# クロスボンドされた単心ケーブル線路の進行波計算

Calculation of Traveling Waves on Single Conductor Cable Circuit with Cross Bonding

> 今 井 敏 雄\* Toshio Imai

要

クロスボンドされた単心ケーブルの線路にサージが進入した場合クロスボンド点に生ずる異常電圧について 検討した。方形進入波の場合,林氏の方法を用いて計算することができる。線路のインダクタンスと静電容量 を定数として,基本微分方程式を演算子マトリクスで表示し,これにシルベスタの展開定理を用いて逆変換可 能な形に導き解を求める。この理論によって一般的大地帰路位置に対する解,すなわち分波する波の速度と波 高値,またクロスボンド点の反射,透過係数を求めることが可能である。

旨

1. 緒 言

クロスボンドされた単心ケーブル線路に進行波が進入した場合, クロスボンド点に異常電圧が発生する。この問題に対する過去の研 究成果を概観してみる。

Halperin, Miller 両氏<sup>(1)</sup>, 芳賀, 草野両氏<sup>(2)</sup>および石原氏<sup>(4)</sup>らは サージインピーダンスの概念を用いてクロスボンド点における反射 および透過電圧を求める計算式を与えているが, サージインピーダ ンスの求め方が明らかにされておらず, また分波現象に対する検討 もされていない。 送電端において進入波が(3)であるとする。

 $([v]_m)_{x=0} = [v_0]_m H(t) \qquad \dots \qquad (3)$ 

ただし H(t) は単位関数である。

反射波が到達する以前の時刻において, x 点における電圧 [v]m は (4)にて与えられる。

 $[v]_m = \mathscr{L}^{-1}[V]_m \quad \dots \quad (4)$ 

ただし 2<sup>-1</sup> はラプラスの逆変換であり[V] m は(5)式にて与えられる。

Watson, Erven 氏<sup>(3)</sup>は線路のインダクタンスおよび静電容量か らサージインピーダンスを定義し,分波した波の伝播速度を求めた。 しかし彼らの方法はケーブルの防食層表面が大地帰路である場合に 限られており,また分波した波の波高値が与えられていない。

Ball, Occhini 氏<sup>(5)(6)</sup> は独特の考え方によってシースを完全遮へ い体と考え,導体および大地帰路を2導体とし,シース電圧との差 を進行波として取り扱う方法によっている。しかし一般の大地帰路 に対しては拡張できない。

以上の方法はいずれも理論的に不十分と考えられるので,筆者は 林氏の方法<sup>(9)</sup>によって本問題に対する一般的解法を試みた。林氏の 方法は演算子を用いて多導体線路の微分方程式を立て,マトリクス の多項式にシルベスタの展開定理を用いて逆変換可能な形に導いて 解くものである。

## 2. 多導体系の進行波の伝播に関する基本式(10)

m 個の導体系において電圧および電流のマトリクスを  $[v]_m$  および  $[i]_m$ , 距離を x, 時間を t, 線路のインピーダンスおよびアドミタンスのマトリクスを

$$\left(L\frac{\partial}{\partial t}+R\right)_{mm}, \quad \left(C\frac{\partial}{\partial t}+G\right)_{mm}$$

とすれば(1)式が成り立つ。

 $[V]_m = \varepsilon^{-[Q]_{mm}x}[V_0]_m$  .....(5) ただし  $[V_0]_m$  は  $(v_0)_m$  の演算子表示である。 また  $[Q]_{mm}$  は (6) 式にて与えられる。

さて $[Q]^{2}_{mm}$ は m 次の正方マトリクスであるから, m 個の固有根 を有する。それらを  $q_{1}^{2}, q_{2}^{2}, ..., q_{m}^{2}$ とする。(簡単のため重根を持 たない場合についてのみ述べるが,重根を有する場合にも同様の取 り扱いが可能である)すなわち(7)式が成り立つものとする。

det.  $(q^2[U]_{mm} - [Q]^2_{mm}) = 0$  .....(7) ただし, det. は行列式を示し,  $[U]_{mm}$ は単位マトリクスである。 シルベスタの展開定理によって(8)式が得られる。

$$[V]_m = \varepsilon^{-[Q]_{mm}} x [V_0]_m = \sum_{r=1}^m \varepsilon^{-q_r} x [K(q_r^2)]_{mm} [V_0]_m \quad (8)$$

$$[K(q_r^2)]_{mm} \stackrel{s=1,...,m}{=} \prod_{\substack{s \neq r \\ s \neq r}}^{s=1,...,m} \frac{q_s^2 [U]_{mm} - [Q]_{mm}^2}{q_s^2 - q_r^2} \dots \dots (9)$$

同様にして[I]mは(10)式にて与えられる。

$$[I]_{m} = [Z(p)]_{mm}^{-1} [Q]_{mm} \varepsilon^{-} [Q]_{mm} x [V_{0}]_{m}$$
$$= \sum_{r=1}^{m} \varepsilon^{-} q_{r} x \left( \frac{Z(p)}{q_{r}} \right)_{mm}^{-1} [K(q_{r}^{2})]_{mm} [V_{0}]_{m} \dots \dots (10)$$

ただし Z(p) は Lp+R を意味する。

### 3. 多導体系の反射, 透過に関する基本式<sup>(11)</sup>

林氏の場合<sup>(11)</sup>は3導体系の結果のみを与えているが容易に m 導体の場合に拡張できる。

図1に示すパラメータによって(11)式が成り立つ。

$$[I_0]_m = [y_1]_{mm} [V_0]_m$$

— 49 —

これを書き直すと(2)を得る。

 $\frac{\partial^{2} [v]_{m}}{\partial x^{2}} = \left[ L \frac{\partial}{\partial t} + R \right]_{mm} \left[ C \frac{\partial}{\partial t} + G \right]_{mm} [v]_{m} \left\{ \frac{\partial^{2} [i]_{m}}{\partial x^{2}} = \left[ C \frac{\partial}{\partial t} + G \right]_{mm} \left[ L \frac{\partial}{\partial t} + R \right]_{mm} [i]_{m} \left\{ \dots (2) \right\}$ 

\* 日立電線株式会社日高工場

 $[I_1]_m = -[y_1]_{mm} [V_1]_m$  $[I_2]_m = [y_2]_{mm} [V_2]_m$ ただし、電圧電流は演算子表示であり、また  $[y_1]_{mm} = [Z_1]_{mm}^{-1} [Q_1]_{mm}$  $[y_2]_{mm} = [Z_2]_{mm}^{-1} [Q_2]_{mm}$  $[Q_1]_{mm}^2 = [Z_1]_{mm} [Y_1]_{mm}$  $[Q_2]_{mm}^2 = [Z_2]_{mm} [Y_2]_{mm}$ 



 $[I_0]_m + [I_1]_m = [I_2]_m$  .....(13) (11) および(13) から(14) 式を得る  $[V_1]_m = ([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1} ([y_1]_{mm} - [y_2]_{mm}) [V_0]_m)$  $[V_2]_m = 2([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1}[y_1]_{mm}[V_0]_m$ 同様にして電流については(15)式を得る。  $[I_1]_m = -[y_1]_{mm}([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1}([y_1]_{mm})$  $-[y_2]_{mm})[V_0]_m$ ... (15)

# 直埋布設の断面 $\boxtimes 2$

### 同心状大地帰路の場合 5.

Ball, Occhini 両氏や Watson, Erven 両氏<sup>(3)</sup>が仮定しているよう

 $[I_2]_m = 2[y_2]_{mm} ([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1} [y_1]_{mm} [V_0]_m)$ 

電圧波についていうと、(14)の第1式の右辺の係数が反射係数第 2式のそれが透過係数を与える。すなわちそれぞれ [Refl]mm およ び[Refr]mm とすれば(16)式が得られる。

 $[\text{Refl}]_{mm} = ([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1} ([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm}))$ ... (16)  $[\operatorname{Refr}]_{mm} = 2([y_1]_{mm} + [y_2]_{mm})^{-1}[y_1]_{mm}$ 

### 4. 線路の抵抗とコンダクタンスを無視した場合

線路の抵抗およびコンダクタンスを無視した場合は, (9)式の右 辺は実数となり、  $[Q]_{mm}$ の固有根は

となる。( $\alpha_r$ は実数)。また[Q]<sub>mm</sub>は,

の形に表現される (nは実数マトリクス)。

そこで(8)式は(19)式となる。

ただし,

いま進入波  $[v_0]_m$  を  $[e]_m H(t)$  という方形波とすれば (19) 式のラ プラス逆変換は容易に求めることができ(21)式にて与えられる。

に, 直埋布設の場合には大地帰路の位置はケーブルシースと同心状 の防食層表面と考えられる。この場合は他相ケーブルへの電磁的影 響はなくなる。この場合には、伝播速度、波高値、反射および透過 係数を解析的に求めることができる。線路の抵抗およびコンダクタ ンスを無視する。

図2に示す電極配置において(23),(24)式が成り立つ。

$$C_{11} = 2\pi \varepsilon_{1} \varepsilon_{0} / (\log_{e} r_{2} / r_{1}) \\C_{12} = C_{21} = -2\pi \varepsilon_{1} \varepsilon_{0} / (\log_{e} r_{2} / r_{1}) \\C_{22} = 2\pi \varepsilon_{1} \varepsilon_{0} / (\log_{e} r_{2} / r_{1}) + 2\pi \varepsilon_{2} \varepsilon_{0} / (\log_{e} r_{4} / r_{3}) \\L_{11} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{1}) \\L_{12} = L_{21} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{22} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{23} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{24} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} / r_{3}) \\L_{25} = (\mu_{0} / 2\pi) \log_{e} (r_{4} /$$

いま

----- 50 ------

$$C_{11} = C_1, \quad C_{12} = C_{21} = -C_1, \quad C_{22} = C_2 \\ L_{11} = L, \quad L_{12} = L_{21} = L_{22} = M \end{cases}$$
 (25)

と置けば、(26)式を得る。

したがって(27)式を得る。

したがって伝播速度は(28)式によって与えられる。

$$\frac{1/\alpha_{1}=1/\sqrt{(L-M)C_{1}}=1/\sqrt{\varepsilon_{1}\varepsilon_{0}\mu_{0}(\log_{e}r_{3}/r_{1})/(\log_{e}r_{2}/r_{1})}}{1/\alpha_{2}=1/\sqrt{M(C_{2}-C_{1})}=1/\sqrt{\varepsilon_{2}\varepsilon_{0}\mu_{0}}}$$

つぎに波高値は(29)式にて与えられる。

$$[p^{(1)}]_{22} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ただし,

(21) 式からわかるとおり,各導体の電圧波は 1/α, (r=1, ..., m) という進行速度の異なる波の重畳となる。 つぎにクロスボンド点における反射と透過については、(12)式の y1, y2 がいずれも実数マトリクスとなる。これは単速度波に対して 定義されるサージアドミタンスである。

 $\begin{bmatrix} p^{(2)} \end{bmatrix}_{22} = \left( \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{array} \right)$ またサージインピーダンスは(30)式にて与えられる。 

### 6. 一般大地帰路の場合

一般大地帰路の場合には、線路のインダクタンスおよび静電容量 を簡単な解析によって求めることがむずかしい場合が多い。このよ うな場合には電界解析<sup>(13)</sup>によって近似値を求めることができる。

この方法は電流界と電界,磁界との相似性を利用したもので,カ ーボン紙上に図描した電極に電圧を印加し,流れる電流値および各 電極に現われる電位からインダクタンスおよび容量,誘導係数を求 めるものである。

まずインダクタンスについては、カーボン紙上に導電性塗料を用いて導体 No.r を模擬して電極を1個図描しこれと洞道周囲の大地 帰路との間に単位電圧を印加した場合、他の導体 No.s に現われる 電圧(電極と同心状導体の場合は円周各部の電圧平均値、同心状で ない場合はその導体中心の電位をとる)を v<sub>rs</sub> とする。

つぎにインダクタンスを容易に計算し得る電極配置 (たとえば円 筒電極)を図描し、上記と同一の電流値になるよう課電電圧を調節 しその値を  $v_0$ 、計算より求めたインダクタンスを  $L_0$ とすれば、求 める No.r 導体と No.s 導体との間のインダクタンス  $L_{rs}$ は (31)式 にて与えられる。

 $L_{rs} = L_0 \times (v_{rs}/v_0)$ ......(31) つぎに静電容量の場合は、絶縁体の比誘電率と空気のそれとの比 率によってカーボン紙の重ね枚数を決める。たとえば絶縁体の比誘

表1 ケーブル構造

項			目	単位	数	値	項	目	単 位	数	値	
導	体	外	径	mm	48	.2	アルミシ	ース内径	mm	8	57.2	
絶	縁	外	径	mm	87	.2	アルミシ	/ース外径	mm	107.2		



電率が 3.5 であれば,空気の部分のカーボン紙は2枚,絶縁体の部 分は7枚重ねる。このようにしてすべての電極を図描し,上述と同 様の方法によって各導体の電位係数を求めることができる。この電 位係数のマトリクスの逆マトリクスを求めれば容量,誘導係数が得 られる。

このようにしてインダクタンスならびに容量,誘導係数を求める ことができる。

一例として表1に示すケーブルが図3に示す電極配置にて布設されている場合の計算結果を示すとつぎのとおりである。

$[Z_1]_{66} = p$	(	0.675		0.507		0.131	0.131		0.0	0457		0.0457	7								
		0.507		0.507		0.131	0.131		0.0457			0.0457	7								
	6	0.131		0.131		0.664	0.501		$0.131 \\ 0.131$			0.131		v 10-f	3 /1	<b>T</b> ()					
		0.131		0.131	0.501		0.501					0.131		$\times 10^{-6}$		H/M					
		0.0457		0.0457	12	0.131	0.131		0.68			0.493									
		0.0457		0.0457		0.131	0.131	0.493			0.493	)	)							(22)	
	(	3.16		-3.16	0		0	0			0	)				(32)					
	-	-3.16		3.51	0		-0.075		0 — 0		-0.0096	53	3								
$[Y_1]_{66} = p$	6	0		0		3.16	-3.16					0		>< 10-10		$(\mathbf{F}/\mathbf{m})$					
	p	0		-0.075	-	-3.16	3.53		(	C	-	-0.075		× 10		( <b>F</b> /III)					
		0		0		0	0	0		6		-3.16									
		0		-0.0096	0 0		-0.075		-3.16			3.45									
	( 1	-1 0	) (	) 0	0		( 0	0	0	0	0	0			( 0	0 (	0	0	0	0 )	
	0	0 0	) (	) 0	0		0	0	0	0	0	0			0	0 (	0	0	0	0	
( <i>b</i> <sup>(1)</sup> )	0	0 0	) (	) ()	0	(A)(2)	_ 0	0	1	-1	0	0	500	3) T _		0 (	0	0	0	0	
$\lfloor P \mid \exists 66 =$	0	0 0	) (	) ()	0	, $\lfloor P \rfloor$ 60	0	0	0	0	0	0 '	$\lfloor p$	J66 -	-   C	0 (	0	0	0	0	
	0	0 0	) (	) 0	0		0	0	0	0	0	0			0	0 (	0	0	1	-1	
	0	0 0	) (	) 0	0 )		0 /	0	0	0	0	0 )				0 0	0	0	0	0)	
	0	0.56	0	0.488	0	-0.0303	1			з		( 0	0.4	14	0	-0.478	0	_	0.00	865	
$\lceil p^{(4)} \rceil_{aa} =$	0	0.56	0	0.488	0	-0.0303						0	0.4	44	0	-0.478	0	-	0.00	865	
	0	0.506	0	0.446	0	-0.0275			۲ <b>h</b> <sup>(5)</sup> ٦		] =	0	-0.5	507	0	0.559	0		0.00	992	(33)
CF 200	0	0.506	0	0.446	0	-0.0275	,			$\downarrow P \cup 66$		0	-0.5	-0.507 0	0	0.559	0		0.00	992	((00)
	0	0.12	0	0.106	0	-0.0075	2					0	-0.1	3	0	0.143	0		0.00	9459	
	0	0.12	0	0.106	0	-0.0075	2					0	-0.1	3	0	0.143	0		0.00	459	

0 - 0.009630.039 0 0 0 0 0 -0.00963 0.039 0 0  $\begin{array}{cccc} 0 & 0 & -0.00458 \\ 0 & 0 & -0.00476 \end{array}$ 0 0 0.0176  $[p^{(6)}]_{66} =$ 0 -0.00476 0 0.0176 0 0.00924 0 - 0.2490 1 1  $0 \quad 0.00924 \quad 0 \quad -0.249$ 0 ----- 51 -----

472	昭和42	年 4 月		日	江	評	論	第 49 巻 第 4 号
	$1/\alpha_1 = 1.38$ $1/\alpha_2 = 2.5 \times 10^{-2}$	$\times 10^8$ , 1/	$\alpha_2 = 1.4 \times 10^8$ , $\alpha_2 = 2.75 \times 10^8$	$1 \times \alpha_3 =$	1.3×10 <sup>8</sup> , 1	$1/\alpha_4 = 2.4 \times 10$	) <sup>8</sup> }	
まナ-	1/45-2.0/	「古の配置を	$\square$	(中国の	+ ( , 9 A C D III	/5)	)	
よし		点の配直を	図402ねり 0500	< 9 1 U.L.	0.0010	0.000		
			-0.586	0.246	-0.0319	-0.230	0.604	
		-0.516	0.0345	0.493	-0.274	0.0280	0.247	
	$[Refl]_{66} =$	-0.272 0.070 -0.0274 0.205		-0.0146	-0.634	0.0271	-0.0173	
		-0.0274	0.305	-0.523	0	0.514	-0.282	
		0.245	0.0497	-0.263	0.0608	0.0130	-0.661	
		\ 0.517	-0.206	0	0.210	-0.488	-0.0392 /	(35)
			-0.586	0.246	-0.0319	-0.230	0.604	
		-0.516	1.035	0.493	-0.274	0.0280	0.247	
	[Refr] <sub>66</sub> =	-0.272	0.070	0.985	-0.634	0.271	0	
		-0.0275	0.305	-0.324	0.0776	0.514	-0.282	
		0.243	-0.206	-0.203	0.0770	-0.488	-0.000	
	110	( ) U(1 E1	(1.200)	0 . U/1.0 V 1	0.210	0.400	0.301	
	$[v]_2 = \begin{bmatrix} (e_1) \\ e_2 \end{bmatrix}$	$-e_2$ ) $\Pi$ (1.51) $U(1.0 \times 10^8 t)$	$\times 10^{\circ} (-x) +$	$e_2 \Pi (1.9 \times 1)$	$\begin{bmatrix} 0^{\circ}l - x \end{bmatrix}$ .			
	Ce211	(1.9×10 1-	- <i>x</i> )		/	2.517	1	
			-0.53	0.071	0	-0.071	0.53	
		-0.142	0	0.142	-0.0699	0	0.0699	
	$[Refl]_{66} =$	-0.071	0.53	0	-0.53	0.071	0	
		0 071	0.0699	-0.142	0	0.142	-0.0699	
		0.071	0.0600	-0.071	0.55	0 149	-0.53	
		0.142	-0.0099	0.07	0.0099	-0.142	0 520	(37)
			-0.344	0.07	0.0602	-0.0718	0.536	
		-0.142	0.526	0.141	-0.0092 -0.524	0.07	0.0703	
	$[Refr]_{66} =$	0	0.030	0.142	-0.024	0.141	-0.0602	
		0.07	0	-0.0718	0.536	1	-0.544	
		0.141	-0.0692	0	0.0703	-0.142	1	

### 7. Watson, Erven 両氏の場合との比較

Watson, Erven 両氏が実測ならびに計算を行なったケーブルについて伝播特性を求めると(36)式のようになる。

ただし e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub> は導体およびシースに進入する方形波の波高値で ある。

またクロスボンド点の反射ならびに透過係数を求めると(37)式のようになる。

いま Watson 氏らの実験にしたがって導体 No.1に1という電圧 波が到達し他は0の場合について反射ならびに透過電圧を求めると 導体 No.2 すなわち導体 No.1のシースの反射電圧は -0.142, 導体 No.6 の透過電圧は0.141 となる。 実測値はそれぞれ -0.14 および 0.12 でありよく一致し, また Watson 氏らの計算値とも一致して いる。

### 8. 結 言

クロスボンドを有する単心ケーブル線路のサージ現象について, 林氏の方法を用いて解析する一般理論を示し,従来不明確であった つぎのような点を明らかにした。

(i) 伝播については導体ならびにシースにともに多速度波が存在する。方形進入波の波高値を与えて伝播波の速度,波高値を求める一般式を示した。



図4 クロスボンド点

終わりに実験値を引用させていただいた Watson, Erven 両氏に 深謝する。

### 参考文献

- (1) H. Halperin, K. W. Miller: T. AIFE, 54, 73 (Jan. 1935)
- (2) 芳賀, 草野: 電学誌, 79, 855, 50 (昭 34-12)
- (3) W. Watson, C. C. Erven: T. IEEE PAS, 82, 239 (June 1963)
- (4) 石原: 電力, 49, 2, 23 (昭 40-2)
- (5) E. H. Ball, E. Occhini: IEEE Paper CP. 64-83 (1964)
- (6) E. H. Ball, E. Occhini: IEEE Paper TP. 65–128 (1965)
- (7) CIGRE 21 Meeting (Paris 8th~18th June, 1966) Bulletin No. 1 (1965)
- (8) L.V. Bewley: Traveling Waves on Transmission Systems, John Wiley & Sons (1951)
- (ii) クロスボンド点の反射,透過電圧を求める係数の計算式な らびに計算例を示した。
- (iii) 本理論の応用例として同心状大地帰路の場合の計算値および洞道布設の場合の計算値を示した。
- (iv) Watson, Erven 両氏の場合との比較を行なったが,計算値 とかれらの実験値とはよく一致することを確かめた。
- (9) S. Hayashi: Surges on Transmission System, Denki Shoin (1955)
- (10) S. Hayashi: Surges on Transmission System, p. 112 Denki Shoin (1955)
- (11) S. Hayashi: Surges on Transmission System, p. 217 Denki Shoin (1955)
- (12) S. Hayashi: Surges on Transmission System, p. 122 Denki Shoin (1955)
- (13) C. W. Park IEt, so, 9, 699 (1961)