

機械工業への光弾性の応用

Applications of Photoelasticity to Mechanical Industry

本 堂 実* 宮 本 博**
Minoru Hondô Hiroshi Miyamoto

内 容 梗 概

この報告は光弾性応力解析法の特長について述べ、その長所を生かして実験した亀有工場における光弾性関係の研究内容の一端を紹介したものである。

- (1) スプライン軸のねじり応力について斜切断法、散乱光法の応用
- (2) ポンプ羽根車に遠心力と流体圧を同時に負荷したときの応力分布を求める三次元光弾性
- (3) ボックスガード隔壁の応力を求める透過法
- (4) 主応力分離に Shear Difference Method の Programming による電子計算機の利用
- (5) 実物トラックリンクの応力を求める二次元、三次元光弾性の併用
- (6) 皮膜法について簡単な紹介

などについて述べている。

1. 緒 言

実験的応力解析法のなかで光弾性は抵抗線ひずみ計とならんで有力な応力測定法の一つである。光弾性というとは一般には純模型実験と考えられてきたようであるが、最近では抵抗線ひずみ計同様、実物構造物について直接ひずみ、応力測定ができる皮膜法が実用化され、基礎研究と応用が活発に行なわれている。

模型実験には模型実験としての長所と短所があり、実物の実験についてもこのことは同様である。光弾性はその両者について適用できるということは光弾性の応用範囲がよりいっそう拡大されたことを意味する。

光弾性応力解析法が適用される分野としては

- (i) 静的光弾性 (一般の二次元、三次元応力問題)
- (ii) 動的光弾性
- (iii) 熱光弾性
- (iv) 異方性光弾性
- (v) 光塑性

などがあり、実験法は

- (a) 平行光法
- (b) 散乱光法
- (c) 収れん光法
- (d) 皮膜法

に大別できる。

光弾性応力解析の大きな特長⁽¹⁾は模型実験にしても皮膜法にしても、

- (1) 応力、ひずみ分布状態がしま模様として直視できること
- (2) 光弾性の場合にはゲージ長ス0と考えられるから試験片全体について応力集中の位置と大きさが正確に求められることなどである。

抵抗線ひずみ計によるひずみ測定がゲージを接着し、メータの読みまたはオシログラムに記録されるのと異なり、光弾性は等色線撮影までに手数がかかること、高い精度を要求するときには多少技術的な熟練を要するので、ひずみ計を用いるよりめんどうであることは避けられない。抵抗線ひずみ計にはそのすぐれた長所があり、また光弾性には光弾性としての長所があり、目的によっては他の方法では測定できない、もしくはきわめて困難な場合がある。

* 日立製作所亀有工場

** 日立製作所亀有工場 工博

その光弾性の長所を有効に用いた例として、以下日立製作所亀有工場における光弾性の応用例についていくつか述べることにする。

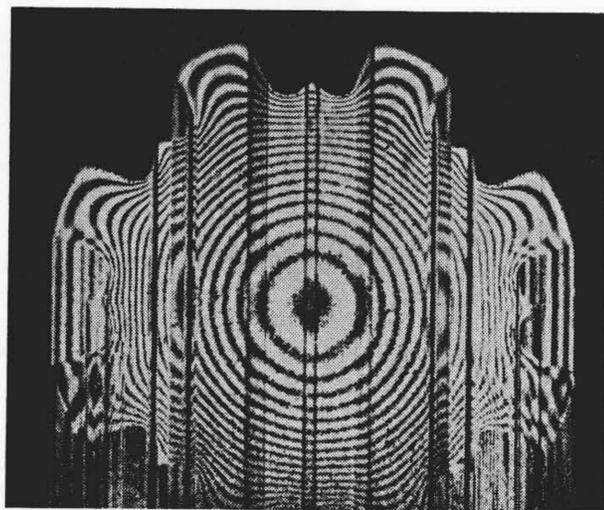
2. スプライン軸のねじり応力解析

建設機械に用いられるスプライン軸の応力分布、特に応力集中を明かにすることは設計上重要なことである。

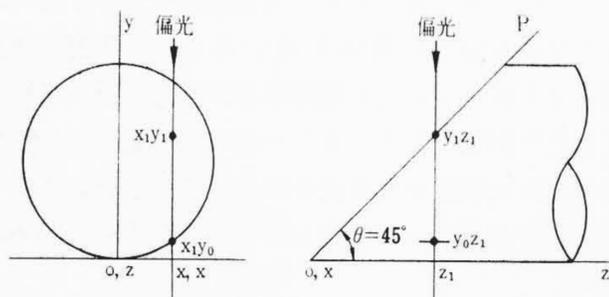
2.1 斜切断法によるスプライン軸のねじり応力⁽²⁾

2.1.1 斜切断法の原理

ねじり応力を凍結した光弾性模型スプラインを軸に45度の傾斜で切断し、これを円偏光の場におき軸に垂直に偏光を透過して得られたものが第1図の等色線写真である。この写真のしま次数とねじり応力の関係は次のとおりである。ねじり応力を凍結した真直棒を第2図のように軸に45度の傾斜に切断し、軸方向zを含み切断面pに垂直なxz面に平行でz軸に直角方向に偏光を透過して得られる光弾性しま次数をNとすると



第1図 ねじり応力を凍結したスプライン軸の等色線写真(斜切断法)



第2図 真直棒のねじり応力解析のための偏光入射方向(斜切断法)

$$N_{x=x_1} = 2 \alpha \int_{z=z_1}^{y_1} (\tau_{xz})_{x=x_1} dy \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 α : 光弾性感度 (mm/kg)
ねじり応力関数

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -2 G \theta \dots (2)$$

から

$$N_{x=x_1} = 2 \alpha \int_{z=z_1}^{y_1} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{x=x_1} dy$$

$$= 2 \alpha (\phi_{x=x_1} - \phi_{x=x_1})_{y=y_1} \dots\dots\dots (3)$$

境界上では $\phi=0$ であるから

$$N_{x=x_1} = 2 \alpha \phi_{x=x_1} \dots\dots\dots (3)$$

となり、光弾性しま次数 N は棒の横断面の座標 xy に対応するねじり応力関数 ϕ に比例する。したがってしま写真から図式微分により次式のようにせん断応力が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{2 \alpha} \frac{\partial N}{\partial z} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{2 \alpha} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \tau &= \frac{1}{2 \alpha} \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

2.1.2 実験と結果

ここで使用した光弾性模型材料はアラルダイト B である。

第 1 図に示した等色線写真から応力を求めるには図式微分を行なう。歯底の曲率半径 ρ の異なる三種類のスプライン軸について実験し、応力集中係数を求めた。また斜切断法の精度について理論と比較し、この実験結果と中沢博士の実験式による結果とかなりよく一致することを確認した。

トルクの伝達はスプライン軸とボスとかみ合った状態で行なわれるので、かみ合いの入口付近の曲げ応力が最大になる。これについてはかみ合わせてトルクを加え応力凍結後スプライン軸に垂直なスライスを取り応力分布と応力集中係数を求めた。

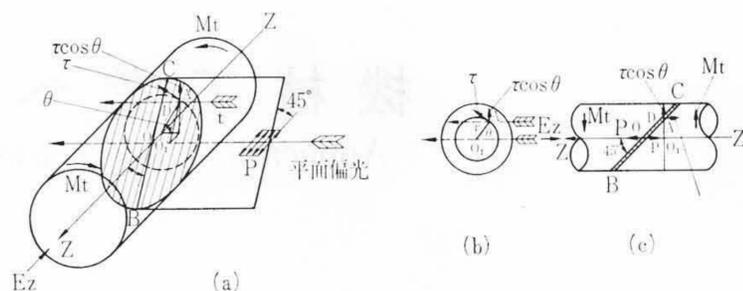
2.2 散乱光弾性によるスプライン軸のねじり応力⁽³⁾

2.2.1 散乱光法の特長

ねじり応力解析に有力な方法として散乱光法がある。散乱光弾性は一般の平行光法、収れん光法などに比べて次のような特長がある。

- (i) 散乱光しま図は試験片を機械的にスライスすることなく偏光の薄い層による光の切断によって得られるので、応力凍結の操作と機械的なスライスに要する時間と労力が不要で、試験片は荷重条件をかえて何回でも使用できる。
- (ii) 三次元応力解析を行なうのに応力を凍結することなく常温で荷重中の応力が求められる。したがって凍結法の場合にしばしば問題になる試験片の変形、ポアソン比の相違などによる誤差を避けることができる。
- (iii) 以上のような長所をもつ反面、散乱光しま図の観測にはスリットを通る偏光の薄層を用いるために視野がきわめて暗く、強力な光源を用いても観測および写真撮影は平行光弾性に比べてかなり困難である。また一般の三次元問題を常温で行なう場合は三次元模型を浸漬液中において荷重を加え、その状態で偏光光束を入射させねばならないから荷重装置がめんどうになる。

散乱光法の特長を完全に生かすには荷重装置に工夫を要するが、応力凍結を行なっても試験法を機械的にスライスする必要が



第 3 図 散乱光弾性による丸棒のねじり

ないということは大きな利点である。

2.2.2 散乱光しま図とねじり応力

ここではねじり問題の例として前節のスプライン軸のねじり応力を散乱光法によって求め、凍結法による斜切断法の結果と比較し、ポアソン比の影響、large deformation に対する変形補正法について検討した。

ねじりの散乱光しま図と応力の関係を丸棒について考えると(第 3 図)、平面偏光の進行路中の 1 点 A は単純せん断応力状態である。このねじりせん断応力を τ とすれば偏光入射方向に対する A 点での二次主応力 σ_1', σ_2' はそれぞれ $\tau \cos \theta, -\tau \cos \theta$ である。散乱作用による干渉しまの間隔 Δt は

$$\sigma_1' - \sigma_2' = 2 \tau \cos \theta = \frac{s}{\Delta t} \Delta N \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 s : フリンジ応力(応力感度 α の逆数) (kg/mm)

N : 干渉しま次数

$$\therefore \tau = \frac{s \Delta N}{2 \Delta t \cos \theta} = \frac{s}{2 \cos \theta} \frac{\Delta N}{\Delta t} \dots\dots\dots (6)$$

半径方向の距離を r とすれば $t \cos \theta = r$ であるから上式は

$$\tau = \frac{s}{2} \frac{dN}{dr} = \frac{s}{2} \frac{dN}{dr} \dots\dots\dots (7)$$

したがって半径方向のしま間隔 Δr (mm) と隣接しま次数の差 ΔN (第 5 図に示した 4 枚の散乱光しま図から $\Delta N=1/4$ が得られる) から τ を求めることができる。また(7)式からねじり応力 τ はしま次数の半径方向のこう配 dN/dr に比例する。断面内における等次数散乱しま曲線は薄膜類推法の等高線と同形になりねじりのせん断応力線を示す。

丸棒に限らず一般に純ねじりを受ける柱体の散乱光による断面の散乱光しまは丸棒の場合と同様にせん断応力線を与えるから、その断面におけるねじり応力 τ は次のように求められる。

$$\tau = \frac{s}{2} \frac{dN}{dn} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 n : 散乱光しまに垂直方向の距離 (mm)

2.2.3 実験と結果

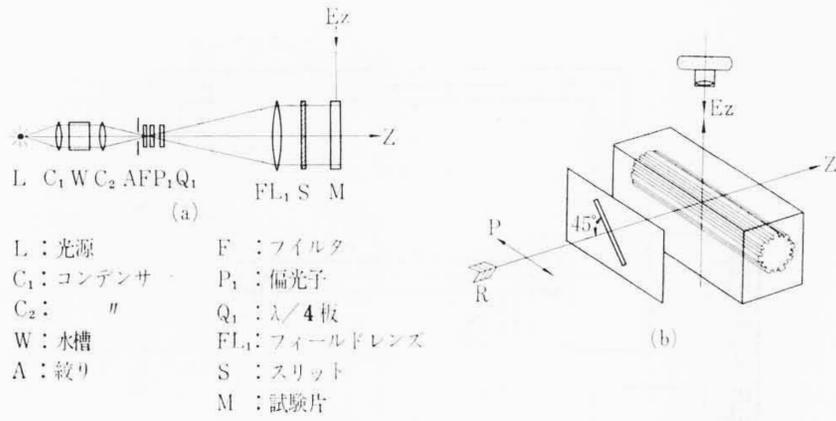
光源には 500W の超高圧水銀灯 (SHD-500-1) を使用し、模型材料にはアラルダイト B を用い、JIS 規格寸法の 1/2 の模型(切欠底の曲率半径 ρ の異なる三種類)を製作した。

模型スプラインはこれと等しい屈折率を有する浸漬液槽中に漬した状態でトルクを加え、スプライン軸に 45 度の傾斜で平面偏光または円偏光の薄層を入射させ、 E_z 方向から写真撮影した(第 4 図)。第 5 図はこのようにして得られた散乱光しま図の写真である。1 枚の紙の上にこれらの 4 枚の写真を拡大してプロットし、切欠底の最大応力を求めた。

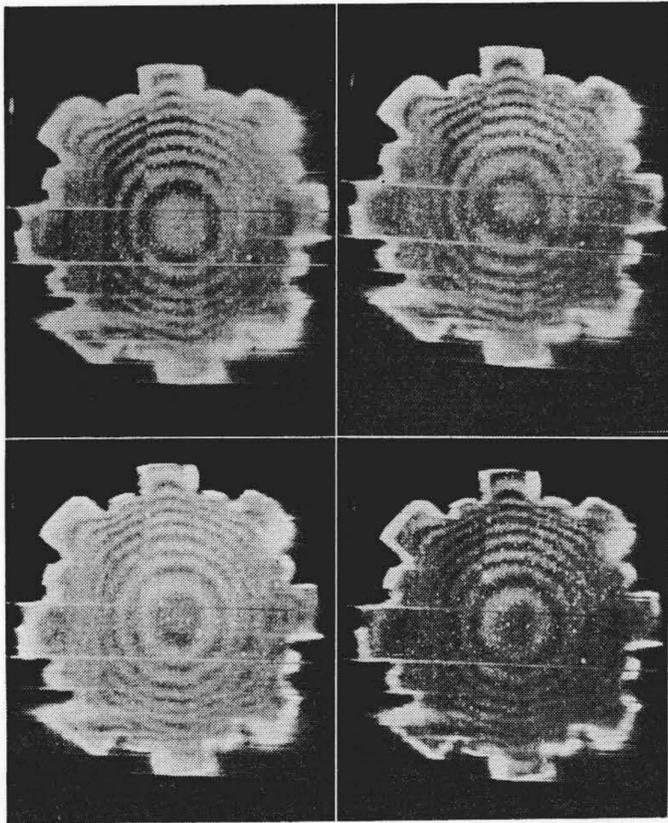
散乱光法と斜切断法による結果を比較して示すと第 6 図のようになる。これによると斜切断法を用いた場合、凍結時のポアソン比の影響はほとんどなく、変形補正法は有効であることが知られた。

2.3 フックの応力分布に関する研究

フックは古くから多く使用されているが、実際に設計に当たる者

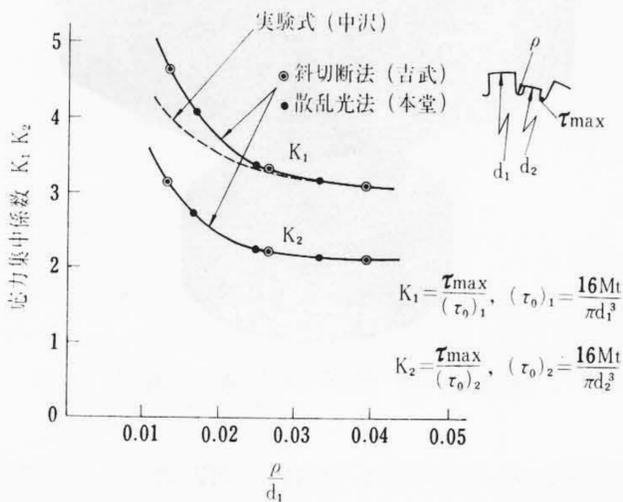


第4図 散乱光弾性実験装置



(a) N (b) $N + \frac{1}{4}$
 (c) $N + \frac{1}{2}$ (d) $N + \frac{3}{4}$ または $N - \frac{1}{4}$

第5図 散乱光しま図



第6図 応力集中係数 K_1, K_2 と曲率半径 ρ との関係

は今もなおどのような形状を与えたらよいかについて苦労し、経験と勘にたよってその形を定めているのが実状である。そこで現用のフックの応力分布を求め、従来の曲りはりによる計算で十分であるかいなかを検討するために光弾性実験を行なった。

平行光法による主断面スライスを調べる方法では主断面を x, y 面とすれば z 方向の σ_z が現われないから σ_z の大きいときは危険である。ここでは応力を凍結した試験片について散乱光弾性により応力が二次元的であるかいなかを検討し、さらに平行光弾性と併用してフックの応力分布を明らかにした。

1個の試験片から散乱光法により主断面に垂直方向の応力成分の値を求めることができる。この結果によれば応力は主断面の最大応力の約15%の大きさであり、この程度の誤差を許せば従来の二次元的取り扱いで満足してよく、また曲りはりとして計算してもよい。

3. 回転体の三次元光弾性

3.1 遠心力と流体圧力を同時に受けるポンプ羽根車の応力分布に関する三次元光弾性実験⁽⁴⁾

効率の高いしかも容量の大きい火力設備が要求されるにつれてボイラ給水ポンプの大形化、高圧化が必要になり、回転数の高い高速ボイラ給水ポンプが設計製作されるようになった。

高速回転になると、ポンプの効率についてはいまでもないが、その主要部分である羽根車の強度が問題になる。複雑な形状をした羽根車が回転中に遠心力と流体(水)圧力を受けてどのような応力分布状態にあるか、また羽根付根付近やその他にどの程度の応力集中を生ずるかなどを明かにしておくことは必要なことである。しかしこのような条件のもとで応力分布を求めることは容易ではない。遠心力と流体圧力が同時に作用するときの応力解析は理論的にも実験的にもこれまで行なわれていない。われわれは実験的応力解析法の中でこの目的に適當と考えられる凍結法による三次元光弾性を応用して実物羽根車の運転中の応力分布が求められることを示した。

抵抵線ひずみ計でゲージが接着可能な場所について実物羽根車運転中のひずみを測定し、光弾性から求めた換算値をチェックすることが望ましい。

3.1.1 理論的考察

実物のポンプ羽根車運転中の応力を光弾性実験によって求めるに当たり、まず実物と模型実験との応力分布の相似性について考察する。

遠心力による応力に関しては実物と模型との幾何学的形状と、両者の材料の密度および回転数について換算を行なえばよいが、流体圧力が作用する場合には流体による圧力分布の相似性が成立せねばならない。

圧力分布の形状は一般にレイノルズ数によって変化する。しかしレイノルズ数がある程度(臨界レイノルズ数)以上になるとその形はほぼ等しいといわれている。臨界レイノルズ数は物体の形状によって異なり、本実験の羽根のような形についての実験結果はわれわれの調べた限りでは見当たらないが、平板もしくは翼形の場合に臨界レイノルズ数は約 3×10^5 であるから、この実験の場合にもほぼこの程度と思われる。

レイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{wl}{\nu} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 w : 流体の羽根入口または出口における相対流速 (m/s)

l : 羽根1枚の長さ (m)

ν : 流体の動粘性係数 (m^2/s)

実物羽根車の回転中のレイノルズ数は臨界レイノルズ数以上であるから光弾性実験の場合にも模型羽根車が破壊しない限度で臨界レイノルズ数以上になる条件で行なえばよい。

光弾性実験から実物羽根車の応力を求めるには次のような方法により換算する。

- 記号 σ_c : 遠心力による応力 (kg/mm^2)
- σ_h : 流体圧力による応力 (kg/mm^2)
- ρ : 羽根材料の密度 ($kg-s^2/m^4$)
- ρ' : 流体の密度 ($kg-s^2/m^4$)
- ω : 回転速度 (rad/s)

- r_2 : 羽根車の外半径 (m)
- () W : 流体を示す
- () M : 羽根車の材料を示す
- A : 空 気
- W : 水
- O : 油
- M : 金 属 (実物)
- R : 樹 脂 (光弾性模型)
- : アンダーライン 既知(実験から求まる)
- ~~~~: 波形アンダーライン 求めるもの

以上の約束にしたがって遠心力による応力 σ_c と流体圧力による応力 σ_h は次のように表わすことができる。

$$\sigma_c = \rho \omega^2 r_2^2 f_c \left(\frac{r}{r_2}, \theta, \frac{z}{r_2} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$\sigma_h = \rho' \omega^2 r_2^2 f_h \left(\frac{r}{r_2}, \theta, \frac{z}{r_2} \right) \dots\dots\dots (11)$$

r, θ, z は回転軸を軸とする円筒座標である。

実物羽根車のポンプ作用中羽根車に生ずる応力は (12) 式のように分離できる。

$$[\sigma_c + \sigma_h]_M^W = [\sigma_c]_M^W + [\sigma_h]_M^W \dots\dots\dots (12)$$

右辺第 1 項は遠心力による光弾性実験結果から換算して求められる。

$$[\sigma_c]_M^W = [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_W}{\omega_A} \right)^2 \frac{\rho_M}{\rho_R} \dots\dots\dots (13)$$

(12) 式の第 2 項は直ちに得られないのでまず樹脂羽根車の流体(油)圧力による応力を求める。

$$[\sigma_c + \sigma_h]_R^O = [\sigma_c]_R^O + [\sigma_h]_R^O = [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_O}{\omega_A} \right)^2 + [\sigma_c]_R^O \dots\dots\dots (14)$$

$$\therefore [\sigma_c]_R^O = [\sigma_c + \sigma_h]_R^O - [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_O}{\omega_A} \right)^2 \dots\dots\dots (15)$$

これを金属羽根車の場合に換算する

$$\begin{aligned} [\sigma_h]_M^W &= [\sigma_c]_R^O \left(\frac{\omega_W}{\omega_O} \right)^2 \frac{\rho_W'}{\rho_O'} \\ &= \frac{\rho_W'}{\rho_O'} \left(\frac{\omega_W}{\omega_O} \right)^2 \left\{ [\sigma_c + \sigma_h]_R^O - [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_O}{\omega_A} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

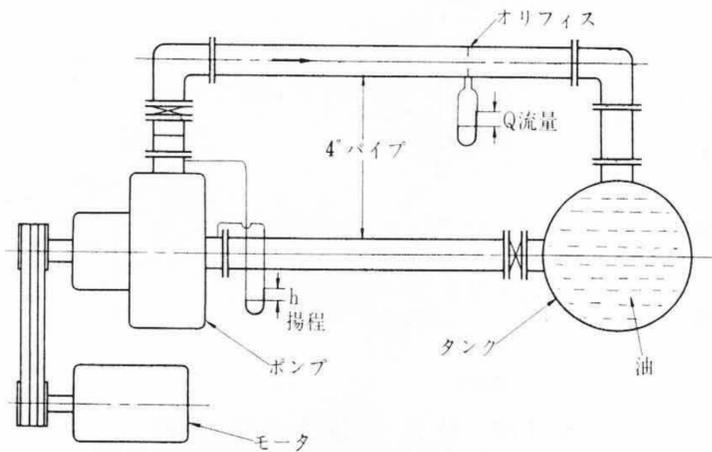
結局金属羽根車の応力は遠心力と流体圧力による応力 (13), (16) 式を重畳すれば求められる。

$$\begin{aligned} [\sigma_c + \sigma_h]_M^W &= [\sigma_c]_M^W + [\sigma_h]_M^W \\ &= [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_W}{\omega_A} \right)^2 \frac{\rho_M}{\rho_R} + \frac{\rho_W'}{\rho_O'} \left(\frac{\omega_W}{\omega_O} \right)^2 \\ &\quad \left\{ [\sigma_c + \sigma_h]_R^O - [\sigma_c]_R^A \left(\frac{\omega_O}{\omega_A} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

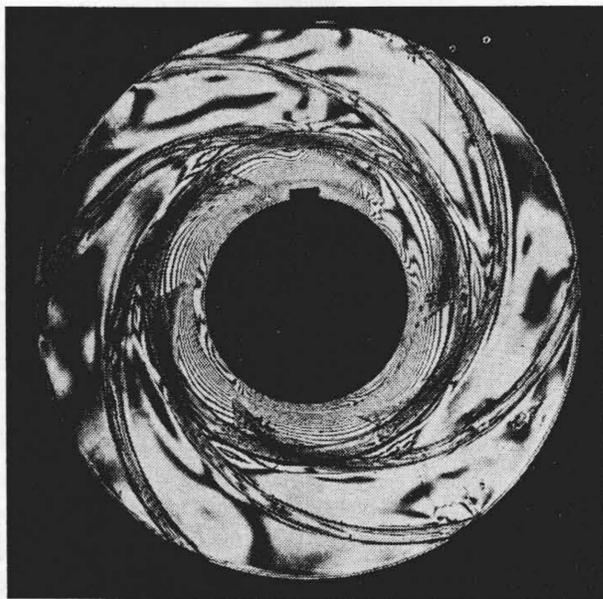
3.1.2 実 験

光弾性模型羽根車は材料にアラルダイト B を用い、本体、シュラウドと羽根の三種類について注型し、加工、接着して仕上げた。

遠心力による応力は模型羽根車を凍結炉内(空气中)で回転させ凍結する。流体圧力と遠心力が同時に働く場合の応力は実物のポンプに模型羽根車を取り付け流体に油を用い、油温を制御してポンプ作用を行なわせながら凍結する。流体に油を用いるのは光弾性模型の応力凍結温度が 120°C であるから水が使えないためである。第 7 図はポンプ作用中の応力凍結を行なった装置の概略を示したものである。この遠心力と流体圧力の同時負荷による羽根車の等色線写真が第 8 図である。



第 7 図 流体に油を用いてポンプ作用中の羽根車に生ずる応力を凍結させた装置



第 8 図 ポンプ作用中の応力分布を凍結した羽根車の暗視野等色線写真



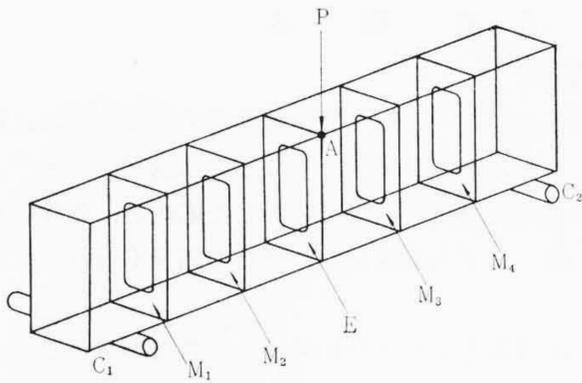
第 9 図 ロータの光弾性模型

以上の実験から前節で導いた (12) ~ (17) 式により実際のポンプ羽根車運転中羽根車に生ずる応力分布が求められた。

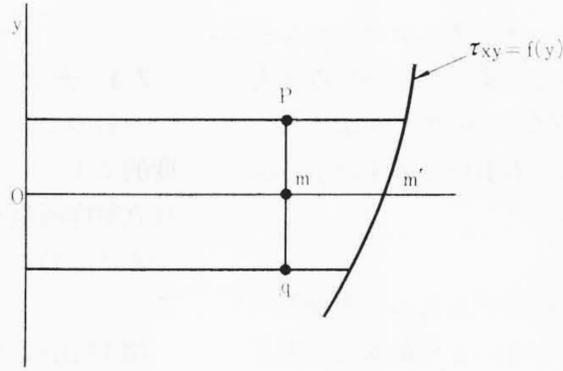
3.2 超遠心分離機ロータの三次元光弾性実験

超遠心分離機はその性能を高めるためにロータの超高速回転が必要である。したがってロータ設計に際しその強度の問題を是非明らかにしておかねばならない。ロータに生ずる応力⁽⁵⁾に関してこれまでにいろいろ研究されているが厳密な理論解は困難のようである。実験としては二次元光弾性が行なわれているが実際のロータの形とはかなり異なり二次元の実験のみでは不十分と思われる。

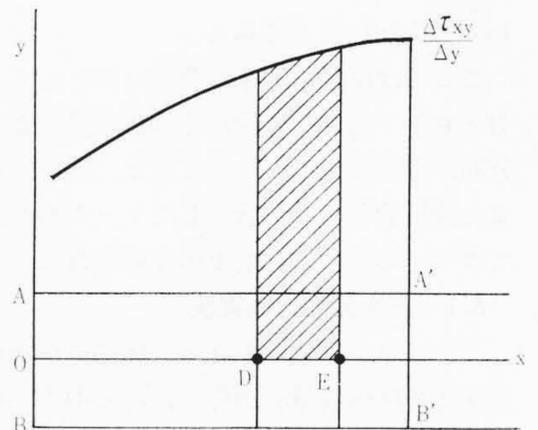
日立工機株式会社の研究では第 9 図のような形の超遠心機ロータの遠心力による応力分布を求めるために実物大の光弾性模型を製作し、日立製作所亀有工場の装置を用いて凍結法による三次元光弾性実験を行ない、応力解析を行なった。



第10図 ボックスガーダの光弾性模型



第11図 τ_{xy} の分布



第12図 $\frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y}$ の分布

その結果試料を入れる丸孔縁の応力分布は円板に近似して考えた場合と異なることがわかり設計に有力な資料が得られた。

4. ボックスガーダ隔壁の応力に関する光弾性実験

天井クレーン用のボックスガーダの隔壁が強度的にどのような効果を有するかを明らかにする目的で透過法を応用し常温において応力分布を求めた。第10図はボックスガーダの模型図の概略である。両端はクレーンサドル C_1, C_2 で支持され、A点に集中荷重 P が作用する。隔壁は同図のように数枚あるので集中荷重が働くところの隔壁 E のみの応力を求めるには工夫を要する。

ここでは隔壁 E をエポキシ樹脂、その左右の M_1, M_2, M_3, M_4 とボックスガーダ全体にはエポキシ樹脂とヤング係数はほぼ等しく、光弾性感度のきわめて低いメタアクリル樹脂を用い、接着によって仕上げた。なお板の厚さはすべて 1mm である。エポキシ板の厚みも 1mm であるから普通の二次元光弾性の場合の板厚の数分の一で、しま次数は曲率部分の最大点で約3次程度しかだせない。そこで任意の断面の応力分布を求める場合にはフォトレーサとバビネコンペンセータを使用した。

さらに任意の断面上の最大せん断応力のみならず主応力の分布についても調べた。主応力分離には Shear Difference Method を採用し、電子計算機を用いて計算した。Shear Difference Method の Programming については次節に述べる。

5. Shear Difference Method のプログラム

5.1 Shear Difference Method⁽⁶⁾

光弾性応力解析は自由縁の主応力分布および任意の断面上での主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ を求めることで多くは満足している場合が多い。ところが構造物の破壊が応力こう配にも関係することから、自由表面での最大応力のみでなく内部における主応力の分布状態をも明らかにすべきである。

二次元光弾性で得られるデータは主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ と主応力方向の等しい点の軌跡すなわち等傾線の二つである。これと平面応力問題における平衡方程式を用いて各主応力を求める方法の一つに Shear Difference Method がある。二次元光弾性の等色線しま次数 N は光弾性感度 α 、試験片厚み t と主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ の間に次の関係がある。

$$N = \alpha t (\sigma_1 - \sigma_2) \dots\dots\dots (18)$$

また物体力のない場合平面応力の平衡方程式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

で表わされるからこれらを積分すれば

$$\sigma_x = (\sigma_x)_0 - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \dots\dots\dots (20)$$

$$\sigma_y = (\sigma_y)_0 - \int_{y_0}^y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \dots\dots\dots (21)$$

のように求められる。 $(\sigma_x)_0, (\sigma_y)_0$ は測定により得られるから τ_{xy} は

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。

任意の点 m の $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$ は第11図のように τ_{xy} の分布を求めると $\tau_{xy} = f(y)$ 曲線の m' 点の接線の傾斜で与えられる。微小距離 mp, mq をとると

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \doteq \frac{(\tau_{xy})_p - (\tau_{xy})_q}{\Delta y} \dots\dots\dots (23)$$

第12図のように x 軸に平行な AA', BB' をとり、これらの線上のせん断応力 τ_{xy} の差を $\Delta \tau_{xy}$ とすると

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \doteq \frac{(\tau_{xy})_{AA'} - (\tau_{xy})_{BB'}}{\Delta y} = \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \dots\dots\dots (24)$$

のように $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$ が得られるから任意の点 m の $(\sigma_x)_m$ が求められる。

$$(\sigma_x)_m = (\sigma_x)_0 - \sum_0^m \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x \dots\dots\dots (25)$$

x 軸上の σ_y はモールの応力円から求められる。

$$\sigma_y = \sigma_x \pm \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots (26)$$

そこで

$$p = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y, \quad q = \sigma_1 - \sigma_2 \dots\dots\dots (27)$$

から

$$\sigma_1 = \frac{p+q}{2}, \quad \sigma_2 = \frac{p-q}{2} \dots\dots\dots (28)$$

と主応力が求められる。

5.2 Shear Difference Method のプログラム

前節の過程を電子計算機を利用するのに便利のように Programming を行ない、input data を与えれば容易に結果が得られる。ここで基準点は普通自由縁にとるが、自由縁にとれぬ場合は応力の既知なる点を基準点にとれば同様に適用できる。Shear Difference Method を用いる場合に符号のとり方、特に角度 θ に注意することが必要である。

計算に用いた記号を Fortran 語で表わし、約束の記号により記入すれば、容易に計算することができ、電子計算機では所要時間は手計算の約 1/50 である。費用は計算量によって異なるが、1, 2 ケースでは大差ないが、10 ケースでは約 1/5, 50 ケース程度の連続計算になると約 1/50 になる。

6. トラックリンクの応力に関する二次元、三次元光弾性実験⁽⁷⁾

ブルドーザに使用されるトラックリンクはかなり数多く、使用目的により過酷な外力を受けるので損耗がはげしい。それにもかかわらず強度的にトラックリンクの応力分布についての研究報告⁽⁸⁾はき

わめて少ないようである。

ここでは摩擦に関する問題は別として、トラックリンクがけん引力とローラを介して受ける車体重量によって生ずるとされる応力分布、応力集中について二次元、三次元光弾性を併用して求めた。また比較的新しい形状としてアーチ形と称するものと従来使用されてきているものと強度上の比較を行なった。

6.1 三次元光弾性実験

トラックリンクの形状は立体的にかなり複雑であるから実物大の三次元光弾性模型を製作し、けん引力がローラによる荷重より大きいという設計条件からまずけん引力に相当する引張荷重による応力を求める実験を行なった。第13図は引張荷重による応力を凍結した立体模型の等色線写真であり、その中心部分のスライスの一例が第14図である。

6.2 二次元光弾性実験

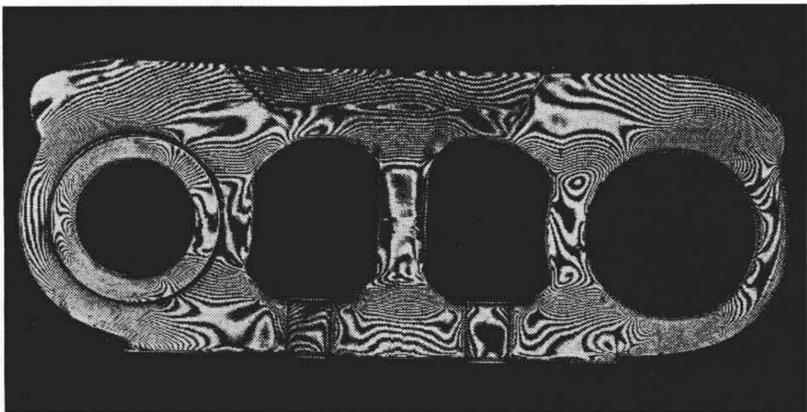
車体重量を受けるローラは運転中移動するのでトラックリンクに加わる荷重点は移動する。その移動による応力分布の影響を二次元光弾性から求めた。三次元と二次元光弾性の実験結果の関連を知るために二次元光弾性についても引張荷重による応力分布を求め、三次元の結果と比較した。

運転中ローラの移動による荷重点を5点選び、それぞれの位置で集中荷重による等色線写真を撮影した。第15図は従来形、第16図はアーチ形トラックリンクの二次元模型のほぼ中央に集中荷重を加えたときのしま分布を示した等色線写真である。

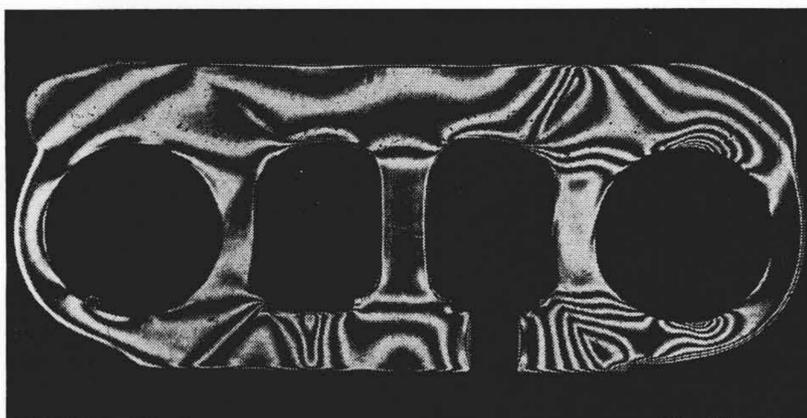
二次元模型についてもけん引力に相当する引張荷重を加えて等色線写真を取り、設計上のけん引力と集中荷重との割合に換算し両者を重畳して応力を求めた。

6.3 結果

三次元の引張荷重による応力集中と、二次元の集中荷重および引張荷重による応力集中の関係を求め換算することによって実物トラックリンクに生ずる応力集中係数を求めた。またこのように複雑な形をしたトラックリンクでもその応力は既発表の応力集中係数を利用して近似的に求めることができる。



第13図 引張力による応力を凍結した三次元模型トラックリンクの暗視野等色線写真



第14図 第13図の三次元光弾性模型から切り出したスライスの一例

7. 皮膜法

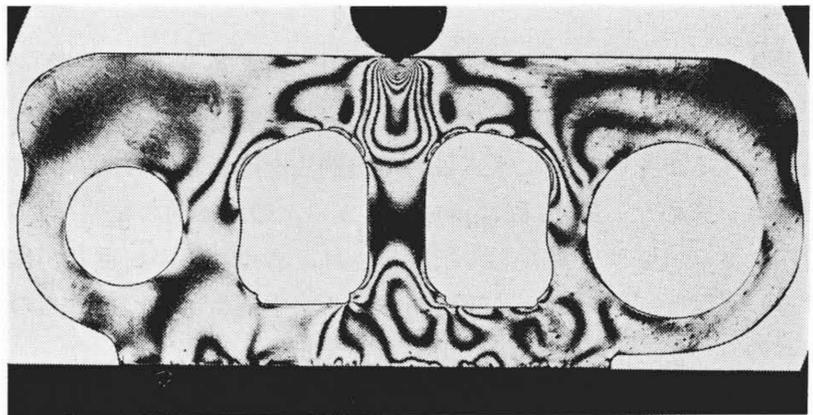
7.1 光弾性皮膜法

一般の皮膜法は現在のところ鉄鋼などの弾性応力を求めるには精度的に十分ではない。塑性応力ひずみを求めるのに適当である⁽⁹⁾。日立製作所亀工場では皮膜法の特長をいかした応用と、弾性応力を求めるのに適した高いひずみ感度をもつ材料の開発も行なっている。

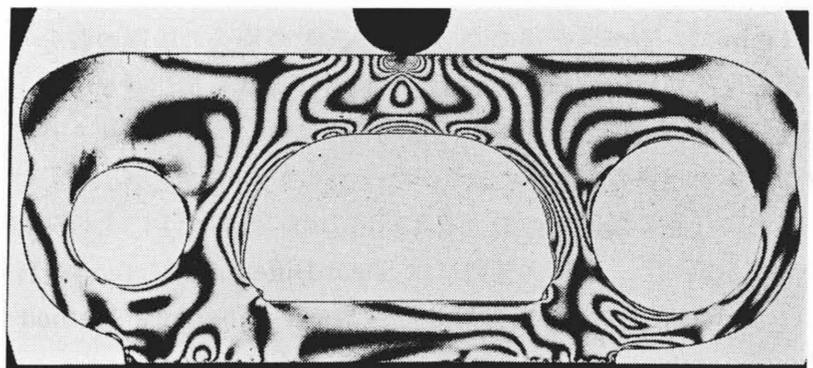
第17図(a), (b)は引張力を受けた切欠のある帯板の等色線写真で、試験片は厚さ3mmのアルミ板に2mmの光弾性皮膜を接着したものである。

7.2 光弾性ひずみ計⁽¹⁰⁾と光弾性応力計⁽¹¹⁾

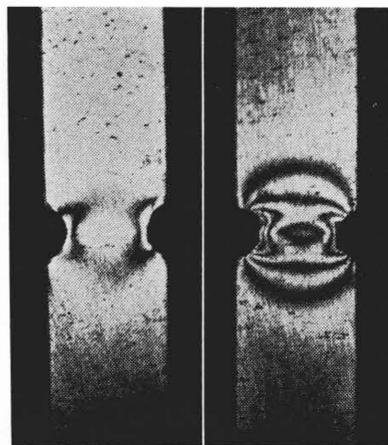
皮膜法を応用した光弾性ひずみ計がG. Oppelにより発表された。



第15図 ローラによる集中荷重を受ける従来形トラックリンクの明視野等色線写真(二次元光弾性)

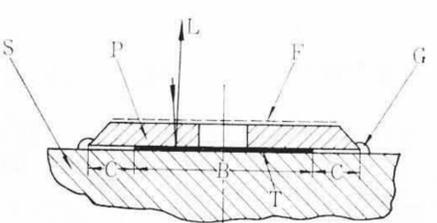
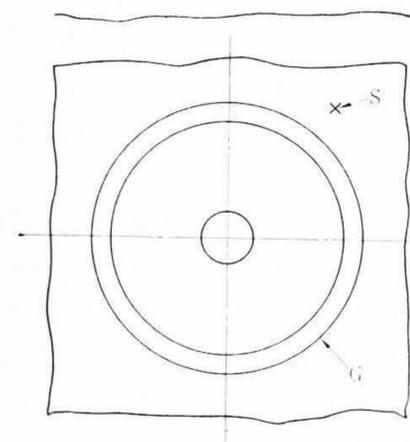


第16図 ローラによる集中荷重を受けるアーチ形トラックリンクの明視野等色線写真(二次元光弾性)



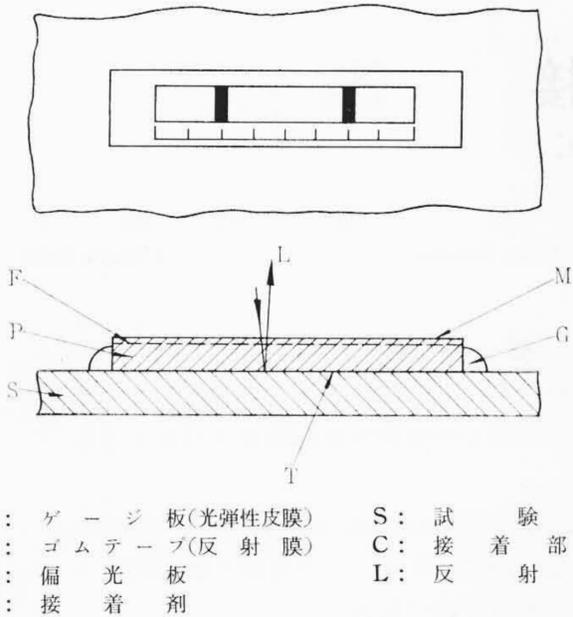
(a) 引張荷重 $P_1=530 \text{ kg}$
(b) 引張荷重 $P_2=545 \text{ kg}$

第17図 半円形切欠を有する帯板の切欠部の塑性歪分布を示す等色線写真

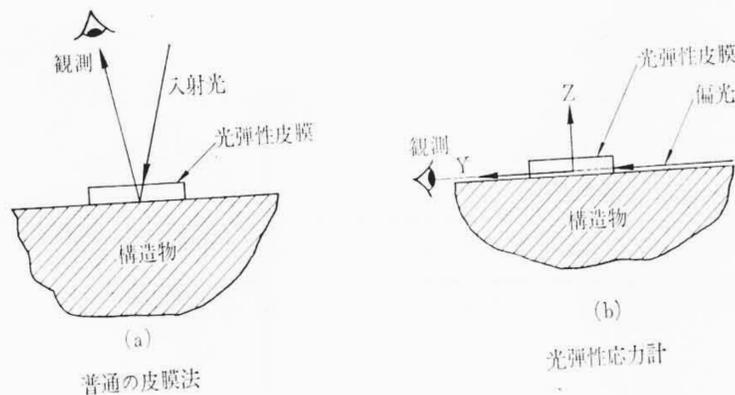


第18図 光弾性ひずみ計(G. Oppel)の Strain Compassの構成

- P: ゲージ板 (光弾性皮膜)
- T: ゴムテープ (反射膜)
- F: 偏光板
- S: 接着剤
- G: 試験片
- C: 接着部分
- L: 反射光



第 19 図 光弾性ひずみ計 (G. Oppel) の Strain Gage の構成



第 20 図 普通の皮膜法と光弾性応力計の相違

これはゲージ自体に偏光膜を有し、干渉しまが目視できるもので、普通光弾性皮膜法に用いる反射形の装置は全く必要ないきわめて簡単なものである。目的に応じては大いに利用されるものと思われる。

第 18, 19 図は光弾性ひずみ計の構成を示した図である。第 18 図は中心に一円孔を有する円板で、主ひずみ方向を知るのに用いられる Photoelastic Strain Compass, 第 19 図は一軸のひずみが測定できる Photoelastic Strain Gage と呼ばれるものである。

G. Oppel 氏の方向と別に F. Zandman 氏は光弾性応力計の概念について報告した。この方法は通常の皮膜法が第 20 図 (a) のように皮膜の厚さの 2 倍の光弾性効果しか得られないため干渉しまが少なく、精度不十分であるという欠点をおぎなうために、第 20 図 (b) のように皮膜面に平行に偏光を入射して観測するものである。

この方法は測定面付近の形状によって技術的に困難な場合があるが、光弾性ひずみ計と同様その着想は面白い。

8. 光弾性の進歩とその開発

従来の光弾性というとき抵抗線ひずみ計などと異なり透明なプラスチックの模型に力を加え、偏光によって現われる干渉のしま模様から応力を求めるので、実物との関連について隔たりを感じるむきがなきにしもあらずのように思われた。しかしながら実物と光弾性実験による応力分布との相似性は理論的にも証明されており得られる結果は十分信頼できる。ただし二次元問題のなかで多重連結領域と、三次元光弾性で多く行なわれている応力凍結法の場合にはポアソン比の影響がはいつてくるので修正を要する。

光弾性は高分子化学の進歩にともない試験片材料としてかなり適当な性質をもつ高分子材料がいくつか開発され、実験は昔のフェノライト時代に比較して容易にできるようになった。さらに光弾性皮膜法の実用化により実物構造物のひずみ、応力分布を測定すること

が可能になり、抵抗線ひずみ計と併用すれば互いの長所を生かすことができ応力解析の手段として光弾性の果す役割は広がっている。また皮膜法を応用した光弾性ひずみ計、光弾性応力計などが発表され、応力測定の目的に応じて最も適当な方法を採用すればきわめて効果的な応力解析ができる。

亀有工場では平行光法の応用においても前述のようにボックスガード隔壁の問題について光弾性感度の異なる材料の組み合わせにより応力分布を求める方法、主応力解析に関しては Shear Difference Method の Programming を行ない電子計算機を利用したこと、ポンプ羽根車模型に遠心力と流体圧力を同時に負荷した応力凍結などのように新しい技術的工夫を取り入れている。皮膜光弾性については弾性ひずみ、応力測定の精度向上を目的としてひずみ感度の高い材料や新しい測定技術の開発を行ないつつある。

工場ではいついかなる応力解析の必要が生ずるか予測できないことが多いので、各分野で最先端の応力測定技術をもつことを心がけ、また独自の新しい技術開発に努力している。

9. 結 言

光弾性応力解析法が機械工業にどのように応用されているかということはいきわめて広範な問題であって、とうてい限られた紙数で述べることはできない。ここではごく狭い範囲で亀有工場における光弾性の一端

- (i) スプライン軸のねじり問題に関する斜切断法、散乱光法の応用
- (ii) フックの応力に関する平行光法、散乱光法の併用
- (iii) ボックスガード隔壁の応力について透過法、その主応力分析に Shear Difference Method の Programming による電子計算機の利用
- (iv) ポンプ羽根車のポンプ作用中の応力を求めるために遠心力と流体圧力の同時負荷による応力を凍結した三次元光弾性
- (v) トラックリンクの応力を求める三次元、二次元光弾性の効果的な併用

などについて紹介し、光弾性皮膜法の特長について簡単にふれた。以上は当工場における現状であるが、光弾性および光塑性に関する世界の情勢については宮本^{(12),(13)}の展望をご覧いただきたい。

光弾性応力解析法の長所を巧みに利用して、これが今後広く活用され設計に役だてられよい製品ができるようになれば幸いである。

終わりにフックの散乱光弾性実験は数年前国尾教授ご指導のもとに同研究室において行なわれたものである。またこの小論文は畏友吉武博之氏のご校閲をいただいた。あわせて謝意を表す。

参 考 文 献

- (1) 宮本： 広物学会，光弾性光塑性シンポジウム (昭 37-3)
- (2) 吉武： 機学誌 64, 722 (昭 36-5)
吉武： 日立評論 43, 996 (昭 36-8)
H. Yoshitake: Hitachi Review, 11, 1 (March. 1962)
- (3) 本堂： 日立評論 45, 2052 (昭 38-12)
M. Hondo: Hitachi Review, 12, 47 (Aug. 1963)
- (4) 本堂： 日立評論 44, 2009 (昭 37-12)
- (5) 鶴戸口ほか： 超遠心機とそれによる蛋白質およびウイルスの研究 103
- (6) M. M. Frocht: Photoelasticity I, 252 (1941)
- (7) 本堂： 日立評論 44, 1166 (昭 37-8)
- (8) 豊田： 機学会金沢地方講演会前刷 23 (昭 38-10)
- (9) 河田： 機学誌 61, 1055 (昭 33-9)
- (10) G. Oppel: Exp. Mech., 1, 65 (March. 1961)
- (11) F. Zandman: Exp. Mech., 2, 235 (Aug. 1962)
- (12) 宮本： 塑性と加工 5, 291 (昭 39-5)
- (13) 宮本： 機学誌 67, 1002 (昭 39-7)