりにおける荷重点のたわみ δ は $r \gg t$ (はりの厚さ) とし、曲げこわさを EI とすれば:

$$\delta = \frac{W}{EI} \left[2lr^2 + \frac{\pi}{4} r(2l^2 + r^2) + \frac{l^3}{3} \right]$$

となる⁽⁶⁾。しかるに、はりのたわみこわさ k は

$$k = \frac{W}{\delta}$$

であるから、このはりの 1 次固有振動数は

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{W}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EIg}{W \left[2lr^2 + \frac{\pi}{4} r(2l^2 + r^2) + \frac{l^3}{3} \right]}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

(1) 式を用いて各ペン No. 1~No. 5 および No. 8 (このペンは No. 3 より l が 30 mm 長いだけでほかの寸法は No. 3 と同じ、応力測定は行っていない) について計算した振動数ならびにこの値と実測した振動数とを比較して両者間の相対誤差を求めることができた。その結果誤差はペンの長さによって一定の傾向をもって変化することがわかった。すなわち長さが長く 180 mm 程度になると誤差はほとんどないが、これより長さが短いときは、短いほど実測値が計算値より低くなり、たとえば最も長さの短いペン No. 1 では計算値

176 c/s に対して実測値は 158 c/s となり相対誤差 $\left(\frac{\text{実測値} - \text{計算値}}{\text{計算値}} \times 100\% \right)$ は約 -10% になり、これに対して長さの長いペン No. 3~No. 5 および No. 8 では前記誤差は $\pm 1.0\%$ となることがわかった。

合わせ形ペンの場合についても単に厚さが 2 倍になっただけで、(1) 式が用いられるとして、No. 6 および No. 9 について図面どおり計算してみるとそれぞれ 184 c/s および 159 c/s となり、実測値 169 c/s および 125 c/s に比べかなり高くなる。この理由はペンの端がリベット接合されていて互にスリップしないので、おのおのの板が単独に 1 枚のソリッドをはりとして振動すると考えたからで、実際は 2 枚合わせ板にはこのような剛性は生じないのである。実用上は単に No. 6 および No. 9 の振動数をいずれも 1 枚の場合の 2 倍として計算すればよく、すなわちそれぞれ 164 (No. 3 の 2 倍) c/s および 124 c/s (1 枚の場合は 61.8 c/s) になり実測値と比較的よく一致する。

5. 結 言

回転時の電動機用ファンペンについて、軸に脈動トルクを与えない場合、与えた場合の根元 R 部に生ずる応力を測定した。

(1) 静的応力 (主として遠心力による引張応力) は回転数に対し 2 乗関数的に増加する。応力の分布は回転軸からの距離に逆比例する形式となっている (第 5, 6 図参照)。

(2) 脈動トルクが加わらない場合の振動応力は回転数およびペンの固有振動数に一致した変動の周期を有しており、前者は回転数および脈動トルクに無関係に 0.1~0.3 kg/mm² である。後者はきわめて不安定に変動しているが、回転数に対し、大体 2 乗関数的に増加しており、750 rpm および 1,250 rpm における最大応力は 0.1~0.51 kg/mm² および 0.4~2.4 kg/mm² である。なお固有振動数の低いペン No. 2, 3, 4 および No. 7 には回転数の 4, 5, 6 および 7 倍に対応する共振が比較的顕著に起こり、そのときの応力は 0.8~3.9 kg/mm² である。

(3) 脈動トルクがある場合、ペンの固有振動はトルク変動の整数倍に、さらに軸回転数の整数倍にそれぞれ共振し、応力は増大する。前者による応力は同一長さで形状を有するペンに対しては厚さが厚いほど、また固有振動数の高いペンほど小さい。後者による応力は特に固有振動数の低いペンが顕著である (第 10, 12 図参照)。

(4) 1 枚形ペンの 1 次固有振動数は (1) 式の計算結果に実測値による補正を行なって誤差 1% 程度で計算できる。2 枚合わせ形に対しては 1 枚形の 2 倍とすれば実測値は計算値と一致する。

終わりにのぞみ、本研究に対し協力を賜った日立製作所日立工場山本部長、桜井課長、麻生課長および関係者各位に、また、ご指導を賜った日立研究所北川部長に厚くお礼申しあげる。

参 考 文 献

- (1) 小堀: 日評 39, 551~559 (昭 32)
- (2) 津田, 藤野, 肥爪: 機械学会論文集 26, 1404~1417 (1960)
- (3) キンボール (小堀与一訳): 振動学講話 153 (昭 29-12) コロナ社
- (4) W. E. Trumpler: Trans of A. S. M. E. 76, 337
- (5) 小堀, 大森: 日評 42, 527~533 (昭 35-6)
- (6) 機械設計便覧編集委員会編: 機械設計便覧 569 (昭 34-11) 丸善