

# 鋼帯圧延機の圧延特性の理論的計算

## The Calculation of the Characteristics of Rolling Strip Mills

川 野 滋 祥\* 前 川 敏 明\*\*  
Shigeyoshi Kawano Toshiaki Maekawa

### 内 容 梗 概

圧延機ならびにその駆動、制御設備の設計製作、および運転技術の根底をなすものは、圧延現象の適確な把握にあるものと考え。ここに鋼帯圧延に関する理論的検討を行ない、高速電子計算機を用いた多くの数値計算結果から圧延現象の一端を示すことができたのでその概要を報告する。

理論式としては Orowan の圧延理論をもとにした。この理論は絶対値数を用いて表現されているが、計算結果の適用範囲を広げるために全変数を無次元化した理論に改めた。また従来この理論では、ロールの偏平化について考えられていなかった点を検討し、電子計算機の高速くり返し能力を活用して、ロール偏平化による修正を加えることを試みた。数値計算結果は、種々の板厚/ロール径、圧下率、張力、前歴圧下、摩擦係数などに関する塑性変形特性として図表化し、圧延特性の数量的な把握を容易にした。また計算結果を総括的に検討することにより、従来経験的に認められていた圧延現象の幾つかが明確に説明されるとともに、数量的にも実測データとほぼ一致することが確かめられた。

### 1. 緒 言

鋼帯圧延機の駆動、制御に関する研究を推進するにあたり、その基本的な問題は圧延特性の把握にあるものと考え。圧延理論には、Von Karman の流れをひくものと、Orowan の流れをひくものがあるが、より忠実に圧延現象を記述しているものとして、われわれは Orowan の理論に着目した。この理論は解析的に解が求まらないため従来種々の近似数値解法が出されていたが、これらは変形条件や数学的取り扱いに多くの仮定を含んでいるので問題がある。しかし高速度電子計算機が用いられるようになった今日、Orowan の理論の価値は再認識に値するものと考え。

従来 Orowan 以外の理論では、ロールと材料は常にすべっているものと考えているために、摩擦係数が大きくまた圧下率の大きい場合、すなわち実際には固着状態にある場合は計算が大きく違ってくるが、Orowan の理論では固着状態にある場合も含めて考えることができる。

この Orowan の理論は絶対値変数を用いて解析しているが、これは長さの次元に関して無次元化できる。また本報では応力の次元に関しても無次元化を行なったが、これは真の意味の無次元化ではなく、結果は応力の絶対値にも関係するものである。しかし計算を規格化する意味において有用である。

また従来 Orowan の理論では、ロールの偏平化について考えられていなかったが、電子計算機の威力により膨大な試行計算が可能になったので、ロールの偏平化による修正を加えた理論をつくり、それにより数値計算を進めた。

規格化された種々の数値計算結果を若干の図表にまとめることにより、従来経験的に認められていた現象の幾つかが、明確に説明されるとともに数量的にも実測データとほぼ一致することが確かめられた。ここにその理論計算手法と、計算結果の一例を報告する。

### 2. Orowan の理論とその無次元化

#### 2.1 Orowan の理論における仮定

Orowan の理論が成立するためには、次の 3 個の仮定を必要とする。

- (1) 変形を二次元の変形と考え、板は幅方向には変形しないものとする。

- (2) 変形はすべて塑性変形と考え弾性変形は無視する。
- (3) 接触弧中の材料の変形はその微小部分を考え、傾斜面による圧縮と考える。

Orowan の圧延理論においては、基本的には以上 3 個の仮定以外には必要ない。

- しかし解析を進めるうえの必要上、次のような仮定を追加する。
- (4) 摩擦係数はすべり摩擦領域においては一定と考える。
- (5) 拘束変形抵抗と圧下率の関係は次式で与えられるものとする。

$$S = S_k \cdot f(r) \quad \text{ただし} \quad f(1) = 1.0$$

$S_k$  を最大拘束変形抵抗という。

- (6) 材料およびロールの接触面は円弧で近似できるものとする。

以上実用上の仮定を含め 6 個の仮定により解析を行なう。

ここで、最後に次の仮定をつけ加える。

- (7) 中立点(非滑点)とは圧延圧力分布の最大なる点である。

この仮定は現在まで黙認され、論じられていないが、あくまで仮定である。

#### 2.2 無次元化された Orowan の理論<sup>(1)(2)(3)</sup>

ここでは Orowan の理論の説明は略し無次元化の方法だけについて述べる。

次のような圧延スケジュールについて考えることにする。

拘束変形抵抗係数が  $\lambda = S/S_k = r^{1/3}$  であるような材料があり、その材料が圧下率  $r_i$  なる前歴圧下をうけて板厚係数が  $x_i = h_i/R$  となった材料にさらに  $r_n$  なる圧下を行なう場合を解くこととする。ただし、この際前方張力係数は  $\sigma_{so}$ 、後方張力係数は  $\sigma_{si}$  とし摩擦係数は  $\mu$  であるとする。

ここで、注意すべきことは Orowan の理論の無次元解析にあたって、拘束変形抵抗  $S$  を

$$S = S_k \times r^{\frac{1}{n}}$$

と仮定すれば  $\lambda = r^{1/n}$  だけ関係し、 $S_k$  には無関係となることである。しかしロールの偏平係数は  $S_k$  の関数となるから計算結果は  $S_k$  とは無関係ではない。

また、もう一つの点は圧延ロールの原半径  $R$  にも関係せず、共通に論ずることができることである。

\* 日立製作所日立研究所

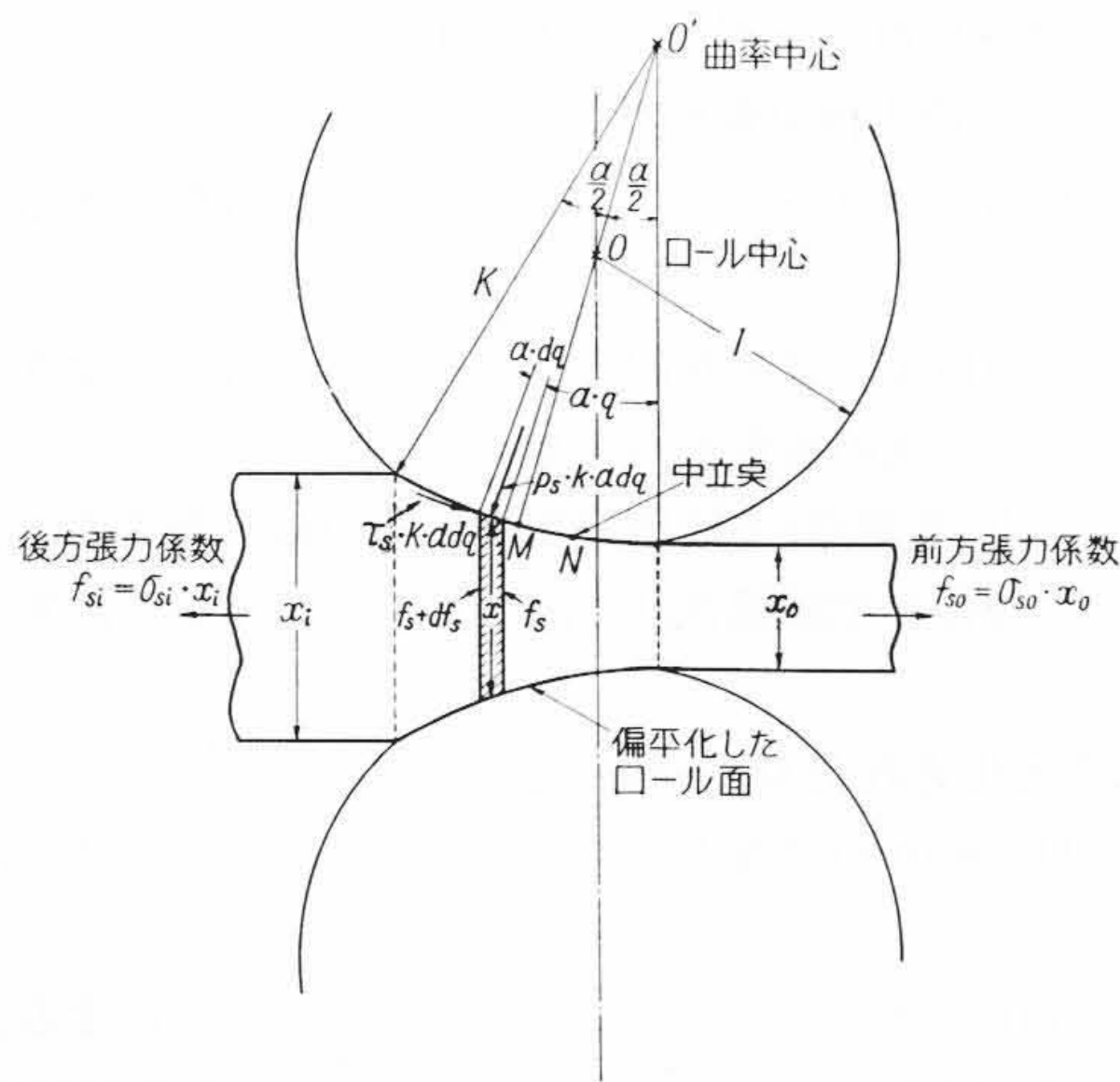
\*\* 日立製作所日立研究所 工博

第1表 変 数 変 換 一 覧 表

| 絶 対 値 変 数           |                                            | 無 次 元 変 数               |                                                                         |
|---------------------|--------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 接 触 面 曲 率 半 径       | $R_W$ (mm)                                 | 偏 平 率                   | $K=\frac{RW}{R}$                                                        |
| 入 口 板 厚             | $h_i$ (mm)                                 | 入 口 板 厚 係 数             | $x_i=\frac{h_i}{R}$                                                     |
| 出 口 板 厚             | $h_0$ (mm)                                 | 出 口 板 厚 係 数             | $x_0=\frac{h_0}{R}$                                                     |
| か み 込 み 角           | $\alpha=\sqrt{\frac{h_i-h_0}{RW}}$         | か み 込 み 角               | $\alpha=\sqrt{\frac{x_i-x_0}{K}}$                                       |
| 接 触 角               | $\phi, \phi_n, \alpha$                     | 接 触 角 係 数               | $q=\frac{\phi}{\alpha}, q_n, 1$                                         |
| 任 意 点 の 板 厚         | $h=h_0+2\cdot RW(1-\cos \phi)$             | 任 意 点 の 板 厚 係 数         | $x=\frac{h}{R}=x_0+2K(1-\cos \alpha\cdot q)\div x_0+(x_i-x_0)\cdot q^2$ |
| 拘 束 変 形 抵 抗         | $S$ (kg/mm <sup>2</sup> )                  | 拘 束 変 形 抵 抗 係 数         | $\lambda=\frac{S}{S_k}=r^{1/n}$                                         |
| 水 平 方 向 平 均 応 力     | $\sigma$ (kg/mm <sup>2</sup> )             | 水 平 方 向 平 均 応 力 係 数     | $\sigma_s=\frac{\sigma}{S_k}$                                           |
| 入 口, 出 口, 張 力 応 力   | $\sigma_i, \sigma_0$ (kg/mm <sup>2</sup> ) | 入 口, 出 口, 張 力 応 力 係 数   | $\sigma_{si}, \sigma_{s0}$                                              |
| 単 位 幅 当 た り の 水 平 力 | $f$ (kg/mm)                                | 単 位 幅 当 た り の 水 平 力 係 数 | $f_s=\frac{f}{S_k}$                                                     |
| ロ ー ル 面 圧 縮 応 力     | $p$ (kg/mm <sup>2</sup> )                  | ロ ー ル 面 圧 縮 応 力 係 数     | $p_s=\frac{p}{S_k}$                                                     |
| 圧 下 力               | $F$ (kg)                                   | 圧 下 力 係 数               | $\eta_s=\frac{F}{R, W, S_k}, \eta=\frac{F}{R, W}$                       |
| 摩 擦 応 力             | $\tau$ (kg/mm <sup>2</sup> )               | 摩 擦 応 力 係 数             | $\tau_s=\frac{\tau}{S_k}$                                               |
| 圧 延 ト ル ク           | $T$ (kg/m)                                 | 圧 延 ト ル ク 係 数           | $\zeta_s=\frac{T}{R^2, W, S_k}, \zeta=\frac{T}{R^2, W}$                 |

第2表 記 号 表

|                        |                     |
|------------------------|---------------------|
| $W$ : 被圧延材の幅 (mm)      | $r$ : 圧 下 率         |
| $R$ : 圧延ロールの原半径 (mm)   | $r_i$ : 前 圧 下 率     |
| $\mu$ : 摩 擦 係 数        | $r_n$ : $n$ ペス目の圧下率 |
| $a$ : 摩擦状態判別係数         | $r_t$ : 全 圧 下 率     |
| $\omega(a)$ : 変形抵抗補正係数 |                     |



第1図 ロール間げきにおける材料の力の釣合

従来の Orowan の理論に用いられていた絶対値変数と以下の無次元解析に用いる無次元変数の対照一覧を第1表に示す。

本表以外のおもなる記号を第2表に示す。  
第1表に示した無次元変数を用いて第1図を参照しながら Orowan の理論を書きなおせば次のようになる。

[変形基本式]

$$\frac{df_s(q)}{dq} = 2 \cdot K \cdot \alpha \cdot \{ p_s(q) \cdot \sin(\alpha \cdot q) \pm \tau_s(q) \cdot \cos(\alpha \cdot q) \} \quad (1)$$

また、書き換えれば

$$\frac{d(x \cdot \sigma_s(q))}{dq} = 2 \cdot \sqrt{K(x_i - x_0)} \cdot \{ p_s(q) \cdot \sin(\alpha \cdot q) \pm \tau_s(q) \cos(\alpha \cdot q) \} \quad (2)$$

式中の±の符号は、中立点 N を境にして、入口側の  $\sigma_s, p_s$  の分布を求めるときは⊖符号を用い、出口側の分布を求めるには⊕符号を用いる。  
また、摩擦応力係数  $\tau_s(q)$  は摩擦状態により、次の二種類の値となる。

すべり摩擦状態の場合  $\tau_s(q) = \mu \cdot p_s(q) \dots\dots\dots (3)$   
固着摩擦状態の場合  $\tau_s(q) = \frac{1}{2} \cdot \lambda(q) \dots\dots\dots (4)$

また拘束変形条件は次のようになる。  
[拘束変形条件]  
すべり摩擦の場合  $p_s(q) = \sigma_s(q) + \omega(a) \cdot \lambda(q) \dots\dots\dots (5)$   
固着摩擦の場合  $p_s(q) = \sigma_s(q) + \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\alpha}{6} \cdot q \right) \cdot \lambda(q) \dots\dots\dots (6)$   
ただし±の符号は ⊕: 入口側 ⊖: 出口側  
上式の中の  $\omega(a)$  (不均一圧縮を考えた拘束変形抵抗補正係数) の算出および、摩擦状態の判別は次のように行なう。  
[摩擦状態判別係数 (a); 変形抵抗補正係数  $\omega(a)$  の決定]

$$a = \frac{2 \mu p(q)}{S} = \frac{2 \mu p_s(q)}{\lambda} : \text{摩擦状態判別係数} \dots\dots\dots (7)$$
$$\omega(a) \div \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^{-1} a}{a} + \sqrt{1 - a^2} \right\} : \text{変形抵抗補正係数} \dots\dots\dots (8)$$

(8)式は、 $a$  が [0,1] の間で、次式で近似できる。  
 $\omega(a) = 1 - 0.1626 \cdot a^2 - 0.0520 \cdot a^4 \dots\dots\dots (9)$   
摩擦状態判別式

$$\omega(a) = \frac{a}{2 \mu} - \frac{\sigma_s(q)}{\lambda(q)} \dots\dots\dots (10)$$

ある点の  $\sigma_s$  が与えられれば、その点の  $\lambda$  は  $\sigma_s$  に関係なく直ちに求められるから (9), (10) 式より  $a$  および  $\omega(a)$  が求められる。 $a$  の値が1より大ならば固着摩擦状態であり、1より小であればすべり摩擦状態にある(詳しくは文献参照)。  
Orowan の圧延理論は上に述べたように、次の3部分にわけら

とができる。

(1) 変形基本式 (1)または(2)式

(2) 変形条件式 (5)または(6)式

(3) 摩擦状態判別式 (10)式

この3式を連立させて解くことにより、入口側および出口側の  $p_s$ ,  $\sigma_s$  の分布が独立に求められる。

以上に Orowan の理論を無次元化した形式で示したが、これらの式はロールの偏平変形に関係した値  $K$  によってあらわされている。元来ロールの偏平変形は、圧延圧力が決定して後求められるものであるから上述の理論により得られた圧延圧力は初めに  $K$  を仮定したとき用いた圧延圧力と一致しなければならない。したがってこの計算は次章に述べるようなくり返し収れん計算によってはじめて完結するものである。

### 3. ロール偏平変形を考慮した圧延現象の数値計算法

#### 3.1 圧延圧力の計算

前節に述べたようにしてロール面に垂直な方向の圧縮応力係数  $p_s = p/S_k$  の入口側の分布および出口側の分布が求まり中立点はこの2曲線の交点と考える。

ここで注意しなければならないのは  $p_s$  は偏平化したロール面に対して垂直であり、その延長は偏平化したロールの曲率中心  $O'$  に向かうことである。また、接触角も、この曲率中心から見た角度がとってある。このことは圧延圧力の計算のときはさして問題とならないが、圧延トルクの計算のときに注意を要する。第2図を参考にして圧下力係数(圧延圧力係数)を求める。

接触角が、 $\alpha \cdot q$  の点  $P$  の近傍に微小面積  $K \cdot d(\alpha q)$  を考えると、その面は、垂直に  $p_s \cdot K \cdot \alpha \cdot dq$ 、接線方向に  $\tau_s \cdot \alpha \cdot K \cdot dq$  の力が加わっている。ただし、ロールの原半径は1として規格してある。

したがって、圧下力係数  $\eta_s$  は次式となる。

$$\eta_s = \frac{F}{R \cdot W \cdot S_k} = K \cdot \alpha \cdot \left\{ \int_0^1 p_s \cos(\alpha \cdot q) \cdot dq - \int_0^{q_n} \tau_s \cdot \sin(\alpha \cdot q) \cdot dq + \int_{q_n}^1 \tau_s \cdot \sin(\alpha \cdot q) \cdot dq \right\} \dots (11)$$

上式において、 $K \cdot \alpha$  は(12)式に示すようにロール投影面積の半分

と、接触投影面積の比である。

$$K \cdot \alpha = \sqrt{K(x_i - x_0)} = \frac{\sqrt{R_w \cdot (h_i - h_0)} \times W}{R \times W} \dots (12)$$

また、 $q_n$  は中立点  $N$  における  $q$  の値である。

圧下力係数  $\eta_s$  に、 $S_k$  (最大拘束変形抵抗) をかけたものを平均圧延圧力として  $\eta$  で表わす。

#### 3.2 偏平率の計算と圧下力の再計算

2.2 の(1)式または(2)式を解く場合には、偏平率  $K$  を仮定してはじめて、平均圧延圧力が求まってはじめて(13)式により偏平率  $K$  が求められる。

偏平率は Hitchcock の(13)式により求められる。

$$K = 1 + \frac{C \cdot \eta}{x_i - x_0} \dots (13)$$

ただし

$$C = \frac{16(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E}$$

$\nu$  : ロールの Poisson 比

$E$  : ロールの Young 率

そこでもう一度、圧下力係数、または平均圧延圧力の求め方をまとめれば次のようになる。

|      |              |               |
|------|--------------|---------------|
| 圧延条件 | (1) 入口板厚係数   | $x_i$         |
|      | (2) 出口板厚係数   | $x_0$         |
|      | (3) 入口張力係数   | $\sigma_{si}$ |
|      | (4) 出口張力係数   | $\sigma_{so}$ |
|      | (5) 前歴圧下率    | $r_i$         |
|      | (6) 摩擦係数     | $\mu$         |
|      | (7) 最大拘束変形抵抗 | $S_k$         |

これら7個の条件によりまず偏平率  $K$  を仮定して ( $K=1.25$  程度) 2.2 の理論によりロール接触弧内の応力係数  $p_s(q)$  の分布を求め、それから(11)式を用いて圧下力係数  $\eta_s$  を求める。

この  $\eta_s$  を求めるには、上記圧延条件の(1)から(6)までを用いて行なえる。

圧延条件の(7)、すなわち最大拘束変形抵抗  $S_k$  は、 $\eta_s$  から偏平率を再計算するときに用いられる。

すなわち

$$K = 1 + \frac{C \cdot S_k \cdot \eta_s}{x_i - x_0} \dots (14)$$

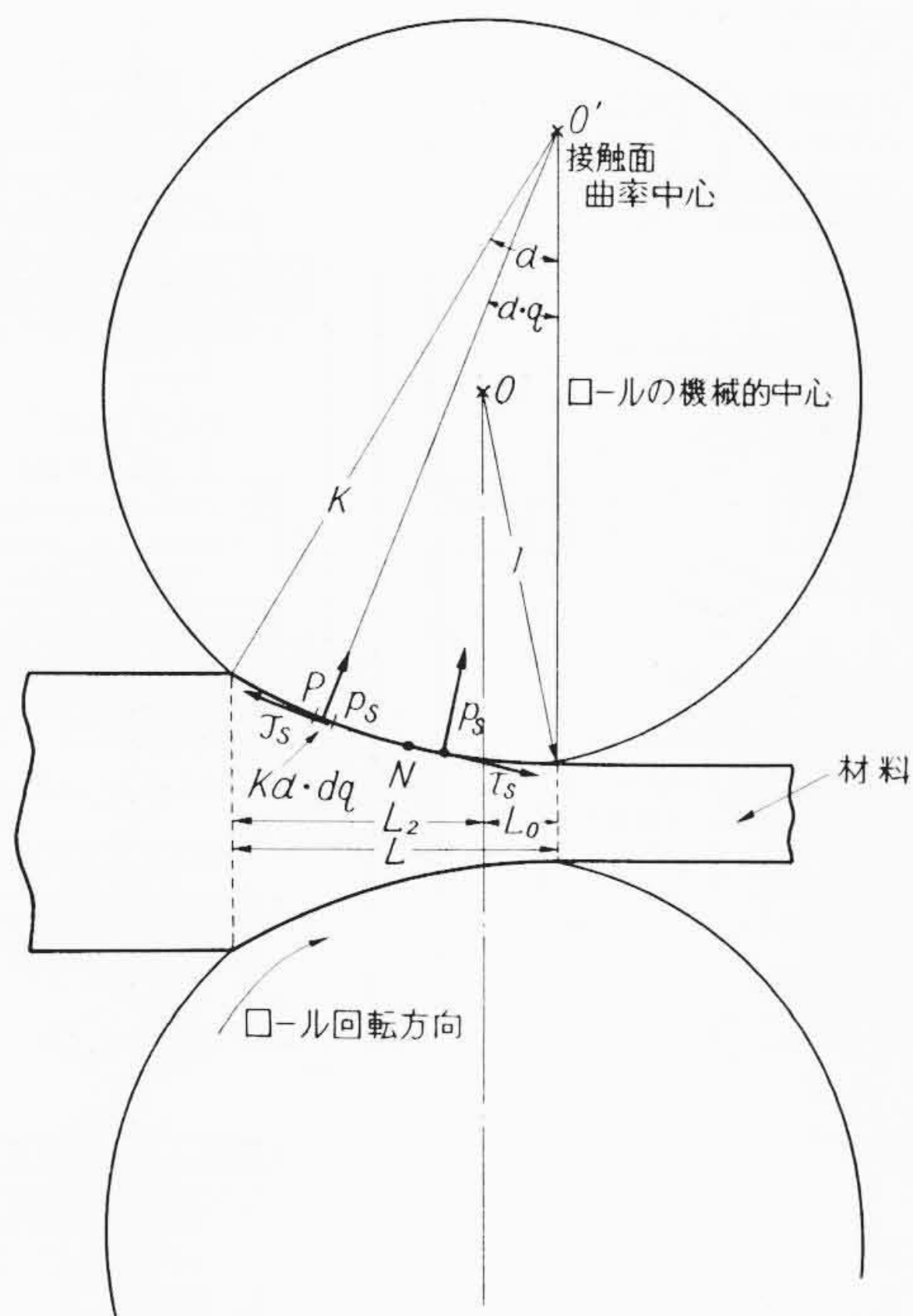
$\eta_s$  を計算した後、上式により求められた偏平率と、最初仮定して出発した偏平率とを比較し、その差が許容範囲より大きければ、新しく偏平率を仮定しかえて上述の計算を行ない、 $\eta_s$  を求め、(14)式でふたたび  $K$  を求め、仮定して出発した  $K$  との差が許容誤差範囲にはいるまで、数回の収れん計算を行ない収れんの終わったときの圧下力係数および偏平率を与えられた圧延条件に対して求める正しい値であると考ええる。

またここで同時に求められた偏平率は次項で述べる圧延トルク係数、または平均圧延トルクの計算に用いられる。

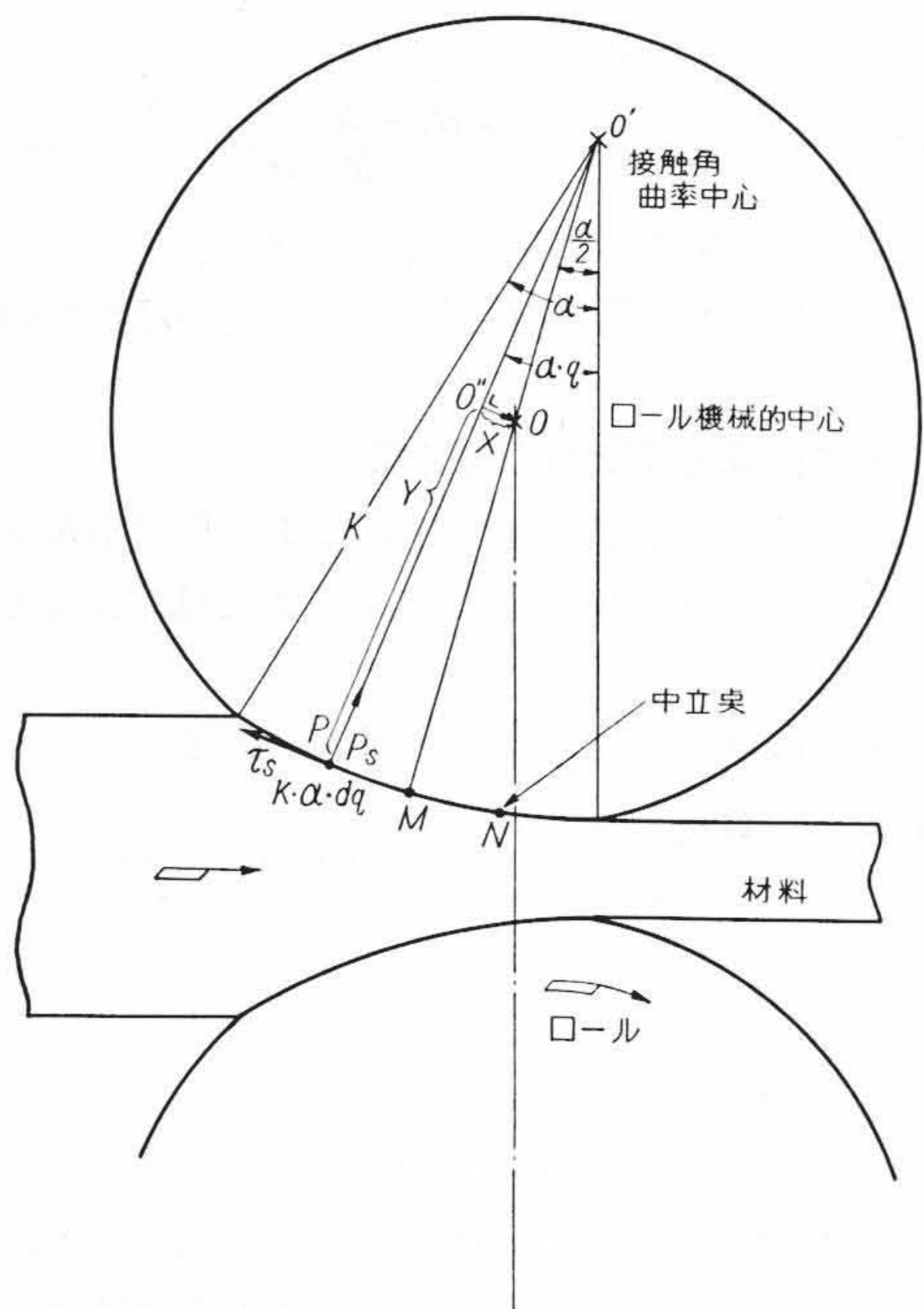
#### 3.3 圧延トルクの計算

3.1 における圧下力係数の計算においては、ロールの偏平化の影響は(11)式における  $\alpha$  が  $\sqrt{K}$  に逆比例して小さくなり、2, 3の影響が小さくなるだけで(11)式の基本的な形には影響がなかったが、圧延トルクの場合は補正項が加わる。圧延トルクとしてはあくまでロールの機械的中心に関するモーメントを求めなければならないが、力の中心はロール面の曲率中心にあり、ロールの偏平化を考えるとときと考えると異なる。第3図を参照しながら圧延トルク係数を求める。

ロールおよび材料の接触弧上に  $P$  点を取りその点が中立点  $N$  より



第2図 材料がロールに与える力(その1)



第 3 図 材料がロールに与える力(その 2)

入口側にあったとすると、ロールは材料より P 点の近傍においては図に示す方向に単位面積当たり  $p_s$  と  $\tau_s$  なる力をうける。P 点の近傍に  $K \cdot d(\alpha \cdot q)$  の微小面積要素を考えると、ロールは材料より

P O' 方向に

$$p_s \cdot K \cdot \alpha \cdot dq$$

P O' 方向より 90° 反時計方向に回った方向に

$$\tau_s \cdot K \cdot \alpha \cdot dq$$

なる力をうける。ただしこれらの力は、normalize され無次元量である。

次に機械的ロール中心 O と、ロール曲率中心 O' の normalize された距離を求めると、

$$\begin{aligned} OO' &= K \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \left\{ \sin^{-1} \left( K \sin \frac{\alpha}{2} \right) \right\} \\ &= K \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - K^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = K \cdot K_Y \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで

$$K_Y = \frac{K \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{1 - K^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{K} \geq \frac{K-1}{K} \dots\dots\dots (16)$$

求めるモーメントの中心 O と作用点 P を結ぶアーム  $\overline{PO}$  を図示のように  $\overline{PO'}$  に垂直な成分 X と平行な成分 Y に分けその normalize された距離を求めると次式となる。

$$X = \overline{OO''} = \overline{OO'} \cdot \sin \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha = K \cdot K_Y \cdot \sin \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} Y &= \overline{PO''} = \overline{PO'} - \overline{OO'} \cdot \cos \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \\ &= K \cdot \left\{ 1 - K_Y \cdot \cos \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \right\} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

したがって微小面積要素  $K \cdot \alpha \cdot dq$  に加わる力により、ロールの回転を妨げる方向に働く微小トルクを  $d\zeta_s$  とすれば

$$d\zeta_s = \frac{dT}{R^2 \cdot W \cdot S_k} = K \cdot \alpha \cdot \{ p_s \cdot X \pm \tau_s \cdot Y \} dq \dots\dots\dots (19)$$

となる。式中の  $\oplus$  の符号は、P 点が中立点 N より入口側のときは、 $\oplus$  を用い、出口側のときは  $\ominus$  符号を用いることを示す。

(19) 式に (17), (18) 式を代入すれば (20) 式となる。

$$\begin{aligned} d\zeta_s &= K^2 \cdot \alpha \cdot \left\{ p_s \cdot K_Y \cdot \sin \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \right. \\ &\quad \left. \pm \tau_s \cdot \left\{ 1 - K_Y \cdot \cos \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \right\} \right\} dq \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

したがって、圧延トルク係数は、(20) 式を  $q$  に関して 0 から 1 まですべて積分したものであるから (21) 式となる。ただし、2 本のロールに関するものである。

$$\begin{aligned} \zeta_s &= 2 \cdot K^2 \cdot \alpha \cdot \left[ \int_{q_n}^1 \tau_s \cdot dq - \int_0^{q_n} \tau_s \cdot dq \right. \\ &\quad \left. + K_Y \cdot \left\{ \int_0^1 p_s \cdot \sin \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \cdot dq \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_0^{q_n} \tau_s \cdot \cos \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \cdot dq \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \int_{q_n}^1 \tau_s \cdot \cos \left( q - \frac{1}{2} \right) \alpha \cdot dq \right\} \right] \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

全圧延トルク  $T$  は (22) 式より求められる。

$$T = \zeta_s \times R^2 \times W \times S_k \times 0.001 \text{ (kg-m)} \dots\dots\dots (22)$$

また平均圧延トルク  $\zeta$  は (23) 式で示される。

$$\zeta = \zeta_s \cdot S_k \text{ (kg-mm/mm}^3\text{)} \dots\dots\dots (23)$$

以上で、1 個の圧延条件が与えられたときのトルクの計算は終わる。

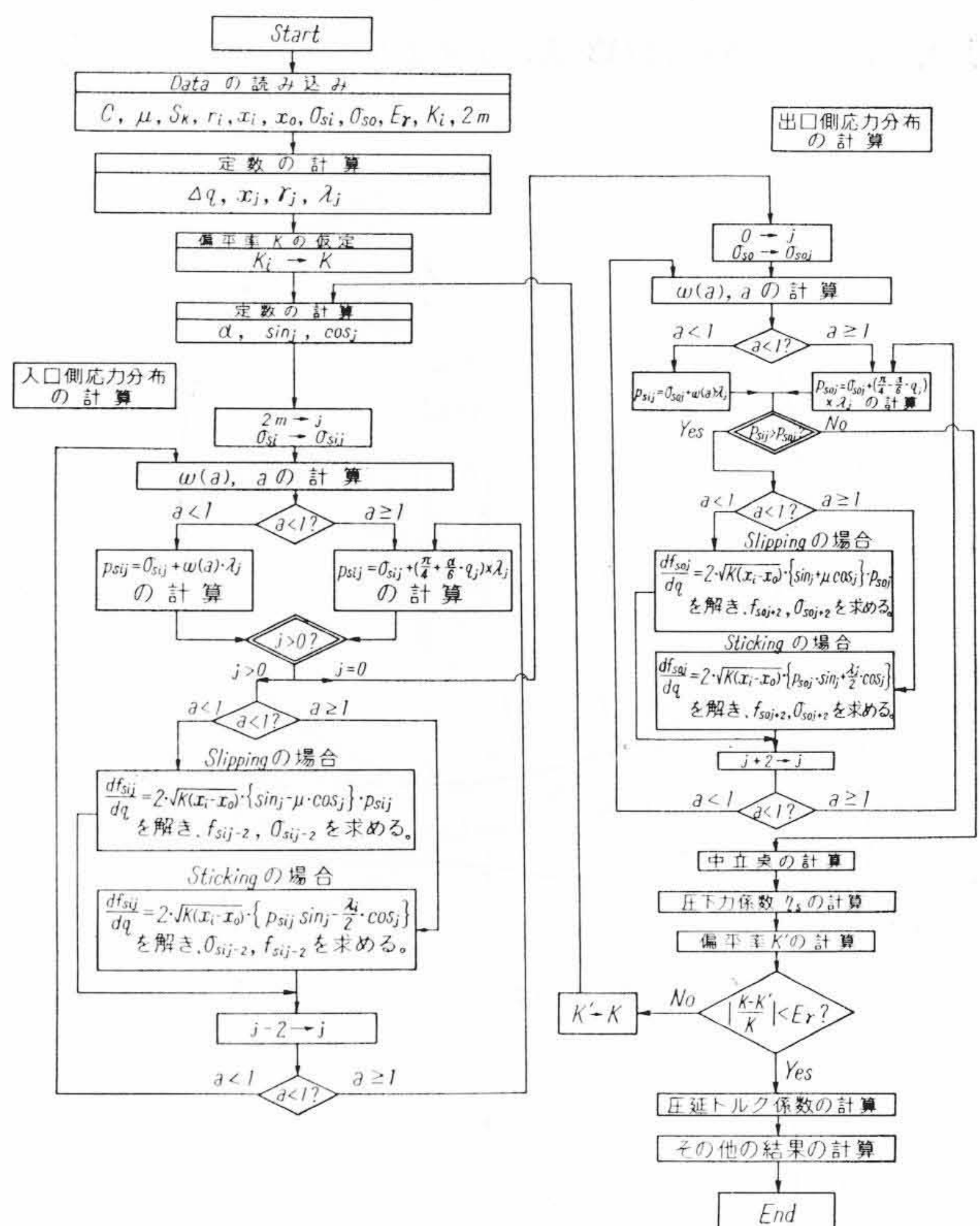
## 4. 数値計算の結果とその検討

### 4.1 計算の概要

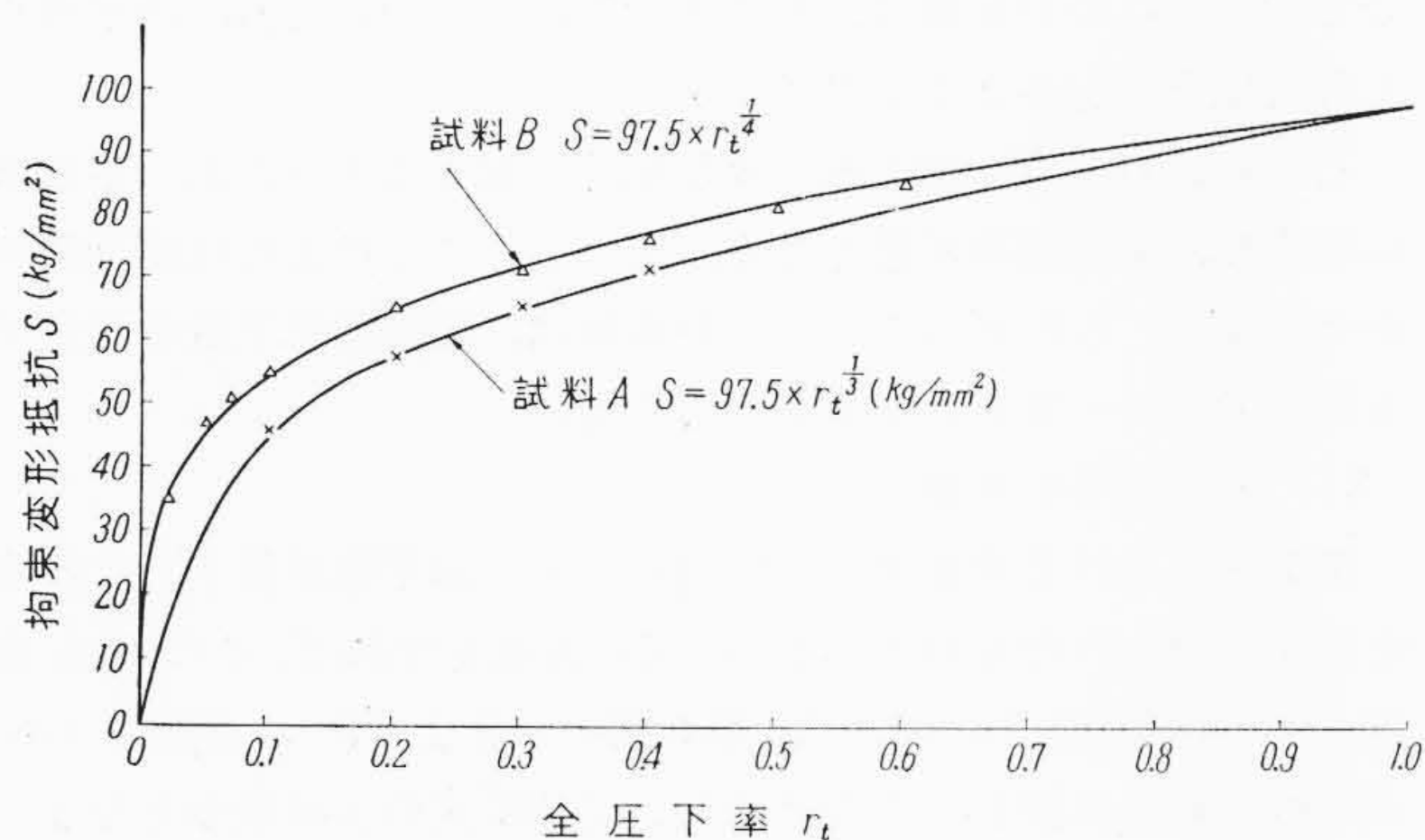
3 で述べた理論の数値計算法を大形高速電子計算機によって、次の (a) 項で述べるような特性をもつロールで、(b) 項で述べるような冷間圧延材料を圧延する場合の材料の塑性変形曲線を、出口板厚比を変数にとり摩擦係数、入口板厚比、入口張力比、出口張力比、前歴圧下率をパラメータにして求めた。

第 4 図に計算プログラムのフローチャートを示す。

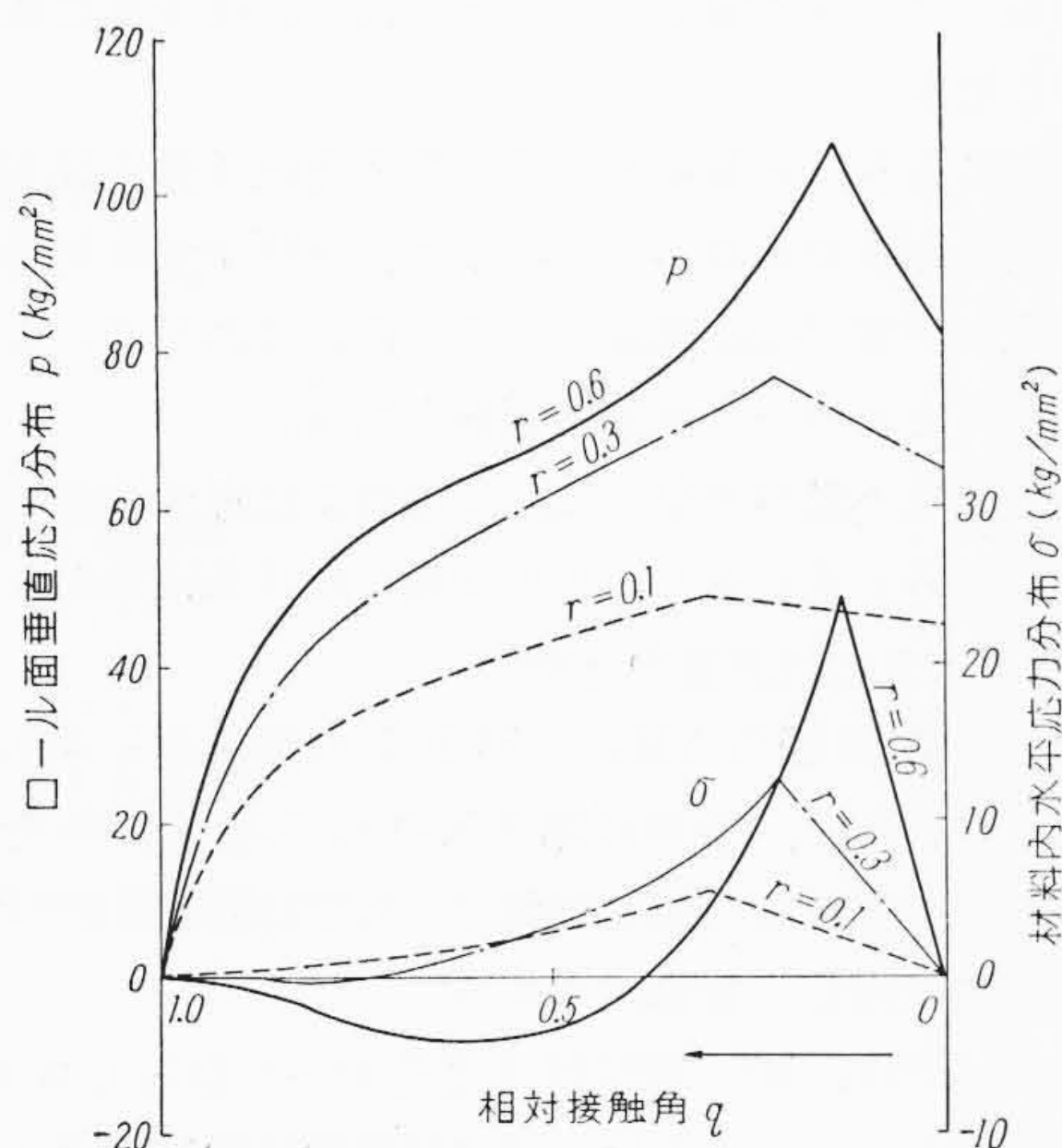
- (a) ロールの弾性変形特性が次のようなもの  
ロールのポアソン比  $\nu = 0.27$



第 4 図 圧延特性の計算フローチャート



第5図 軟鋼の拘束変形抵抗曲線

(素材板厚比  $\frac{h_i}{R} = 3.0 \times 10^{-2}$ )

第6図 ロール間げきにおける応力分布

ロールのヤング率  $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ 

したがって

$$C = \frac{16(1-\nu^2)}{E \cdot \pi} = 2.25 \times 10^{-4} \text{ mm}^2/\text{kg} \quad (\text{鋼ロール})$$

(b) 摩擦係数  $\mu$ 

摩擦係数は冷間鋼帯圧延の場合、0.08 から 0.05 程度といわれているが、この計算では、最も大きい 0.08 を採用した。

$$\mu = 0.08$$

(c) 材料の拘束変形抵抗、および組成

使用軟鋼板の仕様

$$C = 0.20\% \quad S_i = 0.01\% \quad M_n = 0.31\%$$

この材料の拘束変形抵抗と圧下率の関係は第5図に示される。今回は試料Aについての計算を行なう。試料Aの変形抵抗は次式で近似される。

$$S = 9.75 \times r_t^{1/3}$$

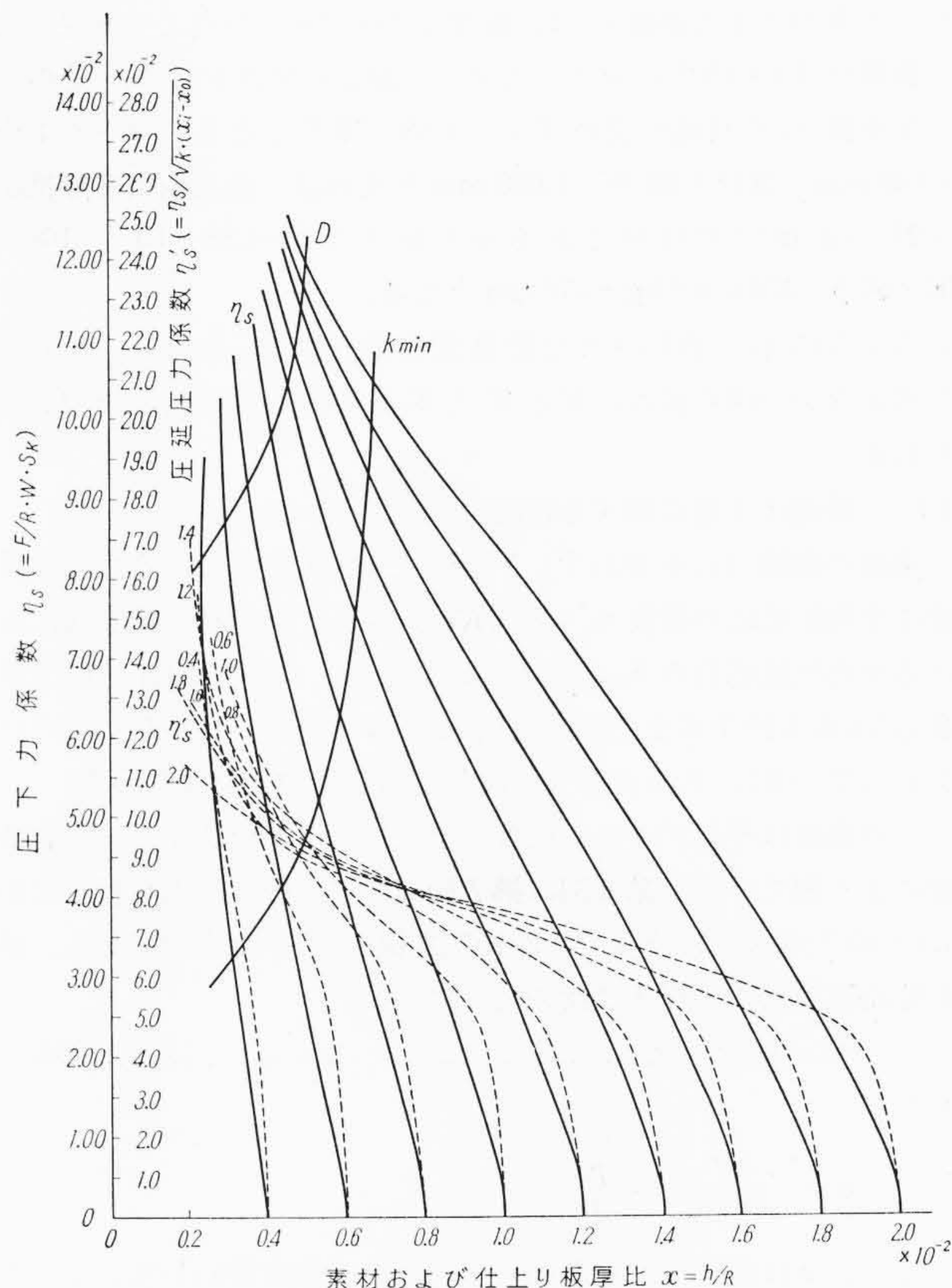
ただし  $r_t$  は全圧下率

なお、全圧下率  $r_t$  と前圧下率  $r_i$  および考えているパスにおける圧下率  $r_n$  の間の関係は次式によるものとする。

$$r_t = 1 - (1 - r_i) \cdot (1 - r_n) = r_i + r_n - r_i \cdot r_n \quad (24)$$

すなわち、焼鈍後の材料が  $(n-1)$  回のパスにより、 $r_i (\times 100)\%$  だけ圧下されたものを  $n$  回目のパスでさらに  $r_n (\times 100 = \%)$  だけ圧下する場合は全圧下率で考えれば、材料は  $r_i$  から  $r_t = r_i + r_n(1 - r_i)$  まで圧下されることになる。

したがって、計算は変形抵抗曲線の  $r_i$  から  $r_t$  までの部分が用いられる。



(無張力、処女圧延)

第7図 圧下力係数( $\eta_s$ )および圧延トルク係数( $\zeta_s$ )の計算値

## 4.2 ロール面における応力分布

第6図は、無張力圧延時のロール面垂直方向応力  $p$  の分布と材料内の水平方向の応力  $\sigma$  の分布を表わしたものである。

横軸は右から左へ相対接触長  $q$  (0~1 まで) がとってある。

また、図においては便宜上絶対応力をもって表わした。

第6図について興味のあることは、圧下率が大きくなると入口点における水平方向の応力の傾斜が負となることである。このことはロールが材料を内部に引き入れようとするのではなく、外におし出そうとするように働くことを表わしている。圧下率が小さい場合は入口点における  $\sigma$  の傾斜は正であるから材料は引き入れられる。

このように材料内の水平方向応力分布が極小点をもつようになるのは、かみ込み角  $\alpha$  が次式を満足するだけ大きくなった場合であることが微分方程式(1)または(2)よりわかる。

$$\tan \alpha \geq \mu \quad (25)$$

(25)式は簡単に次のようにかける。

$$x_i - x_0 \leq \mu^2 \cdot K$$

## 4.3 無張力、処女圧延の場合の圧延特性

第7図は次のような条件で素材板厚比が  $0.4 \times 10^{-2}$  から  $2.0 \times 10^{-2}$  までの材料を圧延する場合の塑性変形曲線を圧下力係数  $\eta_s$  (図で実線で示してある) と仕上り板厚比の関係で示したものであり、パラメータとして素材板厚比がとってある。

## 第7図の計算条件

素材およびロールの特性は 4.1 で述べたものである。

入口張力(後方張力)、出口張力(前方張力)、前歴圧下率、すべて零とした。すなわち、焼鈍後の第一パスの圧延を無張力で行なった場合の材料の塑性変形曲線を求めたものである。塑性変形曲線は全部で9本描いてあるが、それらの曲線と横軸との交点が、それらの線のパラメータである素材板厚比を与える。たとえば、素材板厚比が  $1.4 \times 10^{-2}$  の材料を圧延して、仕上り板厚比  $1.0 \times 10^{-2}$  の製品を

得たいときの圧下力係数  $\eta_s$  は、板厚比  $1.0 \times 10^{-2}$  の点より垂線を立て、板厚比  $1.4 \times 10^{-2}$  の点より出発した線との交点を求め、その交点の Y 座標  $\eta_s$  の目盛を読めば  $\eta_s = 4.88 \times 10^{-2}$  となる。ロール半径  $R = 100 \text{ mm}$ 、素材の幅  $W = 1,000 \text{ mm}$  とすれば、最大拘束変形抵抗  $S_k = 97.5 \text{ kg/mm}^2$  の材料であるから圧下力  $F = 4.88 \times 10^{-2} \times 100 \times 1000 \times 97.5 = 476 \times 10^3 \text{ kg} = 476 \text{ ton}$  となる。

このように  $\eta_s$  で表わされた塑性変形曲線を用いればロールの偏平を考えないで図の読みに  $R$  と  $W$  と  $S_k$  をかけるだけで圧下力が求められる。

#### (1) 最適圧下量に関する検討

実線の曲線 ( $\eta_s$  を表わす) と同じ点より出発している点線の曲線は平均圧延応力係数  $\eta'_s = \eta_s / \sqrt{K \cdot (x_i - x_0)}$  であり、接触面における平均圧延応力の  $S_k$  に対する比である。この平均圧延応力係数  $\eta'_s$  はある圧下率までは直線的に上昇するが (しかしあるげたをもっている)。ある点から急にわん曲して増大をはじめる。

この曲線は平行ダイスで鉄板を圧縮したときのひずみ-圧力曲線によく似ている。第 8 図は第 7 図の曲線群のうち素材板厚比が  $1.4 \times 10^{-2}$  である  $\eta_s$  と  $\eta'_s$  の 2 本の曲線を写したものである。第 8 図の直線 A の方程式は次のようになる。

$$\eta'_s = a \cdot (x_i - x_0) \dots\dots\dots (26)$$

したがって

$$a = \frac{\eta'_s}{x_i - x_0} = \frac{p_m}{\Delta h}$$

となり、 $a$  は圧下量と接触面の平均応力の比を表わしている。ただし、 $p_m$  は平均ロール面応力で  $\Delta h$  は圧下量とともに絶対値変数である。 $x_{0s}$  を  $\eta'_s$  の曲線と直線 B の接点の板厚とする。

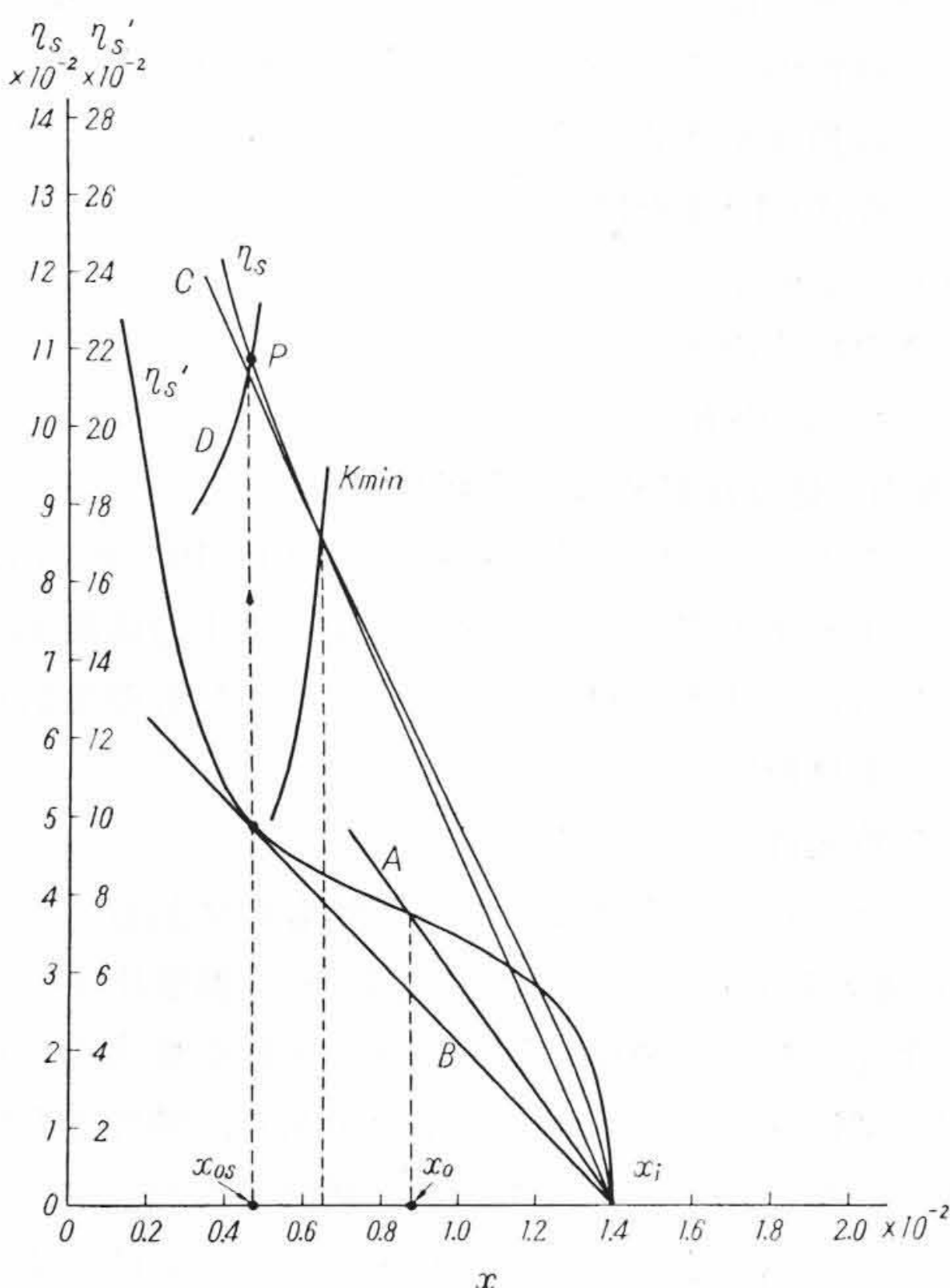
この直線 B の方程式は (27) 式となる。

$$\eta'_s = a_{\min} \cdot (x_i - x_{0s}) \dots\dots\dots (27)$$

$x_0 \neq x_{0s}$  であれば圧下量に比べ接触面応力が大きく  $x_0 = x_{0s}$  なる点で、圧下量に比べて接触面応力が最も小さくなる。すなわち  $a$  が最小となる。換言すれば、 $p_m / \Delta h$  が  $x_{0s}$  の近傍において最も小さいことを示している。

第 8 図において、直線 B と  $\eta'_s$  の曲線との接点を垂直にあげ、 $\eta_s$  曲線との交点 P を求める。

第 7 図において、各曲線の P 点を結んで求められたものを曲線



第 8 図 D 曲線,  $K_{\min}$  曲線および  $\eta_s$ ,  $\eta'_s$  曲線の関係

D で示す。この D 曲線は、塑性変形曲線上において  $p_m / \Delta h$  が最小となる圧下量を与えるものである。

しかし、D 曲線を越える大きな圧下を加えると  $\eta'_s(p_m)$  が急激に増大し、変形効率が悪くなる。またさらにその先には圧延限界が存在する。したがって、この D 曲線は、実際の圧下量を決定する際の考察の一資料となるものである。

#### (2) 最小偏平率曲線

第 7 図における曲線  $K_{\min}$  は曲線  $\eta_s$  上で偏平率が最小となる点を結んで得られたものであるが、別の表現をすれば、この  $K_{\min}$  曲線と  $\eta_s$  曲線の交点において、第 8 図に示すように  $\eta_s$  曲線と (28) 式の直線 C とは接し、この点において (28) 式の  $\beta$  は最小となる。

$$\beta = \frac{\eta_s}{(x_i - x_0)} = \frac{(K-1)}{C \cdot S_k} = \frac{F}{\Delta h \cdot W \cdot S_k} \dots\dots\dots (28)$$

すなわち、ロールの偏平率が最小となり、圧下量に比べて圧下力が最小となる。

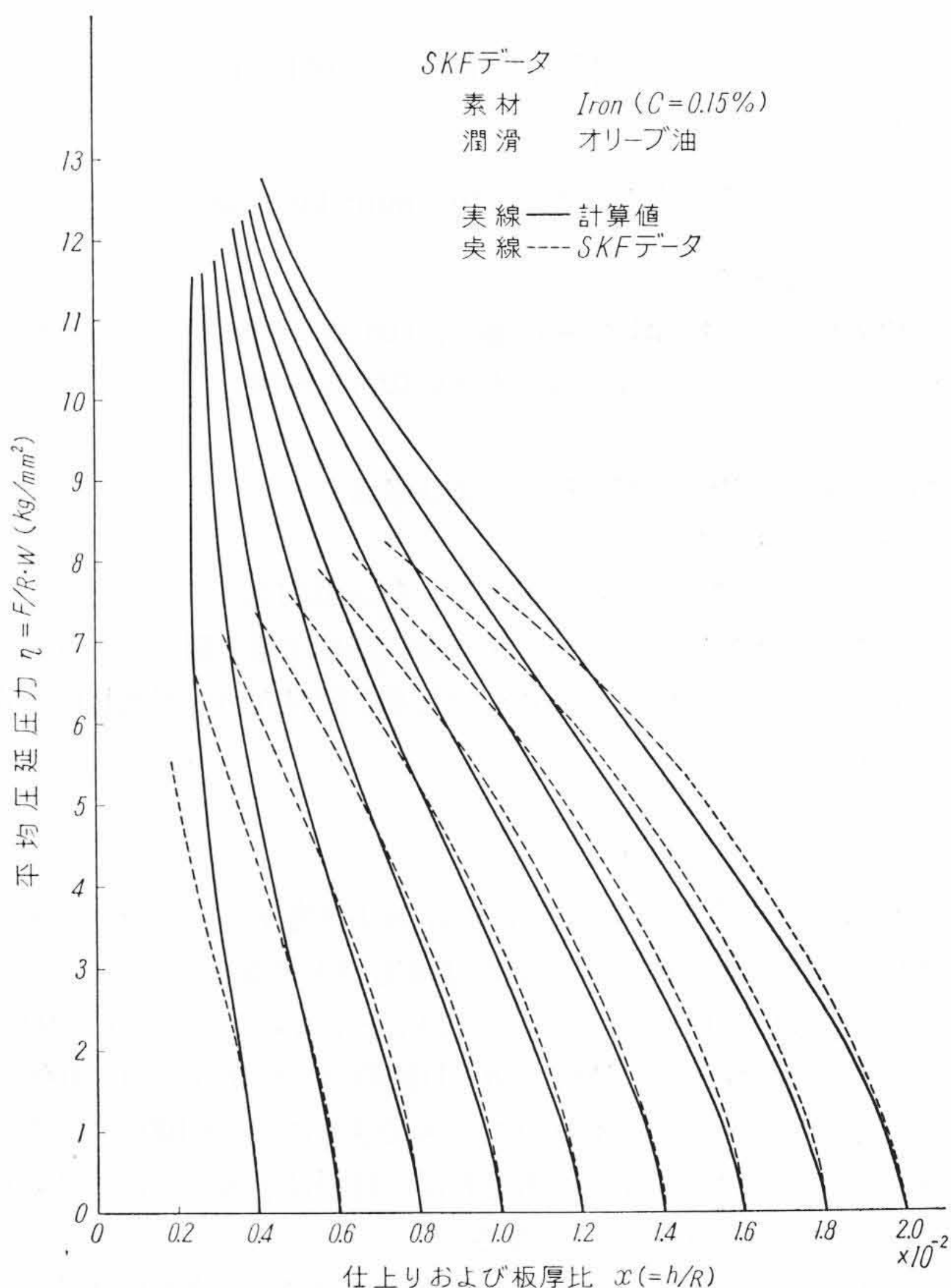
以上の考察により、接触面平均圧延圧力と圧下量の比 ( $p_m / \Delta h$ ) が最小となる点を示す D 曲線および全圧下力と圧下量の比 ( $F / \Delta h$ ) が最小となる点を示す  $K_{\min}$  曲線を求めたが、これらは、1 パスの圧下量を決定するときの一つの参考資料となる。

1 パスの最適圧下量の決定には、このほかに種々の要素が作用するのでそれらと考え合わせてこれを決定しなければならない。

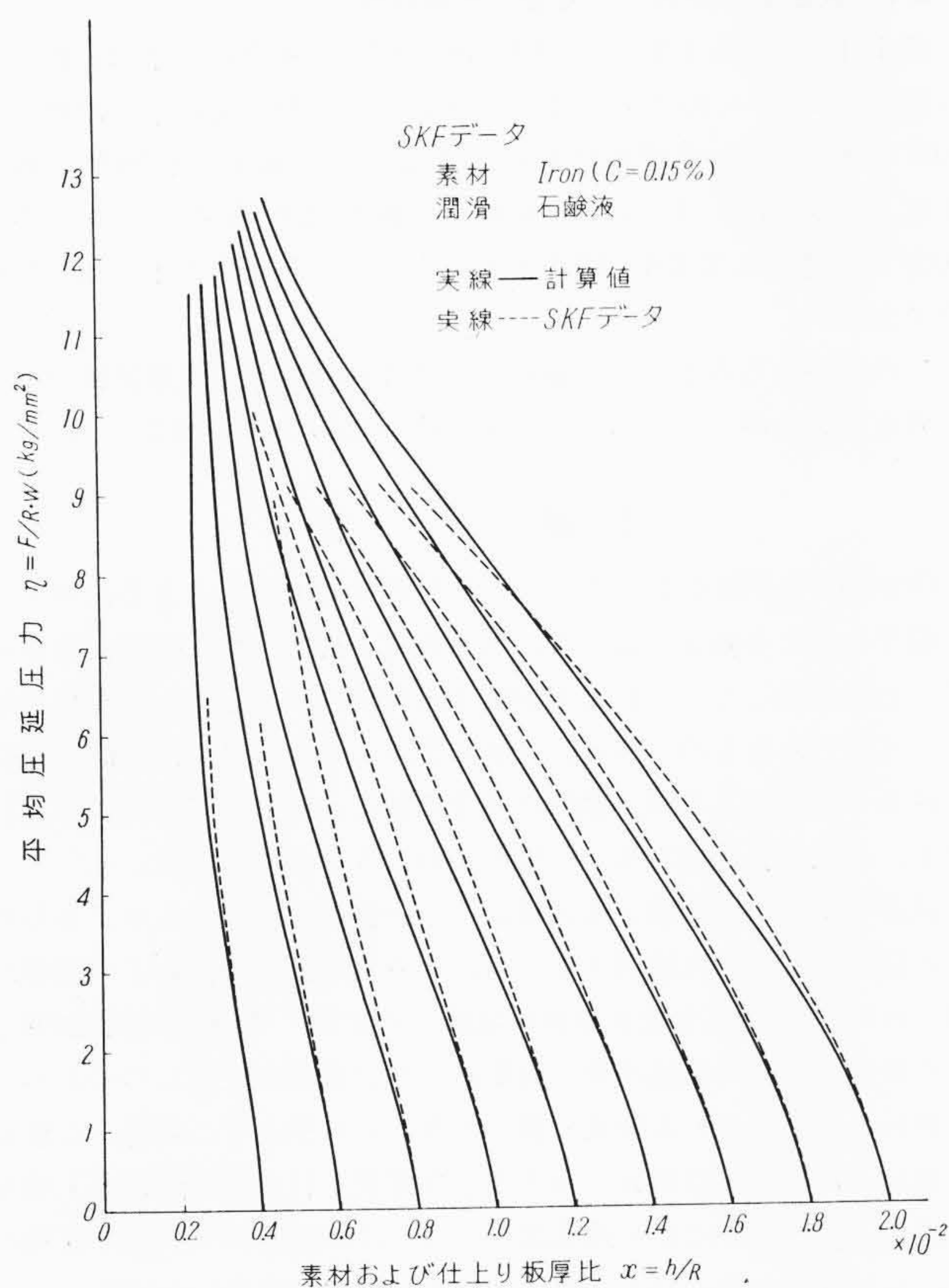
#### 4.4 実測データと計算値の比較<sup>(3)</sup>

第 9 図および第 10 図の点線は、SKF 社の実測データからピックアップした曲線であり、実線は第 7 図の  $\eta_s$  の曲線に  $S_k$  をかけた曲線である。よって、これらの図の縦軸は、平均圧延圧力  $\eta = F / (R \cdot W)$   $\text{kg/mm}^2$  で横軸は同じく板厚比である。

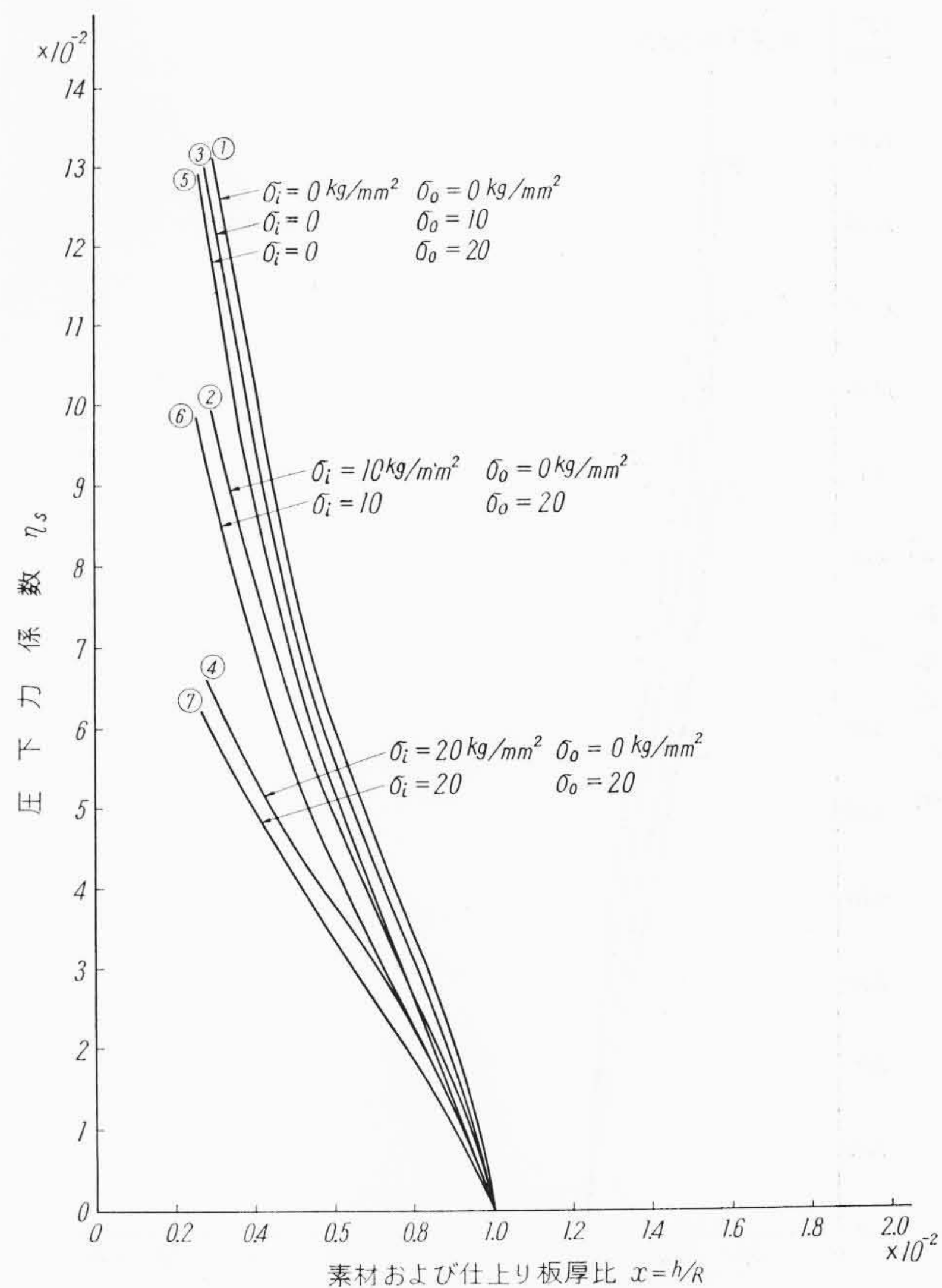
第 9 図においては、20~30% 圧下近傍でよく合っており、それ以下では計算値が小さく、それ以上では計算値は急に大きくなっている。



第 9 図 SKF 平均圧延圧力線図との比較 (その 1)



第10図 SKF 平均圧延圧力線図との比較(その2)



第11図 張力変化による圧下力係数の変化

第10図を見ると、だいたい圧下量が板厚比で  $0.9 \sim 0.8 \times 10^{-2}$  程度の圧下の所でよく合っているが、板厚比が小さくなると合わなくなる。

第9図だけからいえばSKF社のデータとの差は拘束変形抵抗の形および最大拘束変形抵抗および摩擦係数の差と考えられそうである。SKF社の実験材料の拘束変形抵抗曲線は第5図の試料Bに近いのではないと思われる。

この傾向は第10図にもあるが、さらに素材板厚がうすくなると急に摩擦係数が大きくなっているように思われる。第10図のデータは石鹸潤滑であるため圧下力が大きくなると潤滑液膜が形成されにくくなることも考えられる。

以上は、前圧下なし、前後面張力なし、摩擦係数が0.08の場合の計算とその検討であるが、これらの量が変わったらどのようなか、これらの変数を一つずつ変化させた場合について塑性変形曲線を求め検討を加えた。

#### 4.5 張力がある場合の圧延特性

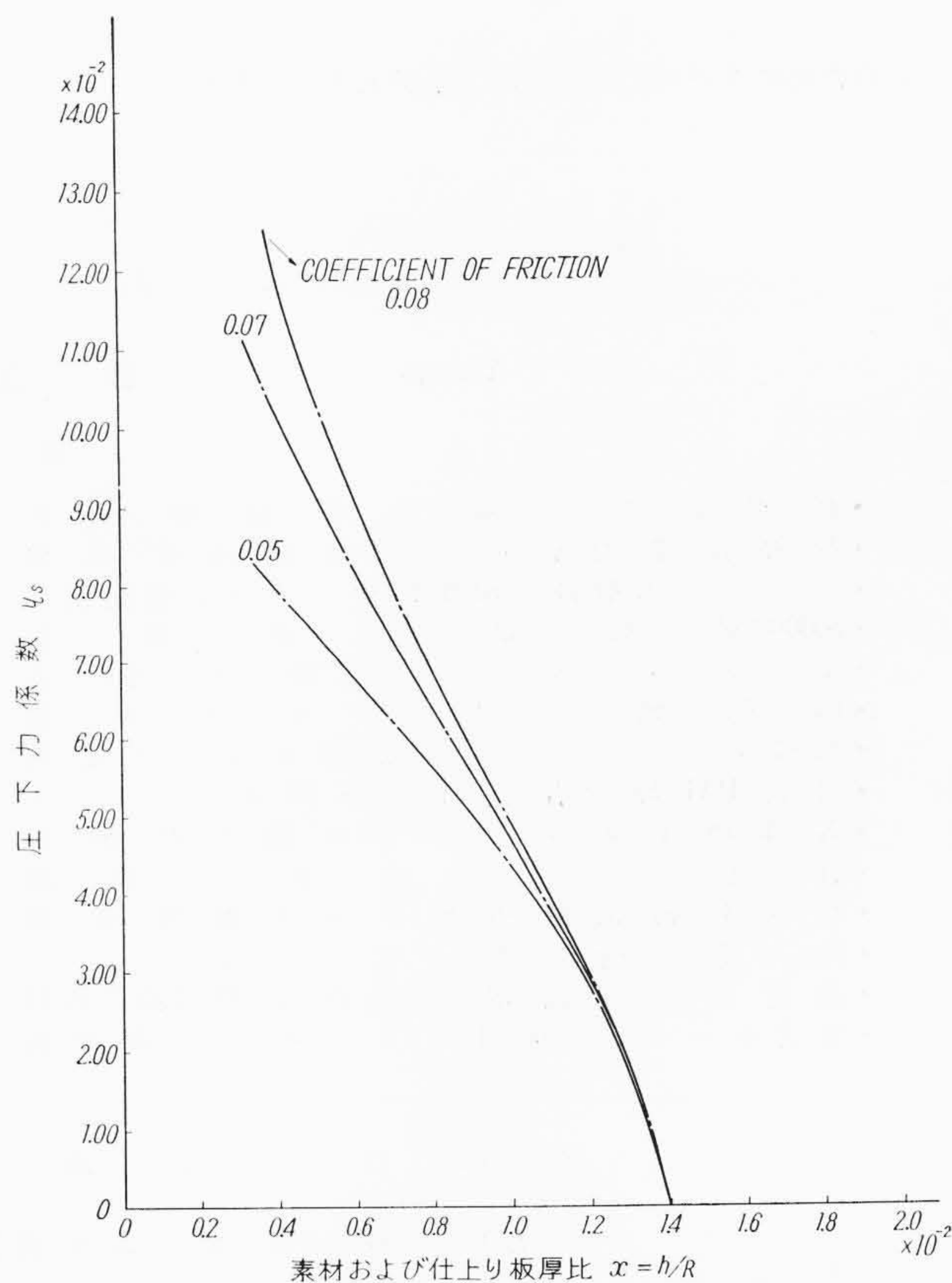
第11図は入口板厚比が  $1.0 \times 10^{-2}$  で摩擦係数が0.08 前圧下なしの場合につき、前方張力  $\sigma_o$  および後方張力  $\sigma_i$  を0, 10, 20 kg/mm²と変えた場合の塑性変形曲線を示すものである。

この図において、張力は張力係数で示すところであるが、張力応力の絶対値で示しておいた。

第11図において塑性変形曲線は後方張力の大きさに3つのグループに完全に分かれてしまい、前方張力により少し圧下力が減少するだけである。後方張力によっては顕著な圧下力の減少が現われる。

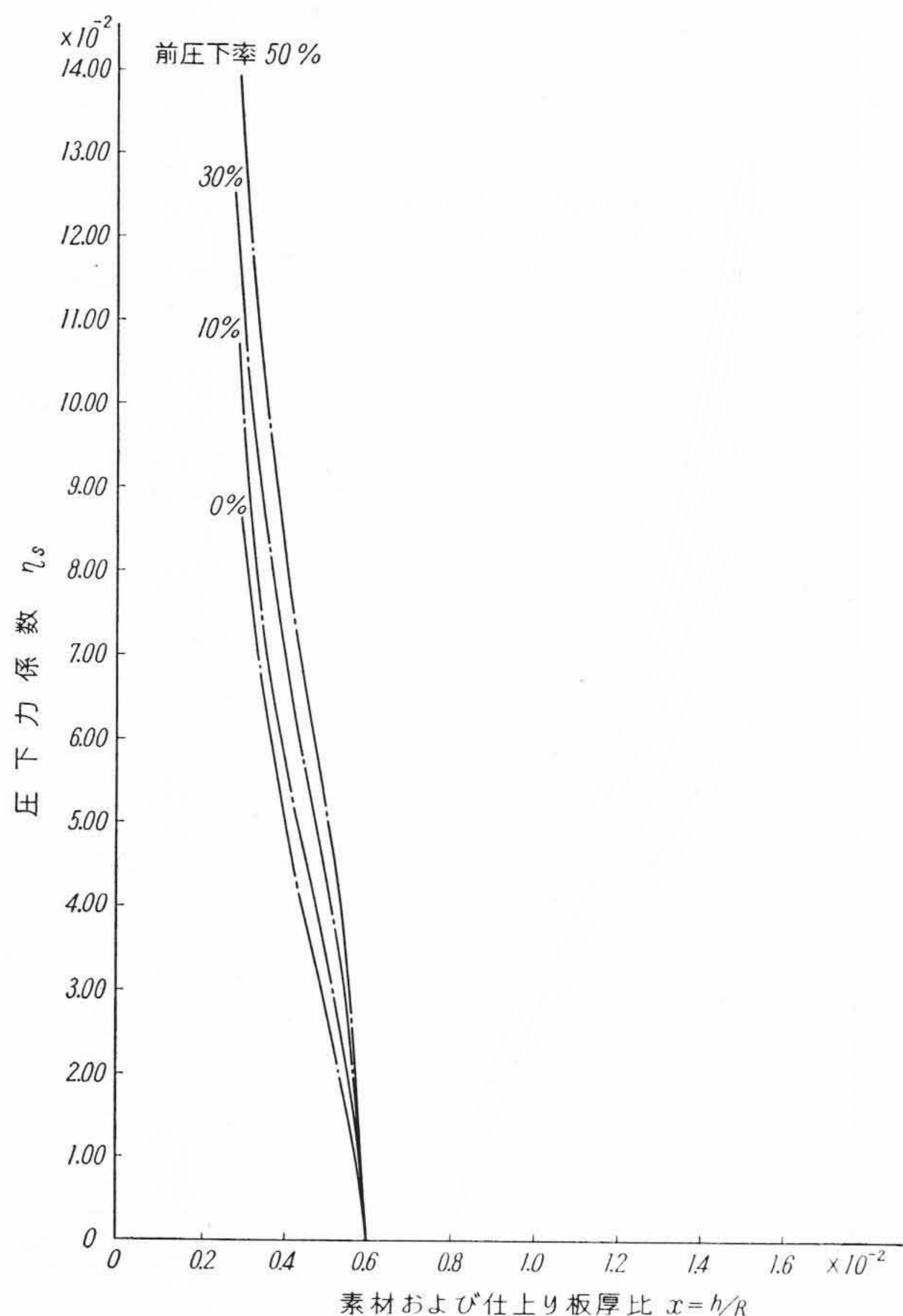
#### 4.6 摩擦係数が変わった場合の圧延特性

ここでは前圧下はなく張力もない状態で摩擦係数を0.08, 0.07, 0.05と3種類に変化させたときの塑性変形曲線(第12図)を素材板厚比が  $1.4 \times 10^{-2}$  の場合について示す。



第12図 摩擦係数の変化による圧下力係数の変化

図に見るように摩擦係数が大きいと圧下量が大きい場合に非常に圧下力が大きくなるが、摩擦係数が小さいと、ある圧下率以上で急に圧下力が大きくなるようなことがなく、また圧下力も小さくてす



第 13 図 前圧下率の変化による圧下力係数の変化

む。このために 1 パスでの最大圧下量が大きくできる。

#### 4.7 前圧下が変わった場合の圧延特性

第 13 図は前圧下率が 0, 10, 30, 50% の場合の圧下力係数を入口板厚比が  $0.6 \times 10^{-2}$  で、張力が入口, 出口側ともに零, 摩擦係数 0.08 の場合について求めたものである。この前圧下率 50% の板の圧延というのは、もとは  $1.2 \times 10^{-2}$  の板厚比の板であったものを 50% の圧下をして  $0.6 \times 10^{-2}$  としさらにいくつかの圧下を加えた場合である。

この結果からみると、曲線の変化は等価的に拘束変形抵抗の増大と考えられるが、それらの間の関係は一次的なものではない。

### 5. 結 言

Orowan の理論をもとにしてこれを Normalize し、さらにロールの偏平化による修正を加えて、ある程度一般化された数値解を求めることに成功した。これは大形電子計算機により膨大な計算量进行处理して得られたものである。本報に図示した計算結果は冷間圧延における一試算であるが、熱間圧延その他これ以外の条件における計算も、相当な自由度をもって容易に行なうことができる。

試算の結果は実測値とも比較的良好に一致するものであり、さらにこの結果を総合的に検討することにより最適圧延条件などの情報が得られた。目下引き続き連続圧延機への拡張、AGC や計算制御などの検討のための圧延現象の解明にこの計算法を駆使しつつある。

終わりにのぞみ、本研究の機会を与えられ絶えずご指導、ご激励を賜った日立製作所日立研究所小林部長、日立製作所日立工場原口課長、梶原氏をはじめ関係諸氏、ならびに熱心にデータの整理の任にあたられた鈴木利夫、鈴木昇両氏に厚くお礼申し上げる。

### 参 考 文 献

- (1) E. Orowan: P. I. M. E., 150 (1943)
- (2) L. Underwood: The Rolling of Metals., 1 (1950)
- (3) 鈴木弘: 機械の研究, 10[2]~11[12] (1959)

Vol. 45

日 立 評 論

No. 6

#### 目 次

- ・軽水炉の実験の理論的解析
- ・超高圧電力研究所納短絡用変圧器
- ・アルミニウム製錬用 81,000 kW シリコン整流装置
- ・8,000 kg 低周波誘導炉
- ・裏波溶接部の疲れ強さ
- ・回転軸の炭酸ガス溶接
- ・自動エレベータとその高層ビルへの応用
- ・日立 PH 形油圧式自動車用エレベータ
- ・各種標準スプラインの強さの解析
- ・日立キーテレホン装置
- ・高速軌道試験車用データ処理装置
- ・除湿能力について
- ・進行波形観測用ブラウン管 130 TB 31
- ・電力ケーブルの棚上クリート止め布設法

- ・ふん囲気調節式連続焼鈍炉により熱処理した高力可鍛鋳鉄の機械的性質

#### 日立マレブル特集

- ・マレブルの被削性の研究
- ・黒心可鍛鋳鉄および高力可鍛鋳鉄の諸特性について
- ・可鍛鋳鉄製品の鑄造機械化設備について
- ・黒心可鍛鋳鉄の耐食性について
- ・原価を下げるためのマレブル部品の仕様の考察

(外国自動車のマレブル部品の調査)

- ・マレブルの磁氣的性質について
- ・可鍛鋳鉄用白鉄の溶解について
- ・黒心可鍛鋳鉄の Galvanizing Embrittlement とその防止前処理効果

発行所 日立評論社

取次店 株式会社 オーム社書店

東京都千代田区丸の内 1 丁目 4 番地  
振替口座 東京 71824 番  
東京都千代田区神田錦町 3 丁目 1 番地  
振替口座 東京 20018 番