

デジタル計算機による電力系統の故障計算法

Digital Fault Calculation for Large Power System

奥田 健三*
Kenzô Okuda

内 容 梗 概

電力系統の故障計算は従来交流計算盤によって解かれていたが、今回日立製作所は電子計算機を用いてデジタル計算を行なった。このプログラムでは接続点100、枝路350以内の任意の系統における潮流計算ならびに多重故障以外のすべての故障計算を全く自動的に行なうことができ、交流計算盤をもってしても多大の時間を要したものを比較的短時間に処理することが可能になった。

1. 緒 言

電力系統の故障計算は遮断容量や保護継電方式の決定のために是非必要なものであり、今日一般に交流計算盤を用いて解かれている。交流計算盤を用いれば筆算で不可能に近いようなものでも手きわよく処理することが可能であるが、故障計算においては計算盤で測定した値(対称成分もしくは $\alpha\beta 0$ 成分)を三相量に変換するためのベクトル合成計算にかなりの労力を必要とする。

われわれはさきに電力系統の潮流計算法の検討を行ない、母線数200まで取り扱える計算プログラムを完成したが、ここで用いた方法を拡張して断線、異相地絡以外のすべての故障すなわち、2線短絡、3線短絡、1線地絡、2線地絡の4種の故障に対する計算プログラムを開発した。このプログラムは母線数100までの系統を取り扱うことができ、実用的にいても十分の系統規模のもので、故障前の潮流状態を始め、各リレー点の電圧電流に至るまで完全に自動計算し、作表されるよう考慮を払い計算結果の利用を便ならしめてある⁽¹⁾。

2. 電力系統の故障計算法

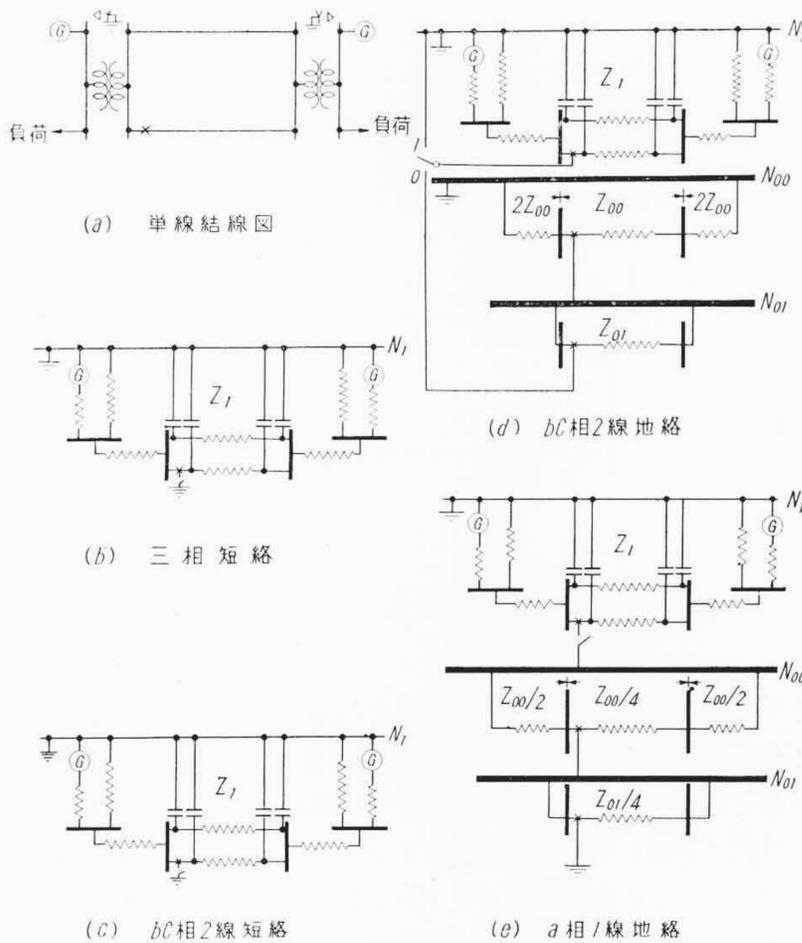
故障計算に対称座標法が用いられていることは周知のとおりであるが、これにクラーク座標を併用すれば正相、逆相、零相の3個の対称分回路網のうち逆相回路を省略することができる。このことはデジタル計算機で解く場合記憶容量のうちもっとも大きな部分を占める線路定数において、逆相回路の部分が不要になり、それだけ取り扱える系統規模を大きくとることができるという特色がある。

なお、この方法による欠点は回転機の正相インピーダンスと逆相インピーダンスが相等しいという仮定に基づくものであり現実とやや矛盾する場合が生ずる。しかし大多数の故障計算は故障発生後数 $+ms \sim 1s$ 以内の状態を論じており、この範囲では前記仮定は妥当である。さらに電力系統には各種機器、および線路が接続されているため、回転機の正逆相インピーダンスの相違を無視するための影響は少なくなり、仮定を一層正当なものとしており、一般に認められているところである。

各種故障における各成分回路網の接続関係は第1図に示すとおりである。ここに正相回路網は同期発電機による起電力を有する能動回路であるのに対し、零相回路は受動回路であることはいうまでもない。したがって、第1図から明らかなように故障計算もまた潮流計算の一種と考えることができる。すなわち両者の相違点は正相回路網内の故障点において零相回路網あるいは故障インピーダンスを介して正相回路網の中性線 N_1 につながる点である。

したがって故障計算は次の3段階に大別される。

* 日立製作所日立研究所



第1図 回路接続図

- (1) 故障発生前の潮流計算(ただし、回転機の内部インピーダンス考慮)。
- (2) 故障中の回路網接続の状態(第1図(b)~(e))での潮流計算。
- (3) 各成分電圧、電流をベクトル合成して、三相量を求める。

第1図(a)は三相電力系統の単線図で、×印が故障地点である。同図において添字1は正相分、添字00は零相第1回路、添字01は零相第2回路に関する量を表わす。

第1図(b)~(e)に三相短絡、bc相2線短絡、bc相2線地絡およびa相1線地絡時の回路接続関係を示す。

いま

$$\dot{I}_{00} = \text{零相第1回路電流}$$

$$\dot{I}_{01} = \text{零相第2回路電流}$$

とすれば二相回路理論⁽²⁾より

$$\left. \begin{aligned} \text{故障回線側零相電流} \quad \dot{I}_0 &= \dot{I}_{00} + \dot{I}_{01} \\ \text{健全回線側零相電流} \quad \dot{I}_0 &= \dot{I}_{00} - \dot{I}_{01} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

であらわされる。なお電圧についても全く同様な関係が成立する。

このような回路接続において正相回路の量が直ちに正相分電圧電流ではなく第1表に示すように正相分と逆相分の和または差の形で与えられる。この理由はクラーク座標の理論から容易に求めること

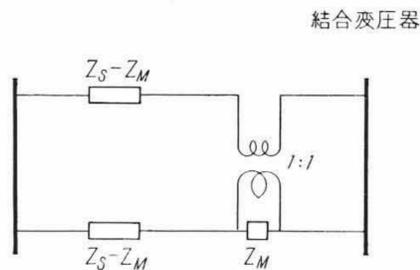
第 1 表 各種故障における成分回路網の電圧電流の意義

回路網	SW	第 1 図の正, 零相分回路網における電圧電流					備 考
		三相故障	b c 相 2 線短絡	b c 相 2 線地絡		a 相 1 線地絡	
正相	開	—	V_1+V_2 I_1+I_2	—	—	V_1-V_2 I_1+I_2	故障前の状態
	閉	V_1 I_1	V_1-V_2 I_1-I_2	V_1-V_2 I_1-I_2	V_1+V_2 I_1+I_2	V_1+V_2 I_1+I_2	故障中の状態
零相*	閉	—	—	—	$2V_0$ $2I_0$	V_0 $2I_0$	
関連図面		第 1 図(b)	第 1 図(c)	SWを 1 側へ SWを 0 側へ (d)		(e)	

* 零相に関しては本文参照

第 2 表 各回路網における基準 kVA の関係

基準 kVA	回 路 網		b c 相 2 線地絡	a 相 1 線地絡
		正 相 回 路		P
	零相第 1 回路 (故障区間外)		$2P$	$P/2$
	零相第 1 回路 (故障区間内)		P	$P/4$
	零 相 第 2 回 路		P	$P/4$



$$Z_s + Z_m = Z_{00}$$

$$Z_s - Z_m = Z_{01}$$

第 2 図 回線間相互インピーダンスの等価回路

ができ、詳細は文献(3)に記載されている。なお交流計算盤で計算する場合零相回路は第 2 図に示すように変圧比 1:1 の結合変圧器を使用するのが普通であるが、ここでは零相回路を第 1, 第 2 の 2 個の回路に分割して回線間の相互インピーダンスを表示する方法をとっている。この理由はデジタル計算機にかける場合結合変圧器を含む接続点について計算式を変更する複雑さをさけるため、二相回路理論を用いるとこの点は容易に解決される。なおこの場合、第 1 図(d)(e)および第 2 表に示すように、零相回路のインピーダンス構成について若干注意しておく必要がある。すなわち、故障区間内外により、基準 kVA を変えておかねばならない。さらに零相第 1 回路 (故障区間内) および零相第 2 回路の電流値はすべて 1/2 倍せねばならない。

以上のようにして求められた各成分電圧電流を次式によりベクトル合成して三相量を求める。

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a &= (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_b &= -\frac{1}{2}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) - j\frac{\sqrt{3}}{2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + \dot{I}_0 \\ \dot{I}_c &= -\frac{1}{2}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + j\frac{\sqrt{3}}{2}(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + \dot{I}_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

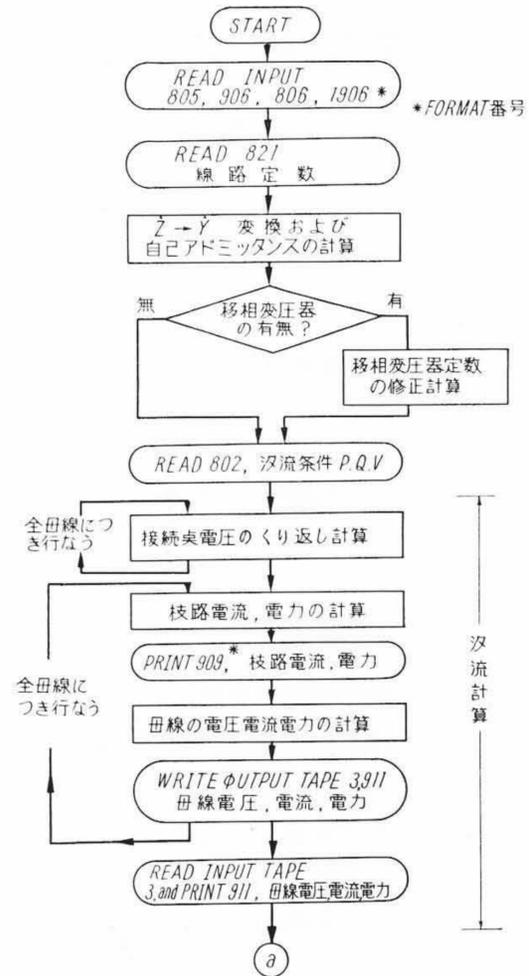
なお電圧についても同様な関係が成立する。

3. 計算のプログラム

3.1 プログラムの概要

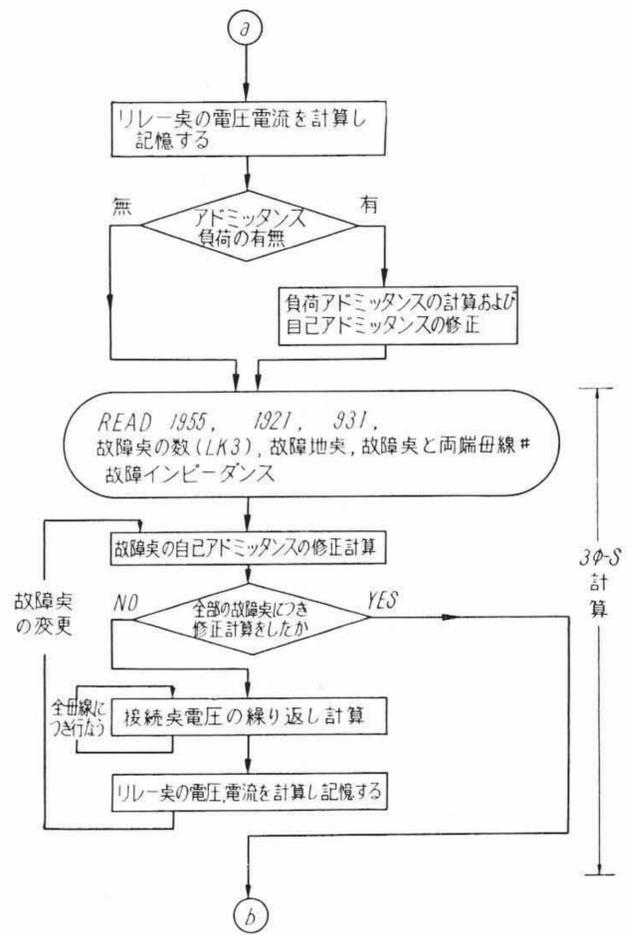
このプログラムは第 3 図のフローチャートに示すように次の部分から成っている。

- (1) 入力データの読み込み
- (2) 線路インピーダンスのアドミッタンスへの変換, 自己アドミッタンスの計算, 位相調整変圧器の常数修正計算



(a) フローチャート

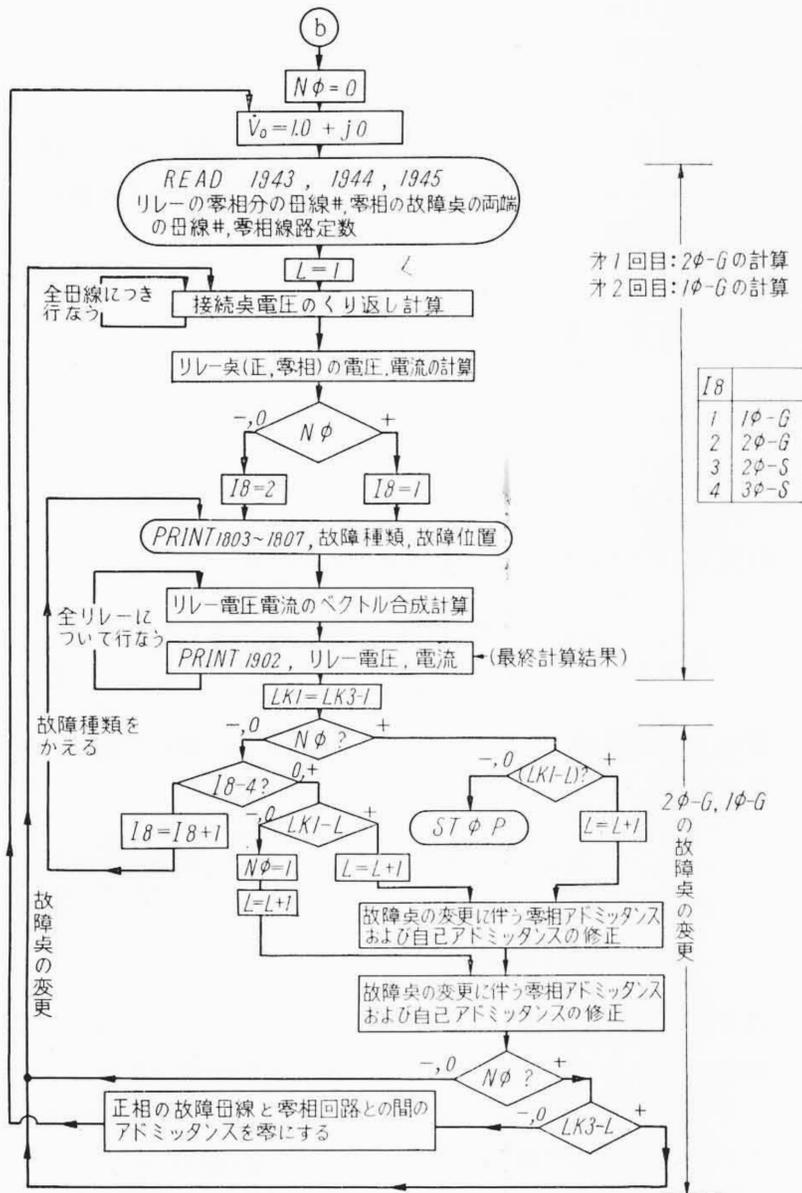
第 3 図(a) フローチャート



(b) フローチャート

第 3 図(b) フローチャート

- (3) 汐流条件の読み込み
- (4) 故障前における接続点電圧の反復計算
- (5) 故障前における電力汐流の計算
- (6) 故障前におけるリレー点電圧, 電流の計算
- (7) 負荷アドミッタンスの計算
- (8) 故障条件の読み込み
- (9) 三相短絡時における接続点電圧の反復計算
- (10) 三相短絡時におけるリレー点電圧, 電流の計算



第3図(c) フローチャート

- (11) 零相回路定数の読み込みおよびインピーダンスのアドミッタンスへの変換
- (12) 零相を含む回路における接続点電圧の反復計算
- (13) 零相を含む回路におけるリレー点の正相分ならびに零相分電圧、電流の計算
- (14) ベクトル合成計算および結果の印刷
- (15) 故障点の変更

これらにつき簡単に述べると

(1) 入力データの内容

取れん誤差……接続点電圧の反復計算において第 n 回目と第 $n+1$ 回目の差が取れん誤差以内になれば解が求まったものとするのであるが、このときの有効および無効電力の miss-matching が十分小さい必要があり、このため通常の汐流および故障計算では $0.5 \times 10^{-3} \sim 0.5 \times 10^{-5}$ 位が適当である。

加速定数……通常 $1.0 \sim 1.6$ が適当であり、5 Bus 系について検討したところによれば実数部、虚数部とも 1.3 で最も取れん速度が早い。

母線番号の付け方……故障計算の場合は各成分回路が直並列に接続されるため計算を能率よく行なうためには母線番号の付け方に工夫が必要である。第3表はこの関係を表わす。

位相調整変圧器台数……台数に制限なし、なければ0とする。

リレー設置点……30 まで。

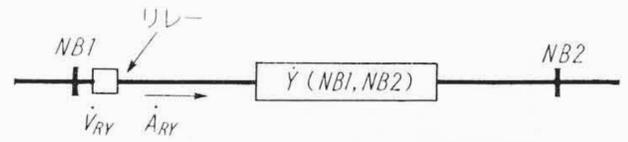
リレー位置……正相回路のリレーの接続された両端の母線番号。

線路定数……直列要素はインピーダンス表示、並列要素はアドミッタンス表示で与える。なおアドミッタンス・

第3表 接続点番号一覧表

接続点番号	接続点の種類
1	正相回路の中性点
2	Swing Bus (電圧一定)
3 ⋮ M1-1	正相回路発電機リアクタンス背後(内部)母線
M1	故障母線
M1+1 ⋮ M3	正相回路の静止負荷の母線
M3+1 ⋮ N	正相回路の上記以外の一般の接続点
N+1 ⋮ NN	零相第1, 第2回路の接続点(第1, 第2回路の中性点母線はこの中の任意の番号を付けばよい)

(注) 入力データ: M1, M3, N, NN
NN ≤ 100



第4図 リレー点電圧電流計算の説明図

マトリックスには零要素が多いので、これに対してはデータ領域を設けていないので記憶装置は有効に使用されている。

(2) 直列要素はインピーダンスで与えられるのでアドミッタンスに変換する。自己アドミッタンスとは後述するようにその接続点につながるアドミッタンスの総和である。位相調整変圧器の表示法は文献(4)の方法による。

(3) 接続点に流入する発電機あるいは負荷の電力 $(P+jQ)$ 、接続点電圧の初期値と絶対値を読み込む。接続点電圧の初期値は普通 Swing Bus を除き $1.0+j0.0$ を与える。

電圧の絶対値を指定する接続点にはその数値を与える。

(4) 接続点電圧を Gauss Seidel 法で求める計算で、詳細は後述する。

(5) (4)の反復計算が終了したときの接続点電圧に基づき接続点に流入する電流と電圧、枝路に流れる電流と電力などを計算し印刷する。

(6) このプログラムではあらかじめ指定した点についてのみ故障時の三相量を求めるようにしてあるからその地点に対応する正相回路、零相第1回路、零相第2回路の接続点番号を記憶しておくかねばならない。

正相回路のあるリレー点が第4図に示すように接続点 NB1 と NB2 間の接続点 NB1 側にあったとすると、そのリレーの電圧 \dot{V}_{RY} 、電流 \dot{A}_{RY} は次のようになる。

$$\dot{V}_{RY} = \dot{V}(NB1) \dots \dots \dots (3)$$

$$\dot{A}_{RY} = \dot{Y}(NB1, NB2) \times (\dot{V}(NB1) - \dot{V}(NB2)) \dots \dots (4)$$

ただし $\dot{V}(NB1)$: 接続点 NB1 の電圧

$\dot{Y}(NB1, NB2)$: 線路 (NB1~NB2) 間の相互アドミッタンス

(7) 負荷には回転機や電灯、電熱器などの静止負荷があるが後者の場合には故障電流の供給源にならないから、そのアドミッタンスを計算する。

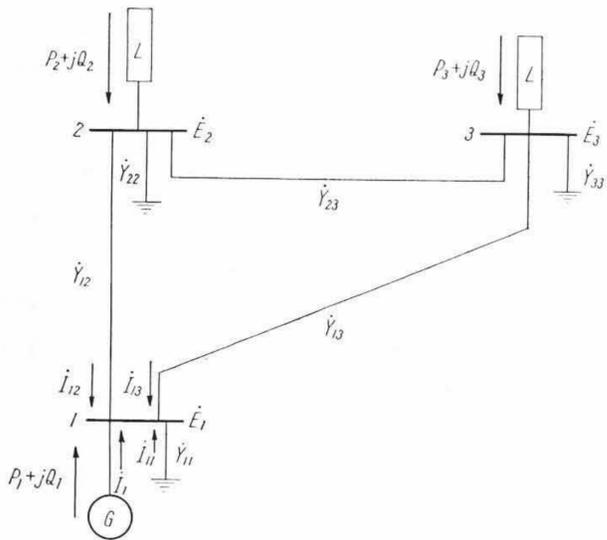
(8) 全部の故障点、故障点インピーダンスを与える。

(9) 第1図(b)に示す三相短絡状態において接続点電圧を Gauss-Seidel 法により求める。

(10) 三相短絡状態について(6)項と同じ方法でリレー点の電圧電流を計算する。なおフローチャートに示すように三相短絡は全

第 4 表 記憶装置使用状態一覧表

線路	常電	数	1,200
母線	電	圧	300
母線	電	力	200
自己アドミタンス	電	圧	200
リレー	電	圧	540
リレー	点	電	540
リレー	点	位	270
線路	補	助	600
その他	(添	字	67
添字	な	し	80
小計			3,997
演算	命	令	4,000
FORTRAN	ステ	ート	(687)
サブ	ル	ー	270
パッケージ	サブ	ルー	1,250
合計			9,520
残			約 450



\dot{Y}_{ij} : 接続点 i, j 間のアドミッタンス ($\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_{ji}$)
 \dot{Y}_{ii} : 接続点 i と大地との間のアドミッタンス (電力用コンデンサ, 対地静電容量のアドミッタンスの総括)
 $P_i + jQ_i$: 接続点 i に流入する発電機または負荷の有効電力, 無効電力 (負荷の場合は負となる)
 \dot{E}_i : 接続点 i の電圧
 \dot{I}_i : 接続点 i に流入する発電機または負荷の電流
 \dot{I}_{ij} : 接続点 i, j 間に流れる電流

第 5 図 系 統 図

故障点についてこの部分だけでくり返すのでリレーの電圧, 電流は成障点とリレー番号の二次元の配列によって記憶させてある。

- (11) 零相第 1 回路, 零相第 2 回路のリレー点に相当する接続点番号, 故障点とその両端接続点番号, 線路定数などを読み込む。
- (12) 零相を含む第 1 図(d), (e)の回路において接続点電圧を Gauss Seidel 法により求める。
- (13) 一つの故障点に対する零相を含む回路の接続点電圧が計算されると, 正相分回路と零相分回路のリレー点電圧, 電流を計算し記憶する。このうち正相分回路は三相短絡のときと同じ方法であるが, 零相分回路は二相回路理論を適用しているので第 1 回路と第 2 回路にわかれており, リレーが故障回線側か健全回線側かによって両回路の合成は(1)式にしたがって計算される。
- (14) 各種故障に応じて(2)式の関係を用いて三相の相電圧, 線間電圧, 線電流および線間の差電流を求める。このほか電圧電流の零相分も印刷される。
- (15) 故障点の変更に当っては, 故障点とそこにつながる接続点との間の回路定数を修正すればよい。

第 4 表にこのプログラムにおける記憶装置の使用状態を示すように, 演算ステートメント数が多く機械用語で約 4,000 になり, このほかパッケージサブルーチンに 1,250 語を要するので, データ領域は約 4,000 程度に制限される。その結果取り扱えるシステムの最大

の規模は 100 母線, 350 枝路でリレー点が 30 個所である。

3.2 接続点電圧の計算

3.2.1 計算式の誘導

汐流計算を行う場合接続点方式 (Nodal Method) を採用し Gauss Seidel 法により解くものとする。第 5 図に示す系統について接続点 1 に関して次の式が成り立つ。

$$\dot{I}_{11} + \dot{I}_{12} + \dot{I}_{13} + \dot{I}_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{P_1 - jQ_1}{\dot{E}_1^*} \\ \dot{I}_{11} &= -\dot{Y}_{11}\dot{E}_1 \\ \dot{I}_{12} &= \dot{Y}_{12}(\dot{E}_2 - \dot{E}_1) \\ \dot{I}_{13} &= \dot{Y}_{13}(\dot{E}_3 - \dot{E}_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(6)式を(5)式に代入して整理すると(7)式をうる

$$\dot{E}_1 = \frac{P_1 - jQ_1}{\dot{E}_1^*} + \dot{Y}_{12}\dot{E}_2 + \dot{Y}_{13}\dot{E}_3}{\dot{Y}_{11} + \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{13}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

一般に n 個の接続点からなる系統の接続点 p に関して次の一般式が成り立つ。

$$\dot{E}_p = \frac{P_p - jQ_p}{\dot{E}_p^*} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n \dot{Y}_{pq}\dot{E}_q}{\sum_{q=1}^n \dot{Y}_{pq}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式を実数部と虚数部とに分離して計算を行なう。なお $\sum_{q=1}^n \dot{Y}_{pq}$ は接続点 p に集まる枝路のアドミッタンスの総和であり自己アドミッタンスと呼び, \dot{Y}_{pq} は接続点 p と q との間に接続された枝路のアドミッタンスで相互アドミッタンスである。

故障時には発電機の内部誘起電圧は一定とし発電機内部点以外の接続点電圧の一般式は(8)式より次のようになる。

$$\dot{E}_p = \frac{\sum_{q=1}^n \dot{Y}_{pq}\dot{E}_q}{\sum_{q=1}^n \dot{Y}_{pq}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

3.2.2 三相短絡の計算

三相短絡状態では零相回路が含まれないので第 1 図(b)の等価回路における故障点を故障インピーダンスを通して中性点に接続すればよい。くり返し計算で求める接続点電圧は入力データのところで述べた M_1 から N 母線までの全部について計算する。他の接続点は発電機内部点として故障前の電圧に保つ。故障点インピーダンスが零の場合はその点の電圧は零となるので M_1 接続点はくり返し計算から除外する。

3.2.3 零相を含む回路の計算 (1 線, 2 線地絡)

この場合の接続法は第 1 図(d), (e)に示すとおりである。ここで計算する接続点は正相故障点 M_1 から零相の最後の接続点 NN までである。くり返し計算で求められた各電圧のうち零相回路における値は正相回路の中性点に対するものであるから, それぞれの値を第 1 回路および第 2 回路の中性点 (N_{00}, N_{01}) に対する電圧に直しておかねばならない。

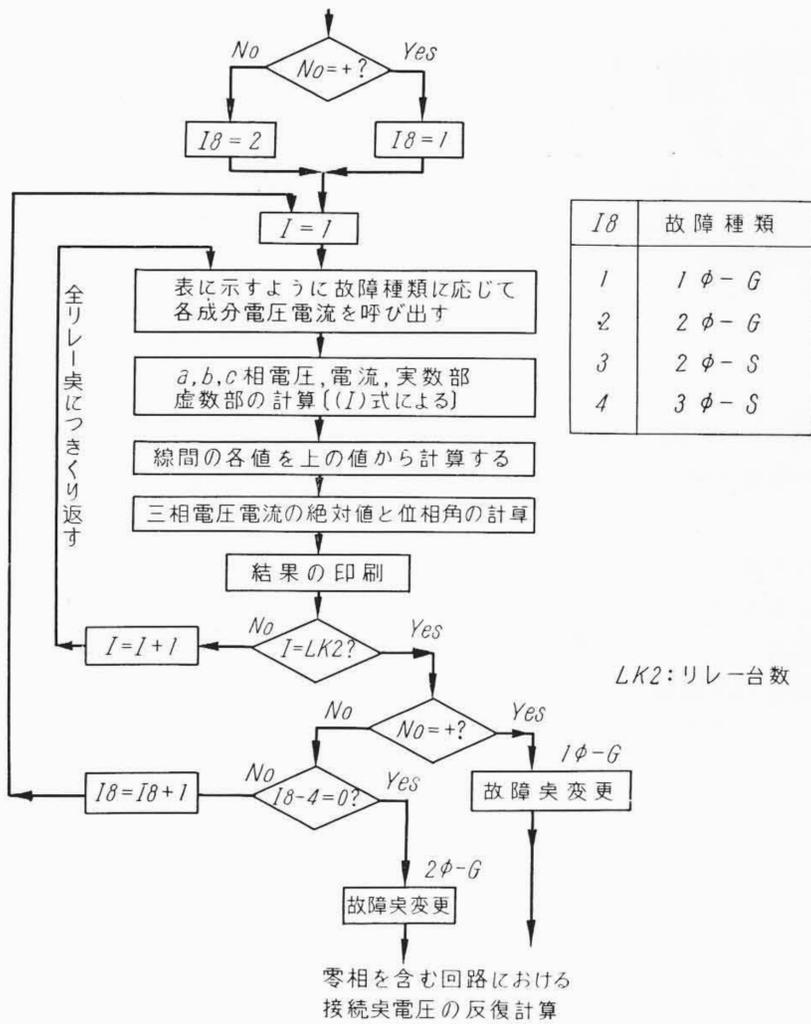
3.3 ベクトル合成

ベクトル合成部分のフローチャートは第 6 図に示すとおりであって, まず故障種類に応じ第 1 表から対応する値を呼び出し, (2)式にしたがって各相電圧, 電流ならびに線間値を計算し印刷する。

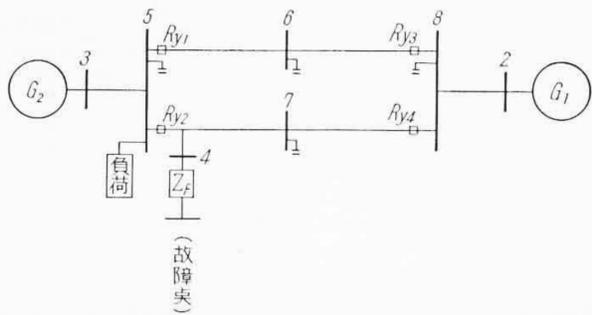
4. 計算結果ならびに検討

4.1 計算結果

第 7 図の回路において接続点 5 ~ 7 間で故障点を 3 個所変更した場合の計算例では取れん誤差 0.5×10^{-3} で, 正相回路の接続点数 7,



第6図 ベクトル合成のフローチャート



第7図 計算に用いた系統図

零相を含む接続点数13であって、入力データの読み込みから結果の印刷までに約8分を要する。これを交流計算盤による測定値と比較すると、誤差は3%以内、位相角誤差は3度以内で合致しており十分満足すべき結果がえられた。なお交流計算盤とデジタル計算結果との比較には、

$$\text{電圧, 電流の誤差} \dots \left(\frac{\text{計算盤測定値}}{\text{デジタル計算値}} - 1 \right) \times 100\%$$

$$\text{位 相 角} \dots (\text{デジタル計算値}) - (\text{計算盤測定値})$$

による。

4.2 検 討

以上述べたように、このプログラムは潮流計算と故障計算とを同時に行なうもので、実用性の高いものにまとめ上げることができた。計算の手法は通常の潮流計算に広く用いられている Gauss-Seidel 法とクラーク座標およびベクトル合成計算であり、もっとも苦労した点は計算のシーケンスの組み立て方であった。プログラム完成後

現在までの約半年間に幾つかの実例について計算を実施してきたがその間に気付いた点や改良すべき点は次のとおりである。

このプログラムでは零相を含め接続点100までの系統を取り扱うことができるが、系統が大きくなるにつれて接続点電圧の計算に要する時間が増加し、その模様は系統によりことなる。さらに極端な例として比較的簡単な系統でも解が発散する場合がある。この原因は接続点電圧の反復計算に用いた Gauss-Seidel 法では不十分なことにある。すなわち解の収れん条件として、(8)式の $\sum_{q=1}^n \dot{Y}_{pq}$ が $\dot{Y}_{pq} (p \neq q, q=1 \sim n)$ に比し大きいこと、換言すればアドミッタンス・マトリックスの対角要素が非対角要素より大きいことが必要である。そしてこの条件は通常の回路条件では大体満足されているが、直列コンデンサにより送電線リアクタンスが補償されているような場合には収れん性がわるくなり発散することがある。この対策として共役傾斜法や Gauss-Seidel-Aitkens⁽⁵⁾ 法などが考えられるが、これらはいずれも記憶容量が増加するため、取り扱える系統の規模を縮小する必要がある。なお潮流計算や故障計算のように複雑な電気回路網の計算にはデジタル計算機といえどもかなりの計算時間を必要とするから能率のよい計算方法を適用することが大切である。

われわれは従来電力系統の諸問題を解くのに交流計算盤を用いてきた。最近約1年ほど前からデジタル計算機を使用する機会をえたがこの両者を比べてみると問題解決の直截(さい)性という点では計算盤がはるかにすぐれており、これに対しルーチン化された日常業務に用いる場合には計算精度と速度の点でデジタル計算機が有効である。したがって問題の解決にもっとも適した計算機を使用することが肝要である。

5. 結 言

電力系統における故障計算をデジタル計算機で解くプログラムを完成した。このプログラムは可及的に一般性をもたせるように配慮してあるから任意の系統に適用することができ完全に自動計算される。したがって従来多大の日時を要した故障計算が比較的短時間に処理することが可能になった。

このプログラムが完成後各種実例につき計算を行なったところ、第4.2節に述べたように改善すべき諸点が判明した。そのうちもっとも大きなものは接続点電圧の反復計算に要する時間を短縮することであって、この点に関しては別の機会にゆずる。

終わりに終始ご指導を賜った日立製作所日立研究所小林部長ならびに高林主任研究員に対し深甚の謝意を表す。また潮流計算部分に関しては村田氏(現在中国電力株式会社勤務)の労に負うところが大きく、プログラミングには日立製作所日立研究所竹田研究員の協力をえた。さらに計算機の使用に当っては日立工場事務管理部の諸氏のご助力を頂いた。ここに厚くお礼申しあげる次第である。

参 考 文 献

- (1) 奥田, 村上: 電気学会東京支部大会, 昭36, No. 193
- (2) 電気学会編: 送配電工学
- (3) E. Clarke: Circuit Analysis of A. C. Power Systems, Vol. 1 John Wiley & Sons (1950)
- (4) J. B. Ward, H. W. Hale: TAIEE, Part III, 398 (1956)
- (5) 埴野, 田村, 成田: 電気学会東京支部大会, 昭36, No. 194