

確率対応法の効率について (II)

—OC 曲線の数値計算結果について—

On the Efficiency of the Method of Random Combination of Fractional Factorial Designs (II)

—On the Numerical Results of OC Curves—

山 川 典 宏*
Norihito Yamakawa

内 容 梗 概

筆者はわが国においては田口玄一氏、アメリカにおいては Satterthwaite によっておのおの独立に提唱された確率対応法の性能が、非心カイ二乗の比の分布によって表現され、その二つの非心率が構造模型とどのような関係で結ばれているかということの前報で報告した。

本報はその詳細な数値計算結果で、前報でも若干の計算結果によって説明した実験回数が 30 以上、残差自由度が 5 以上の場合は、確率対応法の検出力が非常に良いことを本報でさらに明確にした。

1. 緒 言

工場での生産工程には非常に多くの変動因が存在している。これらを整理するとお互いに関係のない、いくつかの群に分けられるのが普通である。この分けられたいくつかのグループの要因をおのおの別々に直交配列などの実験配置に割り付けて変動分析を行えばよいのであるが、こうすると実験回数が増し、したがって時間が経過して多くの不良を出し続けることも多い。このような場合、それぞれの実験をパラレルに行なうことも考えられるが、やはり実験試料は数多くなり、コスト高はまぬがれない。

このような場合、これらを同一試料に対して実施する方法を田口氏⁽¹⁾は考案している。すなわち 1 群の要因を一つの直交配列に、もう一つの群の要因をもう一つの直交配列に割り付けて、それぞれを等確率的に対応させようというアイデアである。これを確率対応法と名づけている。その後数年してアメリカでも F. E. Satterthwaite が全く独立に Random Balance Experimentation⁽²⁾ という概念を提案した。これは確率対応法と直交性を等確率性でおき換えた点とは同じであるが、田口氏の確率対応法が部分的に直交性を残しているのに対して Purely Random Balance というさらに完全なランダム対応をも提案しているなどかなり幅の広い概念である。これに対しても多くの議論⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾が始められている。

筆者は前報⁽⁶⁾において、田口氏の確率対応法における最初のステップにおける検定の性能を数理的に論じた。さらにその一部の数値計算結果をも前報で述べたが、ここではさらに詳細な数値計算結果を整理して数値表としてまとめ、いくつかの数値的考察を行ない、今後の見通しを良くした。

2. 数値計算の方針

2.1 前報における結果の要約

前報で与えたように、確率対応法は次のとおり数学的に表現できる。

いま特性 y_α ($\alpha=1, \dots, N$) に対する q 個の未知パラメータ $\{\beta_i$ ($i=1, \dots, q$) をもつ線形回帰モデル

$$y_\alpha = \sum_{i=1}^q \beta_i x_{i\alpha} + z_\alpha \dots\dots\dots (1)$$

を考えよう。ここで z_α は平均 0、分散 σ^2 をもつ正規分布からのランダムサンプルとし、 $x_{i\alpha}$ は次の計画行列で与えられる指定変数とする。実験計画の計画行列を

$$D = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{j1} & \dots & x_{q1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{1\alpha} & \dots & x_{j\alpha} & \dots & x_{q\alpha} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{1N} & \dots & x_{jN} & \dots & x_{qN} \end{pmatrix}, \quad (x_{j\alpha} = +1, -1) \dots\dots\dots (2)$$

とする。これが

$$H^{(1)} = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{i1} & \dots & x_{p1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{1N} & \dots & x_{iN} & \dots & x_{pN} \end{pmatrix}, \quad \left(\begin{matrix} 1 \leq p < q \\ i=1, \dots, p \end{matrix} \right) \dots\dots\dots (3)$$

なる直交行列 ($H_{2,N}$ なる直交配列表より $p < N$ 列抜き取った) と

$$H^{(2)} = \begin{pmatrix} x_{p+1,1} & x_{p+2,1} & \dots & x_{k1} & \dots & x_{q1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{p+1,\alpha} & \dots & \dots & x_{k\alpha} & \dots & x_{q\alpha} \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ x_{p+1,N} & \dots & \dots & x_{kN} & \dots & x_{qN} \end{pmatrix}, \quad (k=p+1, \dots, q) \dots\dots\dots (5)$$

なる直交行列 ($H_{2,N}$ なる直交配列表より $q-p < N$ 列抜き取った) とに分解される。さらに 1, 2, \dots , N なる N 個の数値の可能な順列の中からある一つの順列

$$P_\delta = \left(\begin{matrix} 1, 2, 3, \dots, N \\ \delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_N \end{matrix} \right) \dots\dots\dots (6)$$

を等しい確率 $1/N!$ で選んでそのおのおのに対して

$$D = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{p1} & x_{p+1,\delta_1} & \dots & x_{q,\delta_1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{1N} & \dots & x_{pN} & x_{p+1,\delta_N} & \dots & x_{q,\delta_N} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

なる計画行列で定義すれば、これが確率対応法の計画行列である。

この場合、特定の i ($1 \leq i \leq p$) に対する帰無仮説 $H_0: \beta_i = 0$ に対する仮定の検定の際の統計量

$$F = \frac{N(N-p)b_i^2}{\sum_\alpha (y_\alpha - \sum_i b_i x_{i\alpha})^2} \dots\dots\dots (8)$$

の分布関数は統計量 $u = F / \{(N-p) + F\}$ が分布関数

$$L(u; \lambda_{1i}, \lambda_2) = \sum_{c=0}^{\infty} \sum_{g=0}^{\infty} \left(e^{-\lambda_{1i}} \frac{\lambda_{1i}^c}{c!} \right) \left(e^{-\lambda_2} \frac{\lambda_2^g}{g!} \right) \times I_u \left(\frac{1}{2} + c, \frac{N-p}{2} + g \right) \dots\dots\dots (9)$$

に従うことから求められる。ここで、デザインごとに変動している非心パラメータ λ_{1i}, λ_2 の期待値(ここで $\xi(x)$ は x に対するデザイン間の期待値を示す) は

* 日立製作所笠戸工場

$$\left. \begin{aligned} \xi(\lambda_{1i}) &= \frac{1}{2\sigma^2} \left[N\beta_i^2 + \sum_k \beta_k^2 \left(1 + \frac{1}{N-1} \right) \right] \\ \xi(\lambda_2) &= \frac{1}{2\sigma^2} \left[N-p - \frac{p}{N-1} \right] \sum_k \beta_k^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

となる。

したがって(1)式のモデルにおいて(7)式で定義される実験を計画し、その結果により、次の仮説の検定を行なう場合

(1) 仮説 $H_0: \beta_i=0$ が真であるとき、これを棄却する確率は

$$Q_1 = 1 - L(u; \lambda_{1i1}, \lambda_2) \dots\dots\dots (11)$$

(2) 仮説 $H_1: \beta_i \neq 0$ が真であるとき、これを棄却する確率は

$$Q_2 = L(u; \lambda_{1i1}, \lambda_2) \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。

2.2 数値計算の方針

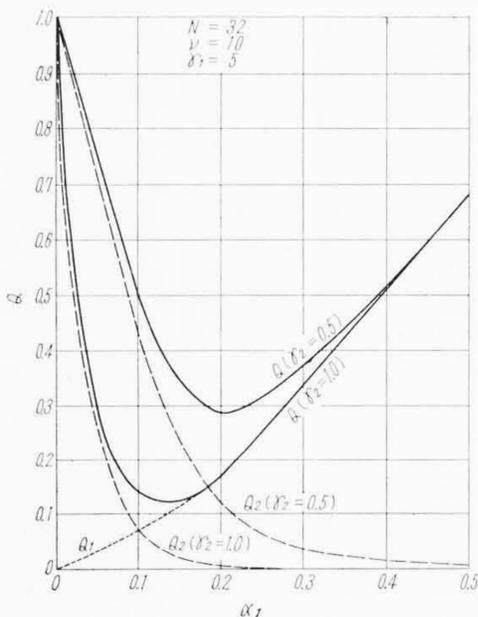
以上の第1種過誤 Q_1 、第2種過誤 Q_2 の値を求め、この傾向を論ずるのが本報の目的である。ここで

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &\equiv \sum_{k=p+1}^q \frac{\beta_k^2}{\sigma^2} \\ \gamma_2 &\equiv \frac{\beta_i^2}{\sigma^2} \\ \nu &\equiv N-p, \quad u(\alpha_1) \equiv \frac{F_\nu^{-1}(\alpha_1)}{\{\nu + F_\nu^{-1}(\alpha_1)\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

とおけば、おのおのの過誤 Q_1, Q_2 はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 1 - L(\alpha_1, \gamma_1, \gamma_2, N, \nu) \\ Q_2 &= L(\alpha_1, \gamma_1, \gamma_2, N, \nu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

と表現される。ここで γ_2 は H_0 が正しい場合の γ_2 を、 γ_1 は H_1 が



第1図 見かけの危険率 α_1 による Q_1 (検定の強さ) Q_2 (1-検定の強さ) の変動およびその和の最小値の例示

正しい場合の γ_2 をそれぞれ示している。

前報でも述べたように確率対応法は研究者が対象に対する知識をほとんど持ち合わせていない場合に有効と思われるので

$$\beta_{s_1}^2 > \beta_{s_2}^2 > \dots > \beta_{s_q}^2 \dots\dots\dots (15)$$

のような順序 $s_j (j=1, \dots, q)$ が実験者にとって未知である場合をこれから問題にしよう。このような場合 $j=1, 2, \dots, p$ の要因のみを $H^{(1)}$ へ $j=p+1, \dots, q$ の要因を $H^{(2)}$ へ割り付けるということは不可能である。したがってほとんど無理なく

$$\beta_i^2 < \beta_{p+1}^2 + \beta_{p+2}^2 + \dots + \beta_q^2 \dots\dots\dots (16)$$

を仮定できる。すなわち $\gamma_1 > \gamma_{21}$ となる。また未知ではあるが(15)式は実際には存在しているし、さらに実用上 H_1 を満足する β_i が $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q)$ の中にあまり大きくない比率でしか存在していないことを考慮に入れると $(q-p)\gamma_{21} > \gamma_1$ が得られる。また $q-p < N$ でなければならないので

$$N\gamma_{21} > \beta_1 \dots\dots\dots (17)$$

の条件が得られる。ここで γ_{21} は γ_2 の検出したい大きさであるので実用上の目的から

$$\gamma_{21} = \left(\frac{\beta_i}{\sigma} \right)^2 \approx 1 \dots\dots\dots (18)$$

を目標とすることができる。

また、実験の大きさ N は通常の 10~30 回程度を目標とし、実際よく用いられている $H_{2,8}; H_{2,16}; H_{2,32}$ の直交配列の実験の大きさ 8, 16, 32 を計算数値として選んだ。見かけ上の誤差の自由度 ν は $N-p$ であるから $p=1, \dots, N-1$ として計算しておけばよい。

さらに最初の検定の際の見かけの危険率 α_1 は真の危険率 Q_1 の目安としての値である。 α_1 の撰択基準については Bancroft らによるいろいろの研究⁽⁷⁾⁽⁸⁾があるが、ここで採用した $Q_1 + Q_2 \rightarrow \min$ という基準には次のような実地的意味が存在する。すなわち、ここで

$$y_\alpha = \sum_{i=1}^q \beta_i x_{i\alpha} + \varepsilon_\alpha \dots\dots\dots (19)$$

第1表 Q_1 の数値表

d_1	N	ν	γ_1	0	0.1	0.5	1.0	5.0	10.0
0.05	8, 16	5		0.050	0.051	0.045	0.037		
		10		0.051	0.050	0.036	0.044		
	32	20		0.049	0.049	0.051	0.033		
0.20	8, 16, 32	1		0.205	0.205	0.198	0.186	0.076	0.034
		2		0.200	0.200	0.194	0.183	0.094	0.046
		3		0.201	0.201	0.198	0.191	0.104	0.060
		4		0.200	0.211	0.217	0.204	0.131	0.089
		5		0.203	0.204	0.203	0.198	0.138	0.095
		6		0.197	0.197	0.195	0.194	0.145	0.095
	16, 32	7		0.203	0.203	0.203	0.203	0.160	0.109
		8		0.195	0.195	0.198	0.197	0.163	0.113
		9		0.193	0.192	0.194	0.195	0.151	0.108
		10		0.198	0.197	0.199	0.204	0.167	
		15		0.193	0.194	0.195	0.197	0.157	
		20		0.202	0.202	0.200	0.205		
		25		0.183	0.184	0.189	0.188		

第2表 $\alpha_1=0.05$ とした場合の Q_2 の数値表

$N=8, \nu=5$								$N=16, \nu=5$									
γ_1	γ_2	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	γ_1	γ_2	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0	0	0.950	0.821	0.694	0.633	0.575	0.470	0.378	0	0	0.950	0.694	0.470	0.378	0.303	0.189	0.114
	0.1	0.949	0.834	0.715	0.658	0.601	0.499	0.416		0.1	0.949	0.715	0.498	0.408	0.331	0.214	0.132
	0.5	0.955	0.872	0.785	0.742	0.692	0.603	0.522		0.5	0.955	0.785	0.603	0.521	0.443	0.314	0.218
	1.0	0.963	0.908	0.845	0.815	0.777	0.706	0.636		1.0	0.963	0.899	0.706	0.634	0.543	0.432	0.319
0	0	0.949	0.370	0.103	0.050	0.024	0.007	0.000	0	0	0.951	0.309	0.077	0.034	0.014	0.004	0.000
	0.1	0.950	0.401	0.119	0.060	0.030	0.009	0.002		0.1	0.951	0.357	0.089	0.040	0.017	0.005	0.001
	0.5	0.964	0.509	0.189	0.114	0.061	0.018	0.005		0.5	0.949	0.449	0.147	0.073	0.036	0.007	0.001
	1.0	0.956	0.618	0.299	0.183	0.112	0.038	0.011		1.0	0.967	0.573	0.232	0.132	0.073	0.009	0.002

第 3 表 (1) $N=8, \alpha_1=0.20$ の場合の Q_2 の数値表

N=8, $\nu=1$								N=8, $\nu=2$							
$r_1 \backslash r_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	$r_1 \backslash r_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0	0.795	0.663	0.564	0.522	0.486	0.423	0.370	0	0.800	0.599	0.450	0.389	0.337	0.253	0.189
0.1	0.795	0.667	0.575	0.537	0.499	0.440	0.387	0.1	0.800	0.610	0.466	0.408	0.355	0.272	0.211
0.5	0.802	0.701	0.620	0.586	0.553	0.499	0.450	0.5	0.806	0.652	0.524	0.469	0.420	0.335	0.274
1.0	0.814	0.736	0.671	0.643	0.611	0.570	0.527	1.0	0.817	0.689	0.583	0.535	0.487	0.408	0.342
5.0	0.924	0.898	0.881	0.878	0.863	0.852	0.832	5.0	0.906	0.844	0.820	0.801	0.774	0.731	0.679
10.0	0.966	0.956	0.952	0.936	0.936	0.931	0.933	10.0	0.954	0.924	0.918	0.918	0.907	0.888	0.865
N=8, $\nu=3$								N=8, $\nu=4$							
0	0.799	0.566	0.398	0.332	0.278	0.192	0.119	0	0.800	0.551	0.375	0.307	0.252	0.167	0.110
0.1	0.799	0.577	0.415	0.349	0.293	0.207	0.145	0.1	0.789	0.557	0.387	0.321	0.264	0.183	0.120
0.5	0.802	0.617	0.470	0.410	0.351	0.263	0.195	0.5	0.783	0.594	0.440	0.378	0.321	0.233	0.164
1.0	0.809	0.658	0.529	0.472	0.420	0.325	0.255	1.0	0.796	0.640	0.498	0.438	0.384	0.290	0.216
5.0	0.896	0.834	0.761	0.734	0.708	0.635	0.578	5.0	0.869	0.810	0.739	0.701	0.662	0.571	0.520
10.0	0.940	0.897	0.874	0.859	0.847	0.820	0.774	10.0	0.911	0.897	0.863	0.828	0.813	0.764	0.699
N=8, $\nu=5$								N=8, $\nu=6$							
0	0.797	0.537	0.356	0.288	0.233	0.150	0.095	0	0.803	0.539	0.355	0.286	0.230	0.147	0.087
0.1	0.796	0.549	0.371	0.303	0.246	0.162	0.104	0.1	0.803	0.549	0.369	0.299	0.243	0.158	0.102
0.5	0.797	0.587	0.424	0.358	0.297	0.207	0.143	0.5	0.805	0.589	0.413	0.352	0.297	0.206	0.138
1.0	0.802	0.627	0.475	0.415	0.356	0.261	0.189	1.0	0.806	0.630	0.477	0.413	0.352	0.254	0.182
5.0	0.862	0.781	0.701	0.670	0.624	0.546	0.471	5.0	0.855	0.781	0.710	0.669	0.628	0.539	0.459
10.0	0.905	0.859	0.815	0.788	0.786	0.734	0.680	10.0	0.905	0.861	0.829	0.792	0.773	0.734	0.662

第 3 表 (2) $N=16, \alpha_1=0.20$ の場合の Q_2 の数値表

N=16, $\nu=1$								N=16, $\nu=2$							
$r_1 \backslash r_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	$r_1 \backslash r_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0	0.795	0.564	0.423	0.370	0.328	0.260	0.206	0	0.800	0.450	0.253	0.189	0.142	0.081	0.045
0.1	0.795	0.575	0.440	0.387	0.345	0.281	0.234	0.1	0.800	0.466	0.272	0.211	0.157	0.092	0.053
0.5	0.802	0.620	0.499	0.450	0.412	0.347	0.305	0.5	0.806	0.524	0.335	0.274	0.214	0.137	0.086
1.0	0.814	0.671	0.570	0.527	0.490	0.426	0.370	1.0	0.817	0.583	0.408	0.342	0.283	0.188	0.130
5.0	0.924	0.881	0.852	0.832	0.811	0.770	0.741	5.0	0.906	0.820	0.731	0.679	0.639	0.532	0.449
10.0	0.966	0.952	0.931	0.933	0.926	0.912	0.904	10.0	0.943	0.910	0.888	0.865	0.835	0.772	0.719
N=11, $\nu=3$								N=16, $\nu=4$							
0	0.799	0.398	0.192	0.119	0.091	0.043	0.019	0	0.800	0.375	0.167	0.110	0.072	0.031	0.012
0.1	0.799	0.415	0.207	0.145	0.106	0.049	0.023	0.1	0.789	0.387	0.183	0.120	0.080	0.036	0.014
0.5	0.802	0.470	0.263	0.195	0.143	0.075	0.039	0.5	0.783	0.440	0.233	0.164	0.116	0.055	0.024
1.0	0.809	0.529	0.325	0.255	0.189	0.113	0.065	1.0	0.796	0.498	0.290	0.216	0.157	0.083	0.044
5.0	0.896	0.761	0.635	0.578	0.511	0.396	0.293	5.0	0.869	0.739	0.571	0.520	0.443	0.330	0.228
10.0	0.937	0.874	0.820	0.774	0.735	0.630	0.559	10.0	0.911	0.863	0.764	0.699	0.673	0.544	0.455
N=16, $\nu=5$								N=16, $\nu=6$							
0	0.797	0.356	0.150	0.095	0.061	0.024	0.009	0	0.803	0.355	0.147	0.087	0.058	0.023	0.008
0.1	0.796	0.371	0.161	0.104	0.068	0.028	0.011	0.1	0.803	0.369	0.158	0.102	0.064	0.024	0.009
0.5	0.797	0.424	0.207	0.143	0.094	0.043	0.017	0.5	0.805	0.413	0.206	0.138	0.091	0.036	0.016
1.0	0.803	0.475	0.261	0.189	0.127	0.065	0.029	1.0	0.806	0.477	0.254	0.182	0.131	0.060	0.027
5.0	0.862	0.701	0.546	0.471	0.401	0.269	0.175	5.0	0.855	0.710	0.539	0.459	0.388	0.262	0.165
10.0	0.905	0.859	0.734	0.680	0.607	0.484	0.370	10.0	0.905	0.829	0.734	0.662	0.605	0.493	0.366
N=16, $\nu=7$								N=16, $\nu=8$							
0	0.797	0.340	0.135	0.083	0.051	0.019	0.007	0	0.805	0.345	0.137	0.085	0.051	0.019	0.007
0.1	0.797	0.354	0.147	0.092	0.057	0.020	0.008	0.1	0.805	0.358	0.147	0.094	0.057	0.024	0.008
0.5	0.797	0.404	0.192	0.123	0.083	0.034	0.013	0.5	0.802	0.409	0.189	0.122	0.083	0.033	0.013
1.0	0.797	0.459	0.232	0.164	0.152	0.051	0.022	1.0	0.803	0.464	0.231	0.152	0.118	0.045	0.020
5.0	0.840	0.668	0.500	0.425	0.347	0.222	0.138	5.0	0.837	0.693	0.508	0.432	0.350	0.226	0.136
10.0	0.891	0.797	0.687	0.612	0.558	0.420	0.317	10.0	0.887	0.804	0.690	0.625	0.563	0.435	0.324
N=16, $\nu=9$								N=16, $\nu=10$							
0	0.807	0.343	0.134	0.082	0.051	0.081	0.006	0	0.802	0.334	0.129	0.078	0.047	0.017	0.006
0.1	0.808	0.368	0.143	0.088	0.055	0.021	0.007	0.1	0.803	0.349	0.140	0.081	0.052	0.019	0.006
0.5	0.806	0.406	0.137	0.120	0.081	0.031	0.012	0.5	0.801	0.388	0.179	0.116	0.082	0.029	0.011
1.0	0.805	0.460	0.234	0.164	0.109	0.049	0.020	1.0	0.796	0.447	0.224	0.154	0.104	0.042	0.017
5.0	0.849	0.682	0.501	0.426	0.343	0.223	0.138	5.0	0.833	0.662	0.477	0.402	0.323	0.202	0.119
10.0	0.892	0.805	0.683	0.626	0.557	0.424	0.311	10.0							

という構造模型を考えた人が、 $\alpha=1, \dots, N$ までの実験を完了したという段階で $H_0: \beta_i=0$ なる仮説を検定して、有意な要因のみを集めて

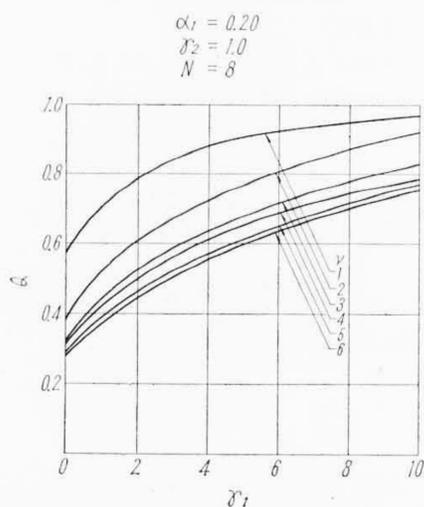
$$y_\beta = \sum_{j=1}^s \beta_j x_{j\beta} + \varepsilon_\beta \dots\dots\dots (20)$$

という第 2 段の推測を行ない、さらに厳密な検定によって、確からしい構造模型に至るといふ、逐次的推測過程を前提にしているとい

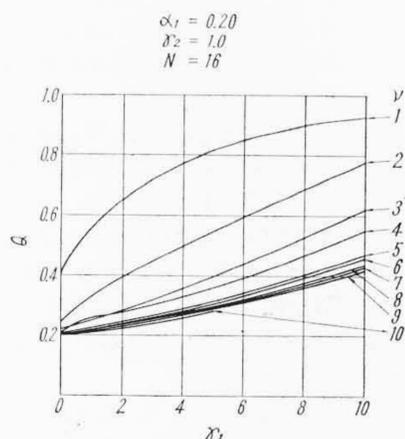
うことである。このことによって、 $H_0: \beta_i=0$ を満足する要因 x_i をふたたび第 2 段で取り上げる確率 Q_1 を小さくしなければならないと同じ、またはそれ以上のウエイトで、 $H_1: \beta_i \neq 0$ なる対立仮説を満足する要因 x_i' をすててしまう確率 Q_2 を小さくしなければならないことになるのである (第 1 図参照)。

第3表 (3) $N=32, \alpha_1=0.20$ の場合の Q_2 の数値表

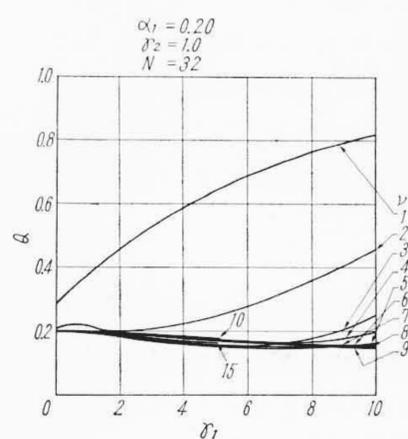
$N=32, \nu=1$								$N=32, \nu=2$							
$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0	0.795	0.423	0.260	0.206	0.166	0.111	0.074	0	0.800	0.253	0.081	0.045	0.025	0.009	0.003
0.1	0.795	0.440	0.281	0.234	0.185	0.117	0.087	0.1	0.800	0.272	0.092	0.053	0.031	0.011	0.004
0.5	0.802	0.499	0.347	0.305	0.251	0.182	0.132	0.5	0.806	0.335	0.137	0.086	0.055	0.023	0.009
1.0	0.814	0.570	0.426	0.370	0.335	0.252	0.192	1.0	0.817	0.408	0.188	0.130	0.088	0.039	0.016
5.0	0.924	0.852	0.770	0.741	0.694	0.640	0.569	5.0	0.906	0.731	0.532	0.449	0.371	0.247	0.150
10.0	0.966	0.931	0.912	0.904	0.867	0.839	0.789	10.0	0.943	0.888	0.772	0.719	0.659	0.526	0.394
$N=32, \nu=3$								$N=32, \nu=4$							
0	0.799	0.192	0.043	0.019	0.009	0.003	0.001	0	0.800	0.167	0.031	0.012	0.005	0.001	0.000
0.1	0.799	0.207	0.049	0.023	0.011	0.003	0.001	0.1	0.789	0.183	0.036	0.014	0.006	0.002	0.000
0.5	0.802	0.263	0.075	0.039	0.021	0.007	0.002	0.5	0.783	0.233	0.055	0.024	0.012	0.003	0.000
1.0	0.809	0.325	0.113	0.065	0.039	0.013	0.003	1.0	0.796	0.290	0.083	0.044	0.023	0.006	0.001
5.0	0.896	0.635	0.396	0.293	0.212	0.108	0.047	5.0	0.869	0.571	0.330	0.228	0.154	0.063	0.024
10.0	0.937	0.820	0.630	0.559	0.465	0.309	0.187	10.0	0.911	0.764	0.544	0.455	0.347	0.209	0.109
$N=32, \nu=5$								$N=32, \nu=6$							
1	0.797	0.150	0.024	0.009	0.004	0.001	0.000	0	0.803	0.147	0.023	0.008	0.003	0.001	0.000
0.1	0.795	0.162	0.024	0.011	0.004	0.001	0.000	0.1	0.803	0.158	0.024	0.009	0.004	0.001	0.000
0.5	0.797	0.210	0.043	0.019	0.008	0.002	0.000	0.5	0.805	0.206	0.036	0.016	0.007	0.002	0.000
1.0	0.802	0.261	0.066	0.029	0.016	0.004	0.001	1.0	0.806	0.254	0.060	0.027	0.014	0.002	0.000
5.0	0.862	0.546	0.269	0.175	0.114	0.042	0.014	5.0	0.855	0.539	0.262	0.165	0.106	0.037	0.011
10.0	0.905	0.734	0.484	0.375	0.290	0.150	0.069	10.0	0.905	0.734	0.493	0.336	0.279	0.136	0.059
$N=32, \nu=7$								$N=32, \nu=8$							
0	0.797	0.135	0.019	0.007	0.002	0.001	0.000	0	0.805	0.137	0.019	0.007	0.002	0.001	0.000
0.1	0.797	0.145	0.020	0.008	0.003	0.001	0.000	0.1	0.805	0.147	0.024	0.008	0.003	0.001	0.000
0.5	0.797	0.192	0.034	0.013	0.005	0.001	0.000	0.5	0.802	0.189	0.033	0.013	0.005	0.001	0.000
1.0	0.797	0.232	0.051	0.022	0.010	0.002	0.000	1.0	0.803	0.231	0.045	0.020	0.010	0.002	0.000
5.0	0.840	0.500	0.222	0.138	0.081	0.027	0.007	5.0	0.837	0.508	0.226	0.136	0.084	0.026	0.006
10.0	0.891	0.687	0.420	0.317	0.226	0.104	0.041	10.0	0.887	0.690	0.435	0.324	0.232	0.108	0.042
$N=32, \nu=9$								$N=32, \nu=10$							
0	0.807	0.134	0.018	0.006	0.002	0.001	0.000	0	0.802	0.129	0.017	0.006	0.002	0.000	0.000
0.1	0.808	0.143	0.021	0.007	0.003	0.001	0.000	0.1	0.803	0.140	0.019	0.006	0.002	0.000	0.000
0.5	0.806	0.187	0.031	0.012	0.005	0.001	0.000	0.5	0.802	0.180	0.028	0.011	0.004	0.001	0.000
1.0	0.805	0.234	0.049	0.020	0.011	0.001	0.000	1.0	0.797	0.228	0.046	0.018	0.009	0.001	0.000
5.0	0.849	0.501	0.223	0.138	0.079	0.021	0.006	5.0	0.833	0.477	0.202	0.119	0.070	0.020	0.004
10.0	0.892	0.683	0.424	0.311	0.221	0.103	0.039	10.0	0.833	0.477	0.202	0.119	0.070	0.020	0.004
$N=32, \nu=15$								$N=32, \nu=20$							
0	0.807	0.124	0.016	0.005	0.002	0.001	0.000	0	0.798	0.115	0.013	0.004	0.001	0.000	0.000
0.1	0.806	0.133	0.017	0.005	0.001	0.001	0.000	0.1	0.798	0.122	0.016	0.005	0.001	0.000	0.000
0.5	0.805	0.173	0.025	0.008	0.003	0.000	0.000	0.5	0.800	0.157	0.022	0.007	0.000	0.000	0.000
1.0	0.803	0.214	0.040	0.015	0.007	0.001	0.000	1.0	0.795	0.196	0.034	0.012	0.001	0.000	0.000
5.0	0.843	0.460	0.183	0.106	0.058	0.014	0.003	5.0	0.795	0.196	0.034	0.012	0.001	0.000	0.000



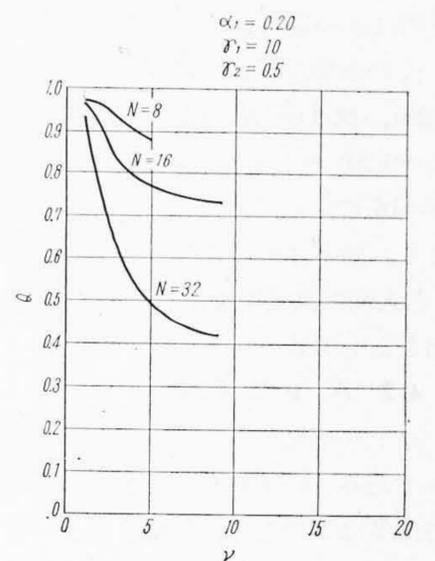
第2図 $\alpha_1=0.20, \gamma_2=1.0, N=8$ の場合の ν をパラメータとした γ_1 による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第3図 $\alpha_1=0.20, \gamma_2=1.0, N=16$ の場合の ν をパラメータとした γ_1 による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第4図 $\alpha_1=0.20, \gamma_2=1.0, N=32$ の場合の ν をパラメータとした γ_1 による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第5図 $\alpha_1=0.20, \gamma_1=10, \gamma_2=0.5$ の場合の N をパラメータとした ν による $Q=Q_1+Q_2$ の変動

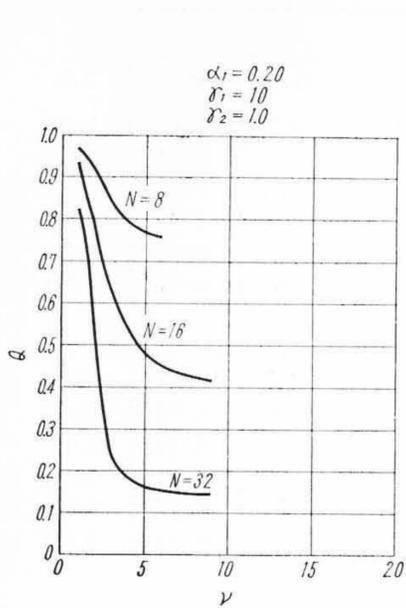
3. 数値計算結果

以上の方針に従って、次の計算結果をうる。

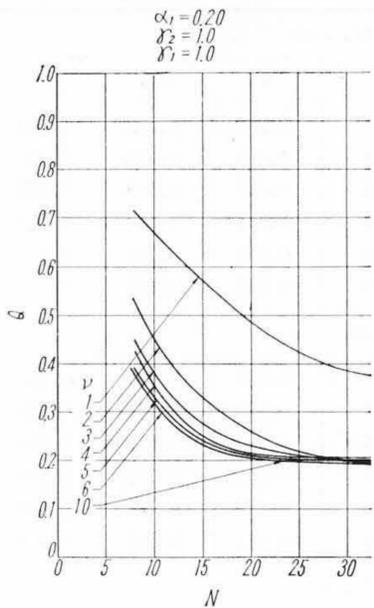
第1表に Q_1 の数値計算結果

第2表に $\alpha_1=0.05$ における Q_2 の値

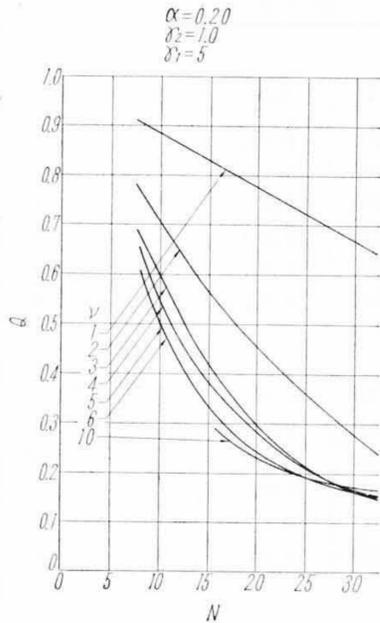
第3表に $\alpha_1=0.20$ における Q_2 の値((1)(2)(3)は $N=8, 16, 32$ に対応) をそれぞれ表示する。



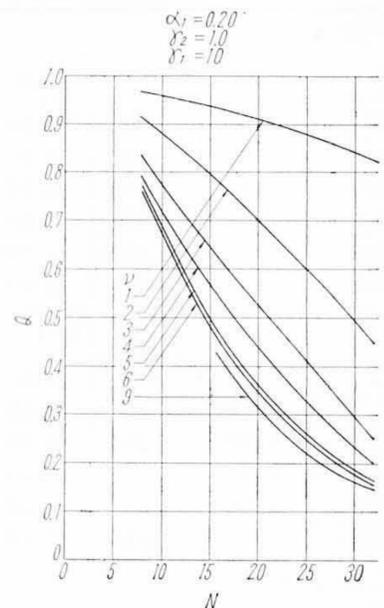
第6図 $\alpha_1=0.20, \gamma_1=10, \gamma_2=1.0$ の場合の N をパラメータとした ν による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



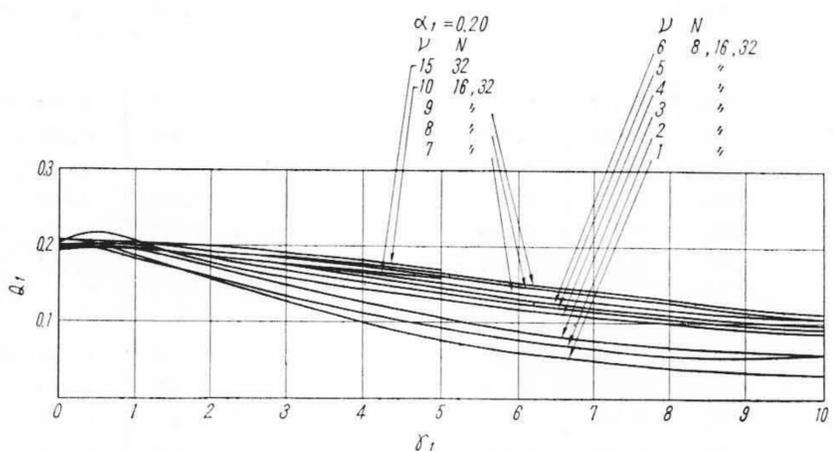
第7図 $\alpha_1=0.20, \gamma_1=1.0, \gamma_2=1.0$ の場合の ν をパラメータとした N による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第8図 $\alpha_1=0.20, \gamma_1=5.0, \gamma_2=1.0$ の場合の ν をパラメータとした N による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第9図 $\alpha_1=0.20, \gamma_1=10.0, \gamma_2=1.0$ の場合の ν をパラメータとした N による $Q=Q_1+Q_2$ の変動



第10図 $\alpha_1=0.20$ に固定した場合の N, ν をパラメータとした γ_1 による Q_1 の変化

γ_1 の Q_1 に及ぼす影響を第10図に示す。

5. 結 言

確率対応法の検定の力について考察を加え、次の結論を得た。

- (1) 確率対応法の平均の非心率をもった検定力関数の数値表を作成した。
- (2) $N \geq 32, \nu \geq 5$ 程度の確率対応法は直交実験と変わらない高効率を示している、特に $\gamma_2=1.0$ 程度の要因の検定力は非常に良いことがわかった。
- (3) 見かけの危険率 α_1 を 0.2 として検定を行なった場合 γ_1 が大になるほど真の危険率は減少し、 $\gamma_1=10.0$ 程度で Q_1 は 0.1 以下となり、通常の検定と変わらなくなることがわかった。

終わりにのぞみご指導いただいた九州大学北川敏男教授に深く感謝の意を表す。また、計算の労をいただいた小林、山田両氏に深謝する。

参 考 文 献

- (1) 田口玄一：実験計画法(上), 132 (昭32, 丸善)
- (2) F. E. Satterthwaite: Random Balance Experimentation, Technometrics, 1, 111 (May. 1959)
- (3) W. J. Youden, Oscar Kempthorne, J. W. Tukey, G. E. P. Box and J. S. Hunter: "Discussion of the papers of Messrs. Satterthwaite and Budne, Technometrics, 1, 157 (May. 1959)
- (4) A. P. Dempster: Random Allocation Designs I: On General Classes of Estimation Method, Ann. Math. Stat., 31, 885 (Dec. 1960)
- (5) A. P. Dempster: Random Allocation Designs II: Approximate Theory for Simple Random Allocations, Ann. Math. Stat., 32, 387 (1961)
- (9) 山川典宏: 確率対応法の効率について, 日立評論, 43, 980 (昭36-8)
- (7) H. Bozovich, T. A. Bancroft, and H. O. Hartley: Power of Analysis of Variance Test Procedures for Certain Incompletely Specified Models I, Ann. Math. Stat., 27, 1017 (1956)
- (8) 北川敏男: 推測過程論, 岩波講座, 現代応用数学 (昭34, 岩波書店)

4. 考 察

4.1 γ_1 の 影 響

上述の計算結果から $N \geq 32, \nu \geq 5$ で実験した場合 γ_1 が 10 程度は存在しても 0.8~1.0 程度の γ_2 は検出できるということがわかる。そのほかの場合についても計算表から調べられる。

γ_1 の影響を N ごとにグラフ化すると第2図 ($N=8, \gamma_2=1.0, \alpha_1=0.20$), 第3図 ($N=16, \gamma_2=1.0, \alpha_1=0.20$), 第4図 ($N=32, \gamma_2=1.0, \alpha_1=0.20$) のとおりである。これらの図から $\gamma_2=1.0$ 程度に対しては $N=16$ においても $\nu=3, 4, 5, 6$ と見かけの自由度が増加することにより、効率はかなり改善される。さらに $N=32$ とすると $\nu=3, 4, 5, 6$ と大変に高効率を示し、ここでは γ_1 が増加するほど良いという傾向さえも示している。

4.2 N, ν の 影 響

以上の結果をさらに ν について傾向をみると第5, 6図のとおりである。いずれの場合も、 $\nu=5$ 程度で飽和してしまい、見かけの自由度は 5 以上ではあまり大きい影響がないことを示している。

さらに、 N を横軸にグラフ化してみると第7, 8, 9図のとおりで、 $N=30$ 程度以上では効率の改善は期しがたく、したがって、実験回数 $N=30$ 程度で第一段の実験を終えたほうがよいことがわかる。

4.3 真の危険率 Q_1 の変化

α_1 は見かけの危険率で真の危険率 Q_1 の目安としての値である。