伸

Shinji Suganomata

治*

ンズ系の 性 極 特 几 重

Properties of Quadrupole Lens System

内 概 容 梗

俵

強収れんの原理に基づいた四重極レンズ系は加速器の利用上、欠かせないものである。マトリックス法によ って単一および組合せ四重極レンズ系の特性を表わす諸量の一般的な関係式を導き、それをもとにして Stigmatic な四重極レンズ系の特性および物点と像点がレンズ系に対して対称な位置にある場合の特性を計算し た。その結果の二,三の例を示した。

1. 緒 言

Courant, Livingston & Snyder⁽¹⁾ によって強収れん (Strong focusing)の原理が発表されてから、この原理を使った加速器やビ ーム集束系に関して数多くの研究がなされている。特にこの原理に よる集束系は2ないし4組の四重極系より構成され、四重極レンズ (以下Qレンズと呼ぶ)といわれ、加速されたビームあるいは加速途 中のビームの集束,特にビームの長距離輸送には不可欠なもので ある。

Qレンズ系に関して数多くの文献が出ているが⁽²⁾⁽³⁾,おのおの異 なった仮定が含まれていて実際の設計製作にはあまり便利とはいえ ない。そのためわれわれははじめに,一般的な関係式を導き出し, それをもとにして数値計算を行ない、たとえば物点、像点の位置が きまるとレンズの強さやレンズ間の距離を簡単に知ることができる ようにして, Qレンズ系の計算の簡素化をはかった。

 $x = x_0, x' = x_0'(' は z に 関する 微分) と すれば(4) 式の 解は$

之*

菅ノ又

博

Hiroyuki Tawara

$$k^2 > 0$$
 $x = x_0 \cosh kz + \frac{x_0'}{k} \sinh kz$ (5• a)

$$k^2 < 0$$
 $x = x_0 \cos kz + \frac{x_0'}{k} \sin kz$ (5 b)

となる。またこの式から任意の点でのビームの運動方向がわかる。 $k^2 > 0$ $x' = x_0 k \sinh kz + x_0' \cosh kz \dots (6 \cdot a)$

 $k^2 < 0$ $x' = -x_0 k \sin kz + x_0' \cos kz \dots (6 \cdot b)$

(5), (6) 式をみてわかるように、運動方程式は一つの二元のマ

2. Qレンズ系での運動方程式のマトリックス表示

Qレンズ系の設計法として、薄いレンズと考える方法とマトリッ クスを使う方法があるが(4)、この論文ではマトリックスを用いた方 法について述べる。

2.1 電磁場内での運動方程式

質量m, 電荷 e の荷電粒子が電磁場内を通ると, よく知られてい るようにローレンツ力をうけて次式に従って運動する。

を表わす。電場がなく (E=0), 紙面に垂直な磁場 (y方向の磁場 $B_y = gx$)内をz方向へ一定速度 v_z で荷電粒子が通るとx方向の運 動は次のようになる。

粒子は一定速度 $v_z = dz/dt$ であるので次の変換ができる。

$$dm$$
 dm d^2m d^2m

トリックスで表わされる。

もし、電場も磁場もない自由面であれば、(1)式と上に述べた初 期条件から、 $x=x_0+zx_0'$ 、 $x'=x_0'$ (z:自由面の長さ)となり、自由 面のマトリックスは次式で表わされる。

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_{0'} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_{0'} \end{pmatrix} \dots \dots \dots \dots (8)$$

(7•a)式は発散する性質を有するのでこのような面を発散面,反 対に(7・b)式は収れん性であるのでこの面を集束面と呼ぶことにす る。(7),(8)式からわかるように、荷電粒子の運動は初期条件 (x_0, x_0') とマトリックス要素 a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} によって表わされる。ここ $\mathcal{C}(a_{ij}), (b_{ij}), (c_{ij})$ は変換マトリックス (transfer matrix) といわれ る。集束面,発散面,自由面などが多数組合わさった場合の粒子の 運動はこれらのマトリックスを順次かけあわせればよい。

このとき、レンズ系全体として収れん性を有するならば、 xは x₀'に無関係でなければならない。すなわち集束条件は

$h_{\cdot \circ} =$	0																																			1	1
12-	V	• • •	• • •	••	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	٠	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	•	• •	•	٠	• •	٠	• •	•	• •	٠	• •	• •	•	• •	 1	T



----- 23

また,レンズ系全体の像の倍率 M は次のようになる。
$M = h_{11}$ (11)
第1表に以下の議論で使用する集束面などのマトリックス要素を
まとめておく。
2.2 Qレンズ内での運動方程式
Qレンズ系には磁気的なものと静電的なものがあるが本質的な差
韋はなく,第1図に示すように力の作用する方向によって電極と磁

X

第47卷第4号

集 束	面のマ	トリッ	クス	$\begin{pmatrix} \cos kz & \frac{1}{k} \\ -k\sin kz & c \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{c} \sin kz \\ \cos kz \end{array} \right)$
発 散	面のマ	トリッ	クス	$\begin{pmatrix} \cosh kz & \frac{1}{k} \\ k \sinh kz & 0 \end{pmatrix}$	$\left(\begin{array}{c} \sinh kz \\ \cosh kz \end{array} \right)$
自由	面のマ	ኑ ¹	クス	$\begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	
集	束 条	件	(*)	$a_{12} = 0$	
像	倍	率	(*)	<i>a</i> ₁₁	

Ν S 9 S N (b) 静電Qレンズ (a) 磁気Qレンズ 第1図 Qレンズの電磁極配置

極は45度ずれた配置になるだけである。いずれの場合も、2組の 正負極あるいはNS極が互いに対称な位置にあって、電(磁)極の断 面は双曲線状をなしている。

様にして変換すれば、(13)式とまったく同じ形になる。ただし、 kは次の式で与えられる。

ただし, *d*: 電極間距離 (cm)

論

以上のように, 磁気Qレンズと静電Qレンズはまったく同じに 表わされる。ただ、係数kが(14)式と(17)式の差があるにすぎ ない。

3. Qレンズ系の特性

以下の計算で用いる記号を第2図に示す。いずれも入射側のレン ズ長を単位として表わしている。ここでレンズ長はリーケージを考 慮した実効長である。

3.1 単一 Q レンズの特性

単一レンズ(一組のQレンズ系)のみで独立に用いられることは ほとんどなく, 3.2 で述べるような組合せあるいは分析マグネット と組合せて(5)使用するのが普通である。

2.2.1 磁気Qレンズ

磁極で囲まれた内部のポテンシャルゆは次式で与えられる。

sはレンズによってきまる値で,第1図(a)の場合正である。 Qレンズ内の粒子のx,y方向の運動は(1)式より(3)式の変換 を使って次式で表わされる。

$$\frac{d^2x}{dz^2} = k^2 x \qquad \dots \qquad (13 \cdot a)$$

tatil, $k^2 = \frac{e}{m} \frac{s}{v}$

ここで k2>0 だから、 x-z 面は発散性、 y-z 面は集束性をもつ ことがわかる。磁気回路の式から

ただし, *d*: ポールチップ間の距離 (cm)

NI: 一極当たりのアンペア回数 (A•T)

 $B_0 r_0$: 粒子の運動量に比例する量 (gauss-cm) また、粒子の加速エネルギーで表わしたほうが便利な場合も ある。

$$k = \frac{1}{d} \left(3 \times 10^{-3} \frac{NIZ}{\sqrt{T(T+2E_0)}} \right)^{\frac{1}{2}} (\text{cm}^{-1}) \dots (14 \cdot \text{b})$$

3.1.1 集束面の特性

粒子は第3図(a)のような軌道をとる。自由面一集束面一自由 面の順だから、レンズ系全体のマトリックス Me は次のように なる。





- ただし, Z: 粒子の電荷数
- E_0 : 粒子の静止エネルギー (MeV) T: 粒子の運動エネルギー (MeV) 2.2.2 静電Qレンズ 電極内部のポテンシャルは第1図(b)より $V = -S(x^2 - y^2) \qquad(15)$ これから、電極内部の粒子の運動方程式は2.2.1におけると同

ッ

$$A_{11} = \cos k_1 z - bk_1 z \sin k_1 z......(18 \cdot b)$$

$$A_{12} = \frac{1}{k_1} \{ak_1 z (\cos k_1 z - bk_1 z \sin k_1 z) + (\sin k_1 z + bk_1 z \cos k_1 z)\}(18 \cdot c)$$

$$A_{21} = -k_1 \sin k_1 z(18 \cdot c)$$

$$A_{22} = \cos k_1 z - ak_1 z \sin k_1 z....(18 \cdot e)$$
(18 · e)
集束条件 $A_{12} = 0$ から式を整理すれば像点の位置がまとまる。
 $b = \frac{1}{A} \frac{aA \cos A + \sin A}{aA \sin A - \cos A}$(19)
また, 像倍率 MC は (18 · b) 式より
 $MC = \cos A - bA \sin A$ (20)
3.1.2 発散面の特性
発散面での軌道は第3図(b)に示すようになり全体のマトリ
クス M_d は次のようになる。

集束一発散面の特性 3.2.1 粒子の軌道を第4図(a)に示す。このレンズ系全体のマトリッ クス Mcd は次のようになる。

$$M_{cd} = \binom{1 \ cz}{0 \ 1} \binom{\cosh k_2 mz}{k_2 \min k_2 mz} \frac{1}{k_2} \sinh k_2 mz}{\cosh k_2 mz} M_c \equiv \binom{C_{11} \ C_{12}}{C_{21} \ C_{22}} (C_{21} \ C_{22}) (C_{22} \ C_$$

 $C_{11} = A_{11} \left(\cosh k_2 m z + c k_2 z \sinh k_2 m z \right)$

 $+ \frac{A_{21}}{k_2} \left(\sinh k_2 m z + c k_2 z \cosh k_2 m z \right) \dots (24 \cdot \mathbf{b})$

 $C_{12} = \frac{1}{k_2} \{ A_{12} k_2 (\cosh k_2 m z + c k_2 z \sinh k_2 m z) \}$

- $+A_{22}(\sinh k_2mz+ck_2z\cosh k_2mz)\}$ (24 · c)
- $C_{21} = A_{11}k_2 \sinh k_2 mz + A_{21} \cosh k_2 mz \dots (24 \cdot d)$ $C_{22} = A_{12}k_2 \sinh k_2 mz + A_{22} \cosh k_2 mz \dots (24 \cdot e)$

集束条件 C12=0 から像点の位置 c がまとまる。 式を整理する と次のようになる。

ただし,

 $X_1 = AB \cos CD \cosh B - mA^2 \sin A \sinh B$ $X_2 = B \operatorname{SIN} CD \cosh B + mA \cos A \sinh B$

 $B_{22} = \cosh k_1 z + a k_1 z \sinh k_1 z \dots (21 \cdot e)$

3.1.1と同様にして像点の位置および像の倍率 MD は次のよう になる。

(19), (20), (22), (23) 式の計算は簡単で, O. Chamberlain⁽⁶⁾ が 計算し図表化している。

3.2 組合せQレンズの特性

3.

集束レンズ(凸レンズ)と発散レンズ(凹レンズ)の組合せで, レンズ系全体として集束作用をもったレンズ系が光学の分野で広く 用いられている。これと同様なことがQレンズ系についても成立す る。すなわち,第1のレンズを第1図(a)のような配置にすると前 にも述べたように, x-z面は発散, y-z面は集束となる。第2のレ ンズを第1のレンズに対して90度ずらせば、第2のレンズでの xz面は集束, y-z面は発散面となる。したがってレンズ系全体では, x-z面は発散一集束, y-z面は集束一発散の順となり, 全体として x, y 方向とも集束作用をもたせることができる。



(a) 集束-発散面



 $X_3 = AB \cos CD \sinh B - mA^2 \sin A \cosh B$ $X_4 = B \operatorname{SIN} CD \sinh B + mA \cos A \cosh B$ $\cos CD = \cos A - bA \sin A$ SIN $CD = \sin A + bA \cos A$ また, 像倍率 MCD は(24・b) 式から整理すれば次のようになる。

$$MCD = \underline{COS \ CD} \left(\cosh B + \frac{c}{m} B \sinh B \right)$$
$$- \frac{mA}{B} \sin A \left(\sinh B + \frac{c}{m} B \cosh B \right) \dots (26)$$

3.2.2 発散-集束面の特性

軌道は第4図(b)のようになり、全体のマトリックスMacは次 のようになる。

$$D_{11} = B_{11} (\cos k_2 m z - c k_2 z \sin k_2 m z)$$

$$D_{12} = \frac{1}{k_2} \{ B_{12}k_2 (\cos k_2 mz - ck_2 z \sin k_2 mz) \}$$

 $+B_{22}(\sin k_2mz+ck_2z\cos k_2mz)\}$ (27 · c) $D_{21} = -B_{11}k_2 \sin k_2 mz + B_{21} \cos k_2 mz \dots (27 \cdot d)$

 $D_{22} = -B_{12}k_2 \sin k_2 mz + B_{22} \cos k_2 mz \dots (27 \cdot e)$

3.2.1 と同様にして像点の位置 c, 像倍率 MDC がまとまる。

25

(b) 発散-集束面

第4図 集束一発散,発散一集束面における 粒子の軌道

ただし,

 $Y_1 = AB \operatorname{COSH} DC \cos B + mA^2 \sinh A \sin B$ $Y_2 = B \operatorname{SINH} DC \cos B + mA \cosh A \sin B$ $Y_3 = AB \operatorname{COSH} DC \sin B - mA^2 \sinh A \cos B$ $Y_4 = B \text{SINH } DC \sin B - mA \cosh A \cos B$ $COSH DC = \cosh A + bA \sinh A$ SINH $DC = \sinh A + bA \cosh A$



$$a = \frac{1}{2 \cdot X Y_1} \left(-XY_2 \pm \sqrt{XY_2^2 - 4 \cdot XY_1 \cdot XY_3} \right) \dots (30)$$

ただし,

 $XY_1 = X_1 \cdot Y_3 + Y_1 \cdot X_3$

 $XY_2 = X_1 \cdot Y_4 + Y_1 \cdot X_4 + X_2 \cdot Y_3 + Y_2 \cdot X_3$

 $XY_3 = X_2 \cdot Y_4 + Y_2 \cdot X_4$

3.2.4 計算順序と結果

Stigmatic な場合の計算はレンズ間の距離 b, レンズ強度 A, B, レンズ長を入力データとしてまず(30)式によって物点を定 め、それを使って(25)あるいは(28)式によって像点の位置を求め る。その後、(26)、(29)式によって像の倍率を求める。組合せQ レンズ系では第1のレンズと第2のレンズの長さを等しく(すな わち m=1) するのが普通である。以下の計算結果は m=1 の場合 で、計算結果から、レンズ間の距離を一定とし、レンズ強度A、 Bをパラメータとして物点と像点の距離の関係および像の倍率を 示す一連の図表を作ることができる。

3.2.5 対称配置のQレンズ系の特性

実験によっては物点と像点がQレンズ系に対して対称な位置に くるように配置する場合がある。その場合には、 a=c であるか ら、3.2.4 で述べたような一連の図表からこの関係をみたす点を 選べばよい。その結果を第6,7図に示す。第7図からわかるよう に、2組のQレンズ系の欠点はx方向とy方向の像の倍率が違っ ていることであり,集束一発散面のほうが倍率が大きい。このよ うな欠点を除くため、3組のQレンズ系(3)(7)が考案され、実験に 供されている。

第7図 対称形 stgmatic レンズ系の像倍率

3.2.6 結果の利用法

Qレンズ系を設計するのに必要なパラメータは

(1) イオンの種類 (A, Z)(2) イオンのエネルギー (E)(3) イオン導管の大きさ (外径) (d)

(4) 物点, 像点間の距離 (a, c) である。一例として

(1) プロトン

(2) 3 MeV

 $(3) 50 \phi$

(4) 8 m

の場合を考える。レンズ長zを15 cm,レンズ間距離bを0.4, すなわち6cmとする。対称配置の場合、物像点とレンズ端の距 離は $a=c=\frac{400-15-3}{15}=25.5$ となる。したがって第6図から A=B≒0.52を得る。静電Qレンズの場合, (17)式から d=5 cm, $E=3\times10^{6}\,\mathrm{eV}\,\mathrm{eK}$ を代入すれば、必要な電圧は $V=23\,\mathrm{kV}$ となる。こ

のときの像の倍率は第7図よりMCD=1.48, MDC=0.677で

ある。

3.2.7 電源の変化による像点の移動

実際上, 像点の位置が移動するのはビームの輸送上好ましくな い。大ざっぱな考え方でQレンズ系に使用する電源の変動による 像点の移動を求めてみる。対称配置の場合, 第6図からレンズ強 度Aと像点の距離Cの間には近似的に $c \sim A^{-i}(i \sim 1/0.3)$ が成立し ている。したがって像点のずれを1%におさえるためには

$$\left|\frac{dc}{c}\right| = \left|i \frac{dA}{A}\right| = 0.01$$
 \therefore $\left|\frac{dA}{A}\right| = 0.003$

レンズ強度とレンズ系の電源との関係は(14),(17)式で表わさ れているので,

 $\left|\frac{dA}{A}\right| = \frac{1}{2} \left|\frac{dV}{V}\right| \qquad \therefore \quad \left|\frac{dV}{V}\right| = 0.006\dots\dots(31)$

言

すなわち、像点の移動を1%にするためにはQレンズ系に使用 する電源の安定度は 0.6% 程度におさえなければならない。

4. 結

Qレンズ系はビームの輸送には欠くことのできないものである。 2組のQレンズ系の特性式をマトリックス法によって導き出し、一 例として2組のレンズ長が等しい場合の計算を行なった。その結 果,所定の条件(3.2.6参照)がきまれば、複雑な計算なしにレンズ の強度やレンズ間の距離などがすぐ求められるようになった。 終わりにのぞみ,絶えずご指導いただいた日立製作所日立研究所

木村部長に感謝の意を表する。

考 献 参 文

- (1) E. D. Courant et al: Phys. Rev., 88, 1190~1196 (1952)
- (2) H. A. Enge: Rev. Sci. Instr., 30, 248~251 (1959)
- (3) D. Lucky: Beam Optics in Techniques of High Energy Physics edited by D. M. Ritson (Interscience Pub. Inc., N. Y. 1961)
- (4) S. Penver: Rev. Sci. Instr., 32, 150~160 (1961)
- (5) H. A. Enge: Rev. Sci. Instr., 29, 885~886 (1958)
- (6) O. Chamberlain: Optics of High Energy Beams in Ann. Rev. Nucl. Energy, Vol. 11, p. 161 (1961)
- H. A. Enge: Rev. Sci. Instr., 32, 662~665 (1961) (7)



特許 第416183号

康•鈴 木 淳 一 原 水

真空蒸着法による砥石製造方法

Ø

特

許

従来砥石の台金の表面に砥粒を接着する場合には、電気鉱金によ って行なっているが, 砥粒は電気絶縁体で鉱金属に接着しないため, 台金との間の接着力が弱く,研削中に台金より脱落する欠点がある。 そこで従来より砥粒の表面に銅, または銀などから形成された導 電体の薄い被膜を付着させた後, 電気鉱金によって台金に接着させ る方法が実施されている。しかるに被膜は比較的軟質のため, 砥粒と の間および台金との間が研削中に破壊する恐れがある。本発明は, 上記の欠点を除去するため発明したもので、図示のごとく、取付台 内に設けた真空ポンプを駆動して,取付台上のカバ内を真空にした 後, 鉱金物を熱して蒸発させ, 同時に振動発生器を駆動して, 取付 台上にばねを介して取付けられた受皿を揺動させて、受皿内の砥粒 を転動させながら,その全表面に鉱金物の蒸発による被膜を一様に 付着させるようにしたものである。したがって本発明においては, 従来のごとき被膜の破壊などを防止し, 強大なる接着力にて砥粒を 台金に接着することができる。 (木口)



真空ポンプ

